Анализ строковых сортировок

Демченко Георгий Павлович , БПИ-235

1. Реализации адаптированных алгоритмов сортировки

Алгоритм	CodeForces ID
LCP Merge Sort	*320442589*
Ternary Quick Sort	*320438960*
MSD Radix Sort	*320526301*
Hybrid MSD Radix Sort **(MSD Radix Sort + Ternary Quick Sort)**	*320527146*

GitHub :

- StringSorts.h
- StringSorts.cpp

2. Реализация внутренней инфраструктуры для экспериментального анализа

Класс	GitHub
StringArrayGenerator	StringArrayGenerator.h StringArrayGenerator.cpp
StringSortTester	StringSortTester.h StringSortTester.cpp

Пример использования:

```
StringArrayGenerator arrayGenerator;

std::string resultDataPath = "path_to_output_file.txt";
std::string testName = "Algorithm: LCP Merge Sort\nArray type: Random";

StringSortTester::SortTestParameters parameters = {
        // Sorting Function
        [](std::vector<std::string>& array, uint64_t& symbolCompareCount) {
            return StringSorts::LCPMergeSort(array, symbolCompareCount);
        },
        // Array generator function
        [&arrayGenerator](size_t size) {
            return arrayGenerator.GenerateArray(size);
        },
        testName,
        resultDataPath,
        100,        // min array size
        3000,       // max array size
        100,        // array size step
        20          // averaging rate
};

StringSortTester::Run(parameters);
```

3. Эмпирический анализ алгоритмов сортировки

Исходные данные эмпирических замеров (результаты тестирования): GitHub

Общие параметры тестирования:

- Алфавит символов для формирования случайных строк в тестовых массивах (всего 74 символа):
  - A-Z
  - a-z
  - 0-9
  - !@#%:;^&*()-.
- Диапазон размеров тестовых массивов: 100-3000
- Шаг размера тестовых массивов: 100
- Диапазон длинн случайных строк в массивах: 10-200
- Количество тестов для усреднения (коэфицент усреднения): 20

- Способ усреднения: среднее арифметическое
- Количество перестановок в частично-отсортированных массивах длинны N: $\left[\frac{N}{10}\right]$
- Время работы алгоритмов посчитано в **микросекундах**
- Для каждого (среди использующих посимвольное сравнение) алгоритма посчитано количество **посимвольных сравнений строк**

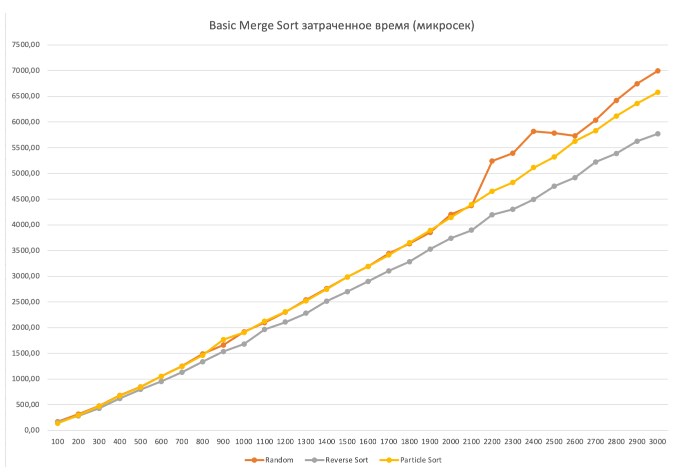
Отдельные параметры алгоритмов:

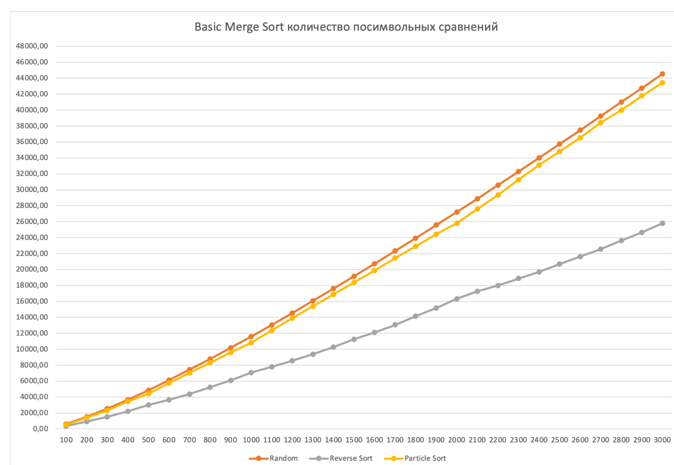
- Способ выбора опорного элемента в реализациях *Quick Sort*: середина рассматриваемого диапазона ($l + \frac{r-l}{2}$)
- Пороговое значение перехода на *Ternary Quick Sort* в *Hybrid MSD Radix Sort*: 74 (мощность используемого алфавита символов строк в массивах)

