SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH HẬU GIANG	ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2021 – 2022 Môn: Toán - Lớp 12 (THPT & GDTX) *Thời gian: 90 phút* (*Không kể thời gian phát đề*)
ĐỀ CHÍNH THỨC (Đề kiểm tra gồm 06 trang)	**Mã đề thi**

Họ và tên:……………………………………............................**Lớp:**………………........

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $\int x^{2021}dx$ là

A. $\frac{x^{2022}}{2022}+C.$ **B.** $\frac{x^{2021}}{2022}+C.$

C. $2021.x^{2020}+C.$ **D.** $\frac{1}{x\ln 2022}+C.$

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $\int (e^x-7)dx$ là

A. $e^x-7x+C.$ **B.** e^x-7 **C.** $e^x+C.$ **D.** $e^x\log e+C$

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\frac{2}{x^2}+1$ là

A. $x^3-2\ln x^2+x+C.$ **B.** $\frac{x^3}{3}-\frac{2}{x}+x+C.$ **C.** $6x+\frac{4}{x^3}+C.$ **D.** $x^3+\frac{2}{x}+x+C.$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)=8-\sin x.$ Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=8x-\cos x+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=8x+\sin x+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=8x+\cos x+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C.$

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=3x^2-4, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=3.$ Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1)=\frac{1}{4}.$ Khi đó, giá trị $F(2)$ bằng

A. $-2.$ **B.** 16. **C.** 6 . **D.** 4.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)-\frac{f(x)}{x^2+x}=\frac{x}{x+1}$ và $f(1)=\frac{1}{2},$ với $x\in(0;+\infty).$ Giá trị của $f(7)$ bằng

A. $\frac{7}{8}.$ **B.** $\frac{49}{8}.$ **C.** $\frac{1}{8}.$ **D.** $\frac{48}{49}.$

Câu 7: Biết $\int (ax^2+bx+5)e^xdx=(3x^2-8x+13)e^x+C,$ với a và b là các số nguyên. Tìm $S=a+b.$

A. $S=1.$ **B.** $S=4.$ **C.** $S=5.$ **D.** $S=9.$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x),$ biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(0)=3.$ Tính $F(9).$

A. $F(9)=-6.$ **B.** $F(9)=6.$ **C.** $F(9)=12.$ **D.** $F(9)=-12.$

Câu 9: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}.$ Khi đó, hiệu số $F(0)-F(1)$ bằng

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$ **B.** $\int_0^1 F(x)\mathrm{d}x.$ **C.** $-\int_0^1 F(x)\mathrm{d}x.$ **D.** $-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

Câu 10: Tích phân $\int_0^{2022} 5^x dx$ bằng

A. $-\dfrac{5^{2022}-1}{\ln 2022}.$ **B.** $(5^{2022}-1)\ln 5.$ **C.** $\dfrac{5^{2022}-1}{\ln 2022}.$ **D.** $\dfrac{5^{2022}-1}{\ln 5}.$

Câu 11: Cho $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) + 3g(x)]\mathrm{d}x.$

A. $I = \dfrac{11}{2}.$ **B.** $I = \dfrac{7}{2}.$ **C.** $I = \dfrac{17}{2}.$ **D.** $I = \dfrac{5}{2}.$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$; $\int_1^3 f(t)dt = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I = 8.$ **B.** $I = 12.$ **C.** $I = 36.$ **D.** $I = 4.$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2) = 16$, $\int_0^2 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^1 x.f'(2x)dx.$

A. $I = 13.$ **B.** $I = 12.$ **C.** $I = 20.$ **D.** $I = 7.$

Câu 14: Biết $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (3 + 4\sin^2 x)\mathrm{d}x = \dfrac{a\pi}{b} - \dfrac{c\sqrt{3}}{2}$, trong đó a, b nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b + c.$

A. $T = 8.$ **B.** $T = 13.$ **C.** $T = 12.$ **D.** $T = 14.$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn $f(1) = 1$, $\int_0^1 [f'(x)]^2 \mathrm{d}x = \dfrac{9}{5}$ và $\int_0^1 f(\sqrt{x})\mathrm{d}x = \dfrac{2}{5}$. Tính $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I = \dfrac{3}{5}.$ **B.** $I = \dfrac{1}{4}.$ **C.** $I = \dfrac{3}{4}.$ **D.** $I = \dfrac{1}{5}.$

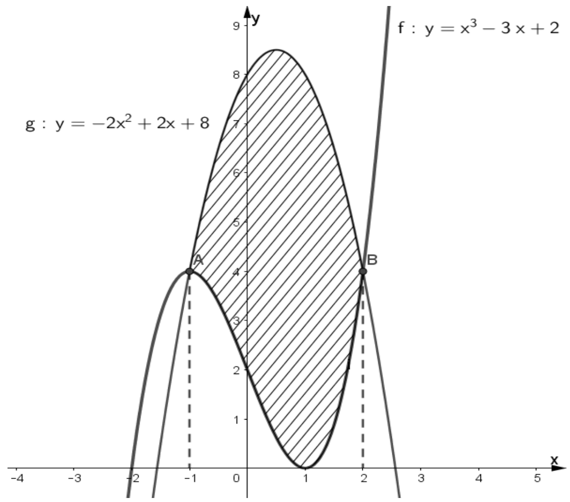
Câu 16: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 30x$ và trục hoành bằng

A. $S = 9000.$ **B.** $S = -4500.$ **C.** $S = 4500\pi.$ **D.** $S = 4500.$

Câu 17: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \cos x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $V = \dfrac{\pi^2}{2}.$ **B.** $V = \dfrac{\pi}{2}.$ **C.** $V = \pi^2.$ **D.** $V = \dfrac{\pi^2}{4}.$

