

אלגוריתמי החלפה

אראל סגל-הלוי

חלק מהשקפים של:
Wayne Racey

החלפה

דוגמאות:

- א. החלפת תורניות בין עובדים;
- ב. החלפת חפצים משומשים בקהילה;
- ג. החלפת חדרים בין סטודנטים במעונות.

למה לא להשתמש בדיקטורה סדרתית?

- כי סטודנטים עלולים להפסיד ויעדיפו לא להשתתף.

תכונה ג: השתתפות מרצון

הגדרה: מנגנון מקיים השתתפות מרצון (voluntary participation), מילה נרדפת: individual rationality) אם מצבו של כל משתתף לאחר המנגנון טוב לפחות כמו לפניו.

מנגנון דיקטטורה סדרתית הוא **אמיתי ויעיל פארטו**, אבל **לא מקיים השתתפות מרצון**.

האם קיים מנגנון המקיים את כל שלוש התכונות?

אלגוריתם מעגלי המסחר

Top Trading Cycles

Gale, Shapley, Scarf

0. מאתחלים גרף מכוון שבו:

הצמתים הם האנשים והבתים;

יש קשת מכל אדם לבית שהוא הכי רוצה,

ומכל בית לאדם שגר בו עכשיו.

א. מוצאים מעגל מכוון בגרף.

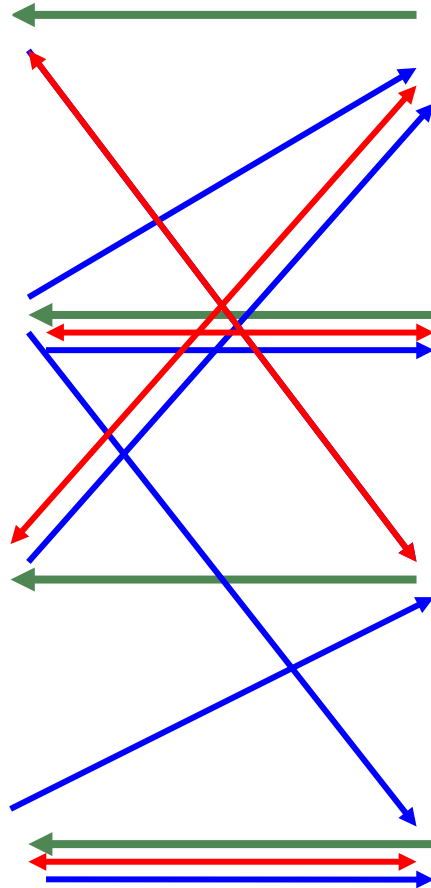
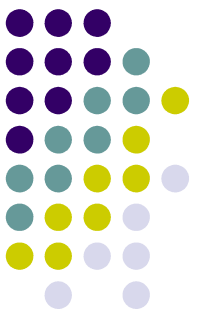
ב. מבצעים את ההחלפה במעגל.

ג. מוחקים מהגרף את הצמתים שהשתפו בהחלפה.

ד. מעדכנים את הקשתות של האנשים שנשארו.

ה. חוזרים על שלבים א-ד עד שהגרף ריק.

אלגוריתם מעגלי המסחר בתמונות



אלגוריתם מעגלי המסחר

משפט: אלגוריתם מעגלי המסחר מסתיים.

הוכחה: כל עוד הגרף לא ריק, קיים לפחות מעגל מכוון אחד. לכן בכל שלב הגרף $\neq \emptyset$ עד שמתרוקן.

משפט: אלגוריתם מעגלי המסחר מקיים השתתפות מרצון.

הוכחה: כל משתתף מקבל בית שהצביע עליו. כל משתתף יכול להצביע על הבית שלו או על בית טוב יותר.

אלגוריתם מעגלי המסחר

משפט: אם כל יחסי ההעדפה הם **חזקים** (אין אדישות), אז אלגוריתם מעגלי המסחר יעיל פארטו.

הוכחה: בהינתן קלט מסויים, נגדיר:

שיבוץ א – של המנגנון. שיבוץ ב – אחר כלשהו.