В результатах каждого теста написаны параметры тестирования

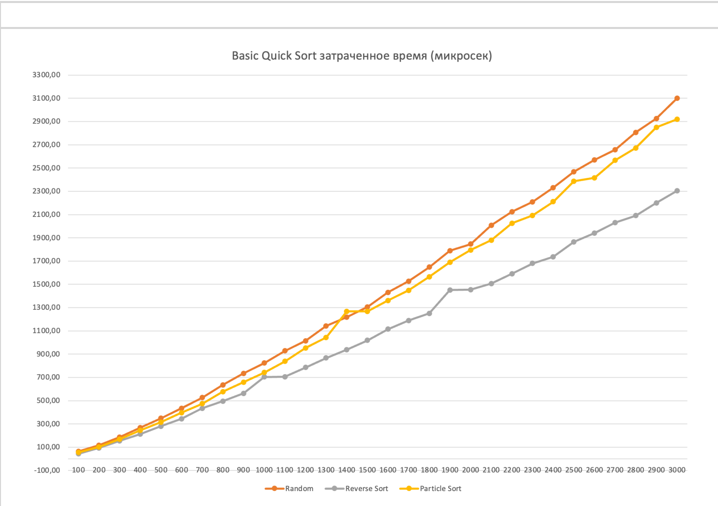
3.1 Стандартные алгоритмы сортировки

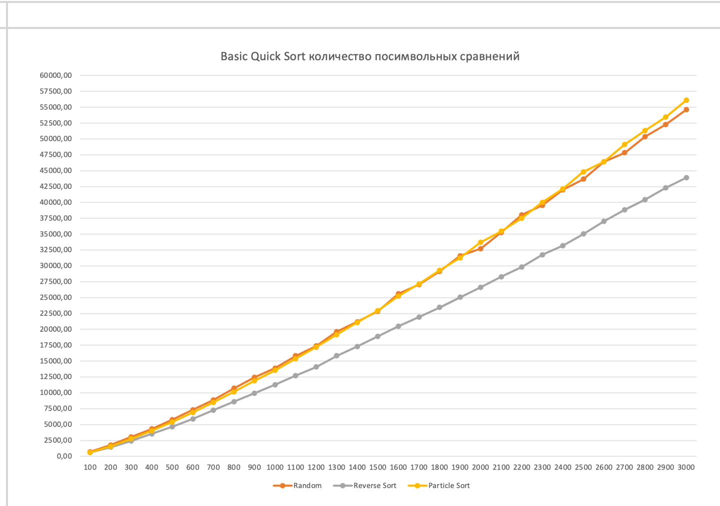
3.1.1 Basic Merge Sort





3.1.2 Basic Quick Sort





3.2 Адаптированные алгоритмы сортировки

Подход к сравнению полученных результатов с теоретическими оценками сложности:

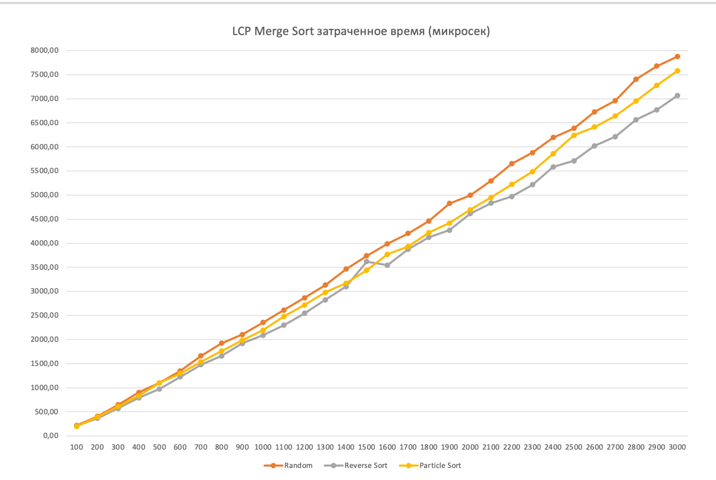
- Полученные результаты времени исполнения и количества посимвольных сравнений (если такие имеются) каждого алгоритма будем сравнивать с верхней теоретической ассимптотической оценкой (O - нотация) в рамках группы тестирования "Произвольные массивы".
- Так как верхняя ассимптотическая оценка алгоритма представляет собой абстрактные единицы измерения и прямая конвертация в время исполнения может сильно варироваться в виду условий проведения и окружения тестирования, что может дать неправильную оценку при прямом сравнении, будем использовать следующий подход:
    - Для каждого алгоритма и N возьмем $T(N)$ - верхную теоретическую оценку, $T_r(N)$ - время исполнения, $C(N)$ - количество посимвольных сравнений (только для *LCP Merge Sort*, *Ternary Quick Sort*, так как остальные алгоритмы либо вовсе не полагаются на посимвольные сравнения, либо $T(N)$ для них отличается)
    - Посчитаем $K_1(N) = \frac{T_r(N)}{T(N)}, K_2(N) = \frac{C(N)}{T(N)}\ \forall N \in \{100, 200, \ldots, 3000\}$
    - Полученные отношения $K_1(N), K_2(N)$ должны стремится к некой константе, тогда рост функций $T_r(N)$ и $C(N)$ отличается от $T(N)$ на эту константу и выполняется $T_r(N) = O(T(N)), C(N) = O(T(N))$
    - Если же отношения $K_1(N), K_2(N)$ не стремятся к константе, то полученные результаты не соотвествуют теоретическим оценкам сложности алгоритма
    - Так как, **согласно требованиям**, массивы для тестирования алгоритмов имеют малые размеры ≤ 3000 строк, и выборка данных для каждого алгоритма невилика (30 значений $K_1(N), K_2(N)$, $N \in \{100, 200, \ldots, 3000\}$), то достаточно весомое влияние на показатели времени исполнения алгоритма могут иметь константа и

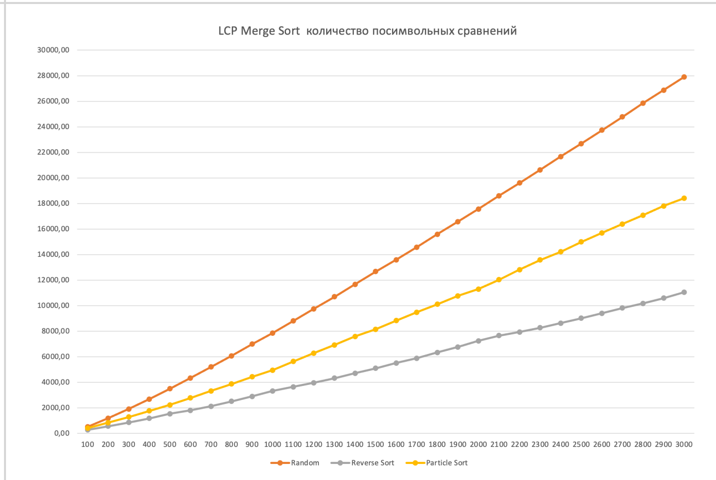
младшие члены, а показатели $K_1(N)$, $K_2(N)$ могут имет большие отклонения и не всегда явно стремится к некоторой константе.