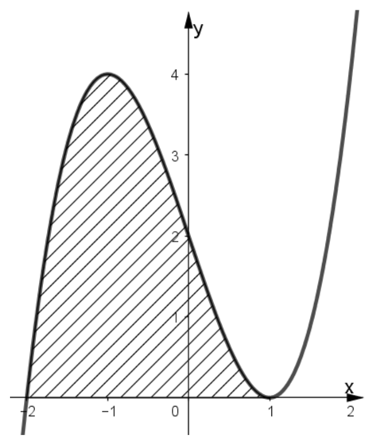
Câu 18: Giả sử hai đường cong cắt nhau tại A, B có hoành độ lần lượt là $-1; 2$. Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S=\int_{-1}^{2}(-x^3-2x^2+5x+6)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int_{-1}^{2}(x^3-2x^2-x+10)\mathrm{d}x.$

C. $S=\int_{-1}^{2}(x^3+2x^2-5x-6)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int_{-1}^{2}(x^3+2x^2-x-10)\mathrm{d}x.$

Câu 19: Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và trục hoành, biết rằng (C) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ -2 và 1, đồng thời hàm số đạt cực trị tại $x=1$.



A. $S=\frac{31}{5}\pi.$ **B.** $S=\frac{27}{4}.$ **C.** $S=\frac{19}{3}.$ **D.** $S=\frac{31}{5}.$

Câu 20: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$ với $a, b, c, m, n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 2 và 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{71}{9}$. **C.** $\frac{71}{6}$. **D.** $\frac{64}{9}$.

Câu 21: Số phức $z=5-8i$ có phần ảo là

A. 8. **B.** $-8i$. **C.** 5. **D.** -8.

Câu 22: Tính môđun của số phức $z=2-i$.

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 23: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(3;2)$ biểu diễn số phức z. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là 2. **B.** Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là -2.
C. Số phức z có phần thực là 2, phần ảo là 3. **D.** Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là $2i$.

Câu 24: Cho số phức z có số phức liên hợp $\overline{z}=3-2i.$ Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 1. **B.** $-5.$ **C.** 5. **D.** $-1.$

Câu 25: Cho số phức z có phần thực và phần ảo đều dương, đồng thời thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z|=2\sqrt{2}.$ Môđun của $z-3-5i$ bằng

A. $\sqrt{26}.$ **B.** $\sqrt{34}+2\sqrt{2}.$ **C.** $\sqrt{10}.$ **D.** $2\sqrt{3}.$

Câu 26: Cho hai số phức $w,\ z$ thỏa mãn $|w+i|=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w=(2+i)(z-4).$ Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z-1-2i|+|z-5-2i|$ bằng

A. $6\sqrt{7}.$ **B.** $4+2\sqrt{13}.$ **C.** $2\sqrt{53}.$ **D.** $4\sqrt{13}.$

Câu 27: Phần thực của số phức $z=(3-i)(1-4i)$ là

A. $-1.$ **B.** 13. **C.** 1. **D.** $-13.$

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\overline{z}-1-3i=0.$ Tìm phần ảo của số phức $w=1-iz+\overline{z}.$

A. $-i.$ **B.** $-1.$ **C.** 2. **D.** $-2i.$

Câu 29: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3=\overline{z}.$

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 30: Số phức $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{Z}),$ thỏa mãn $(1-3i)z$ là số thực và $|\overline{z}-2+5i|=1.$ Tính $T=a+b.$

A. $T=9.$ **B.** $T=8.$ **C.** $T=6.$ **D.** $T=7.$

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\overline{z}=13+2i.$ Tính mô đun của số phức $w=z-2i.$

A. $\sqrt{13}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 5.

Câu 32: Cho hai số phức $z_1=2-2i,\ \ z_2=-3+3i.$ Khi đó, số phức z_1-z_2 là

A. $-5+5i.$ **B.** $-5i.$ **C.** $5-5i.$ **D.** $-1+i.$

Câu 33: Trong không gian $Oxyz,$ cho hai vectơ $\vec{u}=(4;2;1)$ và $\vec{v}=(2;0;5).$ Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-2;-2;4).$ **B.** $(6;2;6).$ **C.** $(3;1;3).$ **D.** $(2;2;-2).$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz,$ cho điểm $A(3;-2;5).$ Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5).$ **B.** $M(3;-2;0).$ **C.** $M(0;-2;5).$ **D.** $M(0;2;5).$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và $B.$ Ba đỉnh $A(1;2;1),$ $B(2;0;-1),$ $C(6;1;0)$ và hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}.$ Giả sử đỉnh $D(a;b;c),$ tìm mệnh đề đúng.

A. $a+b+c=5.$ **B.** $a+b+c=6.$ **C.** $a+b+c=7.$ **D.** $a+b+c=8.$

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P):3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0),$ $B(1;-1;3),$ $C(1;-1;-1).$ Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2-MB^2+MC^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=2x_0+3y_0+z_0.$

A. $T=11.$ **B.** $T=5.$ **C.** $T=15.$ **D.** $T=10.$

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu có tâm $A(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x-y+2z+1=0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16.$ **B.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=9.$

C. $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=4.$ **D.** $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=3.$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;-2;3)$; $R=2.$ **B.** $I(1;2;-3)$; $R=2.$ **C.** $I(1;2;-3)$; $R=4.$ **D.** $I(-1;-2;3)$; $R=4.$

Câu 39: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;-4;5)$. Viết phương trình mặt cầu tâm A và cắt trục Oz tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông.

A. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=58.$ **B.** $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=82.$

C. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+5)^2=90.$ **D.** $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-5)^2=40.$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -2x+z+3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{u}=(1;0;-2).$ **B.** $\vec{v}=(-2;1;3).$ **C.** $\vec{n}=(2;0;-1).$ **D.** $\vec{w}=(-2;1;0).$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z+3=0.$ **B.** $z-3=0.$ **C.** $x+y-3=0.$ **D.** $x+y+z=0.$

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $3x-2y+z-5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $M(3;-2;-5).$ **B.** $N(0;0;-5).$ **C.** $P(3;-2;1).$ **D.** $Q(1;1;4).$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB, với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. $(\alpha): x-3y-z-4=0.$ **B.** $(\alpha): x-3y+z=0.$

C. $(\alpha): x-3y+z-4=0.$ **D.** $(\alpha): x-3y-z=0.$

Câu 44: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $2x+y+z+1=0.$ **B.** $x-y+z-4=0.$ **C.** $7x-2y+z-9=0.$ **D.** $2x+y-z-2=0.$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng (P): $ax+by+cz+3=0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\dfrac{27}{4}.$ **B.** $T=\dfrac{33}{5}.$ **C.** $T=-\dfrac{3}{4}.$ **D.** $T=\dfrac{31}{5}.$

Câu 46: Đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;-2;0).$ **B.** $N(-1;-3;1).$ **C.** $P(3;-1;-1).$ **D.** $Q(-1;2;0).$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \\ z=5-3t \end{cases}$, $(t\in\mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a}=(-1;-2;3).$ **B.** $\vec{b}=(2;4;6).$ **C.** $\vec{c}=(1;2;3).$ **D.** $\vec{d}=(-2;1;5).$

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $N(a;b;c)$ là điểm đối xứng với $M(2;0;1)$ qua đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 7. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -5.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{2}$.

C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-2}{-3} = \frac{-y+1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua M, vuông góc với đường thẳng d, đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u} = (2;2;-1)$. **B.** $\vec{u} = (1;7;-1)$. **C.** $\vec{u} = (1;0;2)$. **D.** $\vec{u} = (3;4;-4)$.

----------- HẾT--------

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $\int x^{2021}dx$ là

A. $\frac{x^{2022}}{2022} + C$. **B.** $\frac{x^{2021}}{2022} + C$.

C. $2021.x^{2020} + C$. **D.** $\frac{1}{x\ln 2022} + C$.

Câu 2: Họ nguyên hàm của hàm số $\int (e^x - 7)dx$ là

A. $e^x - 7x + C$. **B.** $e^x - 7$ **C.** $e^x + C$. **D.** $e^x \log e + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int (e^x - 7)dx = e^x - 7x + C$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - \frac{2}{x^2} + 1$ là

A. $x^3 - 2\ln x^2 + x + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + x + C$. **C.** $6x + \frac{4}{x^3} + C$. **D.** $x^3 + \frac{2}{x} + x + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int (3x^2 - \frac{2}{x^2} + 1)dx = x^3 + \frac{2}{x} + x + C$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 8 - \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = 8x - \cos x + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = 8x + \sin x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 8x + \cos x + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (8 - \sin x)dx = 8x - \cos x + C.$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{1}{4}$. Khi đó, giá trị $F(2)$ bằng

A. -2.

B. 16.

C. 6.

D. 4.

Bài giải

Ta có $f(x) = \int f'(x)\mathrm{d}x = \int (3x^2 - 4)\mathrm{d}x = x^3 - 4x + C.$

Vì $f(1) = 3$ nên $C = 6.$

Khi đó $F(x) = \int (x^3 - 4x + 6)dx = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 6x + C.$

Vì $F(-1) = \frac{1}{4}$ nên $C = 8.$

Do đó $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 6x + 8.$

Khi đó, ta có $F(2) = \frac{1}{4}.2^4 - 2.2^2 + 6.2 + 8 = 16.$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) - \frac{f(x)}{x^2 + x} = \frac{x}{x+1}$ và $f(1) = \frac{1}{2}$, với $x \in (0; +\infty)$. Giá trị của $f(7)$ bằng

A. $\frac{7}{8}$.

B. $\frac{49}{8}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{48}{49}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) - \frac{f(x)}{x^2 + x} = \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow f'(x).\frac{x+1}{x} - \frac{f(x)}{x^2} = 1 \Leftrightarrow f'(x).\frac{x+1}{x} + \left(\frac{x+1}{x}\right)'.f(x) = 1$

$\Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x}.f(x)\right)' = 1 \Rightarrow \frac{x+1}{x}.f(x) = x + C.$

Từ $f(1) = \frac{1}{2}$, ta có $C = 0$. Suy ra $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.

Do đó $f(7) = \frac{49}{8}$.

Câu 7: Biết $\int (ax^2 + bx + 5)e^x dx = (3x^2 - 8x + 13)e^x + C$, với a và b là các số nguyên. Tìm $S = a + b$.

A. $S = 1$.

B. $S = 4$.

C. $S = 5$.

D. $S = 9$.

Lời giải

Ta có $\left[(3x^2-8x+13)e^x\right]' = (3x^2-8x+13)'.e^x + (3x^2-8x+13).e^x = (3x^2-2x+5)e^x$.

Suy ra $a=3; b=-2 \Rightarrow S=1$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$, biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = 9$ và $F(0)=3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9)=-6$. **B.** $F(9)=6$. **C.** $F(9)=12$. **D.** $F(9)=-12$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $I=\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x = F(x)\big|_0^9 = F(9)-F(0)=9 \Leftrightarrow F(9)=12$.

Câu 9: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó, hiệu số $F(0)-F(1)$ bằng

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_0^1 F(x)\mathrm{d}x$. **C.** $\int_0^1 -F(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1 -f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 -f(x)\mathrm{d}x = -F(x)\Big|_0^1 = -\left[F(1)-F(0)\right] = F(0)-F(1)$.