נניח בשלילה ש-ב הוא שיפור פארטו של א.

יהי k הקטן ביותר כך שאדם ממעגל k נהנה.

בשיבוץ א, הוא מקבל את הבית הטוב ביותר מהבתים שלא נלקחו ע"י מעגלים $k > j$.

בשיבוץ ב מצבו טוב יותר, כלומר הוא מקבל חדר שבשיבוץ א ניתן לאדם ממעגל $k > j$.

בשיבוץ ב, אדם j מקבל בית אחר **גרוע יותר** או **טוב יותר**. אם הוא **גרוע יותר** - זה לא שיפור פארטו. אם הוא **טוב יותר** – k לא הראשון.

אלגוריתם מעגלי המסחר

משפט: אלגוריתם מעגלי המסחר הוא אמיתי.

הוכחה: נניח שיוסי סוחר במעגל k כשהוא תמים ובמעגל j כשהוא ערמומי. נשווה בין מצבים אלו בשני מקרים.

• $j \geq k$ המסחר עד מעגל $k-1$ זהה בשני המצבים. לכן קבוצת הבתים שנשארו זמינים אחרי מעגל $k-1$ זהה בשני המצבים. וכשיוסי תמים הוא מקבל את הבית הכי טוב בקבוצה זו.

• $j < k$. המסחר עד מעגל $j-1$ זהה בשני המצבים. בסיבוב הבא כל הקשתות זהות בשני המצבים, פרט לקשת היוצאת מיוסי.

כשיוסי ערמומי, הקשת היוצאת ממנו סוגרת מעגל עם בית

כלשהו x . כשיוסי תמים, הוא נמצא בסופה של שרשרת

המתחילה בבית x . כל עוד לא נסגר מעגל, כל השרשרת הזאת

נשארת בגרף. בפרט, בית x עדיין נמצא בגרף כאשר מעגל k

נסגר. לכן הבית שמקבל יוסי כשהוא תמים טוב לפחות כמו x .

החלפת כליות

Kindey Exchange

אראל סגל-הלוי

חלק מהשקפים של:

Wayne Racey

החלפת כליות

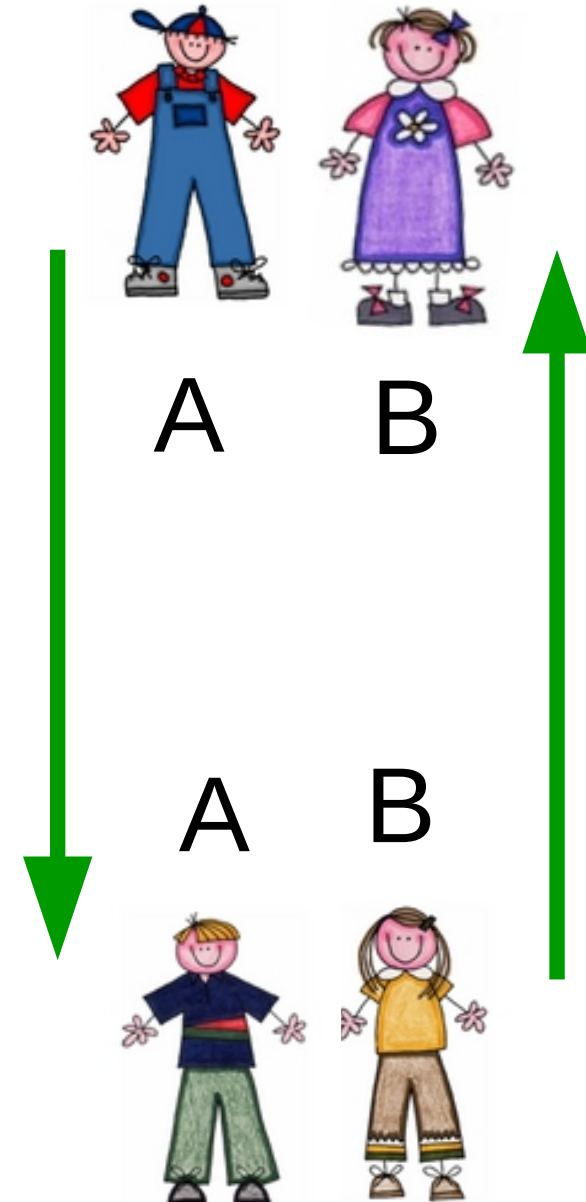
כמעט בכל המדינות:

- יש מחסור בכליות להשתלה.
- אסור לסחור בכליות להשתלה.
- מותר לתרום כליות.
- מותר להחליף כליות.

