6. Recurrent Neural Networks

היתרון של שכבות קונבולוציה על פני FC הוא ניצול הקשר המרחבי שיש בין איברים שונים בדאטה, כמו למשל פיקסלים בתמונה. יש סוגי דאטה בהם האיברים השונים יוצרים סדרה שיש לסדר האיברים חשיבות, כמו למשל טקסט, גלי קול, רצף DNA ועוד. כמובן שדאטה מהסוג הזה דורש מודל הנותן חשיבות לסדר של האיברים, מה שלא קיים ברשתות קונבולוציה. בנוסף, הרבה פעמים הממד של הקלט לא ידוע או משתנה, כמו למשל מספר המילים במשפט, וגם לכך יש לתת את הדעת. כדי להתמודד עם אתגרים אלו יש לבנות ארכיטקטורה שמקבלת סדרה של וקטורים ומוציאה וקטור יחיד, כאשר הווקטור היחיד מקודד קשרים על הדאטה המקורי שנכנס אליו. את וקטור המוצא ניתן להעביר בשכבת FC או בכל מסווג אחר, תלוי באופי המשימה.

6.1 Sequence Models

6.1.1 Vanilla Recurrent Neural Networks

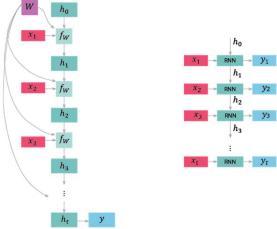
רשתות רקורסיביות הן הכללה של רשתות נוירונים עמוקות, כאשר הן מכילות משקולות המאפשרות להן לתת משמעות לסדר של איברי הכניסה. ניתן להסתכל על משקולות אלה כרכיב זיכרון פנימי, כאשר כל איבר שנכנס משמעות לסדר של איברי הכניסה. ניתן להסתכל על משקולות אלה כרכיב זיכרון פנימי, x, הוא מוכפל במשקל משוקלל ביחס לפונקציה קבועה בתוספת רכיב משתנה שתלוי בערכי העבר. כאשר נכנס וקטור x, הוא מוכפל במשקל וכנס לרכיב זיכרון x, כאשר x הוא פונקציה של x, ונכנס לרכיב זיכרון

$$h_t = f(h_{t-1}, x_t)$$

- מלבד המשקלים הפועלים על וקטור הכניסה, יש גם משקלים שפועלים על המשקולות הפנימיות (רכיב הזיכרון) מלבד המשקלים הפועלים על וקטור הכניסה, יש גם משקלים המשקלים על המוצא של רכיב w_{hx} , איש המשקלים הפועלים על המוצא של רכיב w_{hy} היא קבועה לכל האיברים, למשל sigmoid ,tanh או ReLU באופן פורמלי התהליך נראה כך:

$$h_t = f_W(w_{hh}h_{t-1} + w_{xh}x_t)$$
 , $f_W = tanh/ReLU/sigmoid$
$$y_t = w_{hy}h_t$$

באופן סכמתי התהליך נראה כך:

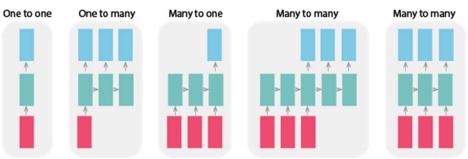


איור 6.1 (משמאל). על כל חץ יש משקל מתאים עליו מתבצעת Many to One (מימין) ו-Many to Many בסיסיות: RNN בסיסיות: הלמידה

כמובן שניתן גם לשרשר שכבות חבויות ולקבל רשת עמוקה, כאשר פלט של שכבה מסוימת הופך להיות הקלט של השכבה הבאה. ישנם מודלים שונים של RNN, המתאימים לבעיות שונות:

One to many – יש קלט יחיד ורוצים להוציא סדרת פלטים, למשל מכניסים תמונה לרשת ורוצים משפט שיתאר אותה (Image captioning).

Many to one – רוצים לקבוע משהו יחיד עבור קלט סדרתי, למשל מקבלים משפט ורוצים לסווג את הסנטימנט שלו – האם הוא חיובי או שלילי. Many to many – עבור כל סדרת קלט יש סדרת פלט, למשל תרגום משפה אחת לשפה אחרת – מקבלים משפט ומוציאים משפט.



איור 6.2 מודלים שונים של RNN.

