

Домашнее задание 2

Авласов Владислав

Задание 2

Задача 2

Ф.потери: $\ell(h, (x, y)) = |h(x) - y|$

Задача: $\min_w \sum_{i=1}^m |\langle w, x_i \rangle - y_i|$

Решение (оно не законченное, но хотелось бы узнать, правильно ли моя идея)

Попробуем интерпретировать подсказку так:
мы будем искать не w , а некоторый (w, v) ,
где v — тот же вектор, и для $\forall v_i \geq 0$
вып. условие: $|\langle w_i, x \rangle - y_i| \leq v_i$.

Можно переписать задачу:
$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^m v_i \\ |\langle w, x_i \rangle - y_i| \leq v_i \end{cases}$$

Мы можем зафиксировать w и решить эту задачу относительно v . Тогда наша целевая ф-ция не зависит от w , и достигает \min в $|\langle w, x_i \rangle - y_i| = v_i$. А это эквивал. нашей задаче.
Теперь надо показать, что это задача мин. программирования, но я не понимаю, как. Укажите

Задание 3

Задача 3

Персептрон, правило: $w^{(t+1)} = w^{(t)} + \eta y_i x_i$

Решение

Если $w^{(0)} = 0$, то на каждой след. итерации будем добавлять к нему некие правки в виде $\eta y_k x_k$. Т.е. $w^{(1)} = \eta y_1 x_1$,
 $w^{(2)} = \eta (y_1 x_1 + y_2 x_2)$ и т.д.
(при индексации сразу знаем лишь то, ~~то~~ на какой итерации мы исправим некую i -ю компоненту)

Т.е. на k -ой итерации наш вектор будет выглядеть так $w = \eta (y_{k1} x_{k1} + y_{k2} x_{k2} + \dots + y_{kk} x_{kk})$

Очевидно, что этот вектор отличается от вектора оригинального алгоритма только скаляр η , поэтому эти вектора будут сонаправлены.

Осталось показать, что кол-во шагов в алгоритмах одинаково.

Возьмём любой пример, на котором не выполняется условие в оригинал. алг-м.

Например, на итерации t :

$$y_{it} \langle w^{(t)}, x_{it} \rangle \leq 0.$$

В новом алгоритме имеем:

$$y_{it} \langle \eta w^{(t)}, x_{it} \rangle \leq 0 \Rightarrow \eta y_{it} \langle w^{(t)}, x_{it} \rangle \leq 0,$$

т.к. η полож. скаляр, который не влияет на знак \Rightarrow все ~~классифицируемые~~ классифицируемые точки в обоих алгоритмах объективно совпадают.

Т.е. мн-во правильно и неправильно классиф. точек совпадают на каждой итерации наших алг-мов. \Rightarrow Кол-во шагов (итераций)

у алг-мов совпадает. ЧТ.П.