למה להחליף כליות?

תורם **מוכן** לתרום לחולה
אבל **לא מתאים**, בגלל סוג
הדם או סיבות נוספות:

> נתרם תורם V	O	A	B	AB
O	כן	כן	כן	כן
A	לא	כן	לא	כן
B	לא	לא	כן	כן
AB	לא	לא	לא	כן



החלפת כליות 2004 - מעגלי מסחר

Kidney Swapping | Newsweek Health | Newsweek.com - Mozilla Firefox

File Edit View History Bookmarks Tools Help

http://www.newsweek.com/id/49389?tid=relatedcl



xchange

Coursework 5 : W09-ECON-285-01 : M...

Unraveling.pdf (application/pdf Object)

Kidney Swapping | Newsweek He...

ADVERTISEMENT

University of Phoenix

I Am A PHOENIX CLASS OF 2008

LEARN MORE ABOUT BECOMING A PHOENIX

CLICK HERE

HOME

THE MAGAZINE

INTERNATIONAL EDITION

msnbc

LOGIN / REGISTER

SUBSCRIBE TO NEWSWEEK
Only \$40 a year

Newsweek

SEARCH SITE

WEB

NEWS

POLITICS

TECH / BUSINESS

CULTURE / IDEAS

HEALTH

VOICES

SITE GUIDE

SUBSCRIBE NOW

Health for Life

By The Numbers

Key Healthcare Issues



VIDEO SATIRE

'The District'

Episode 8: OMG! Everyone's PO'd at AIG



CULTURE

- The Reluctant Rock Star
- Meeting Your Teen Idols
- Photos: Grunge Gone By



OIL SLATE.COM

- The Locavore's Dilemma
- My Own Private B.O.
- Worst. Tournament. Ever.

Kidney Swapping

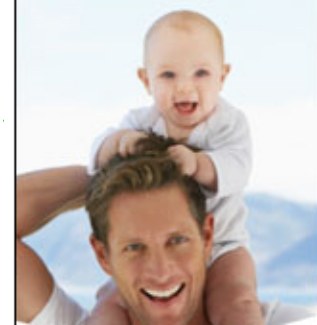
CREATING A NATIONAL EXCHANGE PROGRAM TO CONNECT PAIRS OF DONORS/RECIPIENTS COULD HELP THOSE MOST IN NEED.

By Vanessa Juarez | Newsweek Web Exclusive

Apr 26, 2005

ADVERTISEMENT

Pay Less for
Term Life Insurance



Recommended (6)

- [Organ Trafficking Is No Myth](#)
- [Jerry Adler: Are Kidneys a Commodity?](#)

▼ See All

Topics (2)

- [Kendall Wyman](#)
- [Robert Montgomery](#)

