

שיעורי בית

1. כזכור, **מנגנון** הוא אלגוריתם שהקלט שלו הוא ההעדפות של בני-אדם. תנו שלוש דוגמאות מהחיים למנגנונים. לגבי כל אחד מהם, ציינו אם הוא אמיתי ואם הוא יעיל פארטו.

2. קבוצת חברים רוצה ללכת יחד למסעדה והם מתלבטים בין כמה אפשרויות. ירמיהו¹ מציע לבחור בין האפשרויות בעזרת המנגנון הבא.

א. **הקלט**: כל משתתף מציין, לגבי כל מסעדה, מספר בין 1 (מאד לא רוצה) ל-10 (מאד רוצה), למשל:

משתתפים V	מסעדות <--	א	ב	ג
א		8	4	3
ב		5	8	1
ג		3	6	9
ד		4	5	2
ה		3	4	3

ב. **האלגוריתם**: עבור כל מסעדה, מחשבים את **סכום** כל המספרים שסימנו המשתתפים (הסכום בכל עמודה). בוחרים את המסעדה שהסכום בעמודה שלה הוא הגבוה ביותר.

האם המנגנון של ירמיהו הוא אמיתי? האם הוא יעיל פארטו? הוכיחו כל אחת מהתשובות.

3. יוחנן² מציע לבחור בין האפשרויות בעזרת המנגנון הבא: הקלט - כמו קודם. האלגוריתם - עבור כל מסעדה מחשבים את המינימום בין כל המספרים שסימנו המשתתפים (המינימום בכל עמודה). בוחרים את המסעדה שהמינימום בעמודה שלה הוא הגבוה ביותר.

האם המנגנון של יוחנן הוא אמיתי? האם הוא יעיל פארטו? אם לא, איך אפשר לתקנו כך שיהיה יעיל פארטו?

4. בניתוח אלגוריתם הדיקטטורה הסדרתית, הנחנו שאף משתתף לא אדיש - כל סטודנט יכול לדרג כל שני חדרים במעונות ולהגיד איזה מהם טוב יותר. נניח עכשיו שיש סטודנטים אדישים. האם המנגנון עדיין יעיל פארטו? האם המנגנון עדיין אמיתי?

5. לאחר שהסטודנטים קיבלו מעונות, אגודת הסטודנטים מחלקת להם מתנות. יש n סטודנטים ו- $2n$ מתנות וכל סטודנט צריך לקבל 2 מתנות. נשיא האגודה הציע את האלגוריתם הבא: מסדרים את הסטודנטים לפי סדר העדיפות שלהם (אותו סדר-עדיפות כמו בחלוקת המעונות), וכל אחד מהם בוחר חפץ. לאחר מכן עושים עוד סיבוב בסדר הפוך, וכל אחד בוחר חפץ נוסף.

א. הוכיחו שהאלגוריתם אינו אמיתי.

ב. הציעו תיקון קטן באלגוריתם שיהפוך אותו לאמיתי.

1 ירמיהו בנתהאם (Jeremy Bentham), פילוסוף אנגלי שחי לפני כ-200 שנה. פיתח את הפילוסופיה **האוטיליטרית** שמשפט המפתח שלה הוא: "it is the greatest happiness of the greatest number that is the measure of right and wrong". מקובל לפרש שהכוונה למיקסום הסכום של רמות האושר.

2 יוחנן רולס (John Rawls), פילוסוף אמריקאי שנפטר לפני כ-20 שנה. פיתח את העיקרון: "promoting the interests of the least advantaged members of society". מקובל לפרש שהכוונה למיקסום רמת האושר הנמוכה ביותר.