

Задача А2. Применение мастер-теоремы

Дан ряд рекуррентных соотношений, которые описывают временную сложность некоторых рекурсивных алгоритмов (при $n = 1$ во всех случаях принимаем $T(1) = 1$):

- $T(n) = 7 \cdot T(\frac{n}{3}) + n^2$.
- $T(n) = 4 \cdot T(\frac{n}{2}) + \log_2 n$.
- $T(n) = 0.5 \cdot T(\frac{n}{2}) + \frac{1}{n}$.
- $T(n) = 3 \cdot T(\frac{n}{3}) + \frac{n}{2}$.
- $T(n) = T(n-1) + T(n-2) + n \cdot \log_2 n$.

1. 4 балла

Для приведенных рекуррентных соотношений вычислите асимптотическую верхнюю границу временной сложности $O(g(n))$ с помощью основной теоремы о рекуррентных соотношениях (мастер-теоремы), если это возможно. Если применение мастер-теоремы невозможно, поясните причины.

2. 3 балла

Для рекуррентного(-ых) соотношения(-ий), не разрешимых с помощью мастер-теоремы, определите возможную асимптотическую верхнюю границу, используя метод итерации или метод подстановки.