6.1.2 Learning Parameters

 $x = (x_1, ..., x_n), (y_1, ..., y_n)$ הלמידה של הרשת שבפרקים הקודמים. עבור דאטה בצורה דומה לרשתות שבפרקים הקודמים. עבור דאטה נגדיר את פונקציית המחיר:

$$L(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{i} L(\hat{y}_i, y_i, \theta)$$

כאשר הפונקציה (\hat{y}_i, y_i, θ) תותאם למשימה – עבור משימות סיווג נשתמש ב-cross entropy ועבור בעיות רגרסיה נשתמש ב-MSE הרגיל כיוון שכל השתמש ב-MSE הרגיל כיוון שכל האימון יתבצע בעזרת השל לל לא ניתן להשתמש ב-MSE האימון יתבצע בעזרת שועל על כל הכניסות ו- w_{hh} פועל על כל הכניסות ו- w_{hh} פועל על כל הכניסות ב-backpropagation through time (BPTT) המשקלים משתמשים ב-backpropagation through time (BPTT) המשקלים את הגרדיאנטים. אם הדאטה בכניסה גדולה, מחשבים את הגרדיאנט עבור כל משקל, ואז סוכמים או ממצעים את כל הגרדיאנטים. אם הדאטה בכניסה הוא בגודל w_{hh} לכן הגרדיאנט המשוקלל יהיה: v_h משקלים v_h בגימות בזמן, אז יש v_h רכיבי זיכרון, ו- v_h

$$\frac{\partial L}{\partial w_{hh}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial L}{\partial w_{hh}(t)} \quad or \quad \frac{\partial L}{\partial w_{hh}} = \frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial L}{\partial w_{hh}(t)}$$

יהיה רלוונטי BPTT- כיוון שהמשקלים זהים לאורך כל הרשת, $w_{hh}(t)=w_{hh}$ והשינוי בזמן יהיה רק לאחר ביצוע ה-Tרדר כל הרשת, רק לוקטור הבא.

הצורה הפשוטה של ה-BPTT יוצרת בעיה עם הגרדיאנט. נניח שרכיב הזיכרון מיוצג בעזרת הפונקציה הבאה:

$$h_t = f(z_t) = f(w_{hh}h_{t-1} + w_{hx}x_t + b_h)$$

לפי כלל השרשרת:

$$\frac{\partial h_n}{\partial x_1} = \frac{\partial h_n}{\partial h_{n-1}} \times \frac{\partial h_{n-1}}{\partial h_{n-2}} \times \dots \times \frac{\partial h_2}{\partial h_1} \times \frac{\partial h_1}{\partial x_1}$$

כיוון ש- w_{hh} קבוע ביחס לזמן עבור וקטור כניסה יחיד, מתקבל:

$$\frac{\partial h_t}{\partial h_{t-1}} = f'(z_t) \cdot w_{hh}$$

אם נציב זאת בכלל השרשרת, נקבל שעבור חישוב הנגזרת $\frac{\partial h_n}{\partial x_1}$ מכפילים n-1 פעמים ב- w_{hh} . לכן אם מתקיים אם נציב זאת בכלל השרשרת, נקבל שעבור חישוב הנגזרת $|w_{hh}|| < 1$ הגרדיאנט יתאפס. בעיה זו, של התבדרות או התאפסות $|w_{hh}|| > 1$ הגרדיאנט, יכולה להופיע גם ברשתות אחרות, אבל בגלל המבנה של RNN והלינאריות של ה-BPTT ברשתות רקורסיביות זה קורה כמעט תמיד.

עבור הבעיה של התבדרות הגרדיאנט ניתן לבצע clipping אם הגרדיאנט גדול מקבוע מסוים, מנרמלים אותו:

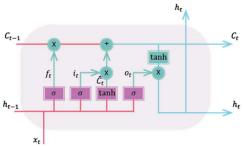
$$if \|g\| > c$$
, then $g = \frac{cg}{\|g\|}$

הבעיה של התאפסות הגרדיאנט אמנם לא גורמת לחישובים של מספרים עצומים, אך היא בעצם מבטלת את ההשפעה של איברים שנמצאים רחוק אחד מהשני. אם למשל יש משפט ארוך, אז במקרה בו הגרדיאנט דועך במהלך ה-האפעה של המילה הראשונה על המילה האחרונה. במילים אחרות – התאפסות הגרדיאנט BPTT-גוררת בעיה של Long-term, כלומר קשה ללמוד דאטה בעל תלות בטווח ארוך, כמו משפט ארוך או תופעות שמשתנות לאט. בגלל הבעיה הזו לא משתמשים ב-RNN הקלאסי (שנקרא גם Vanilla RNN), אלא מבצעים עליו שיפורים, כפי שיוסבר בפרק הבא.