▼ See All

החלפת כליות 2005 - שידוכי מסחר

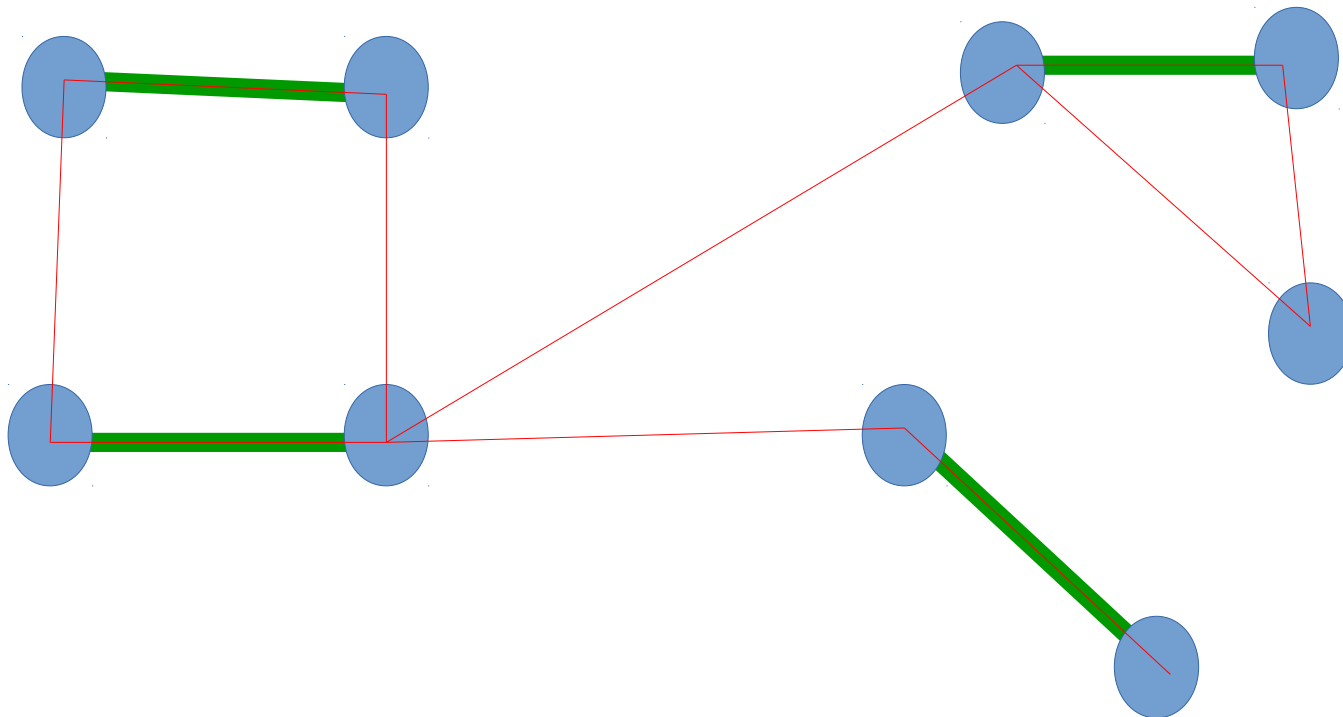
הבדלים בין החלפת בתים להחלפת כליות:

- בהחלפת כליות ההעדפות בינאריות – כל חולה מוכן לקבל כליה מכל תורם מתאים.
- בהחלפת כליות מעדיפים מעגלים קצרים – באורך 2 – כי כל ההשתלות במעגל חייבות להתבצע במקביל.

הפתרון: במקום לחפש מעגלים,
נחפש שידוכים.

מציאת שידוך גדול ביותר

שידוך בגרף כללי = אוסף של זוגות-צמתים זרים.
כל צומת מייצג זוג; כל קשת מייצגת התאמה הדדית.