Câu 10: Tích phân $\int_0^{2022} 5^x dx$ bằng

A. $-\dfrac{5^{2022}-1}{\ln 2022}$. **B.** $(5^{2022}-1)\ln 5$. **C.** $\dfrac{5^{2022}-1}{\ln 2022}$. **D.** $\dfrac{5^{2022}-1}{\ln 5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^{2022} 5^x dx = \dfrac{5^x}{\ln 5}\Big|_0^{2022} = \dfrac{5^{2022}-1}{\ln 5}$.

Câu 11: Cho $\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x)\mathrm{d}x = -1$. Tính $I=\int_{-1}^2 \left[x+2f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{11}{2}$. **B.** $I=\dfrac{7}{2}$. **C.** $I=\dfrac{17}{2}$. **D.** $I=\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $I=\dfrac{x^2}{2}\Big|_{-1}^2 + 2\int_{-1}^2 f(x)\mathrm{d}x + 3\int_{-1}^2 g(x)\mathrm{d}x = \dfrac{3}{2}+4-3=\dfrac{5}{2}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$; $\int_1^3 f(t)dt = 6$. Tính $I=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=12$. **C.** $I=36$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_1^3 f(x)dx=\int\limits_1^3 f(t)dt=6 \Rightarrow I=\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2+6=8$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(2)=16$, $\int\limits_0^2 f(x)dx=4$. Tính $I=\int\limits_0^1 x.f'(2x)dx$.

A. $I=13$. **B.** $I=12$. **C.** $I=20$. **D.** $I=7$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $\begin{cases} u=x \\ \mathrm{d}v=f'(2x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u=\mathrm{d}x \\ v=\dfrac{1}{2}f\left(2x\right) \end{cases}$.

Khi đó, $I=x.\dfrac{1}{2}f\left(2x\right)\Big|_0^1-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}f\left(2\right)-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x=8-\dfrac{1}{2}\int\limits_0^1 f\left(2x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=2x \Rightarrow \mathrm{d}t=2\mathrm{d}x$.

Với $x=0 \Rightarrow t=0$; $x=1 \Rightarrow t=2$.

Suy ra $I=8-\dfrac{1}{4}\int\limits_0^2 f\left(t\right)\mathrm{d}t=8-1=7$.

Câu 14: Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}(3+4\sin^2 x)\mathrm{d}x=\dfrac{a\pi}{b}-\dfrac{c\sqrt{3}}{2}$, trong đó a, b nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=8$. **B.** $T=13$. **C.** $T=12$. **D.** $T=14$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\left(3+4\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\left(3+4.\dfrac{1-\cos 2x}{2}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{6}}\left(5-2\cos 2x\right)\mathrm{d}x$

$$=\left(5x-\sin 2x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{6}}=\frac{5\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a=5, b=6, c=1 \Rightarrow a+b+c=12.$$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn $f(1)=1$, $\int\limits_0^1 [f'(x)]^2\mathrm{d}x=\dfrac{9}{5}$ và $\int\limits_0^1 f(\sqrt{x})\mathrm{d}x=\dfrac{2}{5}$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=\dfrac{3}{5}$. **B.** $I=\dfrac{1}{4}$. **C.** $I=\dfrac{3}{4}$. **D.** $I=\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x} \Rightarrow t^2=x \Rightarrow \mathrm{d}x=2t\mathrm{d}t$. Đổi cận $x=0 \Rightarrow t=0$; $x=1 \Rightarrow t=1$.

Suy ra $\int_0^1 f\left(\sqrt{x}\right)\mathrm{d}x = 2\int_0^1 t.f(t)\mathrm{d}t \Leftrightarrow \int_0^1 t.f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{5}$. Do đó, ta có $\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{5}$.

Mặt khác $\int_0^1 x.f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - \int_0^1 \frac{x^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x$.

Suy ra $\int_0^1 \frac{x^2}{2}f'(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10} \Rightarrow \int_0^1 x^2 f'(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{5}$.

Ta tính được $\int_0^1 \left(3x^2\right)^2\mathrm{d}x = \frac{9}{5}$.

Do đó $\int_0^1 [f'(x)]^2\,\mathrm{d}x - 2\int_0^1 3x^2 f'(x)\mathrm{d}x + \int_0^1 (3x^2)^2\mathrm{d}x = \frac{9}{5} - 2.\frac{9}{5} + \frac{9}{5} = 0$

$\Leftrightarrow \int_0^1 \left(f'(x) - 3x^2\right)^2\mathrm{d}x = 0$

$\Leftrightarrow f'(x) - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 \Leftrightarrow f(x) = x^3 + C$.

Vì $f(1) = 1$ nên $f(x) = x^3$.

Vậy $I = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^1 x^3\mathrm{d}x = \frac{1}{4}$.

Câu 16: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 30x$ và trục hoành bằng

A. $S = 9000$. **B.** $S = -4500$. **C.** $S = 4500\pi$. **D.** $S = 4500$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường cong $y = x^2 - 30x$ và trục hoành

$x^2 - 30x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 30 \\ x = 0 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y = x^2 - 30x$ và trục hoành là

Suy ra $\int_0^{30} \left|x^2 - 30x\right|\mathrm{d}x = 4500$.