6.2 RNN Architectures

6.2.1 Long Short-Term Memory (LSTM)

כדי להתגבר על בעיית דעיכת הגרדיאנט המונעת מהרשת להשתמש בזיכרון ארוך טווח, ניתן להוסיף אלמנטים כדי להתגבר על בעיית דעיכת הגרדיאנט המונעת מהרשת להשתמש בזיכרון כך שהוא לא יכיל רק מידע על העבר, אלא יהיה גם בעל שליטה על איך וכמה להשתמש במידע. ב-RNN הפשוט לרכיב הזיכרון יש שתי כניסות – h_{t-1}, x_t , ובעזרתן מחשבים את המוצא על ידי שימוש בפונקציה עיקריים עיקריים $f_w(h_{t-1}, x_t)$. למעשה רכיב הזיכרון הוא קבוע והלמידה מתבצעת רק במשקלים. ב-ESTM יש שני שינויים עיקריים – מלבד הכניסות הרגילות יש עוד כניסה הנקראת memory cell state ומסומנת ב- c_{t-1} , ובנוסף לכך h_t מחושב בצורה מורכבת יותר. באופן הזה האלמנט c_t דואג לזיכרון ארוך טווח של דברים, ו- h_t אחראי על הזיכרון של הטווח הקצר. נתבונן בארכיטקטורה של תא הזיכרון:



.LSTM איור 6.3 תא זיכרון בארכיטקטורת

הצמד $[x_t,h_{t-1}]$ נכנס לתא ומוכפל במשקל w, ולאחר מכן עובר בנפרד דרך ארבעה שערים (יש לשים לב שלא הבצעים פעולה בין x_t ל x_t ל x_t לא הם נשארים בנפרד ואת כל הפעולות עושים על כל איבר בנפרד). **השער הראשון** מבצעים פעולה בין t_t הוא שער שכחה והוא אחראי על מחיקת חלק מהזיכרון. אם למשל יש משפט ומופיע בו $f_t = [\sigma(x_t), \sigma(h_{t-1})]$ הוא שער זיכרון והוא אחראי נושא חדש, אז שער זה אמור למחוק את הנושא שהיה שמור בזיכרון. **השער השני** t_t הוא שער זיכרון והוא אחראי על כמה יש לזכור את המידע החדש לטווח ארוך. אם לדוגמא אכן יש במשפט מסוים נושא חדש, אז השער יחליט שיש לזכור את המידע הזה. אם לעומת זאת המידע החדש הוא תיאור שלא רלוונטי להמשך אז אין טעם לזכור אותו. שער מוצא והוא אחראי על כמה מהמידע רלוונטי לדאטה הנוכחי t_t , כלומר מה יהיה הפלט של התא בהינתן מידע העבר. שלושת השערים האלו נקראים מסכות (Masks), והם מקבלים ערכים בין t_t לפעמים מסומן באות t_t שאחראי על המשך את המידע החדש. שהם עוברים דרך סיגמואיד. יש **שער נוסף** t_t (לפעמים מסומן באות t_t) שאחראי על המשך את המידע החדש. לתא הבא. שער זה משקלל את המידע המתקבל יחד עם t_t

באופן הזה מקבלים הן את c_t שאחראי על הזיכרון לטווח הקצר כמו ב-Vanilla RNN, והן את אחראי על זיכרון שאחראי על זיכרון אר פיתן לאלמנטים ווספים הקשורים לזיכרון ביתן לשכוח חלקים לא של כל העבר. ארכיטקטורת הרכיב מאפשרת להתייחס לאלמנטים נוספים הקשורים לזיכרון ביתן לשכוח חלקים לא רלוונטיים של התא הקודם (f_t) , להתייחס באופן סלקטיבי לכניסה (i_t) ולהוציא רק חלק מהמידע המשוקלל הקיים (o_t) . באופן פורמלי ניתן לנסח את פעולת התא כך:

