

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-Механический институт
«Высшая школа прикладной математики»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

по дисциплине «Математическая статистика»

Выполнил студент:
Ярмак Дмитрий Юрьевич
группа: 3630102/90101

Проверил:

к.ф.-м.н., доцент
Баженов Александр Николаевич

Санкт-Петербург 2022 г.

Содержание

1	Постановка задачи	4
2	Теория	5
2.1	Рассматриваемые распределения	5
2.2	Гистограмма	5
3	Реализация	7
4	Результаты	8
4.1	Гистограмма и график плотности распределения	8
5	Обсуждение	10
6	Ссылки	11

Список иллюстраций

1	Нормальное распределение	8
2	Равномерное распределение	8
3	Распределение Коши	8
4	Распределение Пуассона	9

1 Постановка задачи

Для четырех распределений:

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10)$$

Сгенерировать выборки по 10, 50, 1000 элементов. Построить на одном рисунке гистограмму и график плотности распределения.

2 Теория

2.1 Рассматриваемые распределения

Плотности:

- Нормальное распределение

$$N(x, 0, 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad (1)$$

- Равномерное распределение

$$U(x, -\sqrt{3}, \sqrt{3}) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{3}} & , |x| \leq \sqrt{3} \\ 0 & , |x| > \sqrt{3} \end{cases} \quad (2)$$

- Распределение Коши

$$C(x, 0, 1) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{x^2 + 1} \quad (3)$$

- Распределение Пуассона

$$P(k, 10) = \frac{10^k}{k!} e^{-10} \quad (4)$$

2.2 Гистограмма

Гистограмма в математической статистике - это функция, приближающая плотность вероятности некоторого распределения, построенная на основе выборки из нее.

Графически гистограммы строятся следующим образом. Сначала множество значений, которые может принимать элемент выборки, разбивается на несколько интервалов. Чаще всего эти интервалы берут одинаковыми, но это не является строгим требованием. Эти интервалы откладываются на горизонтальной оси, затем над каждым рисуется прямоугольник. Если все интервалы были одинаковыми, то высота каждого прямоугольника пропорциональна числу элементов выборки, попадающих в соответствующий интервал. Если интервалы разные, то высота прямоугольника выбирается таким образом, чтобы его площадь была пропорциональна числу элементов выборки, которые попали в этот интервал.

Гистограммы применяются в основном для визуализации данных на начальном этапе статистической обработки. Построение гистограмм используется для получения эмпирической оценки плотности распределения случайной величины. Для построения гистограммы наблюдаемый диапазон изменения случайной величины разбивается на несколько интервалов и подсчитывается доля от всех

измерений, попавшая в каждый из интервалов. Величина каждой доли, отнесенная к величине интервала, принимается в качестве оценки значения плотности распределения на соответствующем интервале.

3 Реализация

Лабораторная работа выполнена при помощи языка программирования Python и библиотек numpy, matplotlib, scipy в среде программирования PyCharm.