    - Поэтому будем считать, что отношения $K_1(N)$, $K_2(N)$ стремятся к константе, если $CV(K) = \frac{\sigma_K}{m_K} \cdot 100\% \leq 10\%$, где σ_K - стандартное отклонение отношения, m_K - мат. ожидание отношения

- Так как верхняя теоретическая оценка большинства алгоритмов содержит $DP(R)$ - суммарная длинна всех различающих префиксов строк в множестве строк R, и её точное теоретическое значение посчитать не представляется возможным, то будем использовать известную аппроксимацию $DP(R)$ для случайного множества строк R
    - $DP(R) = O(N \cdot log_{|\Sigma|}(N))$, где N - количество строк в множестве R, $|\Sigma|$ - мощность используемого алфавита символов, в нашем случае $|\Sigma| = 74$

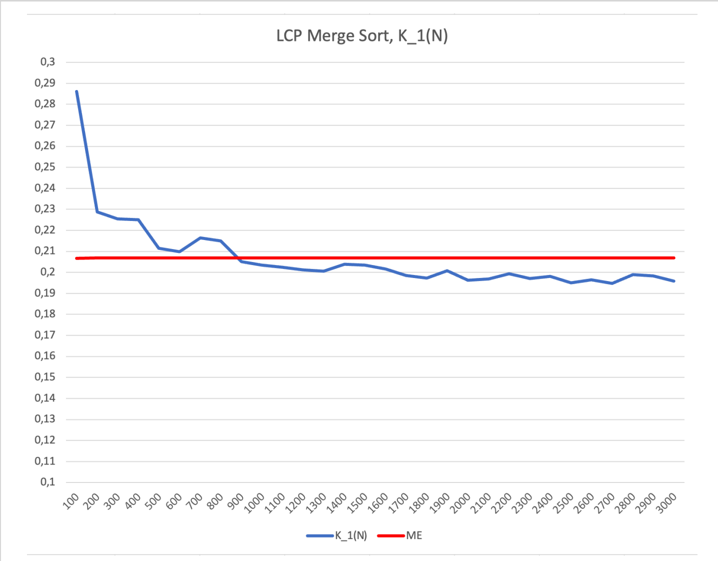
3.2.1 LCP Merge Sort

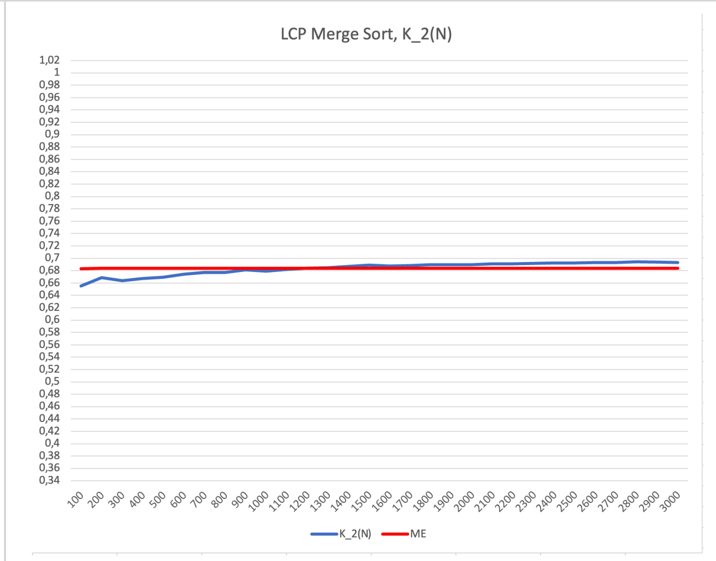




Сравнение с теоретической оценкой сложности:

$$T(N) = DP(R) + N \cdot log(N) = N \cdot (log_{|\Sigma|}(N) + log(N))$$





$K_1(N)$**:**

$\sigma_{K_1} = 0.0177$

$m_{K_1} = 0.2068$

$CV_{K_1} = \frac{\sigma_{K_1}}{m_{K_1}} \approx 8.548\% < 10\%$ - полученные результаты **соотвествуют** теоретической оценке сложности

$K_2(N)$**:**

$\sigma_{K_2} = 0.0103$

$m_{K_2} = 0.6837$

$CV_{K_2} = \frac{\sigma_{K_2}}{m_{K_2}} \approx 1.512\% < 10\%$ - полученные результаты **соотвествуют** теоретической оценке сложности

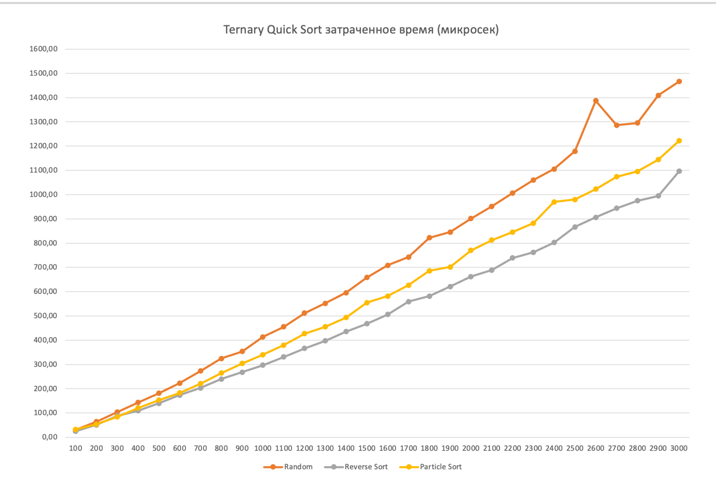
Вероятные причины существенной деградации временных затрат при отличных показателях количества посимвольных сравнений:

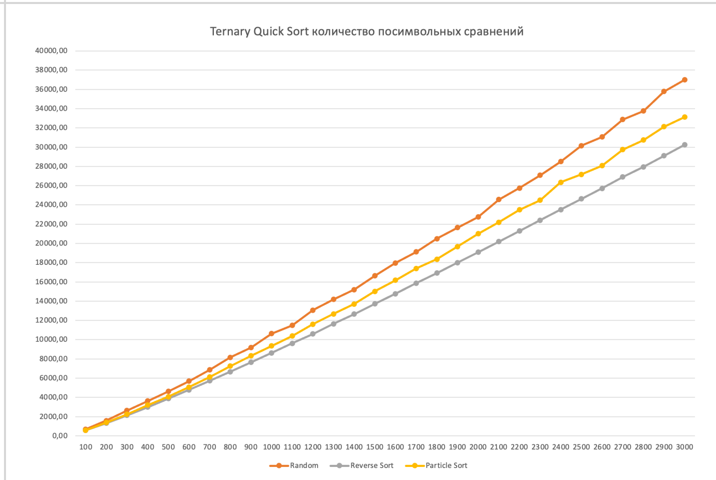
- Вероятнее всего, временные затраты алгоритма деградируют из-за излишнего копирования строк по-значению в временные массивы во время процесса слияния двух подмассивов и излишних алокаций памяти. Так как подобных слияния происходит $log_2(N)$ раз, и в каждом из них мы выделяем по 4 массива, в 2-е из которых копируем строки по-значению, то это ,скорее всего, существенно ударило по производительности.
- Была предпринята попытка оптимизировать алгоритм слияния, уменьшив общее количество копирований и алокаций, используя 2 массива вместо 4-х, и `std::move` для

избежания излишний копирований строк по значению, аналогично тому, как это сделано в реализации **MSD Radix Sort**, но, к удивлению, при таком подходе временные затраты стали только хуже, и начали превышать текущую реализацию на ≈ 1 мс в каждой категории тестов.