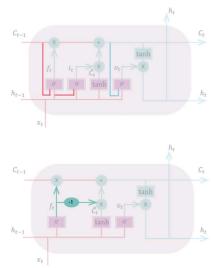
$$\begin{pmatrix} i \\ f \\ o \\ \tilde{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma \\ \sigma \\ \sigma \\ tanh \end{pmatrix} W \begin{pmatrix} h_{t-1} \\ x_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma(w_i \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_i) \\ \sigma(w_f \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_f) \\ \sigma(w_o \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_o) \\ tanh(w_{\tilde{c}} \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_{\tilde{c}}) \end{pmatrix}$$

$$c_t = f_t \odot c_{t-1} + i_t \odot \tilde{c}_t, h_t = o_t \odot \tanh(c_t)$$

כאשר האופרטור \odot מסמל כפל איבר איבר (כיוון שלשערים נכנס הזוג $[x_t,h_{t-1}]$, אם במוצא מבצעים מכפלה מסוימת, יש לבצע אותה על כל אחד מהאיברים).

יש וריאציות שונות של רכיבי LSTM ניתן למשל לחבר את ב c_{t-1} לא רק למוצא h_t אלא גם לשאר השערים. חיבור ביתן וריאציות שונות של רכיבי ביתן למשל לחבר שמחברות את באופן ישיר. יש ארכיטקטורות שמחברות את נקרא peepholes, כיוון שהוא מאפשר לשערים להתבונן ב- c_{t-1} באופן ישיר. יש ארכיטקטורות שמחברות אותו רק לחלק מהשערים. חיבור כל השערים ל c_{t-1} משנה כמובן $\sigma(w\cdot[c_{t-1},x_t,h_{t-1}]+b)$ את משוואות השערים. במקום $\sigma(w\cdot[x_t,h_{t-1}]+b)$, המשוואה החדשה תהיה

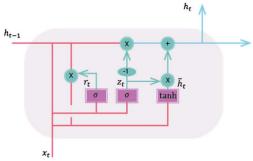
וריאציה אחרת של LSTM מאחדת בין שער השכחה f_t לבין שער הזיכרון וההחלטה עד כמה יש למחוק מידע מהזיכרון מתקבלת יחד עם ההחלטה כמה מידע חדש יש לכתוב. שינוי זה ישפיע על ה-memory cell, כאשר במקום מהזיכרון מתקבלת יחד עם ההחלטה כמה מידע חדש יש לכתוב. שינוי זה ישפיע על ה- $c_t = f_t \odot c_{t-1} + (\mathbf{1} - \mathbf{f}_t) \odot \tilde{c}_t$ משוואת העדכון תהיה: $c_t = f_t \odot c_{t-1} + \mathbf{i}_t \odot \tilde{c}_t$



(שמאל). coupled forget and input gates-ו (ימין) peephole connections – LSTM איור 6.4 וריאציות של

6.2.2 Gated Recurrent Units (GRU)

ישנה ארכיטקטורה נוספת של תא זיכרון הנקראת (Gated Recurrent Units (GRU), והיא כוללת מספר שינויים ביחס ל-LSTM:



.GRU איור 6.5 תא זיכרון בארכיטקטורת

השינוי המשמעותי מ-LSTM הוא העובדה שאין memory cell state, וכל השערים מתבססים רק על הקלט והמוצא ,Update gate – של התא הקודם. כדי לאפשר זיכרון הן לטווח ארוך והן לטווח קצר, יש שני שערים Reset gate – של התא הקודם. כדי לאפשר זיכרון הן לטווח ארוך והן לטווח הוך והם מחושבים על פי הנוסחאות הבאות:

Update:
$$z_t = \sigma(w_z \cdot [x_t, h_{t-1}])$$

Reset:
$$r_t = \sigma(w_r \cdot [x_t, h_{t-1}])$$

בעזרת שער ה-reset מחשבים candidate hidden state

$$\tilde{h}_t = \tanh(w \cdot [x_t, r_t \odot h_{t-1}]$$

ראשית יש לשים לב כי $r_t \in [0,1]$ כיוון שהוא תוצאה של סיגמואיד. כעת נתבונן על $ilde{h}_t$ ביחס לרכיב זיכרון פשוט של $r_t \in [0,1]$ כאשר r_t קרוב ל-1 מתקבל הביטוי: $h_t = f_W(w_{hh}h_{t-1} + w_{xh}x_t)$:Vanilla RNN

$$\tilde{h}_t = \tanh(w \cdot [x_t, r_t \odot h_{t-1}] \approx \tanh(w[x_t, h_{t-1}]) = \tanh(w_{hx}x_t + w_{hh}h_{t-1}]$$

