

## מערכות מסדי נתונים – תרגיל מס' 2

מגישים			
קבוצה	תעודת זהות	שם	
03	203829478	אבשלום תם	1
04	311250708	אור פז	2

### שאלה 1:

$$R = \{A, B, C, D, E, F, H\}$$

$$A \rightarrow B; C \rightarrow D, E; E \rightarrow A; B, E \rightarrow F; H \rightarrow D, A; B \rightarrow A$$

### פתרון a:

ראשית, ניצור את הטבלה שתחלק לנו את האיברים השונים לגוררים, נגרים או גם וגם.

$L$	$M$	$R$
$C, H$	$A, B, E$	$D, F$

אפשר לראות ש  $C, H$  שניהם בוודאות יהיו במפתח כי לא ניתן לקבל אותם על ידי גרירה של אף איבר. כלומר קיבלנו את  $H, C$  נחפש את הסגור שלו ונבדוק אילו איברים אנחנו מקבלים:

$$[C, H]^+ = \{C, H, D, E, A, B, F\}$$

ניתן לראות כי מהמפתח הנ"ל שמכיל את כל האיברים שנמצאים בצד שמאל קיבלנו את כל הסכימה. לכן אין מה לבדוק עוד וברור כי זהו המפתח המינימאלי מכיוון שהוא מקיים את שני התנאים:

1. מהסגור שלו נקבל את כל הסכימה.
2. ברור כי לא ניתן לקבל מתת מפתח שמכיל רק חלק מהאיברים את כל הסכימה.

לכן המפתח המינימלי הוא :

$$(C, H)$$

### פתרון b:

ראשית, נסמן את התלויות באופן הבא:

- (1)  $A \rightarrow B$
- (2)  $C \rightarrow D$
- (3)  $C \rightarrow E$
- (4)  $E \rightarrow A$
- (5)  $B, E \rightarrow F$
- (6)  $H \rightarrow D$
- (7)  $H \rightarrow A$
- (8)  $B \rightarrow A$

כעת, נוכל לשלב את התלויות על מנת למצוא את התלויות הלא טריוואליות :

1.  $(1 + 5) A, E \rightarrow F$
2.  $(1 + 4) E \rightarrow B$
3.  $(1 + 7) H \rightarrow B$

4.  $(3 + 4) C \rightarrow A$
5.  $(3 + 5) B, C \rightarrow F$
6.  $(1 + 3 + 5) A, C \rightarrow F$
7.  $(1 + 3 + 4) C \rightarrow B$
8.  $(1 + 4 + 5) E \rightarrow F$
9.  $(1 + 3 + 4 + 5) E, C \rightarrow F$
10.  $(1 + 5 + 7) H, E \rightarrow F$
11.  $(1 + 3 + 5 + 7) H, C \rightarrow F$
12.  $(1 + 5 + 8) B, E \rightarrow F$
13.  $(1 + 4 + 8) E \rightarrow A$
14.  $(1 + 7 + 8) H \rightarrow A$

### הערה חשובה:

ניתן למצוא את התלויות הלא טריוויאליות לפי אלגוריתם שניתן ע"י המרצה (טטיאנה) שיהיה כדלהלן:  
נחשב את כל הסגורים של כל הצד השמאלי של התלויות הנתונות:

1.  $[A]^+ = \{A, B\}$
2.  $[C]^+ = \{C, D, E, A, B, F\}$
3.  $[E]^+ = \{E, A, B, F\}$
4.  $[B, E]^+ = \{B, E, A, F\}$
5.  $[H]^+ = \{H, D, A, B\}$
6.  $[B]^+ = \{B, A\}$

ניתן להוציא מהסגורים את התלויות הלא טריוויאליות הבאות:

**לפי 2:**

$$C \rightarrow D ; C \rightarrow E ; C \rightarrow A ; C \rightarrow B ; C \rightarrow F$$

**לפי 3:**

$$E \rightarrow B ; E \rightarrow F$$

**לפי 4:**

$$H \rightarrow D ; H \rightarrow A ; H \rightarrow B$$

### פתרון c:

ראשית נבין למה היחס שלנו לא בצורת BCNF.

הדטרמיננטות שלנו הן:

$$(A), (C), (E), (B, E), (H), (B)$$

נשים לב, שאף אחת מהדטרמיננטות אינה מועמדת להיות מפתח. ולכן היחס אינו בצורת BCNF.