- В сравнительном анализе алгоритмов будем больше полагаться на количесвто посимвольных сравнений данного алгоритма и считать время исполнения несколько аномальным.

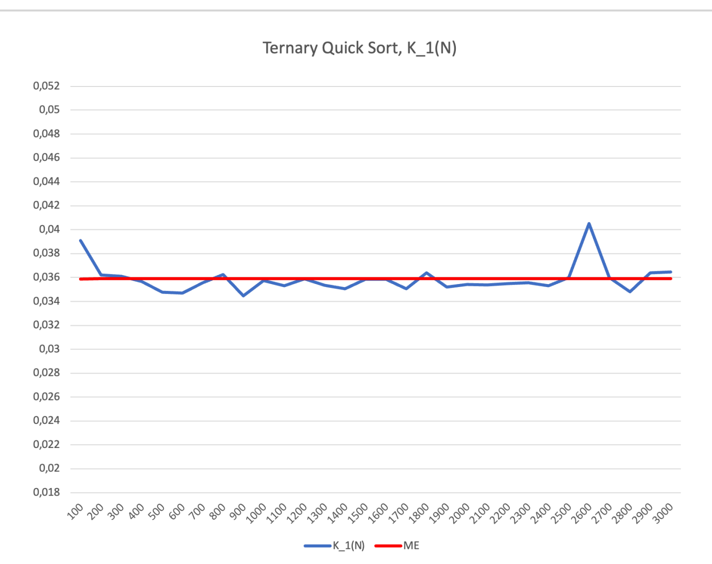
3.2.2 Ternary Quick Sort

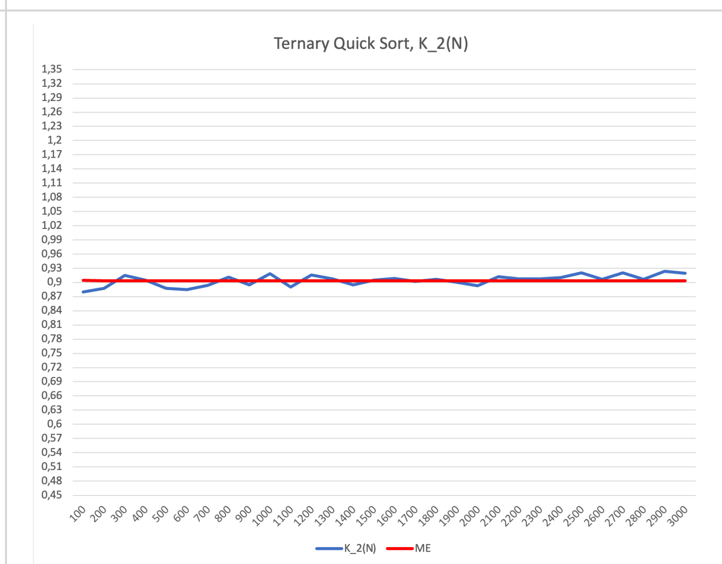




Сравнение с теоретической оценкой сложности:

$$T(N) = DP(R) + N \cdot log(N) = N \cdot (log_{|\Sigma|}(N) + log(N))$$





$K_1(N)$ **:**

$\sigma_{K_1} = 0.0359$

$m_{K_1} = 0.00121$

$CV_{K_1} = \frac{\sigma_{K_1}}{m_{K_1}} \approx 3.368\% < 10\%$ - полученные результаты **соотвествуют** теоретической оценке сложности

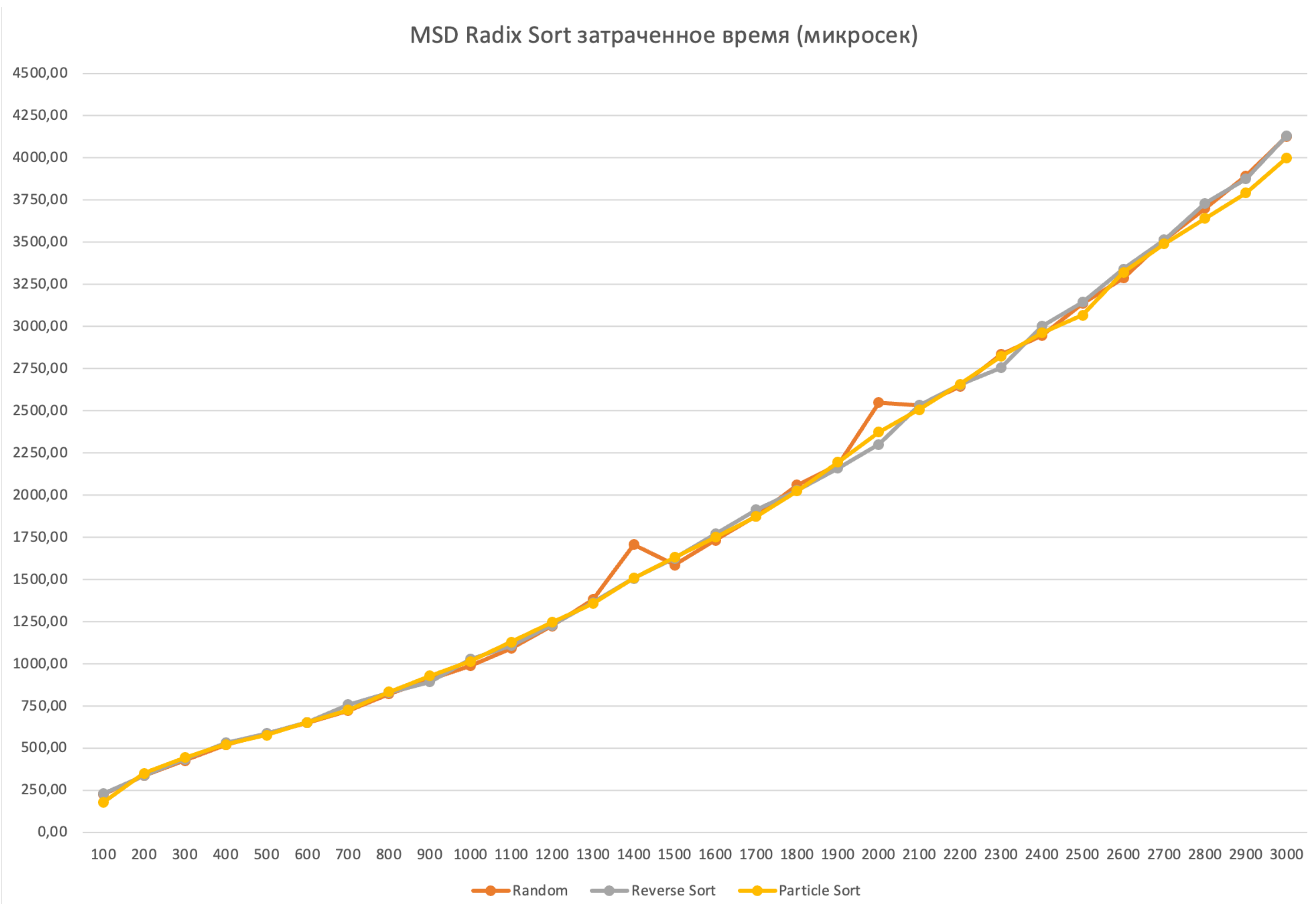
$K_2(N)$:

