

אולימפיאדת מדעי המחשב תשע"ג – שלב א'

בשאלון הבא חמש שאלות. ניתן להגיע לציון כולל של 125 נקודות.

בכל אחת מן השאלות עליך לחשב ולענות מספר בודד או כמה מספרים. חישוב המספרים דורש הבחנות מתאימות והפעלת רעיונות אלגוריתמיים. אין צורך בהסבר תשובתך, אך חשוב מאד לבדוק שהחישוב שביצעת הינו נכון. כדי להקל עליך בוידוא התשובות, נתונים בשאלות רמזים. אנו מציעים לך לא להתעכב יותר על המידה בשאלות בהן הינך מתקשה.

שאלה 1 (15 נק') – סכום הפרשים בכל התת-סדרות

נתונה הסדרה הבאה, ובה 12 מספרים:

2 10 5 10 11 22 50 7 3 1 4 5

מהו הסכום הכולל, של הפרשים בין זוגות מספרים סמוכים בכל התת-סדרות של מספרים רצופים בסדרה הנתונה.

למשל, עבור סדרת המספרים 4 3 5 2 תהיה התשובה: 4.

מספר זה מתקבל מסכומי הפרשים בתת-סדרות הבאות:

5 2 (בתת-סדרה זו הפרש אחד שערך: $5-2=3$)

3 5 2 (בתת-סדרה זו יש שני הפרשים: $5-2=3$ ו- $3-2=1$)

4 3 5 2 (בתת-סדרה זו יש שלושה הפרשים: $5-2=3$, $3-2=1$ ו- $4-3=1$)

3 5 (הפרש אחד שערך: 2)

4 3 5 (שני הפרשים: $3-2=1$ ו- $4-3=1$)

4 3 (הפרש אחד שערך: 1)

הסכום הכולל של הפרשים בששת התת-סדרות לעיל הוא 4.

(שימו לב: הפרש תורם מספר פעמים לסכום הכולל – כמספר התת-סדרות בהן הוא מופיע. למשל, הפרש 5-2 תרם בדוגמה לעיל שלוש פעמים, כיון שהוא הופיע בשלוש תת-סדרות.)

תשובה: _____

רמז: הספרות של מספר התשובה הן זוגיות ושונות זו מזו.

שאלה 2 (25 נק') – סידור מספרים

נתונה סדרת המספרים הבאה, אשר בה מופיע כל אחד מן המספרים 1, 2, ו-3 שבע פעמים.

2 1 2 3 1 2 3 1 1 3 2 3 2 1 2 3

מהו מספר החלפות המינימלי בין מקומות של זוגות מספרים בסדרה, אשר יובילו לסדרה:

3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3

למשל, עבור סדרת המספרים 3 1 2 1 2 3 ניתן להשיג את המטרה ב-2 החלפות (ה-3 השמאלי עם ה-1 השמאלי, וה-2 הימני עם ה-1 הימני). גם עבור סידור סדרת המספרים 3 1 2 נחוצות שתי החלפות.

תשובה: _____

רמז: התשובה כוללת לפחות ספרה אחת מן הספרות 1, 2 או 3.

שאלה 3 (30 נק') – ריקוד זוגות

20 זוגות מגיעים למסיבת ריקודים: בן-1 ובת-1, בן-2 ובת-2, בן-3 ובת-3, ... בן-20 ובת-20. כל אחד מ-20 הבנים מציין בת אחת עמה הוא רוצה לרקוד את הריקוד הבא. הוא יכול לציין את הבת עמה הוא הגיע למסיבה, או בת אחרת כלשהיא. ייתכן שמספר בנים יציינו את אותה הבת. במידה ומספר בנים מציינים בת מסוימת, רק אחד מבין הבנים יזכה לרקוד איתה. להלן פירוט הבחירות של הבנים (בכל זוג מספרים, המספר הראשון מציין את הבן הבוחר והמספר השני – את הבת שהוא בוחר):

בן-1:בת-3, בן-2:בת-5, בן-3:בת-2, בן-4:בת-13, בן-5:בת-6, בן-6:בת-10, בן-7:בת-7, בן-8:בת-9, בן-9:בת-4, בן-10:בת-18, בן-11:בת-11, בן-12:בת-11, בן-13:בת-9, בן-14:בת-7, בן-15:בת-4, בן-16:בת-4, בן-17:בת-9, בן-18:בת-1, בן-19:בת-8, בן-20:בת-8.