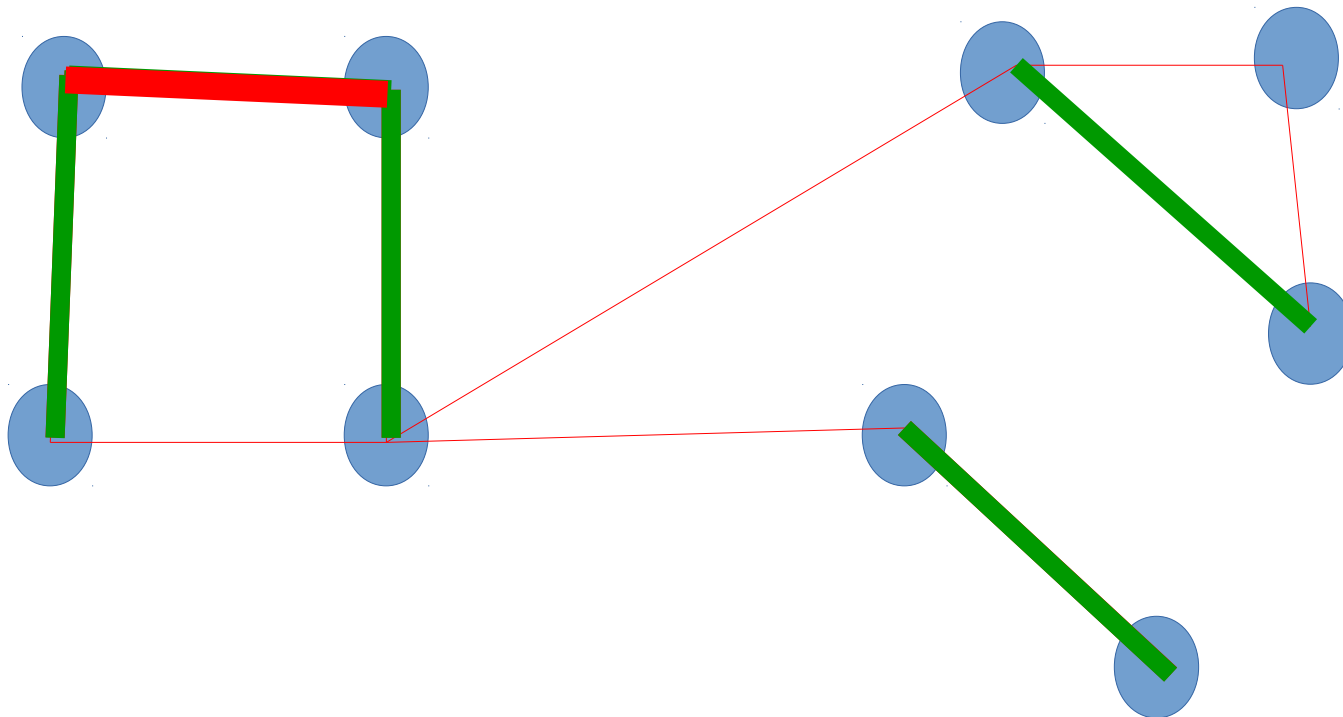


אלגוריתם הפרחים

(Blossom Algorithm, Edmonds Algorithm)

מסלול שיפור = מתחיל ומסתיים בצמתים לא משודכים,
ומתחלף אדום-ירוק-אדום....-ירוק-אדום.

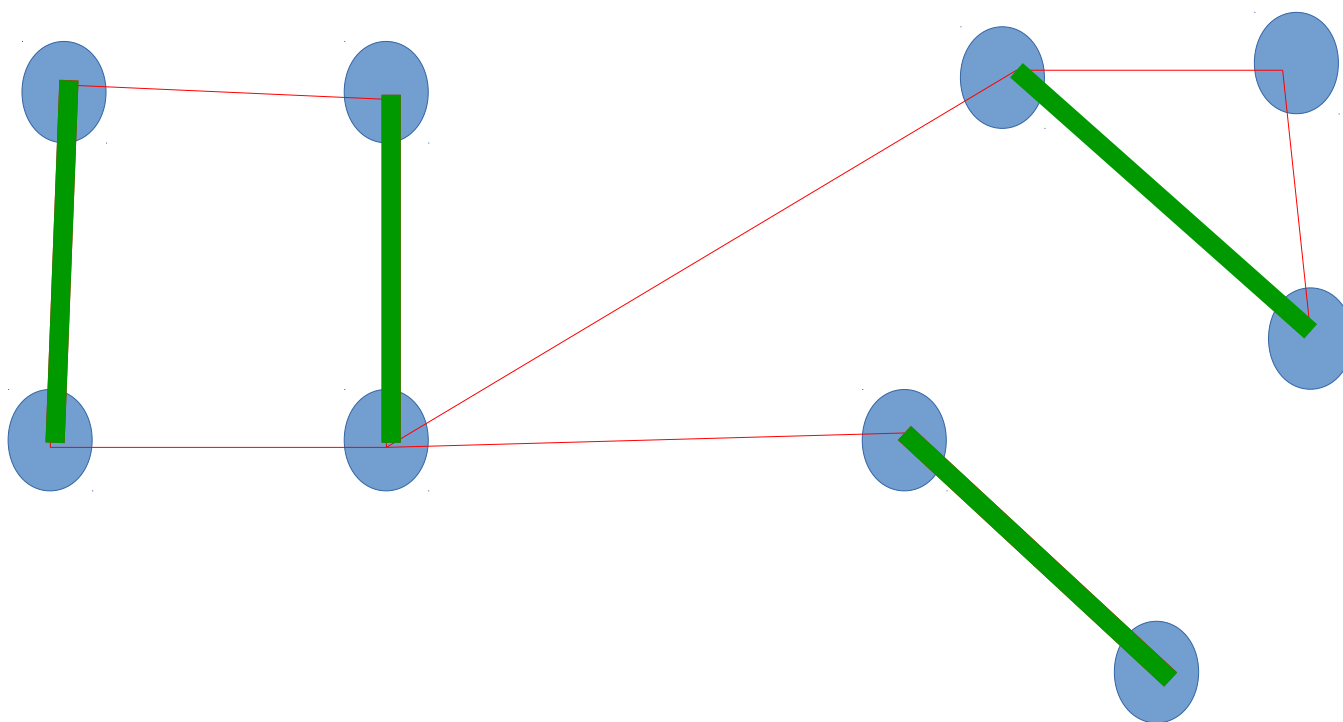
כל עוד יש מסלול-שיפור:
הפוך אותו (ירוק לאדום ואדום לירוק).