4 Результаты

4.1 Гистограмма и график плотности распределения

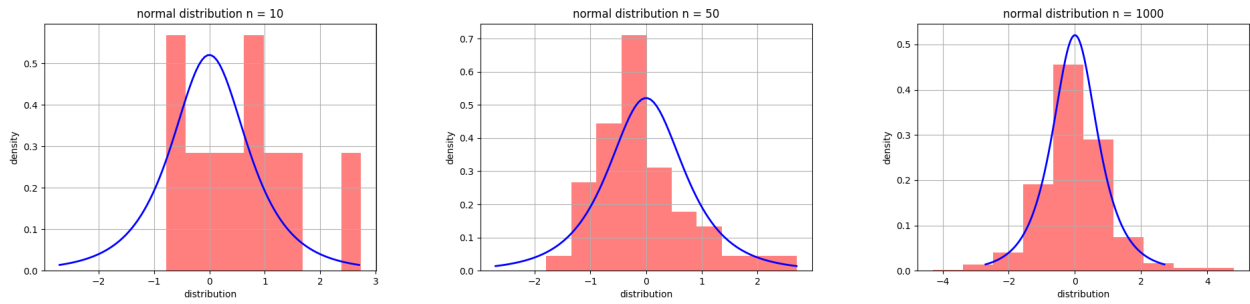


Рис. 1: Нормальное распределение

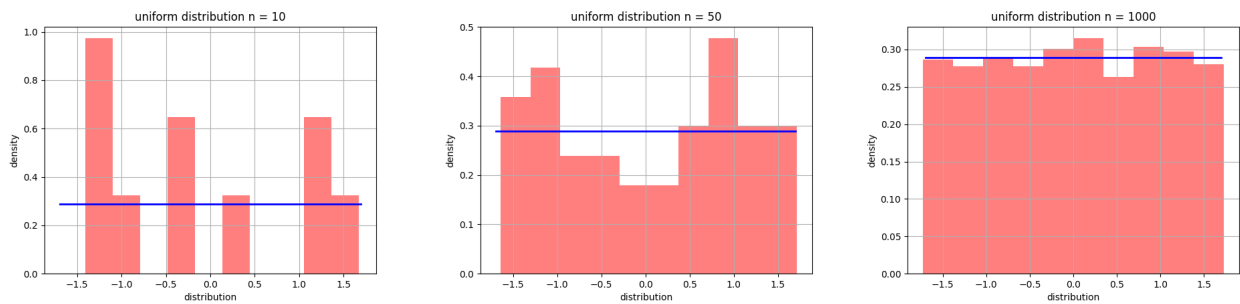


Рис. 2: Равномерное распределение

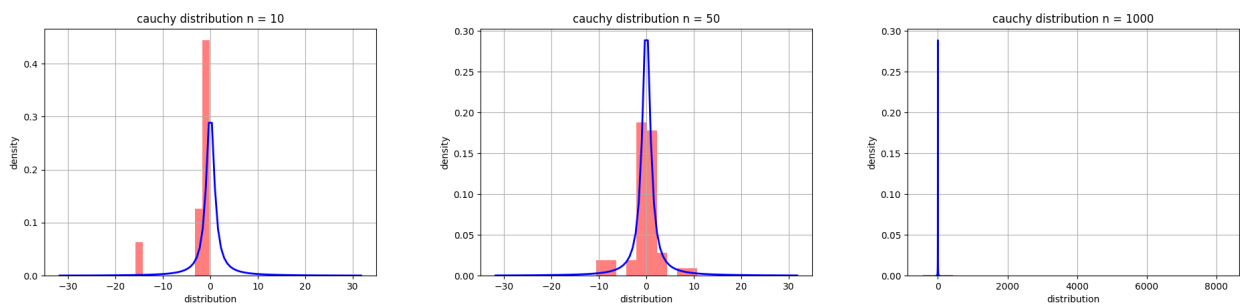


Рис. 3: Распределение Коши

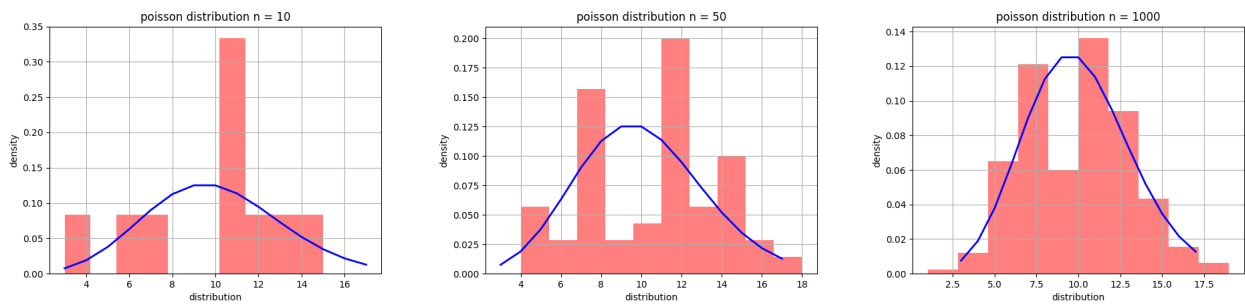


Рис. 4: Распределение Пуассона

5 Обсуждение

По результатам проделанной работы можем сделать вывод о том, что чем больше выборка для каждого из распределений, тем ближе ее гистограмма к графику плотности вероятности того закона, по которому распределены величины сгенерированной выборки. Чем меньше выборка, тем менее она показательна - тем хуже по ней определяется характер распределения величины. Также можно заметить, что максимумы гистограмм и плотностей распределения почти нигде не совпали. Также наблюдаются всплески гистограмм, что наиболее хорошо прослеживается на распределении Коши.

6 Ссылки

<https://github.com/AvitusCode/AvitusStatistics/Lab1>