הפירוק יעשה בצורה הבאה:

על ידי שימוש בתלות  $A \rightarrow B$  נוכל לפרק את היחס R המקורי לשני היחסים הבאים:

R1		R2					
A	B	A	C	D	E	F	H
Relation is in BCNF		Relation is NOT in BCNF					

כאשר R1 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (A)

ואילו R2 אינו בצורת BCNF עדיין.

על ידי שימוש בתלויות  $E \rightarrow A$ ,  $C \rightarrow D$ ,  $E$ ;  $E \rightarrow A$  היחס R2 המקורי לשני היחסים הבאים:

R2						
R2.1			R2.2			
C	F	H	C	D	E	A
Relation is in BCNF			Relation is NOT in BCNF			

כאשר R2.1 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (C, H)

ואילו R2.2 אינו בצורת BCNF עדיין.

על ידי שימוש בתלות  $E \rightarrow A$ , נוכל לפרק את היחס R2.2 המקורי לשני היחסים הבאים:

R2.2				
R2.2.1		R2.2.2		
E	A	C	D	E
Relation is in BCNF		Relation is in BCNF		

כאשר R2.2.1 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (E)

ו R2.2.2 גם הוא בצורת BCNF, והמפתח המינימאלי שלו הוא (C).

## לסיכום:

היחס  $R = \{A, B, C, D, E, F, H\}$  שלנו יתפרק ליחסים הנ"ל (שכל אחד מהם ב BCNF) כלומר, **העיצוב הסופי הוא:**

$$R_1 = \{A, B\}$$

$$R_{2.1} = \{C, F, H\}$$

$$R_{2.2.1} = \{E, A\}$$

$$R_{2.2.2} = \{C, D, E\}$$

**שאלה 2:**

$$R = \{A, B, C, D, E, F\}$$

$$A \rightarrow B, C; B, D \rightarrow E; E \rightarrow F; F \rightarrow D$$

**פתרון a:**

ראשית, ניצור את הטבלה שתחלק לנו את האיברים השונים לגוררים, נגזרים או גם וגם.

L	M	R
A	B, D, E, F	C

אפשר לראות ש A בוודאות יהיה במפתח כי לא ניתן לקבל אותו על ידי גרירה של אף איבר.

A לבדו לא יכול להיות מפתח כיוון שהסגור שלו הוא לא כל האיברים ביחס.

לכן, נחפש את כל המפתחות המינימאליים ע"י שימוש בקבוצות מגודל אחד מעמודת M בטבלה.

האפשרויות שלנו הן:

$$(A, B), (A, D), (A, E), (A, F)$$

נבדוק את הסגורים שלהם:

$$(A, B)^+ = \{A, B, C\}$$

$$(A, D)^+ = \{A, D, B, C, E, F\}$$

$$(A, E)^+ = \{A, E, B, C, F, D\}$$

$$(A, F)^+ = \{A, F, B, C, D, E\}$$

כלומר, ניתן לראות כי  $(A, D)$ ,  $(A, E)$ ,  $(A, F)$  הם מועמדים למפתח.

נוכל לעצור כאן ולא לבדוק קבוצות בגודל 3 מכיוון שברור כי כל קבוצה בגודל 3 שתכיל את A ועוד שניים מהאיברים M תגרור בוודאות את כל היחס אבל לא תהיה מינימאלית.

לכן סה"כ, המפתחות המינימאליים הם:

$$(A, D), (A, E), (A, F).$$

**פתרון b:**

ראשית, נסמן את התלויות באופן הבא:

- (1)  $A \rightarrow B$
- (2)  $A \rightarrow C$
- (3)  $B, D \rightarrow E$
- (4)  $E \rightarrow F$
- (5)  $F \rightarrow D$

כעת, נוכל לשלב את התלויות על מנת למצוא את התלויות הלא טריוויאליות :

1.  $(1 + 3) A, D \rightarrow E$
2.  $(3 + 4) B, D \rightarrow F$
3.  $(3 + 5) B, F \rightarrow E$
4.  $(4 + 5) E \rightarrow D$
5.  $(1 + 3 + 4) A, D \rightarrow F$
6.  $(1 + 3 + 5) A, F \rightarrow E$

### הערה חשובה:

ניתן למצוא את התלויות הלא טריוויאליות לפי אלגוריתם שניתן ע"י המרצה (טטיאנה) שיהיה כדלהלן:

נחשב את כל הסגורים של כל הצד השמאלי של התלויות הנתונות:

1.  $[A]^+ = \{A, B, C\}$
2.  $[B, D]^+ = \{B, D, E, F\}$
3.  $[E]^+ = \{E, F, D\}$
4.  $[F]^+ = \{F, D\}$

ניתן להוציא מהסגורים את התלויות הלא טריוויאליות הבאות:

**לפי 1:**

$$A \rightarrow B ; A \rightarrow C$$

**לפי 2:**

$$B, D \rightarrow F$$

**לפי 3:**

$$E \rightarrow D$$

### פתרון c:

ראשית נבין למה היחס שלנו לא בצורת BCNF.

