

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Дисциплина: «Вычислительная математика»

Лабораторная работа №3  
Вариант: Метод Симпсона

Выполнил: Кизилев Степан Александрович,  
группа Р32312  
Преподаватель: Перл Ольга Вячеславовна

## 1 Описание метода

Идея в том что на небольшом участке мы можем приблизить функцию параболой и посчитать интеграл как площадь под этой параболой. И так сделать на всех участках разбиения от  $a$  до  $b$ . На участке мы вычисляем:

$$\int_{a_i}^{b_i} (c_i x^2 + d_i x + e_i) dx$$

Нам потребуется провести параболу через точки  $a_i$ ,  $b_i$  и  $m_i$  (середина кусочка  $m_i = \frac{a_i + b_i}{2}$ ). Для удобства вычисления мы можем сдвинуть нашу параболу к 0. Т.е. представить:  $a_i = 0$ . Тогда мы можем заменить  $m_i = h$  и  $b_i = 2h$ . Тогда получаем систему:

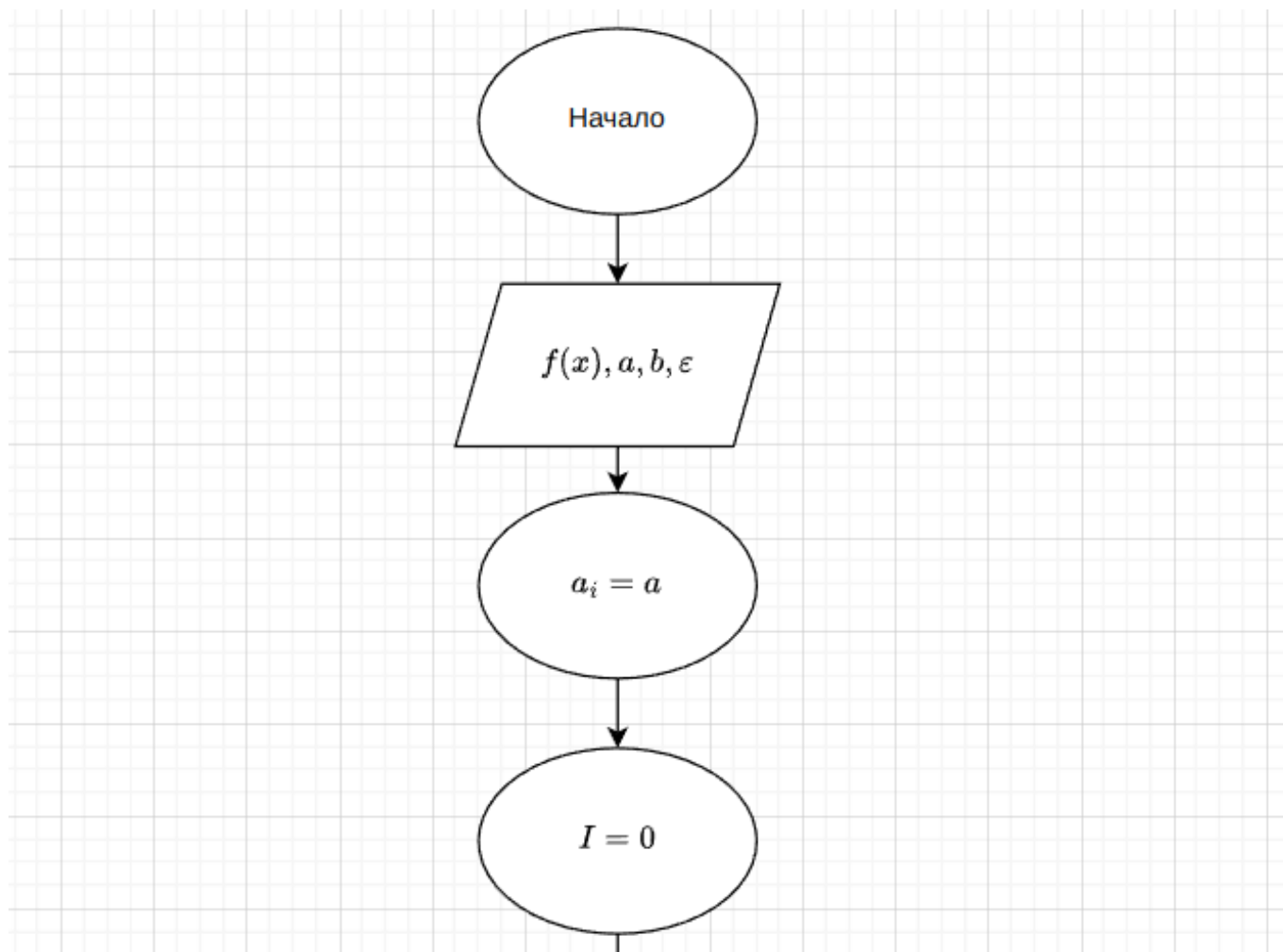
$$\begin{cases} f(a_i) = f(0) = e_i \\ f(m_i) = f(h) = c_i h^2 + d_i h + e_i \\ f(b_i) = f(2h) = 4c_i h^2 + 2d_i h + e_i \end{cases}$$