$\sigma_{K_2} = 0.0116$

$m_{K_2} = 0.9046$

$CV_{K_2} = \frac{\sigma_{K_2}}{m_{K_2}} \approx 1.288\% < 10\%$ - полученные результаты **соотвествуют** теоретической оценке сложности

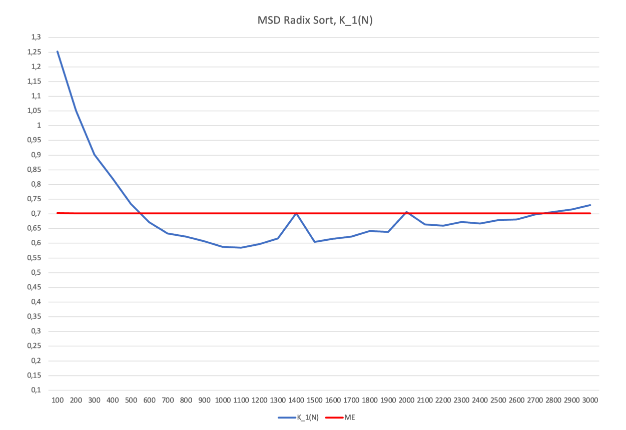
3.2.3 MSD Radix Sort

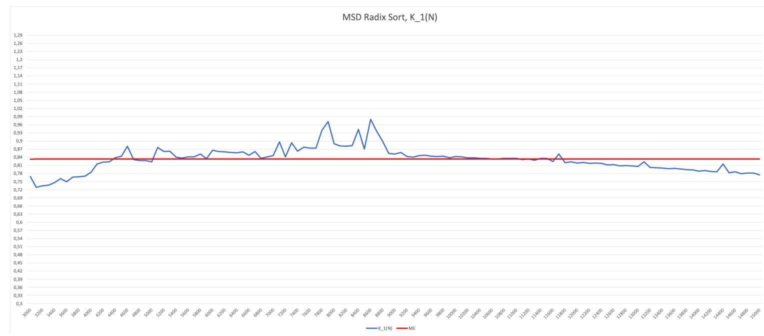


Алгоритм не использует посимвольное сравнение строк. Можно считать что для всех случаев количество посимвольных сравнений $= 0$

Сравнение с теоретической оценкой сложности:

$$T(N) = DP(R) + |\Sigma| = N \cdot log_{|\Sigma|}(N) + |\Sigma|$$





1. $K_1(N)$ **:**

$$\sigma_{K_1} = 0.1419$$

$$m_{K_1} = 0.7028$$

$CV_{K_1} = \frac{\sigma_{K_1}}{m_{K_1}} \approx 20.195\% > 10\%$ - полученные результаты **технический не соотвествуют** теоретической оценке сложности **в рамках данной выборки**

Данное несоответствие происходит из-за небольшой величины выборки (30 значений) и превалирования скрытой константы в *Counting Sort*, используемом в алгоритме, при малом размере массива, что явно можно увидеть на графике №1 ($K_1(N) > 1$ при $N \in [100, 300]$ и убывает с ростом N).

Покажем, что это действительно так, увеличив и сместив выборку (график №2, данные)

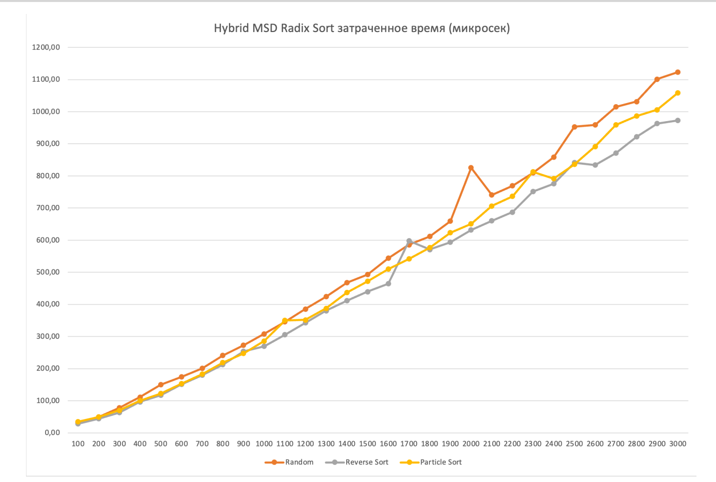
2. $K_1(N)$ **:**

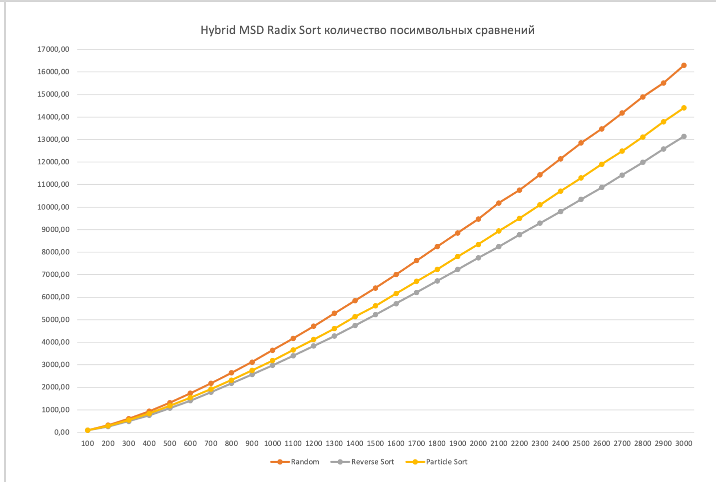
$$\sigma_{K_1} = 0.0436$$

$$m_{K_1} = 0.8322$$

$CV_{K_1} = \frac{\sigma_{K_1}}{m_{K_1}} \approx 5.241\% < 10\%$ - полученные результаты **соотвествуют** теоретической оценке сложности

