summary

Präodnung: reflexiv, transitiv

Halbordnung: reflexiv, antisymmetrisch, transitiv

total/linear: Halbordung & keine unvergleichbaren Elemente

Wohlordnung: total & jede teilmenge hat ein minimales Element

Äquivalenzrelation: reflexiv, symmetrisch, transitiv

Quantorenregeln:

- $\forall x\ A(x) \Leftrightarrow \neg\exists x\ \neg A(x)$
- $\forall x \in K\ A(x) \Leftrightarrow \neg\exists x \in K\ \neg A(x)$
- $\forall x \in K\ A(x) \Leftrightarrow \forall x(x \in K \Rightarrow A(x))$
- $\exists x \in K\ A(x) \Leftrightarrow \exists x(x \in K \wedge A(x))$

Distributivgesetz: $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

De Morgan: $\neg(F \wedge G) \equiv \neg F \vee \neg G$

DNF: $(A \wedge B) \vee (C \wedge D)$

KNF: $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$

NNF: kein → und kein !(...) (alle Negationen kommen in Literalen vor)

Injektiv: Eine Funktion f ist genau dann injektiv, wenn die Relation $f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$ eine Funktion ist. Ist $f : A \to B$ eine injektive Funktion, dann nennt man $f^{-1} : Im(f) \to A$ die Umkehrfunktion oder inverse Funktion von f. = Elemente der Zielmenge werden höchstens einmal getroffen.

Surjektiv: Eine Funktion $f : A \to B$ heisst surjektiv auf B, wenn $B = Im(f)$. = Elemente der Zielmenge werden mindestens einmal getroffen.

Bijektiv: surjektiv + injektiv

Die Menge aller Funktionswerte $Im(f) := \{f(x) \mid x \in A\}$ wird als Bild(menge) von f bezeichnet.

Prädikative Schreibweise: $\{z \in X \mid E(z)\}$ oder mit $\{z \mid z \in X \wedge E(z)\}$
Ersetzungsschreibweise: $\{F(x) \mid x \in X\} := \{y \mid \exists x \in X\ (y = F(x))\}$

- Sind X und Y Mengen, dann ist $X \cup Y := \{x \mid x \in X \vee x \in Y\}$ die Vereinigung von X mit Y .
- Die Schnittmenge von X und Y ist durch $X \cap Y := \{x \in X \mid x \in Y\} = \{x \in Y \mid x \in X\} = \{x \mid x \in X \wedge x \in Y\}$ gegeben.
- Ist I eine Menge so, dass für alle Elemente $i \in I$ auch Ai eine Menge ist, dann wird $\bigcup(i \in I)\ Ai := \{x \mid \exists i \in I\ (x \in Ai)\}$. die Vereinigung von $\{Ai \mid i \in I\}$ genannt.
- Analog dazu, ist die Schnittmenge durch $\bigcap\ i \in I\ Ai := \{x \mid \forall i \in I\ (x \in Ai)\}$ gegeben, falls I nicht = ∅ ist.

Es sei R eine (binäre) Relation.

- Als transitiven Abschluss von R bezeichnet man die kleinste (bezüglich ⊆) transitive Relation, die R als Teilmenge enthält, sie wird mit R+ notiert.
- Die kleinste Relation, die R+ enthält und reflexiv ist, nennt man den reflexiv-transitiven Abschluss von R, sie wird mit R∗ bezeichnet.
- Ein Element $x \in X$ einer Teilmenge $X \subseteq M$ von M heisst R-minimal in X, falls es kein anderes Element $y \in X$ mit yRx gibt.
- Ein Element $x \in X$ einer Teilmenge $X \subseteq M$ von M heisst R-maximal in X, falls es kein anderes Element $y \in X$ mit xRy gibt.

Transitiv: Wenn für alle $x, y, z \in X$. $xRy \wedge yRz \Rightarrow xRz$ gilt.

Symmetrisch: Wenn für alle $x, y \in X$. $xRy \Rightarrow yRx$ gilt.

Antisymmetrisch: Wenn für alle $x, y \in X$. $xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$ gilt.

Reflexiv: Wenn für alle $x \in X$. xRx gilt.

Linear: Für alle x,y xRy oder yRx

- ggt(n,m) = ggt(n, m - n) = ggt(m, n - m) für $0 < n < m$
- partition: nichtleer, paarweise disjunkt
- paarweise disjunkt: $\forall i, j \in I\ (i =/= j \Rightarrow Xi \cap Xj = \emptyset)$.
- multiplikatives inverses: a x m = 1 (mod n) ⇒ **a**xm + bxn = 1 suchen
- äquivalenzklasse [x] = klasse k in der x drin ist, k bildet äq.relation
- paarweise vergleichbar: aRb, aRc, aRd...
- $P(P(a)) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}$
- N,Z,Q: abzählbar
- DAG = gerichteter zyklenfreier Graph G(Menge,Relation)

Peano axiome:

1. $0 \in \mathbb{N}$
2. $\forall n(n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \in \mathbb{N})$
3. $\forall n(n \in \mathbb{N} \Rightarrow n' \neq 0)$

4. $\forall n, m(n, m \in \mathbb{N} \Rightarrow (m' = n' \Rightarrow m = n))$
5. $\forall X(0 \in X \land \forall n(n \in \mathbb{N} \Rightarrow (n \in X\ n' \in X)) \Rightarrow \mathbb{N} \subseteq X)$

9 mod 4 = 1. -9 mod 4 = 3. -9 mod -4 = -1. 9 mod -4 = -3.