

## Zadania – zajęcia 3

Przedmiotem zajęć będzie analiza algorytmu sortowania tablic – w tym przypadku na początek algorytmu sortowania bąbelkowego. Szczegóły i schemat blokowy zawarte są w prezentacji.

- 1. Napisać funkcję **BubbleSort1** sortującą niemalejąco daną tablicę liczb typu `int` o zadanym rozmiarze `length`. Funkcja powinna implementować algorytm sortowania według pierwszego slajdu. Funkcja powinna zliczać wykonane operacje porównań elementów tablicy między sobą (proszę nie zliczać innych porównań) i zwracać tę liczbę (przez wskaźnik lub przez referencję). Proszę osobno napisać funkcję Swap do zamiany elementów o indeksach `i` oraz `j` miejscami w tablicy o nazwie `tab` i użyć jej w funkcji sortującej (tak jak na schematach blokowych zawartych w prezentacji).

- 2. Napisać funkcję **BubbleSort2** sortującą niemalejąco daną tablicę liczb typu `int` o zadanym rozmiarze `length`. Funkcja powinna implementować algorytm sortowania według drugiego slajdu. Funkcja powinna zliczać wykonane operacje porównań elementów tablicy między sobą (proszę nie zliczać innych porównań) i zwracać tę liczbę (przez wskaźnik lub przez referencję).

Wyjaśnienie: celem pisania dalszych funkcji będzie badanie zachowania funkcji **BubbleSort1** i **BubbleSort2**. Chodzi o to, aby określić jak liczba porównań potrzebnych do posortowania tablicy zależy od rozmiaru tablicy. Jest to taka sama procedura jak w przypadku analizy algorytmu przeszukiwania liniowego. Sortowaniu będą podlegać tablice wypełnione liczbami losowymi (te same co w przypadku przeszukiwania – odpowiednie funkcje generujące te tablice są już gotowe). Sens funkcji pisanych w dalszych zadaniach jest również taki sam jak dla przypadku wyszukiwania liniowego.

- 3. Napisać funkcję o nazwie **BubbleSortStatistics1** której zadaniem będzie wielokrotne powtórzenie losowania tablicy zadanego rozmiaru oraz posortowanie jej przez wywołanie funkcji **BubbleSort1**.

Funkcja **BubbleSortStatistics1** powinna przyjmować argument `max` określający, ile razy ma być powtórzone losowanie tablicy i sortowanie jej, a także argument `length` określający rozmiar badanych tablic. Funkcja

**BubbleSortStatistics1** powinna zwracać średnią wartość liczby porównań oraz odchylenie standardowe liczby porównań dla tablicy o danym rozmiarze (jako liczby typu float).

Z liczb porównań trzeba zatem policzyć średnią (czyli policzyć sumę liczb porównań i podzielić przez max – pamiętając, aby wynik był liczbą typu float). Następnie trzeba policzyć z tych liczb średni kwadrat (czyli policzyć sumę kwadratów liczb porównań i podzielić przez max – pamiętając, aby wynik był liczbą typu float).

Uwaga: proszę do zliczeń używać zmiennych typu `long long int`.

Na podstawie średniej i średniego kwadratu należy policzyć odchylenie standardowe. Jeśli `mean` jest średnią liczbą porównań, a `mean2` średnim kwadratem liczby porównań, to odchylenie standardowe wyraża się następującym wzorem:  $sd = \sqrt{mean2 - mean * mean}$ . Uwaga: do użycia `sqrt` potrzebna jest biblioteka `cmath`.

Dalej chodzi o to, aby zebrać dane dla rozmiarów tablic z zakresu 10...1000. Czyli trzeba wywołać funkcję **BubbleSortStatistics1** dla każdego z rozmiarów tablic i zapisać w pliku tekstowym w kolejnych wierszach następujące dane:

rozmiar tablicy      średnia      średnia-odchylenie standardowe      średnia+odchylenie standardowe

W tym celu napiszemy kolejną funkcję:

● 4. Napisać funkcję **TestBubbleSort1**, która wywoła funkcję **BubbleSortStatistics1** dla rozmiarów tablic równych 10, 20, 30, .... ,1000 (ewentualnie można użyć większego od 1000 górnego rozmiaru tablic – zależy od czasu działania programu). Dla każdego z tych rozmiarów tablic powinno zostać wylosowane po 100 tablic i policzone średnie liczby porównań oraz odchylenia standardowe. Dane wyjściowe dla każdego rozmiaru tablicy powinny zostać zapisane w pliku tekstowym o nazwie „bubblesort1.dat”, którego poszczególne wiersze powinny zawierać po kolei: rozmiar tablicy, średnią liczbę porównań, średnią liczbę porównań-odchylenie standardowe, średnią liczbę porównań+odchylenie standardowe.

