

תשובה לשאלה 3- צורף קיאר ע"ט.

## תשובה לשאלה 4

נהגים הערכים שמה ומה נהגים למסאבים:

מסאב/בעד/נכס	ע"מ	ת"מ
0	1	t
1	0	1-t

כאשר  $t \leq 1$ 

(א) צריך לחשב חלוקה שממקסמת את סכום הערכים כבעקבה של t:

.ת"מ מקבלת את כל הנכס.

"ע"מ מקבלת את כל הנכס.

הסבר: מכיוון שנתון כי  $0 \leq t \leq 1$ , ע"מ בהכרח ח"ה סקנע אור הנכס חוץ ממקרה בו  $t=1$  אצל המקרה זה צד"ן מתן של כל הנכס לע"מ ממקסמת את סכום הערכים.מכיוון שע"מ מ"חם צד"ן ס' סנכס, ע"מ מתן ממקסמת את סכום הערכים ח"ה"ס ע"מ את כל הנכס לע"מ (חוץ ממקרה בו  $t=1$  אצל מקרה זה שקול ע"מ שמיאוגי ע"מ).

משמע כל חלוקה אחרת תגדור בהכרח להפחית בסכום הערכים שכן ת"מ תכביל את הצדק של ע"מ בהחלטה אשר יק"ן את הסכום הנכס.

\* במקרה שבו  $t=0$  תגדור חלוקה ע"מ קנאה (כל אחד קינע לבחור כמו השני בדיון).

(ב) צריך לחשב חלוקה שממקסמת את סכום הערכים של הערכים כבאקציה של t:

ראשית, נגדיר את התועלת של ע"מ וא"ר הנידור של ת"מ כאשר x הוא החלק מהנכס שצ"מ מקבל וע"מ הוא החלק מהנכס שצ"מ מקבל:

$$U_A = 1-x + 0 \cdot y = 1-x \quad (\text{התועלת של ע"מ})$$

$$U_T = t \cdot (1-x) + (1-t) \cdot (1-y) \quad (\text{התועלת של ת"מ})$$

נרצה לבחור את הבעיה הנכונה:  $\maximize (U_A + U_T)$  מתחם האינסוף  $0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1$ .נשים לב כי התועלת שצ"מ מ"חם ע"מ ה"ה 0 כך שצ"מ מתן ממקסמת את הסכום נדרוש  $y=0$ .משמע כול נקבע  $U_T = t - tx + 1 - t = 1 - tx$ .נחפש את x אשר יניח מקסימום לבאקציה הנכונה כק  $0 \leq x \leq 1$ :  $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-tx}$ 

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{t}{2\sqrt{1-tx}} \leftarrow \text{נשווה ע"מ ע"מ מתן למצוא מקסימום: } \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{t}{2\sqrt{1-tx}} \leftarrow \text{נכפול: } \sqrt{1-tx} = \sqrt{x} \cdot t$$

$$\text{נעלה את שני האיברים בריבוע: } 1-tx = t^2 x \leftarrow t^2 x + tx = 1 \leftarrow x(t^2 + t) = 1 \leftarrow x = \frac{1}{t^2 + t} \leftarrow \text{(כאשר } t=0 \text{ התחלוקה אר"וילית)}$$

משמע כאשר  $x = \frac{1}{t^2 + t}$  נקבע מקסימום סכום הערכים אך נזכור כי  $0 \leq x \leq 1$ , עבור כל  $0 \leq t \leq 1$  מתק"פ  $x > 0$ , נבדוק מה מתק"פ

$$1 \leq \frac{1}{t^2 + t} : 1 - t^2 + t \leq 0 \text{ מתקיים כאשר } t \geq 0.68 \text{ כאשר } t \leq 0.68 \text{ נבחר } x=1$$

\* עבור  $t=0$  נקבע חלוקה ע"מ קנאה.

ג) צריך למצוא תעוקה הממקסמת את מכתבם הצדדים כפונקציה של  $t$ :

נרצה לבחור את העדיף המאה:  $\text{maximize}(U_A \cdot U_T)$  תחת האילוץ  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

$$f(x,y) = X((1-x)(t) + (1-y)(1-t))$$

כיוון שצדדים מצדדים את העדיף כ- $t$  כל בחירה של תעוקה יהי הוא מקדם חזק מהעדיף הקטן את המכתבם.

לכן עם מנת המקסימלית  $f(x,y)$  נבחר תמיד  $y=0$ .

מכאן נקבע:

$$f(x,y) = X((1-x)t + 1-t) = X(1-tX) = X - tX^2$$

$$\frac{d}{dx} f(x,y) = 1 - 2tX$$

מאחר נקבע  $1 - 2tX = 0$ , אם  $t=0$  התעוקה אריוולית, אחרת נקבע  $X_t = \frac{1}{2t}$  כמקסימום.

נבדוק מתי מקיים  $\frac{1}{2t} \leq 1$  (בהנחה שמצאנו את  $X$ )  $\frac{1}{2t} \leq 1 \iff 1 \leq 2t \iff \frac{1}{2} \leq t$ .

מאחר כאשר  $\frac{1}{2} \leq t$  נחלק בק  $X = \frac{1}{2t}$ , כאשר  $t < \frac{1}{2}$  נקבע  $X=1$ .

אזכיר כי מתקבע צדק גדול מאשר עדיף את כל הפעלה עדיף כאשר  $t > \frac{1}{2}$ :

עדיף	עדיף
0	1
1	0

נניח כי  $t = \frac{3}{4}$ , אזי העדיף נראה כך: תמיד  $\frac{3}{4}$ .

מכאן, לפי התעוקה שהעדיף, נבחר עדיף  $\frac{2}{3} = \frac{1}{2 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$  מהפעלה עדיף  $1 - \frac{1}{3}$  מהפעלה עדיף כמובן, כל העדיף עדיף ונקבע:

$$f(x,y) = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \right) = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{3}$$

מאחר שני, אם היינו נותנים את כל הפעלה עדיף היינו מקבלים  $\frac{1}{4} = \frac{1}{4} (0 + \frac{1}{4})$ , צדק קטן יותר, מאחר עדיף מקסימלי.

\* עבור  $t=0$  נקבע תעוקה עדיף קטנה

0 עדיף 2 מבורש בקיטור עדיף.