אלגוריתם הפרחים

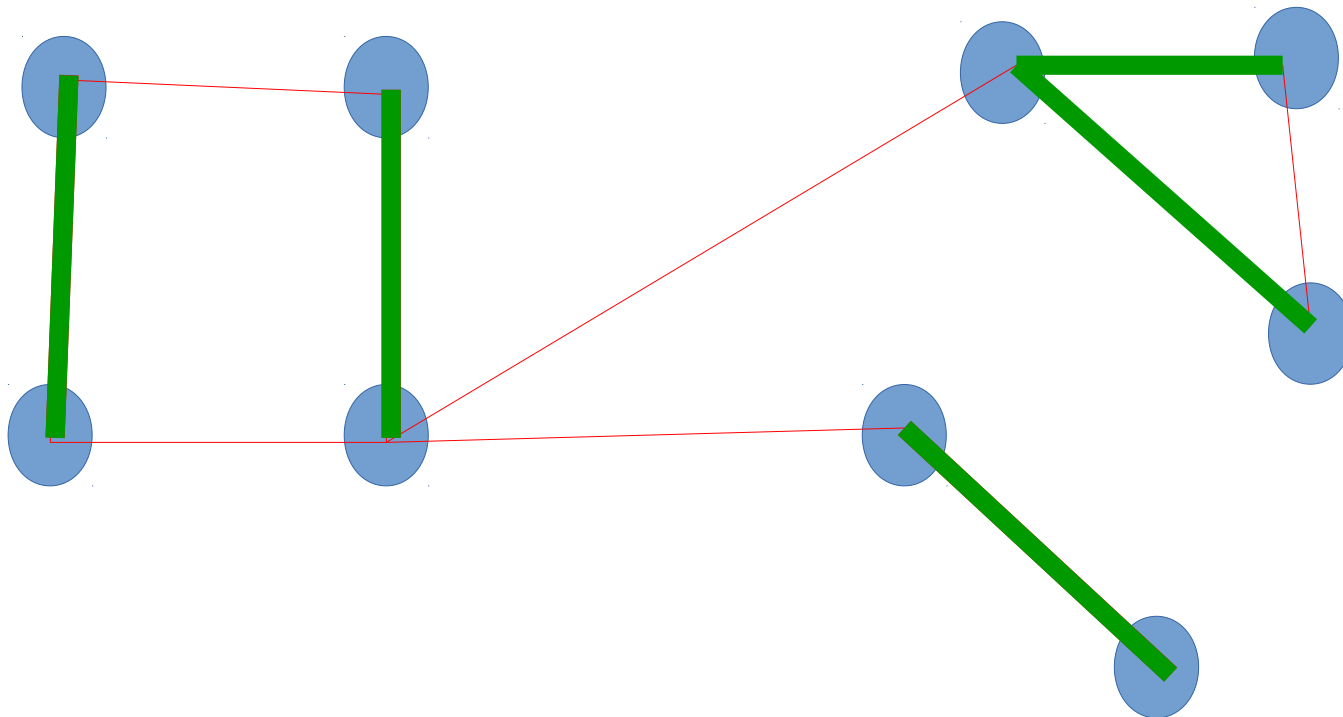
(Blossom Algorithm, Edmonds Algorithm)