Przykładowy plik danych powinien zawierać tego typu dane:

10	4,9873	2,39139	7,58321
20	16,9865	10,55199	25,421

.....

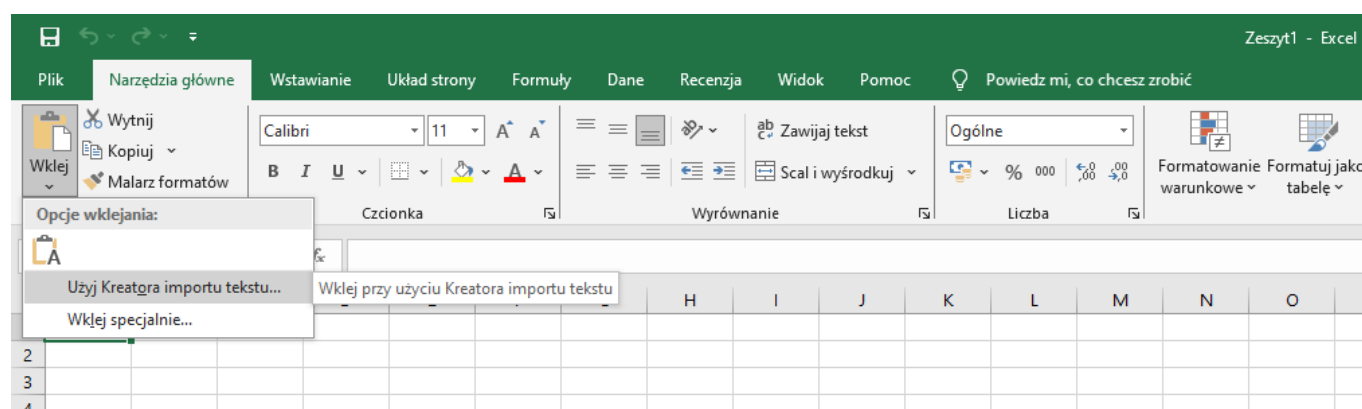
Mając plik proszę sporządzić w arkuszu kalkulacyjnym (Excel/Libre Office) wykres (powinien być to wykres typu punktowego) dla każdej z kolumn. Proszę do środkowej serii danych dodać linię trendu (wielomianową-stopnia 2, z opcją pokazania równania linii trendu).

- 5. Proszę (tak samo jak w punktach 3 i 4) napisać funkcje **BubbleSortStatistics2** oraz **TestBubbleSort2** realizujące te same zadania, tym razem dla funkcji sortującej **BubbleSort2**. Proszę zebrać analogiczne dane w pliku tekstowym o nazwie „bubblesort2.dat” i wykonać wspólny wykres dla danych z plików „bubblesort1.dat” i „bubblesort2.dat”.

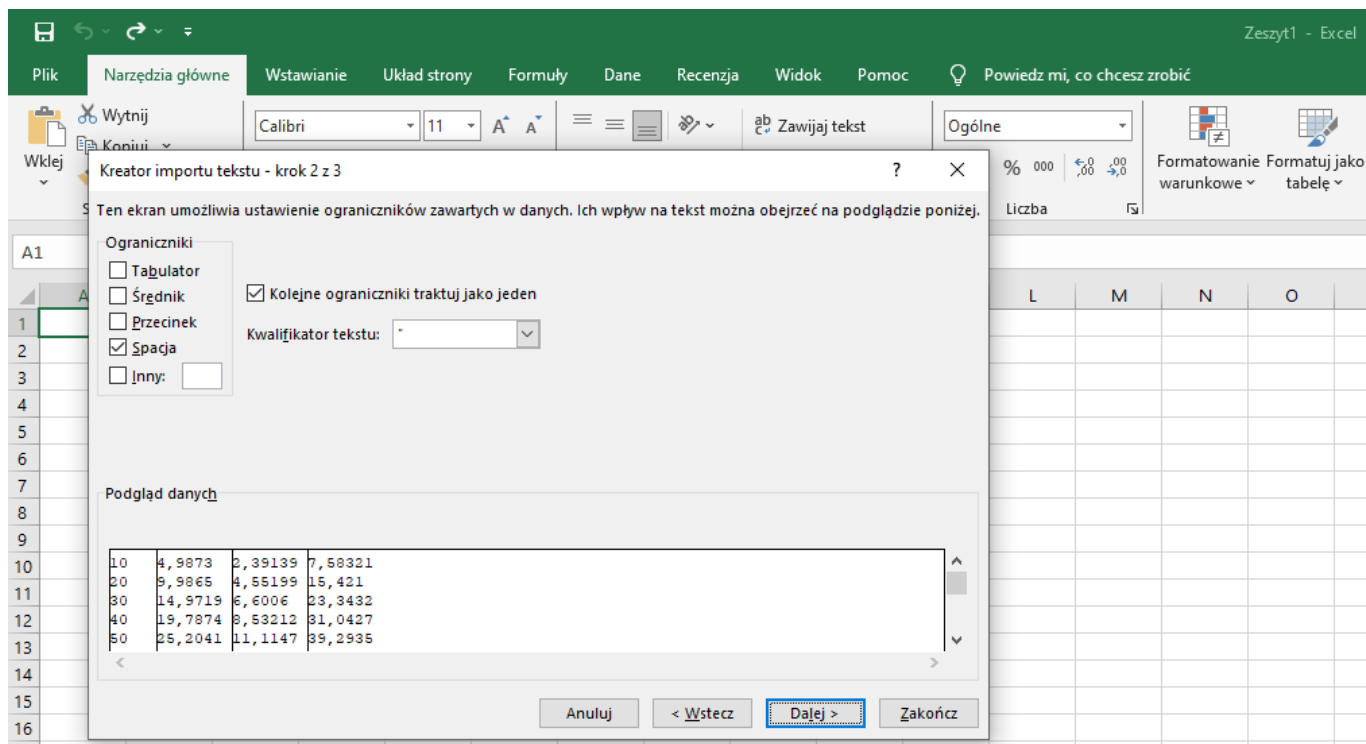
### Dokładny sposób sporządzania wykresu (Excel):