Câu 17: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = \cos x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng

A. $V = \frac{\pi^2}{2}$. **B.** $V = \frac{\pi}{2}$. **C.** $V = \pi^2$. **D.** $V = \frac{\pi^2}{4}$.

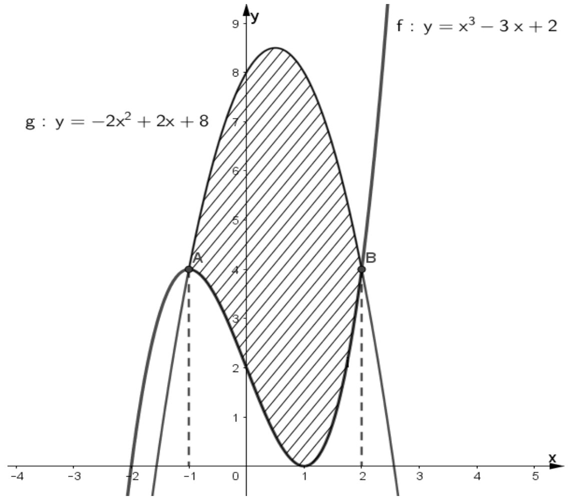
Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay (H) quanh trục hoành, ta có

$V = \pi\int_0^{\pi} \cos^2 x dx = \frac{\pi^2}{2}$.

Câu 18: Giả sử hai đường cong cắt nhau tại A, B có hoành độ lần lượt là $-1; 2$. Diện tích hình phẳng phần gạch chéo trong hình vẽ sau được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S=\int\limits_{-1}^{2}(-x^3-2x^2+5x+6)\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{-1}^{2}(x^3-2x^2-x+10)\mathrm{d}x.$

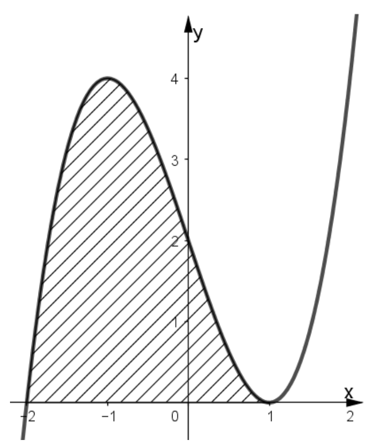
C. $S=\int\limits_{-1}^{2}(x^3+2x^2-5x-6)\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_{-1}^{2}(x^3+2x^2-x-10)\mathrm{d}x.$

Lời giải

Ta có $S=\int\limits_{-1}^{2}\left[-2x^2+2x+8-(x^3-3x+2)\right]dx=\int\limits_{-1}^{2}(-x^3-2x^2+5x+6)dx.$

Chọn đáp án A.

Câu 19: Tính diện tích S của phần hình phẳng gạch sọc (bên dưới) giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và trục hoành. Biết rằng (C) cắt trục hoành tại hai điểm có hoành độ -2 và 1, đồng thời hàm số đạt cực trị tại $x=1$.



A. $S=\frac{31}{5}\pi.$ **B.** $S=\frac{27}{4}.$ **C.** $S=\frac{19}{3}.$ **D.** $S=\frac{31}{5}.$

Lời giải

Ta thấy đường cong cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=-2$ và tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 1 nên $ax^3+bx^2+cx+d=a(x+2)(x-1)^2=a(x^3-3x+2).$

Mặt khác, đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=2$ nên $a=1.$

Vậy $S=\int\limits_{-2}^{1}(x^3-3x+2)dx=\left(\frac{x^4}{4}-\frac{3x^2}{2}+2x\right)\Big|_{-2}^{1}=\frac{27}{4}.$

Câu 20: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$ với $a, b, c, m, n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1, 2$ và 3. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi hai đường $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $S=\dfrac{32}{3}$. **B.** $S=\dfrac{71}{9}$. **C.** $S=\dfrac{71}{6}$. **D.** $S=\dfrac{64}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=4ax^3+3bx^2+2cx+2\Rightarrow f'(0)=2.$

$g'(x)=3mx^2+2nx-2\Rightarrow g'(0)=-2.$

Xét: $y=f(x)-g(x)\Rightarrow y'=f'(x)-g'(x)=a(x+1)(x-2)(x-3)$

$\Rightarrow y'(0)=f'(0)-g'(0)=2-(-2)=6a\Rightarrow a=\dfrac{2}{3}.$

$\Rightarrow y'=\dfrac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3).$

Do đó, diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int\limits_{-1}^{3}[f'(x)-g'(x)]dx=\int\limits_{-1}^{3}\dfrac{2}{3}(x+1)(x-2)(x-3)\,dx=\dfrac{71}{9}.$

Câu 21: Số phức z thỏa mãn $z=5-8i$ có phần ảo là

A. 8. **B.** $-8i$. **C.** 5. **D.** -8 .

Câu 22: Tính môđun của số phức $z=2-i.$

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Môđun của số phức $z=2-i$ là: $|z|=|2-i|=\sqrt{5}.$

Câu 23: Trong mặt phẳng $Oxy,$ cho điểm $M(3;2)$ biểu diễn số phức z. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là 2. **B.** Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là -2.
C. Số phức z có phần thực là 2, phần ảo là 3. **D.** Số phức z có phần thực là 3, phần ảo là $2i$.

Câu 24: Cho số phức z có số phức liên hợp $\overline{z}=3-2i.$ Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 1. **B.** -5 . **C.** 5. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $z=3+2i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 25: Cho số phức z có phần thực và phần ảo đều dương, đồng thời thỏa mãn z^2 là số thuần ảo và $|z|=2\sqrt{2}.$ Môđun của $z-3-5i$ bằng

A. $\sqrt{26}$. **B.** $\sqrt{34}+2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Ta có $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi.$

Vì z có phần thực và phần ảo đều dương, z^2 là số thuần ảo và $|z| = 2\sqrt{2}$ nên ta có

$\begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \\ a^2 - b^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 2.$

Khi đó $|z - 3 - 5i| = |2 + 2i - 3 - 5i| = |-1 - 3i| = \sqrt{10}.$

Câu 26: Cho hai số phức $w,\ z$ thỏa mãn $|w + i| = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ và $5w = (2 + i)(z - 4)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i|$ bằng

A. $6\sqrt{7}$. **B.** $4 + 2\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{53}$. **D.** $4\sqrt{13}$.

Lời giải

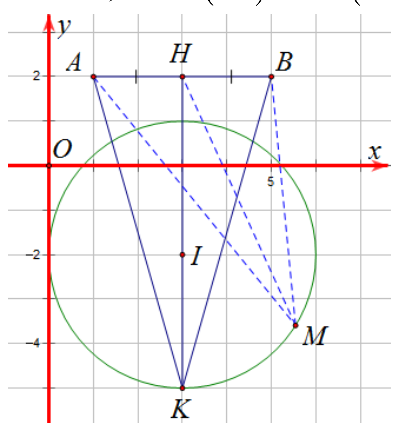
Chọn C

Gọi $z = x + yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Khi đó, điểm $M(x; y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z.