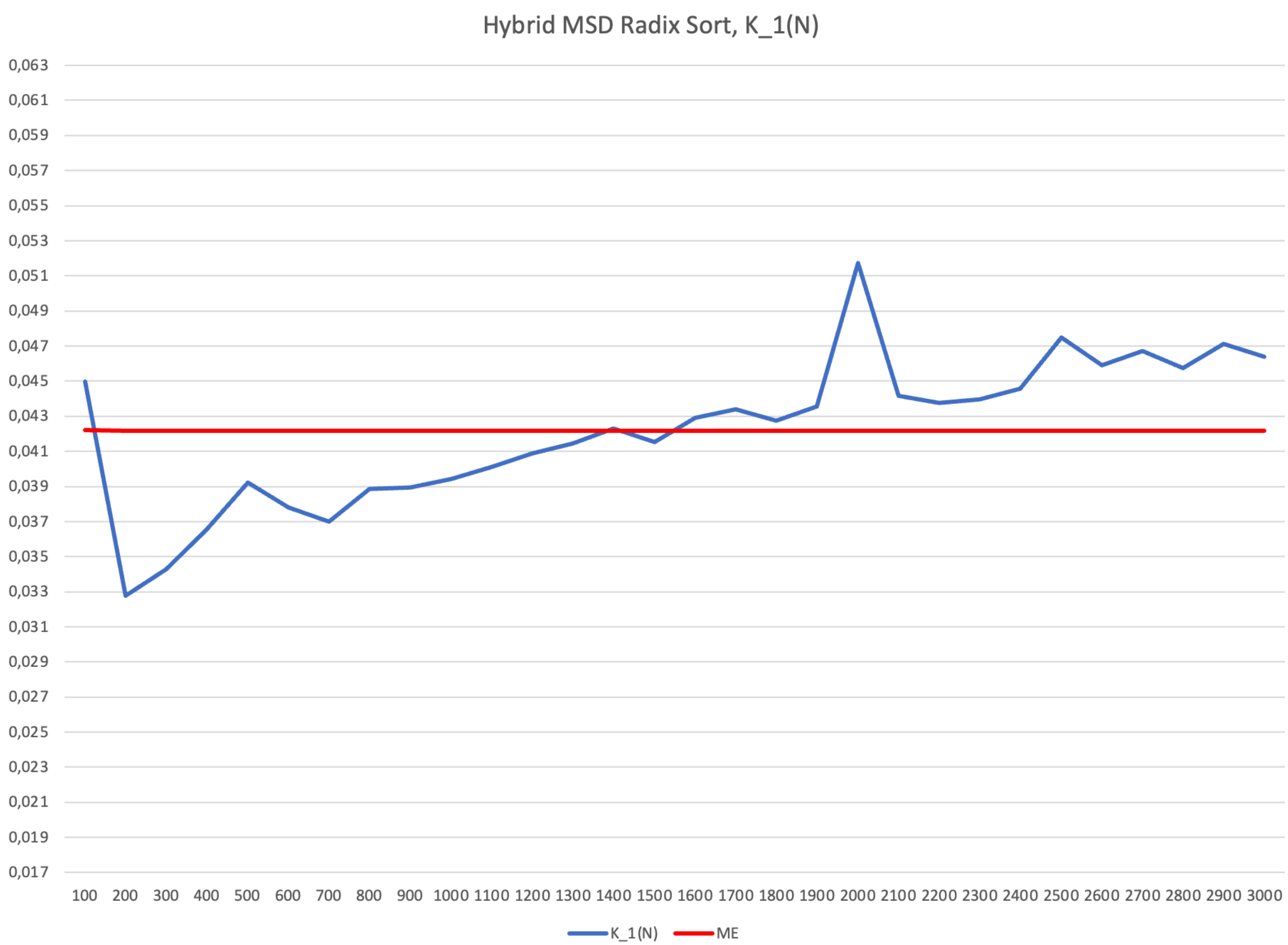
3.2.4 Hybrid MSD Radix Sort





Сравнение с теоретической оценкой сложности:

$$T(N) = DP(R) + N \cdot log(|\Sigma|) = N \cdot (log_{|\Sigma|}(N) + log(|\Sigma|))$$



$K_1(N)$ **:**

$\sigma_{K_1} = 0.00419$

$m_{K_1} = 0.0422$

$CV_{K_1} = \frac{\sigma_{K_1}}{m_{K_1}} \approx 9.931\% < 10\%$ - полученные результаты **соотвествуют** теоретической оценке сложности

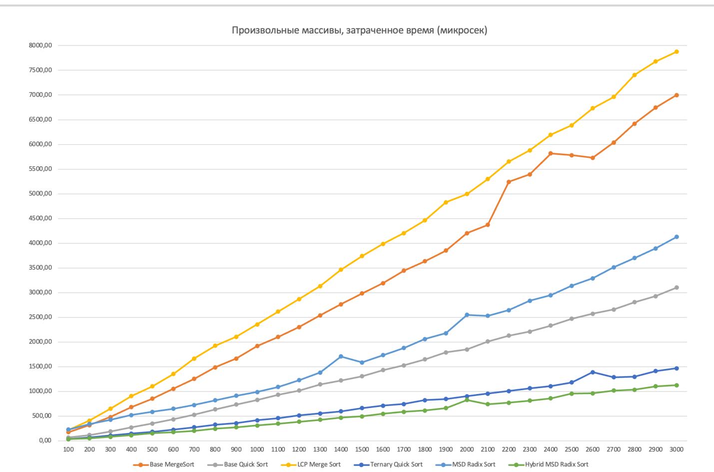
CV_{K_1} , аналогично случаю с *MSD Radix Sort* несколько завышен из-за превалирования скрытой константы в *Counting Sort*, используемом в алгоритме, при малом размере массива, но её влияние значительно меньше из-за переключения на **Ternary Quicksort**.