1. Należy otworzyć zapisany plik tekstowy z danymi (np. w Notatniku), a następnie dokonać zamiany wszystkich kropek na przecinki (Ctrl+H, następnie wybrać znajdź . zamień na ,). Chodzi tu o poprawny odczyt danych przez arkusz z ustawioną polską wersją językową. Następnie zaznaczyć całą zawartość pliku (Ctrl+A) i skopiować (Ctrl+C).

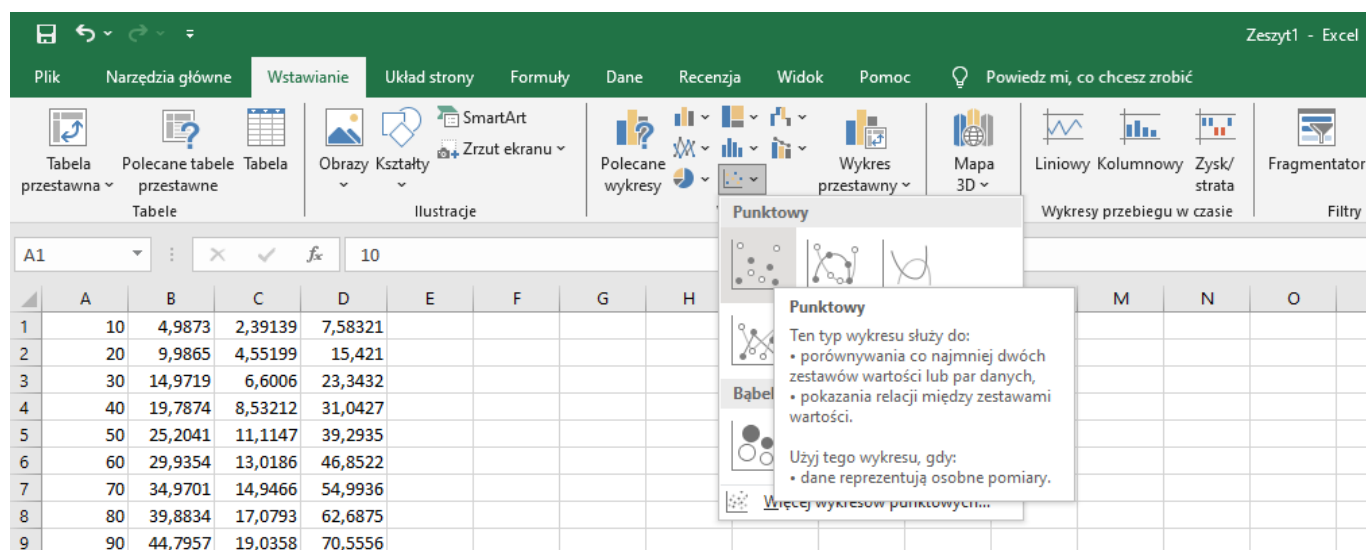
2. W pustym arkuszu kalkulacyjnym wybrać menu Wklej → Użyj kreatora importu tekstu.