Theo giả thiết, $5w = (2 + i)(z - 4) \Leftrightarrow 5(w + i) = (2 + i)(z - 4) + 5i \Leftrightarrow (2 - i)(w + i) = z - 3 + 2i$

$\Leftrightarrow |z - 3 + 2i| = 3$. Suy ra $M(x; y)$ thuộc đường tròn $(C): (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$.

Ta có $P = |z - 1 - 2i| + |z - 5 - 2i| = MA + MB$, với $A(1; 2)$ và $B(5; 2)$.



Gọi H là trung điểm của AB, ta có $H(3; 2)$ và khi đó:

$P = MA + MB \le \sqrt{2(MA^2 + MB^2)}$ hay $P \le \sqrt{4MH^2 + AB^2}$.

Mặt khác, ta có $MH \le KH$ với mọi $M \in (C)$ và $K(3; -5)$ nên

$P \le \sqrt{4KH^2 + AB^2} = \sqrt{4(IH + R)^2 + AB^2} = 2\sqrt{53}$.

Vậy $P_{\max} = 2\sqrt{53}$ khi $\begin{cases} M \equiv K \\ MA = MB \end{cases}$ hay $z = 3 - 5i$ và $w = \dfrac{3}{5} - \dfrac{11}{5}i$.

Câu 27: Phần thực của số phức $z = (3 - i)(1 - 4i)$ là

A. -1. **B.** 13. **C.** 1. **D.** -13.

Lời giải

Chọn A. Ta có: $z = (3 - i)(1 - 4i) = -1 - 13i$.

Câu 28: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - iz + \bar{z}$.

A. $-i$. **B.** -1. **C.** 2 . **D.** $-2i$.

Lời giải

Chọn B. Ta có $(1+i)\overline{z}-1-3i=0 \Leftrightarrow \overline{z}=\dfrac{1+3i}{1+i}=2+i \Rightarrow z=2-i$.

$w=1-iz+\overline{z}=1-i(2-i)+2+i=2-i$. Vậy, phần ảo của $w=1-iz+\overline{z}$ bằng -1.

Câu 29: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $z^3=\overline{z}$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi$, với $x,y\in\mathbb{R}$. Ta có $z^3=(a+bi)^3=a^3+3a^2bi-3ab^2-b^3i=a^3-3ab^2+(3a^2b-b^3)i$.

Khi đó, ta có $z^3=\overline{z} \Leftrightarrow \begin{cases} a^3-3ab^2=a \\ 3a^2b-b^3=-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a^2-3b^2=1 \end{array}\right. \\ b(3a^2-b^2+1)=0 \quad (*) \end{cases}$.

i) TH1: Thay $a=0$ vào (*), ta được

$$b(-b^2+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ b=\pm1 \end{array}\right. \Rightarrow z=0;\ z=\pm i.$$

ii) TH2: Thay $a^2=3b^2+1$ vào (*), ta được

$$b(3+9b^2-b^2+1)=0 \Leftrightarrow b=0 \Rightarrow a=\pm1 \Rightarrow z=\pm1.$$

Vậy, có 5 số phức z thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 30: Số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{Z})$, thỏa mãn $(1-3i)z$ là số thực và $\left|\overline{z}-2+5i\right|=1$. Tính $T=a+b$.

A. $T=9$. **B.** $T=8$. **C.** $T=6$. **D.** $T=7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(1-3i)z=(1-3i)(a+bi)=a+3b+(b-3a)i$.

Vì $(1-3i)z$ là số thực nên $b-3a=0 \Rightarrow b=3a$ (1)

$\left|\overline{z}-2+5i\right|=1 \Leftrightarrow \left|a-2+(5-b)i\right|=1 \Leftrightarrow (a-2)^2+(5-b)^2=1$ (2)

Thế (1) vào (2), ta có: $(a-2)^2+(5-3a)^2=1 \Leftrightarrow 10a^2-34a+28=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \Rightarrow b=6 \\ a=\dfrac{7}{5}\ \text{(loại)} \end{array}\right.$.

Vậy $a+b=2+6=8$.

Câu 31: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+(2-i)\overline{z}=13+2i$. Tính mô đun của số phức $w=z-2i$.

A. $\sqrt{13}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$.

Ta có $(1+i)z+(2-i)\overline{z}=13+2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi)+(2-i)(a-bi)=13+2i$

$\Leftrightarrow (a-b)+(a+b)i+(2a-b)-(2b+a)i=13+2i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-2b=13 \\ -b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases} \Rightarrow z=3-2i$.

