# Задача A2. Кратчайший блиц!

Ниже приведены четыре вопроса, связанные с практическим анализом различных алгоритмов поиска кратчайших путей в графах. Ответы на эти вопросы должны быть обоснованы и дополнены подтверждающими или опровергающими примерами.

## Система оценки

1. 3 балла Предположим, что «длина» пути рассчитывается не как общая сумма весов ребер, а как их произведение. Модифицируйте алгоритм Дейкстры для поиска кратчайших путей по указанному правилу. Для каких графов модифицированный алгоритм `DijkstraMULT(G, start)` будет обеспечивать корректный поиск таких кратчайших путей? Почему?

2. 5 баллов Разработайте алгоритм `RestoreGraph(dist[][])`, который по заданной матрице кратчайших путей `dist` между всеми парами вершин графа $G = (V, E)$ восстанавливает его исходное представление. Например, на выходе этого алгоритма может быть получен список смежности графа $G$. Вы можете выбрать любое представление для восстанавливаемого графа, за исключением списка ребер. Есть ли случаи, в которых однозначное восстановление графа по матрице `dist` невозможно? Почему?

3. 3 балла В ядре реализации алгоритма Флойда-Уоршелла (для поиска кратчайших путей между всеми парами вершин в графе), представленного ниже, допущена ошибка. Приведите пример графа, для которого кратчайшие пути будут определяться неверно, а также соответствующую частичную трассировку (пошаговое исполнение) алгоритма.

```
for i = 1 to n
    for j = 1 to n
        for k = 1 to n
            dist[i][j] = min(dist[i][j], dist[i][k] + dist[k][j])
```

4. 4 балла Возможно ли определить такой ориентированный взвешенный граф $G = (V, E)$, в котором некоторая дуга $(v_i, v_j)$ лежит как на кратчайшем пути из вершины $a \in V$ в вершину $b \in V$, так и на кратчайшем пути из вершины $b$ в вершину $a$? Охарактеризуйте структуру такого графа и определите, возникнут ли ограничения применимости известных алгоритмов поиска кратчайших путей в $G$.