Dalej wybrać typ pliku: rozdzielany i na następnym ekranie ogranicznik: spacja (lub wypróbować tabulator – sprawdzając na podglądzie, czy kolumny pliku są poprawnie zidentyfikowane). Potem można wybrać Zakończ.



3. Zaznaczyć wszystkie kolumny danych i z menu Wstawianie wybrać Wykresy → Punktowy.



4. Po wstawieniu wykresu zaznaczyć na nim środkową serię danych klikając i wybrać Dodaj linię trendu. Wskazać linię trendu wielomianową stopnia 2 i zaznaczyć opcję Wyświetl równanie na wykresie.

Celem tych zajęć laboratoryjnych jest ostatecznie wykonanie wykresu prezentującego otrzymane dane. Powinien on przedstawiać **zależność średniej liczby operacji porównań potrzebnej do posortowania tablicy metodą sortowania bąbelkowego (w obu wersjach) od rozmiaru tej tablicy.**

## Dodatek. Komentarz do prezentacji.

Będziemy rozważać problem **sortowania tablicy** o długości `length`, zawierającej liczby, w kolejności niemalejącej (tablica może zawierać więcej niż jedną liczbę o danej wartości, więc nie mówimy wtedy o kolejności rosnącej, skoro nie wszystkie liczby są różne).

Jeden z najprostszych algorytmów sortowania to algorytm **sortowania bąbelkowego**.

### Slajd 1:

Algorytm ten działa następująco: dokonujemy przebiegu tablicy od początku do końca (zmienna `i` na schemacie blokowym zmienia się od  $i \leftarrow 0$  do  $i \leftarrow \text{length}-2$ ). Badamy kolejno pary elementów tablicy: `tab[i]` oraz `tab[i+1]`. Jeśli `tab[i] > tab[i+1]`, to elementy te są w niewłaściwej kolejności (sortujemy niemalejąco!) i wtedy trzeba je zamienić miejscami. Jeśli kolejność elementów jest dobra, to przechodzimy do następnej pary.

Służy do tego funkcja `Swap`. `Swap(tab,i,j)` zamienia miejscami element `tab[i]` oraz `tab[j]` dla tablicy `tab`. Wszystkie funkcje sortujące bazują na zamianie elementów w tablicy miejscami, stąd taka pomocnicza funkcja.

Indeks `i` zmienia się od  $i \leftarrow 0$  do `length-2` (bo badamy pary `tab[i], tab[i+1]`, czyli ostatnia badana para to `tab[length-2], tab[length-1]`). Wykonujemy pełen przebieg tablicy, badając wszystkie pary od `tab[0], tab[1]` do `tab[length-2], tab[length-1]`. Po takim przejściu całej tablicy na pewno największy jej element zostanie przesunięty na sam koniec tablicy.

Wyobraźmy sobie, że sortujemy niemalejąco taką tablicę (indeksujemy od 0 do 5, `length=6`):

10 8 5 12 9 3

Przy zmienianiu `i` od 0 do 4 badamy pary od `tab[0], tab[1]` do `tab[4], tab[5]` i po kolei wykonujemy zamiany.

Jeden przebieg dla `i` od 0 do 4 ma taką postać (badana para zaznaczona na żółto):

8 10 5 12 9 3 (po zbadaniu pary `tab[0], tab[1]` zamiana 8 i 10)  
8 5 10 12 9 3 (po zbadaniu pary `tab[1], tab[2]` zamiana 10 i 5)  
8 5 10 12 9 3 (po zbadaniu pary `tab[2], tab[3]` kolejność ok)  
8 5 10 9 12 3 (po zbadaniu pary `tab[3], tab[4]` zamiana 12 i 9)  
8 5 10 9 3 12 (po zbadaniu pary `tab[4], tab[5]` zamiana 3 i 12).

W wyniku jednorazowego przejścia całej tablicy największy element 12 znalazł się na swoim miejscu (na końcu tablicy).

Teraz przechodzimy tablicę drugi raz (ma ona po pierwszym przejściu postać

8 5 10 9 3 12)

5 8 10 9 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  zamiana 8 i 5)

5 8 10 9 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[1], \text{tab}[2]$  kolejność ok)

5 8 9 10 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[2], \text{tab}[3]$  zamiana 9 i 10)

5 8 9 3 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[3], \text{tab}[4]$  zamiana 3 i 10)

5 8 9 3 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[4], \text{tab}[5]$  kolejność ok).

Po drugim przejściu drugi największy element 10 znalazł się na swoim miejscu (drugi od końca w tablicy).