$\Rightarrow w=3-4i \Rightarrow |w|=5.$

Câu 32: Cho hai số phức $z_1 = 2-2i,\ z_2 = -3+3i.$ Khi đó, số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5+5i.$ **B.** $-5i.$ **C.** $5-5i.$ **D.** $-1+i.$

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1 - z_2 = (2-2i)-(-3+3i) = 5-5i$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{u} = (4;2;1)$ và $\vec{v} = (2;0;5).$ Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-2;-2;4).$ **B.** $(6;2;6).$ **C.** $(3;1;3).$ **D.** $(2;2;-2).$

Lời giải

Chọn B

Tọa độ vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là $(6;2;6).$

Câu 34: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz,$ cho điểm $A(3;-2;5).$ Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) là

A. $M(3;0;5).$ **B.** $M(3;-2;0).$ **C.** $M(0;-2;5).$ **D.** $M(0;2;5).$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và $B.$ Ba đỉnh $A(1;2;1),$ $B(2;0;-1),$ $C(6;0;1)$ và hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}.$ Giả sử đỉnh $D(a;b;c),$ tìm mệnh đề đúng.

A. $a+b+c=5.$ **B.** $a+b+c=6.$ **C.** $a+b+c=7.$ **D.** $a+b+c=8.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;-2;-2) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right| = 3$; $\overrightarrow{BC} = (4;1;1) \Rightarrow \left|\overrightarrow{BC}\right| = 3\sqrt{2}$.

Theo giả thiết, $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có diện tích bằng $6\sqrt{2}$ nên ta có

$\frac{1}{2}AB(AD+BC) = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}.3.(AD+3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} \Rightarrow AD = \sqrt{2} \Rightarrow AD = \frac{1}{3}BC.$

Do $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

Giả sử $D(a;\ b;\ c)$. Khi đó, ta có $\begin{cases} a-1 = \frac{4}{3} \\ b-2 = \frac{1}{3} \\ c-1 = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{3} \\ b = \frac{7}{3} \\ c = \frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow a+b+c = 6.$

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): 3x-3y+2z-15=0$ và ba điểm $A(1;2;0),$ $B(1;-1;3),$ $C(1;-1;-1).$ Điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = 2x_0 + 3y_0 + z_0.$

A. $T=11.$ **B.** $T=5.$ **C.** $T=15.$ **D.** $T=10.$

Lời giải

Chọn B

Xét điểm I thỏa $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}.$ Suy ra $I(1;2;-2).$

Ta có $2MA^2 - MB^2 + MC^2 = 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 = 2MI^2 + 2IA^2 - IB^2 + IC^2.$

Khi đó $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MI ngắn nhất hay M là hình chiếu của I lên (P).

Lúc đó, đường thẳng MI có phương trình $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-3t \\ z = -2+2t \end{cases}$. Suy ra $\begin{cases} x_0 = 1+3t \\ y_0 = 2-3t \\ z_0 = -2+2t \end{cases}$.

Mà $3x_0 - 3y_0 + 2z_0 - 15 = 0 \Leftrightarrow 3(1+3t) - 3(2-3t) + 2(-2+2t) - 15 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

$2x_0 + 3y_0 + z_0 = 2(1+3t) + 3(2-3t) + (-2+2t) = 6 - t = 5$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, mặt cầu có tâm $A(2;1;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $2x - y + 2z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 16$. **B.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$.

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ nên bán kính mặt cầu (S) là

$R = d(A,(P)) = 2 \Rightarrow (S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;-2;3)$; $R = 2$. **B.** $I(1;2;-3)$; $R = 2$. **C.** $I(1;2;-3)$; $R = 4$. **D.** $I(-1;-2;3)$; $R = 4$.

Câu 39: Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho điểm $A(-2;-4;5)$. Viết phương trình mặt cầu tâm *A* và cắt trục *Oz* tại hai điểm *B*, *C* sao cho tam giác *ABC* vuông.

A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 58$. **B.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 82$.

C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = 90$. **D.** $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$.

Lời giải

Tam giác *ABC* cân tại *A* và vuông nên nó vuông cân tại *A*.

Gọi *H* là trung điểm *BC*, suy ra *H* là hình chiếu vuông góc của điểm *A* trên trục *Oz*.

Do $A(-2;-4;5)$ nên $H(0;0;5) \Rightarrow AH = 2\sqrt{5} \Rightarrow R = OA = \sqrt{2}AH = 2\sqrt{10}$.

Vậy, mặt cầu có phương trình là $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z-5)^2 = 40$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $-2x + z + 3 = 0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{u} = (1;0;-2)$. **B.** $\vec{v} = (-2;1;3)$. **C.** $\vec{n} = (2;0;-1)$. **D.** $\vec{w} = (-2;1;0)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$ và vuông góc với trục Oz có phương trình là

A. $z + 3 = 0$. **B.** $z - 3 = 0$. **C.** $x + y - 3 = 0$. **D.** $x + y + z = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Trục Oz có vecto chỉ phương $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;-3)$, có VTPT $\overrightarrow{n_{(P)}} = \vec{k} = (0;0;1)$ có phương trình: $z + 3 = 0$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P)?

A. $M(3;-2;-5)$. **B.** $N(0;0;-5)$. **C.** $P(3;-2;1)$. **D.** $Q(1;1;4)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB, với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. (α): $x-3y-z-4=0$. **B.** (α): $x-3y+z=0$.

C. (α): $x-3y+z-4=0$. **D.** (α): $x-3y-z=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M(1;1;-2)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng $AB: \begin{cases} \text{đi qua } M \\ vtpt\ \overrightarrow{AB}=(2;-6;-2) \end{cases}$

Phương trình $(\alpha): 2(x-1)-6(y-1)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-6y-2z=0 \Leftrightarrow x-3y-z=0$.

Câu 44: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;4)$, $B(2;7;9)$, $C(0;9;13)$. Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $2x+y+z+1=0$. **B.** $x-y+z-4=0$. **C.** $7x-2y+z-9=0$. **D.** $2x+y-z-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;6;5)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;8;9)$,

Mp(ABC) đi qua $A(1;1;4)$ có vtpt $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(14;-14;14)=14(1;-1;1)$ có phương trình

$x-y+z-4=0$.