- למה האלגוריתם עובד? כי לפי הלמה של Berge:
בכל שידוך לא-גדול-ביותר קיים מסלול שיפור.
- איך מוצאים מסלול שיפור? עם פרחים (מסובך).



מציאת שידוך גדול ביותר - תמריצים

- ייתכנו כמה שידוכים גדולים ביותר.
- צמתים יכולים לנסות להשפיע על השידוך שייבחר ע"י הסתרת קשתות.
- איך להפוך את האלגוריתם לאמיתי?



מציאת שידוך גדול ביותר – שבירת שוויון

מנגנון שידוך-גדול-ביותר-עם-עדיפויות:

- קבע סדר-עדיפות כלשהו על הצמתים (למשל לפי זמן המתנה בתור להשתלה, דחיפות רפואית, גיל, וכד').
- מצא את כל השידוכים הגדולים ביותר בגרף.
- בחר את השידוך עם וקטור-העדיפויות הגדול ביותר בסדר מילוני.

משפט: המנגנון שידוך-גדול-ביותר-עם-עדיפויות אמיתי.

הוכחה: נניח בשלילה שצומת צ מסתיר קשת ומרויח:

- בלי הסתרה (מצב א) – נבחר שידוך א בלי צ.
 - עם הסתרה (מצב ב) – נבחר שידוך ב עם צ.
- אבל שידוך א זמין במצב ב, ושידוך ב זמין במצב א.
לכן בשני המצבים ייבחר אותו שידוך – סתירה.

תמריצים של מרכזים רפואיים

מי הם השחקנים בבעיית שידוך הכליות?

- הזוגות – יכולים להסתיר קשתות.

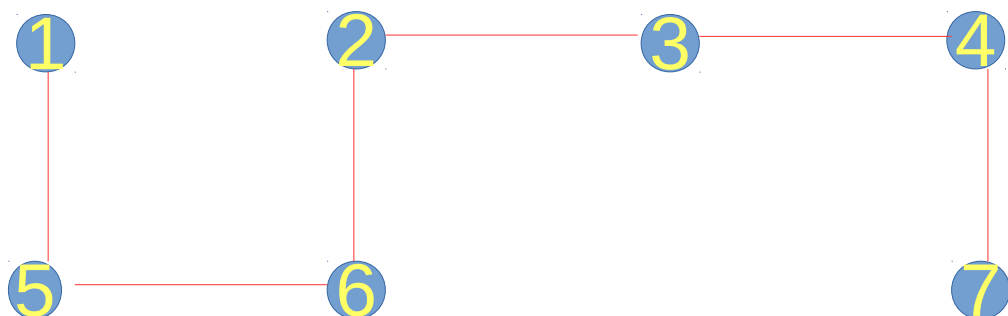
- המרכזים – יכולים להסתיר זוגות ולשדך אותם באופן פנימי.

משפט (ראינו קודם): קיים מנגנון יעיל פארטו שהוא אמיתי עבור הזוגות.

משפט (נראה עכשיו): לא קיים מנגנון יעיל פארטו שהוא אמיתי עבור המרכזים הרפואיים!

הוכחה: נניח בשלילה שקיים מנגנון כזה. נראה מצב שבו, לכל שידוך שהמנגנון בוחר, קיים מרכז שיכול להסתיר זוגות ולהרויח.