W taki sam sposób wykonujemy kolejne przejścia tablicy...ale jak długo?

Jeśli wykonamy pełen przebieg tablicy (czyli zbadamy wszystkie pary od  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  do  $\text{tab}[\text{length}-2]$  i  $\text{tab}[\text{length}-1]$ ) i nie wykonamy żadnej zamiany, to znaczy że wszystkie elementy są już we właściwej kolejności i tablica jest już posortowana – można zakończyć sortowanie.

Do określania czy przy przejściu całej tablicy były dokonane jakieś zamiany służy zmienna  $\text{ch}$ . Przed przechodzeniem tablicy ustawiamy  $\text{ch} \leftarrow 0$  i jeśli przechodząc tablicę (czyli zmieniając  $i$  od  $i \leftarrow 0$  do  $\text{length}-2$ ) dokonujemy jakiegokolwiek zmiany, to przypisujemy  $\text{ch} \leftarrow 1$ .

Zatem wykonujemy przejścia całej tablicy od  $i \leftarrow 0$  do  $i \leftarrow \text{length}-2$  tak długo, jak długo w przejściu takim wykonana zostaje jakaś zamiana. Kiedy nie wykonamy już żadnej zamiany to  $\text{ch}$  pozostanie równe 0 i można zakończyć sortowanie.

## Slajd 2:

Zauważmy, że skoro w każdym pełnym przebiegu przez tablicę ustawiamy co najmniej jeden element na właściwym miejscu, to tak naprawdę w kolejnych przebiegach nie musimy badać wszystkich par dla  $i$  od  $i \leftarrow 0$  do  $i \leftarrow \text{length}-2$ . W każdym przebiegu możemy zmniejszać maksymalną wartość  $i$  o jeden (bo po 1 przebiegu jeden element jest na swoim miejscu, po 2 już dwa, po 3 trzy...itd.) Zatem wprowadzamy zmienną  $p$  numerującą przebiegi tablicy, po każdym przebiegu tablicy zwiększamy  $p$  o jeden. Zakres indeksów tablicy do przechodzenia to w takim razie od  $i \leftarrow 0$  do  $i \leftarrow \text{length}-2-p$  (gdzie  $p$  to liczba poprzednio wykonanych przejść).

W ten sposób unikamy zbędnego badania par na końcu tablicy, które to pary już na pewno zawierają elementy ustawione w poprawnej kolejności.

## Przykład:

**pierwszy przebieg ( $i$  od 0 do 4):**

8 10 5 12 9 3 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  zamiana 8 i 10)

8 5 10 12 9 3 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[1], \text{tab}[2]$  zamiana 10 i 5)

8 5 10 12 9 3 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[2], \text{tab}[3]$  kolejność ok)

8 5 10 9 12 3 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[3], \text{tab}[4]$  zamiana 12 i 9)

8 5 10 9 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[4], \text{tab}[5]$  zamiana 3 i 12).

**drugi przebieg (wystarczy i od 0 do 3)**

5 8 10 9 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  zamiana 8 i 5)  
5 8 10 9 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[1], \text{tab}[2]$  kolejność ok)  
5 8 9 10 3 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[2], \text{tab}[3]$  zamiana 9 i 10)  
5 8 9 3 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[3], \text{tab}[4]$  zamiana 3 i 10)  
5 8 9 3 10 12 (ta para ma już na pewno dobrą kolejność i nie trzeba jej badać!)

**trzeci przebieg (wystarczy i od 0 do 2):**

5 8 9 3 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  kolejność ok)  
5 8 9 3 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[1], \text{tab}[2]$  kolejność ok)  
5 8 3 9 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[2], \text{tab}[3]$  zamiana 9 i 3)  
5 8 3 9 10 12 (te dwie pary mają już dobrą kolejność i nie trzeba ich badać)

**czwarty przebieg (wystarczy i od 0 do 1):**

5 8 3 9 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  kolejność ok)  
5 3 8 9 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[1], \text{tab}[2]$  zamiana 3 i 8)  
5 3 8 9 10 12 (te trzy pary mają już dobrą kolejność i nie trzeba ich badać)

**piąty przebieg (wystarczy i od 0 do 0, tylko jedna para):**

3 5 8 9 10 12 (po zbadaniu pary  $\text{tab}[0], \text{tab}[1]$  zamiana 3 i 5)  
3 5 8 9 10 12 (te cztery pary mają już dobrą kolejność i nie trzeba ich badać)

**Tablica już posortowana!**

Zatem par zaznaczonych na zielono już nie musimy badać, a w ten sposób wykonujemy mniej operacji i algorytm jest bardziej efektywny.