



Markovian Property of Exponential Distribution

PDF of Exponential Distribution

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-(\lambda x)} & x \geq 0, \\ 0 & , x < 0. \end{cases}$$

馬可夫特性指的就是指數函數的無記憶性。直白地說，前面發生過什麼，與後面將要發生的無關。例如一個使用者的通話時間遵循指數分佈，這個使用者剩餘的通話時間與它先前已經經歷的通話時間無關。用數學來表示就是如下數學描述，

$$\Pr\{x > T + t \mid x > t\}$$

Proof

$$\begin{aligned} \Pr\{x > T + t \mid x > t\} &= \frac{\Pr\{(x > T + t) \text{ and } \Pr\{(x > t)\}}{\Pr\{x > t\}} \\ &= \frac{\Pr\{x > T + t\}}{\Pr\{x > t\}} \end{aligned}$$

這一步畫個圖就清楚了

$$\begin{aligned} &= \frac{\int_{t+T}^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx}{\int_t^{\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx} \\ &= e^{-\lambda T} \\ &= \Pr\{x > T\} \end{aligned}$$

Q.E.D