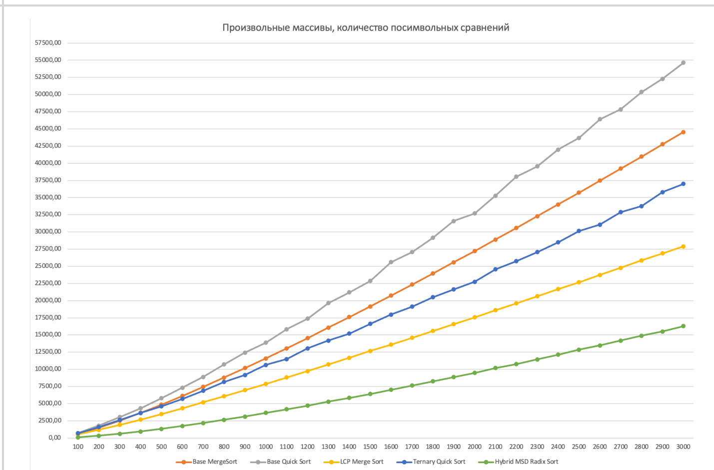
4. Сравнительный анализ

Так как стандартная реализация MSD Radix Sort не использует посимвольные сравнения, и можно считать их количество $= 0$ *во всех категориях тестов для данного алгоритма, то будем считать, что он априоре выгодней любого другого из рассматриваемых алгоритом в данной характеристке.*

Далее под «Лучшим в показателе количества посимвольных сравнений» будем считать лучший (наименьшее количество сравнений) среди всех, за исключением MSD Radix Sort.

4.1 Произвольные массивы

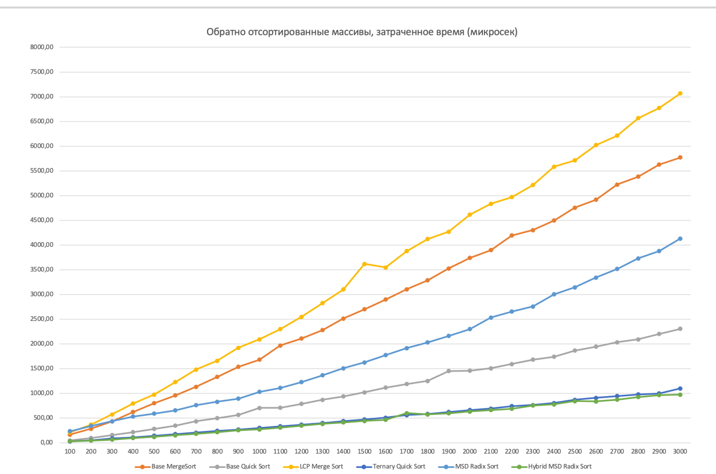


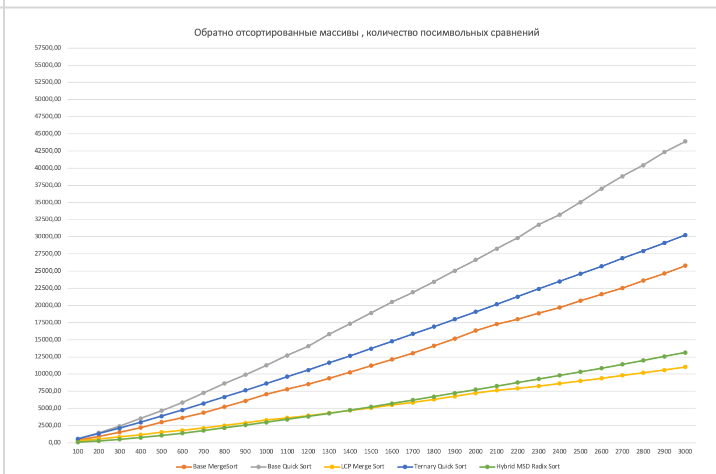


- Лучшие характеристики как по временным затратам, так и по количеству посимвольных сравнений показывает алгоритм **Hybrid MSD Radix Sort**. Алгоритм минимум в ≈ 2 раза эффективней по времени затратам по сравнение с остальными алгоритмами (за исключением **Ternary Quick Sort**), как максимум в ≈ 8 раз , и минимум в ≈ 2 раза эффективней по количеству посимвольных сравнений, максимум в ≈ 4 раза.

- Алгоритм **Ternary Quick Sort** имеет приближенные к лучшим показатели временных затрат, но при этом сильно деградирует по количеству посимвольных сравнений, в ≈ 2 раза, по сравнению с **Hybrid MSD Radix Sort**.
- Худшие временные показатели имеет алгоритм **LCP Merge Sort** (вероятная причина описана в анализе), при этом является вторым лучшим по количеству посимвольных сравнений, превышая характеристики **Hybrid MSD Radix Sort** в ≈ 1.5 раза
- Алгоритм **Basic Quick Sort** имеет достаточно неплохие показатели времени исполнения, уступая только **Hybrid MSD Radix Sort** и **Ternary Quick Sort** в ≈ 2 раза, и несколько (в ≈ 1.25 раза) опережая **MSD Radix Sort**, при этом имея абсолютно худший показатель количества посимвольных сравнений, минимум в ≈ 1.25 и максимум в ≈ 3.5 раза превышая остальные алгоритмы.
- Алгоритм **Basic Merge Sort** имеет плохие показатели времени исполнения, можно считать - худшие, если принимать время исполнения **LCP Merge Sort** как аномальное, превышая показатели остальных алгоритмов минимум в ≈ 1.8 раз, при этом также имея плохие показатели количества посимвольных сравнений, опережая лишь худший в данной категории **Basic Quick Sort** , и превышая показатели остальных алгоритмов минимум в ≈ 1.2 раза, как максимум в ≈ 2.6 раза.

