

Задача А1. Временная сложность рекурсии

Ниже приведены два рекурсивных алгоритма обработки целочисленного массива A размера n .

```
1  algorithm1(A, n)
2      if n <= 20
3          return A[n]
4      x = algorithm1(A, n - 5)
5
6      for i = 1 to [n / 2]
7          for j = 1 to [n / 2]
8              A[i] = A[i] - A[j]
9      x = x + algorithm1(A, n - 8)
10
11     return x
```

```
1  algorithm2(A, n):
2      if n <= 50
3          return A[n]
4      x = algorithm2(A, [n / 4])
5
6      for i = 1 to [n / 3]
7          A[i] = A[n - i] - A[i]
8
9      x = x + algorithm2(A, [n / 4])
10
11     return x
```

1. 2 балла

Для каждого из представленных алгоритмов составить рекуррентное соотношение, которое выражает их временную сложность $T(n)$. Обратите внимание, что рекуррентное соотношение должно давать полное представление о сложности алгоритма, т.е., охватывать как рекурсивную, так и нерекурсивную ветку вычислений. Предполагается, что все арифметические операции выполняются за постоянное время.

2. 7 баллов

Вычислите асимптотическую точную границу $\Theta(f(n))$ временной сложности для каждого из представленных алгоритмов, если это возможно. В случае невозможности формирования асимптотической точной границы, представить отдельно верхнюю и нижнюю границы. Обоснуйте свой ответ с помощью метода подстановки, дерева рекурсии, или индукции.