הדטרמיננטות שלנו הן:

$$(A), (B, D), (E), (F)$$

נשים לב, שאף אחת מהדטרמיננטות אינה מועמדת להיות מפתח. ולכן היחס אינו בצורת BCNF.

הפירוק יעשה בצורה הבאה:

על ידי שימוש בתלות  $A \rightarrow B, C$ , נוכל לפרק את היחס R המקורי לשני היחסים הבאים:

R1			R2			
A	B	C	D	E	F	A
Relation is in BCNF			Relation is NOT in BCNF			

כאשר R1 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (A)

ואילו R2 אינו בצורת BCNF עדיין והמפתח המינימאלי שלו הוא (E, A)

נמצא כעת את התלויות המתקיימות ב-R2:

$$F2 = \{F \rightarrow D ; E \rightarrow F\}$$

על ידי שימוש בתלות  $E \rightarrow D$ , נוכל לפרק את היחס R2 המקורי לשני היחסים הבאים:

R2				
R2.1		R2.2		
F	D	F	E	A
Relation is in BCNF		Relation is NOT in BCNF		

כאשר R2.1 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (F)

אבל R2.2 עדיין לא בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (E, A)

נמצא כעת את התלויות המתקיימות ב-R2.2:

$$F2.2 = \{E \rightarrow F\}$$

על ידי שימוש בתלות  $E \rightarrow D$ , נוכל לפרק את היחס R2.2 המקורי לשני היחסים הבאים:

R2.2			
R2.2.1		R2.2.2	
E	F	E	A
Relation is in BCNF		Relation is in BCNF	

כאשר R2.2.1 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (E)

וכן R2.2.2 בצורת BCNF והמפתח המינימאלי שלו הוא (A)

## לסיכום:

היחס  $R = \{A, B, C, D, E, F\}$  שלנו יתפרק ליחסים הנ"ל (שכל אחד מהם ב-BCNF) כלומר, **העיצוב הסופי** הוא:

$$R_1 = \{A, B, C\}$$

$$R_{2.1} = \{F, D\}$$

$$R_{2.2.1} = \{E, F\}$$

$$R_{2.2.2} = \{E, A\}$$

**פתרון d:**

אין צורך לעשות עוד דקומפוזיציה ליחס 3NF מכיוון שכל יחס שב-BCNF הוא גם ב-3NF כפי שיוכח בשאלה 3 סעיף a. לכן ניתן לקחת את העיצוב מסעיף קודם ולומר שזו צורת 3NF

**עיצוב סופי:**

$$R_1 = \{A, B, C\}$$

$$R_{2.1} = \{F, D\}$$

$$R_{2.2.1} = \{E, F\}$$

$$R_{2.2.2} = \{E, A\}$$

### שאלה 3:

#### פתרון a:

כל סכמה שהיא ב BCNF היא גם ב 3NF

הוכחה:

#### הגדרת סכמה ב BCNF

שלכל  $f$  כך ש:  $f = x \rightarrow y$  ,  $f \in F$  , אז  $x$  הוא super\_key

#### הגדרת סכמה ב 3NF

1. שלכל  $f$  כך ש:  $f = x \rightarrow y$  ,  $f \in F$  , אז  $x$  הוא super\_key
2. או שלכל  $f$  כך ש:  $f = x \rightarrow y$  ,  $f \in F$  , אז לכל  $y' \in Y$  כך ש  $y'$  הוא איזשהו  $k_j$  , אז  $Y$  הוא prime\_attribute.

בגלל הגדרת הסכימה בצורה הנ"ל, ברור כי כל סכמה שתהיה ב BCNF תקיים את התנאי הראשון וממילא תהיה גם ב 3NF

#### פתרון b:

לא כל סכמה שהיא ב 3NF היא גם ב BCNF .

נביא דוגמא לסכמה שהיא ב 3NF אבל אינה ב BCNF:

$$R = \{A, B, C\}$$

$$A \rightarrow B; B, C \rightarrow A;$$

מש"ל.