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4)$, $B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-1)^2+z^2=4$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz+3=0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=\frac{27}{4}$. **B.** $T=\frac{33}{5}$. **C.** $T=-\frac{3}{4}$. **D.** $T=\frac{31}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;0)$ và bán kính $R=2$.

Đường thẳng AB đi qua điểm B, có một VTCP là $\overrightarrow{BA}=(1;2;3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=1+3t \end{cases} \quad (t\in\mathbb{R})$

$\overrightarrow{IB}=(1;-1;1) \Rightarrow IB=\sqrt{3}<R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C).

(C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P))$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB, ta có:

$d(I,(P))=IH\le IK$.

Do đó $d(I,(P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK.

Tìm $K: K\in AB \Rightarrow K(t;2t;1+3t) \Rightarrow \overrightarrow{IK}=(t+1;2t-1;3t+1)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{IK}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{7} \Rightarrow \overrightarrow{IK}=\left(\frac{6}{7};-\frac{9}{7};\frac{4}{7}\right)=\frac{1}{7}(6;-9;4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0;0;1)$, có một VTPT là $\vec{n}=(6;-9;4)$

$\Rightarrow (P): 6x-9y+4z-4=0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x+\frac{27}{4}y-3z+3=0$. Vậy $T=-\frac{3}{4}$.

Câu 46: Đường thẳng $(\Delta): \frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{-1}$ **không** đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;-2;0)$. **B.** $N(-1;-3;1)$. **C.** $P(3;-1;-1)$. **D.** $Q(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\frac{-1-1}{2} \neq \frac{2+2}{1} \neq \frac{0}{-1}$ nên điểm $(-1;2;0)$ không thuộc đường thẳng (Δ).

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2+t \\ y=1+2t \\ z=5-3t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{a}=(-1;-2;3)$. **B.** $\vec{a}=(2;4;6)$. **C.** $\vec{a}=(1;2;3)$. **D.** $\vec{a}=(-2;1;5)$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $N(a;b;c)$ là điểm đối xứng với $M(2;0;1)$ qua đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 7. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua $M(2;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ.

Ta có phương trình mp (P): $x+2y+z-3=0$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đường thẳng Δ thì H là giao điểm của (P) và Δ.

Ta có $\begin{cases} H \in \Delta \\ H \in (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H(t+1;2t;t+2) \\ t+1+2.2t+t+2-3=0 \end{cases} \Rightarrow t=0 \Rightarrow H(1;0;2)$.

Khi đó, điểm N đối xứng với M qua đường thẳng Δ thì H là trung điểm của đoạn thẳng MN. Do đó, ta có $N(0;0;3)$. Suy ra $a+b+c=3$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{-1}$. Phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm M, cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{-2}$. **B.** $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{2}$.

C. $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z}{2}$. **D.** $\frac{x-2}{-3}=\frac{-y+1}{-4}=\frac{z}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

d có VTCP $\vec{u}=(2;1;-1)$.

Gọi $A=\Delta\cap d$. Suy ra $A(1+2a;-1+a;-a)$ và $\overrightarrow{MA}=(2a-1;a-2;-a)$.

Ta có $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{MA}\perp\vec{u}\Leftrightarrow\overrightarrow{MA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2(2a-1)+a-2+a=0\Leftrightarrow a=\frac{2}{3}$.

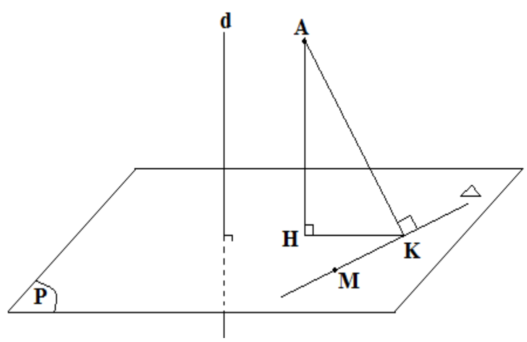
Do đó, Δ qua $M(2;1;0)$ có VTCP $\overrightarrow{MA}=\left(\frac{1}{3};-\frac{4}{3};-\frac{2}{3}\right)$, chọn $\vec{u'}=(1;-4;-2)$ là VTCP của Δ nên phương trình của đường thẳng Δ là: $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-4}=\frac{z}{-2}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $M(-2;-2;1)$, $A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{-1}$. Tìm một vectơ chỉ phương $\vec{u}$ của đường thẳng Δ đi qua *M*, vuông góc với đường thẳng *d*, đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất.

A. $\vec{u}=(2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;7;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;2)$. **D.** $\vec{u}=(3;4;-4)$.

Lời giải

Chọn C



Gọi (P) là mp đi qua M và vuông góc với d, khi đó (P) chứa Δ.

Mp (P) qua $M(-2;-2;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$ nên có phương trình là $(P):\ 2x+2y-z+9=0.$

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên (P) và Δ.

Khi đó: $AK\geq AH=const$ nên $AK_{\min}$ khi $K\equiv H$.

Đường thẳng AH đi qua $A(1,2,-3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(2;2;-1)$ nên

AH có phương trình tham số: $\begin{cases}x=1+2t\\ y=2+2t\\ z=-3-t\end{cases}$.

$H\in AH\Rightarrow H(1+2t;2+2t;-3-t)$.

$H\in(P)\Rightarrow 2(1+2t)+2(2+2t)-(-3-t)+9=0\Rightarrow t=-2\Rightarrow H(-3;-2;-1)$.

Vậy $\vec{u}=\overrightarrow{HM}=(1;0;2)$.