 $r_t o 0$ מתקבל רכיב הזיכרון הקלאסי, השומר על זיכרון לטווח קצר. אם לעומת זאת $r_t o 1$ מתקבל רכיב הזיכרון הקלאסי, ולמעשה $\tilde{h}_t pprox anh(w \cdot [x_t, 0 \odot h_{t-1}] = anh(w_{xh} x_t)$ אז מתקבל

לאחר החישוב של $ilde{h}_t$ מחשבים את המוצא של המצב החבוי בעזרת z_t , שגם הוא מקבל ערכים בין 0 ל-1:

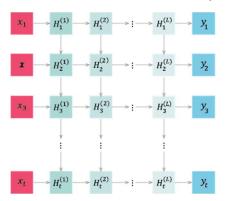
$$h_t = (1 - z_t) \odot h_{t-1} + z_t \odot \tilde{h}_t$$

אם לעומת, אם המצב הקודם כמו שהוא. אם לעומת לא מתחשבים ב- \tilde{h}_t , ולמעשה מעבירים את המצב הקודם כמו שהוא. אם לעומת ,Candidate hidden state-זאת $z_t o 1$ אז אל בתעלמים מהמצב הקודם כמו שהוא ולוקחים את המצב הקודם עם איבר הקלט הנוכחי. עבור כל ערך אחר של z_t , מקבלים שקלול של המצב החבוי הקודם וה-Candidate hidden state.

ארכיטקטורה זו מאפשרת גם לזכור דברים לאורך זמן, וגם מצליחה להתמודד עם בעיית הגרדיאנט. אם שער העדכון קרוב ל-1 כל הזמן, אז בעצם מעבירים את המצב החבוי כמו שהוא, ולמעשה הזיכרון נשמר לאורך זמן. בנוסף, אין בעיה של התבדרות הגרדיאנט, כיוון שאם השינוי בין תא לתא לא גדול, אז הגרדיאנט קרוב ל-1 כל הזמן ולא מתבדר.

6.2.3 Deep RNN

עד כה דובר על רכיבי זיכרון יחידים, שניתן לשרשר אותם יחד ולקבל שכבה שיכולה לנתח. ניתן להרחיב את המודל הפשוט לרשת בעל מספר שכבות עמוקות.



.Deep RNN איור 6.6 ארכיטקטורת

נתאר את הרשת באופן פורמלי. בכל נקודת זמן t יש וקטור כניסה $x_t \in \mathbb{R}^{n imes d}$ (וקטור בעל n איברים, כאשר כל נקודת זמן איבר הוא מממד t). איברי הסדרה נכנסים לרשת בעלת t שכבות ו-t איברים בכניסה, כאשר עבור כל נקודת זמן שכבות (או מצבים חבויים). כל שכבה מכילה t מצבים חבויים, כאשר השכבה ה-t בנקודת זמן יש גם וקטור מוצא באורך t בעזרת t נסמן: t ונניח שבין שכבה t אחת לשנייה משתמשים באקטיבציה לא לינארית t בעזרת סימונים אלה נקבל את הנוסחה הבאה:

$$H_t^{(\ell)} = \phi_{\ell} \left(H_t^{(\ell-1)} w_{xh}^{(\ell)} + H_{t-1}^{(\ell)} w_{hh}^{(\ell)} + b_h^{(\ell)} \right)$$

כאשר o_t כאשר $w_{xh}^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{h imes h}, w_{hh}^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{h imes h}, b_h^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{1 imes h}$ הם הפרמטרים של השכבה החבויה ה $v_{xh}^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{h imes h}, w_{hh}^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{h imes h}$ הפלט $v_{xh}^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{h imes h}$ הפלט ישיר רק בשכבה ה $v_{xh}^{(\ell)}\in\mathbb{R}^{h imes h}$ הוא מחושב על ידי:

$$o_t = H_t^{(L)} w_{hq} + b_q^{(L)}$$

. כאשר שכבת של הפרמטרים הפ $w_{hq}^{(L)} \in \mathbb{R}^{h imes q}$, $b_q^{(L)} \in \mathbb{R}^{1 imes q}$ כאשר

