2 РАСЧЕТНЫЕ ЗАДАЧИ

Запросить у пользователя значения требуемых параметров, *произвести расчет* результирующих значений согласно заданию, *вывести результат* на экран. После вывода результата, необходимо *предоставить пользователю возможность продолжения работы* с другими значениями параметров. Основные алгоритмы реализовать в виде *отдельных функций*.

2.1. Получить таблицу значений функции f(x) с заданным шагом h>0 на отрезке [a, b] ([a, b]∈ [0, 1]) с заданной точностью ε>0. Функция представлена в виде ряда заданного вида

$$f(x) = x + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n-1)!!}{2n!!} \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$$

Двойной факториал числа n обозначается n!! и определяется как произведение всех натуральных чисел в отрезке [1,n], имеющих ту же чётность, что и n. Проверить полученные значения, зная, что $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

2.2. Получить таблицу значений функции с заданным шагом h>0 на отрезке [a, b] с заданной точностью ε>0 . Функция представлена в виде ряда заданного вида

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n \cdot x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Проверить полученные значения, зная, что

$$f(x) = (x - tg(x)) \cdot \cos(x) = x \cdot \cos(x) - \sin(x)$$

2.3. Получить таблицу значений функции с заданным шагом h>0 на отрезке [a,b] ([a, b]∈ (-1, 1]) с заданной точностью ε>0 . Функция представлена в виде ряда заданного вида

$$f(x) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 4 \cdot ... (3n-2)}{3^n n!} x^{3n}$$

Проверить полученные значения, зная, что $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

2.4. Вычислить функцию sin(x), представленную в виде ряда Маклорена, с заданной точностью ε>0 или с заданным числом членов разложения N>10.

$$\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Используя полученный результат, вычислить все функции заданного угла (cos(x), tg(x), ctg(x)).

2.5. Вычислить функцию cos(x), представленную в виде ряда Маклорена с заданной точностью ε>0 или с заданным числом членов разложения N>10.

$$\cos x = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!}$$

Используя полученный результат, вычислить все функции заданного угла (sin (x), tg (x), ctg (x)).

2.6. Вычислить функцию e^x, представленную в виде ряда Маклорена, $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, с заданной точностью ε>0 или с заданным числом членов разложения N>10.

2.7. Вычислить функцию $\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n}, |x| < 1$, представленную в виде ряда Маклорена, с заданной точностью ε>0 или с заданным числом членов разложения N>10.

= 24

2.8. Вычислить функцию $\sqrt{1+x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{(1-2n) n!^2 4^n} x^n, |x| < 1$, представленную в виде ряда Маклорена, с заданной точностью ε>0 или с заданным числом членов разложения N>10.

2.9. Вычислить функцию $\cos^2(x) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2n-1} x^{2n}}{(2n)!}$, представленную в виде ряда Маклорена, с заданной точностью ε>0 или с заданным числом членов разложения N>10.

2.10. Вычислить число π, с заданной точностью ε>0, воспользовавшись формулами

Грегори: $\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$ и

Валлиса: $\frac{\pi}{2}=\frac{2}{1}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{6}{7}\cdots=\prod_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)^2}{(2n-1)(2n+1)}$.

Распечатать результаты и число членов разложения для каждого случая.

2.11. Вычислить квадратный корень из натурального числа с заданной точностью ε>0, используя итерационную формулу метода последовательных приближений Ньютона:

$\sqrt{x}=a_{i+1}=\frac{1}{2}\left(a_i+\frac{x}{a_i}\right)$, $i=0,1,2,\ldots$, в качестве начальной точки a_0 взять число, квадрат которого равен ближайшему целому, которое меньше заданного.

2.12. Вычислить корень n-ой степени из натурального числа с заданной точностью ε>0, используя итерационную формулу метода последовательных приближений Ньютона:

$\sqrt[n]{x}=a_{i+1}=\frac{1}{n}\left((n-1)a_i+\frac{x}{a_i^{n-1}}\right)$, $i=0,1,2,\ldots$, в качестве начальной точки a_0 взять число, равное среднему значению двух целых чисел: первое - n-ая степень данного числа равна ближайшему целому, которое меньше заданного; второе - n-ая степень данного числа равна ближайшему целому, которое больше заданного.

2.13. Вычислить число сочетаний $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$, число перестановок $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$ и число размещений $R_k=k!$, для заданных n и k, k<=n, k>=0.

Подсчитать количество нулей и единиц в полученных результатах.

2.14. Получить все ***числа Армстронга*** из указанного пользователем диапазона. Натуральное число из n цифр является числом Армстронга, если сумма его цифр, возведенных в n - ю степень, равна самому числу (например, $371 = 3^3 + 7^3 + 1^3$). При решении задачи использовать только операторы целочисленной арифметики.

2.15. Получить все ***«совершенные»*** натуральные числа из указанного пользователем диапазона. Натуральное число **n** является «совершенным», если оно равно сумме всех своих делителей. При решении задачи использовать только операторы целочисленной арифметики.