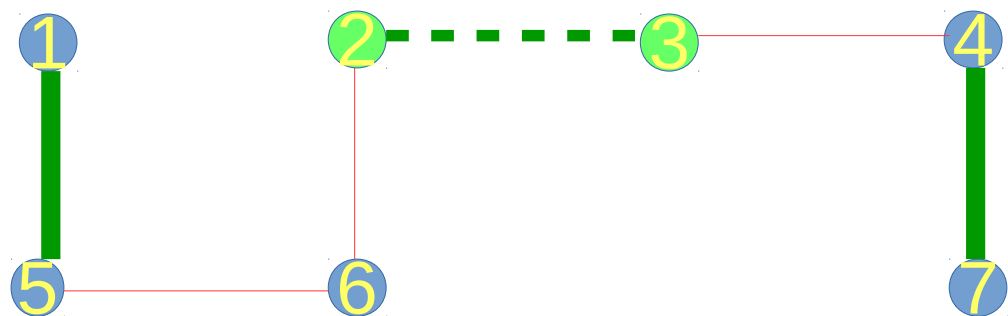
תמריצים של מרכזים רפואיים – אי-אפשרות



בית חולים א

מצב אמיתי:

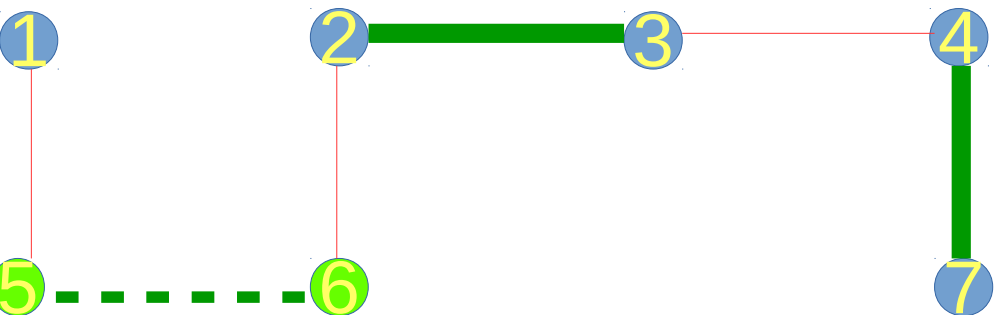
בית חולים ב



בית חולים א

א מסתיר:

בית חולים ב



בית חולים א

ב מסתיר:

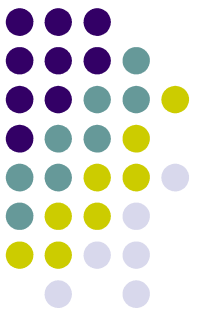
בית חולים ב

תמריצים של מרכזים רפואיים – קירוב 1/2

משפט: עבור שני מרכזים רפואיים, קיים מנגנון שהוא אמיתי עבור המרכזים, ומחזיר שידוך בגודל לפחות 1/2 מהגדול ביותר.

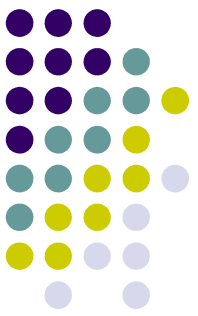
רעיון ההוכחה:

- מחשבים, עבור כל מרכז רפואי, את השידוך הגדול ביותר שהוא יכול להשיג לבד.
- מחשבים את השידוך הגדול ביותר מבין כל השידוכים המבטיחים לכל מרכז רפואי לפחות אותו מספר של זוגות משודכים.



תורם חסיד - "שלי שלך ושלך שלך" (אלטרואיסט) – ממעגלים לשרשראות

- In July 2007, Alliance for paired donations started an "Altruistic Donor Chain"
- Altruistic donor in Michigan donated kidney to woman in Phoenix.
- Husband of Phoenix woman gave kidney to woman in Toledo.
- Her mom gave kidney to patient A in Columbus, whose daughter simultaneously gave kidney to patient B in columbus.
- And so on....



שרשרת באורך 60