4.2 Обратно-отсортированные массивы

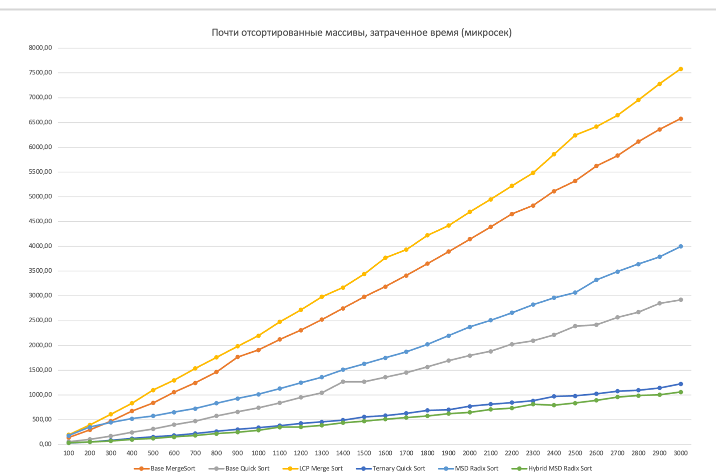


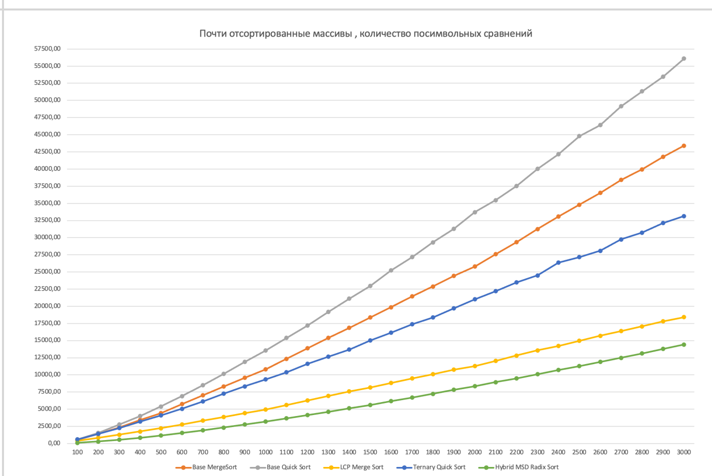


- Лучшие характеристики по временным затратам показывают алгоритмы **Hybrid MSD Radix Sort** и **Ternary Quick Sort**. Алгоритмы минимум в $\approx 2,5$ раза эффективней по времени затратам по сравнение с остальными алгоритмами, как максимум в ≈ 7 раз. **Ternary Quick Sort** при этом сильно деградирует по количеству посимвольных сравнений по сравнению с **Hybrid MSD Radix Sort** , в ≈ 2.5 раза и является вторым худшим в данной категории тестов.

- Лучшие характеристики по количеству посимвольных сравнений показывают алгоритмы **Hybrid MSD Radix Sort** и **LCP Merge Sort**, минимум в $\approx 2,5$ раза опережаю остальные, при этом **LCP Merge Sort** начинает немного опережать **Hybrid MSD Radix Sort** начиная с $N > 1600$ и, можно сказать, потенциально эффективный при больших N. При этом **LCP Merge Sort** имеет худшие временные показатели в данной категории (вероятная причина описана в анализе).
- Алгоритм **Basic Quick Sort** имеет достаточно неплохие показатели времени исполнения, уступая только **Hybrid MSD Radix Sort** и **Ternary Quick Sort** в ≈ 2.5 раза, и несколько (в ≈ 1.5 раза) опережая **MSD Radix Sort**, при этом имея абсолютно худший показатель количества посимвольных сравнений, минимум в ≈ 1.4 и максимум в ≈ 4 раза превышая остальные алгоритмы.
- Алгоритм **Basic Merge Sort** имеет плохие показатели времени исполнения, можно считать - худшие, если принимать время исполнения **LCP Merge Sort** как аномальное, превышая показатели остальных алгоритмов минимум в ≈ 1.6 раз, при этом имея средние показатели количества посимвольных сравнений, начиная немного (в ≈ 1.2 раза) опережать **Ternary Quick Sort**, но существенно (в ≈ 2.5 раза) отстает от лучших в данной категории.

4.3 Почти отсортированные массивы





- Результаты в большинстве своем идентичны результатм группы произвольных массивов.
- Лучшие характеристики как по временным затратам, так и по количеству посимвольных сравнений показывает алгоритм **Hybrid MSD Radix Sort**. Алгоритм минимум в ≈ 2.5 раза эффективней по времени затратам по сравнение с остальными алгоритмами (за исключением **Ternary Quick Sort**), как максимум в ≈ 7.5 раз , и минимум в ≈ 1.4 раза эффективней по количеству посимвольных сравнений, максимум в ≈ 4 раза.

- Алгоритм **Ternary Quick Sort** имеет приближенные к лучшим, практически идентичные, показатели временных затрат, но при этом сильно деградирует по количеству посимвольных сравнений, в ≈ 2 раза, по сравнению с **Hybrid MSD Radix Sort**.
- Худшие временные показатели имеет алгоритм **LCP Merge Sort** (вероятная причина описана в [анализе]), при этом является вторым лучшим по количеству посимвольных сравнений, превышая характеристики **Hybrid MSD Radix Sort** в ≈ 1.4 раза
- Алгоритм **Basic Quick Sort** имеет достаточно неплохие показатели времени исполнения, уступая только **Hybrid MSD Radix Sort** и **Ternary Quick Sort** в ≈ 2.5 раза, и несколько (в ≈ 1.25 раза) опережая **MSD Radix Sort**, при этом имея абсолютно худший показатель количества посимвольных сравнений, минимум в ≈ 1.3 и максимум в ≈ 4.4 раза превышая остальные алгоритмы.
- Алгоритм **Basic Merge Sort** имеет плохие показатели времени исполнения, можно считать - худшие, если принимать время исполнения **LCP Merge Sort** как аномальное, превышая показатели остальных алгоритмов минимум в ≈ 1.8 раз, при этом также имея плохие показатели количества посимвольных сравнений, опережая лишь худший в данной категории **Basic Quick Sort** , и превышая показатели остальных алгоритмов минимум в ≈ 1.3 раза, как максимум в ≈ 3 раза.

5. Вывод

- Важно учитывать характер сортируемых данных, в данном анализе показано что стандартные (не-специализированные) алгоритмы сортировки **Basic Quick Sort**, **Basic Merge Sort** не рекомендуются для строк из-за высоких временных затрат (в случае **Basic Merge Sort**) и чрезмерного количества сравнений (в случае **Basic Quick Sort**) по сравнению с большинством адаптированных алгоритмов.
- Лучшим решением для сортировки массива строк в рамках рассматриваемых алгоритмов однозначно является **Hybrid MSD Radix Sort**, являющийся лучшим или входящий в состав лучших по времени исполнения и количеству посимвольных сравнений во всех категориях тестовых данных. Однако он имеет достаточно сложную реализацию.
- Если подходить с стороны простота реализации - выгода, то со стороны времени исполнения лучше использовать **Ternary Quick Sort**, имеющего практически идентичные показатели временных затрат с **Hybrid MSD Radix Sort**, а со стороны количества посимвольных сравнений **LCP Merge Sort** или **MSD Radix Sort** (всегда 0).