א. כל זוג בן- i ובת- i יעלה לבמה לרקוד רק אם עבור כל אחד משני בני הזוג ישנו שידוך שגם נמצא על הבמה. כלומר – עבור הבן- i ישנה הבת שאותה בחר, ועבור הבת- i ישנו בן שבחר בה. נזכיר שוב, שכל בת יכולה לרקוד רק עם בן אחד. מהו המספר המירבי של זוגות שיוכלו לעלות לרקוד?
(למשל: אם היו 4 זוגות, ובחירות הבנים היו: בן-1:בת-2, בן-2:בת-3, בן-3:בת-2, בן-4:בת-1, אזי התשובה תהיה 2, כיון שיוכלו לעלות שני הזוגות 2 ו-3, אשר עבורם לכל אחד מבני הזוג ישנו שידוך.)

תשובה: _____

ב. בן- i יעלה לבמה לרקוד, עם הבת שבחר, רק אם הבת- i לא תהיה על הבמה (ולא תרקוד). מהו המספר המירבי של בנים שיוכלו לעלות לרקוד?
(למשל: עבור דוגמת 4 הזוגות של סעיף א' תהיה התשובה 2. יוכלו לעלות למשל הבנים 3 ו-4 עם הבנות שבחרו.)

תשובה: _____

ג. מהו מספר האפשרויות השונות לבחירת מספר הבנים המירבי בתשובה לסעיף ב?
(למשל, עבור דוגמת 4 הזוגות של סעיפים א' ו-ב' תהיה התשובה 2. אפשרות אחת היא הבנים 3 ו-4, ואפשרות נוספת היא הבנים 2 ו-4.)

תשובה: _____

רמז: כל התשובות הן כפולה של מספר גדול מ-1, וספרותיהן שונות.

שאלה 4 (25 נק') – תוצאת כדורסל

מהו מספר הדרכים השונות להגיע לתוצאה 3:3 במשחק כדורסל, אשר מתחיל ב-0:0, וקבוצה יכולה לקלוע בקליעה בודדת (סל בודד) 1, 2, או 3 נקודות?

(למשל, ישנן 4 דרכים שונות להגיע לתוצאה 3:0 – לקלוע סל 3 (של 3 נקודות); או לקלוע תחילה סל 2, ואז סל 1; או לקלוע סל 1 ואז סל 2; או לקלוע סל 1, ואז עוד סל 1 ואז עוד סל 1. ישנן 5 דרכים שונות להגיע לתוצאה 2:1 – מ-0:0 דרך 0:1 ו-0:2 ל-1:1; או מ-0:0 דרך 0:2 ל-1:1; או מ-0:0 דרך 0:1 ל-1:1; או מ-0:0 דרך 0:1 ל-1:1; או מ-0:0 דרך 0:1 ל-1:1. ישנן יותר מ-10 דרכים שונות להגיע לתוצאה 3:1.)

תשובה: _____

רמז: התשובה גדולה מ-100.

שאלה 5 (30 נק') – שאלת אתגר, בדרגת קושי גבוהה יותר

נתונה סדרת מספרים אשר מתחילה במספרים: $0, 1, 3, \dots$ וכל מספר נוסף בה הוא הקטן ביותר שאפשר להוסיף כך שאף מספר בסדרה לא יהיה ממוצע של שנים אחרים בסדרה? למשל, המספר הרביעי בסדרה יהיה 4, אבל החמישי איננו יכול להיות 5, כיון שאז 3, שכבר בסדרה, יהיה הממוצע של 5 ו-1. מסיבה דומה גם 6 איננו בסדרה (כיון שאז 3 יהיה ממוצע של 6 ו-0). גם 7 ו-8 אינם בסדרה.

מהו המספר ה-50 בסדרה? תשובה: _____

מהו המספר ה-100 בסדרה? תשובה: _____

בהצלחה!!!