ניתן כמובן להשתמש במצבים החבויים ברכיבי זיכרון GRU או LSTM, וכך לקבל

6.2.4 Bidirectional RNN

כל הרכיבים והרשתות שנידונו עד כה עסקו בסדרות סיבתיות, כלומר, סדרות בהן כל איבר מושפע מקודמיו אך לא מאלו הבאים אחריו. למשל, ערך מניה ביום מסוים קשור לערכה בימים הקודמים, אך הערך שלה ביום המחרת (שכלל עוד לא ידוע) לא משפיע בשום צורה על ערכה ביום הנוכחי. דוגמא נוספת – התפתחות של גל בזמן תלויה בערכי הקודמים של הגל אך אינה מושפעת ממצבי הגל בעתיד. זהו אמנם המצב היותר מצוי, אך ישנם מצבים בהם יש

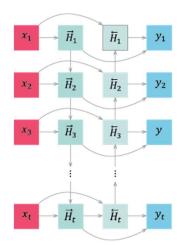
סדרה לאו דווקא סיבתית, כך שניתן לבחון את הקשר בין איבריה משני הכיוונים. ניקח לדוגמא את משימת ההשלמה הבאה:

I am __.

I am _ hungry.

I am _ hungry, and I can eat a big meal.

כעת נניח שבכל אחד מהמשפטים צריך לבחור את אחת מהמילים שבסט {happy, not, very}. כמובן שסוף הביטוי, במקרה וקיים, תורם מידע משמעותי על איזו מילה לבחור. מודל שאינו מסוגל לנצל את המידע לאחר המילה החסרה יכול לפספס מידע חשוב, ולרוב יכול לנחש מילה שאינה מסתדרת עם המשך המשפט הן מבחינה תחבירית והן מבחינת המשמעות. כדי לבנות מודל שמתייחס לכל חלקי המשפט, יש לתכנן ארכיטקטורה שמאפשרת לנתח סדרה משני הכיוונים שלה. ארכיטקטורה כזו נקראת Bidirectional RNN, והיא למעשה מבצעת ניתוח של סדרה משני הכיוונים שלה במקביל. באופן הזה כל מצב חבוי נקבע בו זמנית על ידי הנתונים של שני מצבים חבויים אחרים — זה שלפניו וזה שאחריו.



.Bidirectional RNN איור 6.6 ארכיטקטורת

עבור כל כניסה $\vec{H}_t\in\mathbb{R}^{n imes h}$, נחשב במקביל שני מצבים חבויים חבויים $\vec{H}_t\in\mathbb{R}^{n imes h}$, כאשר $\vec{h}_t\in\mathbb{R}^{n imes h}$, כאשר ליכוים מפר רכיבי \vec{h}_t בור כל מצב חבוי. כל מצב מחושב באופן הבא:

$$\vec{H}_{t} = \phi \left(x_{t} w_{xh}^{(f)} + \vec{H}_{t-1} w_{hh}^{(f)} + b_{h}^{(f)} \right)$$

$$\overleftarrow{H}_t = \phi \left(x_t w_{xh}^{(b)} + \overleftarrow{H}_{t+1} w_{hh}^{(b)} + b_h^{(b)} \right)$$

כאשר $w_{xh}^{(b)} \in \mathbb{R}^{d \times h}, w_{hh}^{(b)} \in \mathbb{R}^{h \times h}, b_h^{(b)} \in \mathbb{R}^{1 \times h}$ ום את $w_{xh}^{(f)} \in \mathbb{R}^{d \times h}, w_{hh}^{(f)} \in \mathbb{R}^{h \times h}, b_h^{(f)} \in \mathbb{R}^{1 \times h}$ ום הפרמטרים של המודל. לאחר החישוב של \overline{H}_t ו של השרשרים אותם יחד ומקבלים את \overline{H}_t , ובעזרתו מחשבים את המוצא:

$$o_t = H_t w_{hq} + b_q$$

. כאשר שכבת של הפרמטרים א $w_{hq} \in \mathbb{R}^{2h imes q}$, $b_q \in \mathbb{R}^{1 imes q}$ כאשר

6. References

Vanilla:

http://karpathy.github.io/2015/05/21/rnn-effectiveness/

LSTM, GRU:

http://colah.github.io/posts/2015-08-Understanding-LSTMs/

Deep RNN, Bidirectional RNN:

http://d2l.ai/chapter_recurrent-modern/index.html