2.16. Найти все ***простые числа***, меньшие некоторого наперед заданного натурального числа **n**, используя ***«решето Эратосфена»***. «Решетом Эратосфена» называется следующий способ: выписываются подряд все числа от двух до n. Первое простое число - два. Подчеркиваем его, а все большие числа, кратные двум, зачеркиваем. Первое из оставшихся чисел - три - простое. Подчеркиваем его как простое, а все числа, кратные трем, зачеркиваем и т. д.

$$(\underline{2}\quad \underline{3}\quad \cancel{4}\quad \underline{5}\quad \cancel{6}\quad \underline{7}\quad \cancel{8}\quad \cancel{9}\quad \cancel{10}\quad \ldots)$$

При решении задачи использовать операторы целочисленной арифметики.

2.17. Даны два многочлена, заданные массивами своих коэффициентов. Получить произведение многочленов (массив коэффициентов)

$$\left(a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_0\right)\cdot\left(b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \ldots + b_0\right) = \left(c_k x^k + c_{k-1} x^{k-1} + \ldots + c_0\right).$$

и вычислить его значение в заданной точке, по схеме Горнера:

$$\sum_{i=0}^{n} a_i x^i = (((x a_n + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \ldots + a_1)x + a_0$$

2.18. Задано натуральное число m. Найти такое натуральное число n, чтобы двоичная запись n получилась из двоичной записи m изменением порядка цифр на обратный (m задано в десятичной системе счисления, n также получить в десятичной системе, написав процедуры преобразования числа из двоичной системы счисления в десятичную и обратно). При решении задачи использовать операторы целочисленной или битовой арифметики.

2.19. Перевести натуральное число n из одной системы счисления в другую (основания исходной и результирующей систем счисления задает пользователь в диапазоне от 2 до 9). При решении задачи использовать операторы целочисленной или битовой арифметики.

2.20. Заданы два натуральных числа n и m. Написать процедуры преобразования чисел в двоичную систему счисления и обратно. Написать алгоритмы сложения, вычитания и умножения чисел в двоичной системе счисления. Выполнить указанные операции над заданными значениями, результат проверить по десятичной системе счисления. При решении задачи использовать операторы целочисленной или битовой арифметики.

2.21. Заданы два натуральных числа n и m. Написать процедуры преобразования чисел из десятичной системы счисления в заданную (с основанием от 2 до 9) и обратно. Написать алгоритм сложения чисел в произвольной системе счисления. Выполнить указанную операцию над заданными значениями, результат проверить по десятичной системе счисления. При решении задачи использовать операторы целочисленной или битовой арифметики.

2.22. Задано натуральное число m. Найти такое натуральное число n, чтобы двоичная запись n получилась из двоичной записи m изменением порядка четных и нечетных цифр (m задано в десятичной системе счисления, n также получить в десятичной системе, написав процедуры преобразования числа из двоичной системы счисления в десятичную и обратно). При решении задачи использовать операторы целочисленной или битовой арифметики.

2.23. Функция $f(x)$ представлены в виде таблицы значений, т.е. даны значения функции в некоторых точках $x_1, x_2, \ldots, x_n$, равные соответственно $y_1, y_2, \ldots, y_n$. Определить значения функции в некоторой промежуточной точке x_k, используя интерполяционный многочлен Лагранжа:

$$f(x)=\sum_{i=0}^{n} f(x_k)L_k(x)=\sum_{i=0}^{n} y_i \cdot \prod_{k=1}^{n} \frac{(x-x_k)}{(x_i-x_k)} \quad ,k \neq i\ .$$

Предусмотреть возможность «возврата» для получения различных промежуточных значений на одном наборе данных.

2.24. Функция $f(x)$ представлена в виде таблицы значений, т.е. даны значения функции в некоторых точках $\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \ldots, \mathbf{x_n}$ (причем $x_{i+1}>x_i$), равные соответственно $\mathbf{y_1}, \mathbf{y_2}, \ldots, \mathbf{y_n}$. Определить значения функции в некоторой промежуточной точке x_k, используя линейную интерполяцию, т. е. считать, что функция между заданными точками изменяется линейно. Решение представить в виде таблицы.

2.25. Шарик движется по полю заданного размера из начальной точки (x_0, y_0) с заданной скоростью и отражается от «стенок». Выдать траекторию движения шарика в течение заданного интервала времени. Все параметры (размеры поля, координаты точки (x_0 , y_0), направление вектора скорости) задаются пользователем в режиме диалога.

2.26. Шарик движется в пространстве ограниченного объема из начальной точки (x_0, y_0 , z_0) с заданной скоростью и отражается от «стенок». Выдать траекторию движения шарика в течение заданного интервала времени. Все параметры (размеры объема, координаты точки (x_0, y_0, z_0), направление вектора скорости) задаются пользователем в режиме диалога.

2.27. На шахматной доске, представленной в виде символьной матрицы размером 8*8, расставить восемь ферзей, так чтобы они не «били» друг друга. Месторасположение первого ферзя определяет пользователь. Решение представить в графическом виде, алгоритм расстановки ферзей визуализировать.

2.28. На шахматной доске, представленной в виде символьной матрицы размером 8*8, расставить произвольное (заданное пользователем) количество шахматных фигур так, чтобы они не «били» друг друга. Решение представить в графическом виде, выделив поля, которые «пробивают» фигуры, разными цветами.

2.29. На шахматной доске, представленной в виде символьной матрицы размером 8*8, расставить четырех коней и четырех слонов, так чтобы они не «били» друг друга. Месторасположение первой фигуры определяет пользователь. Решение представить в графическом виде, алгоритм расстановки фигур визуализировать.