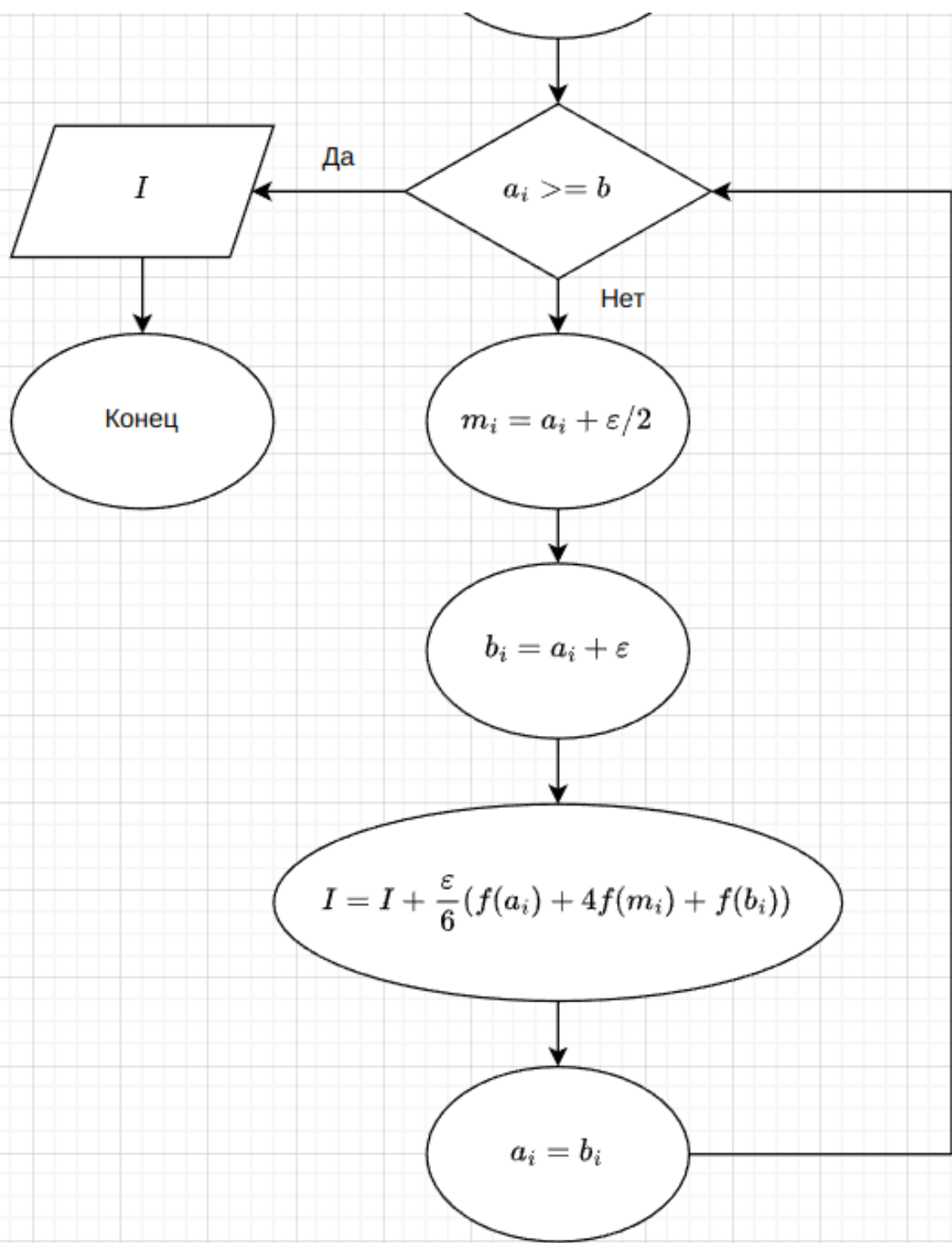
Теперь считаем интеграл:

$$\begin{aligned} \int_{a_i}^{b_i} (c_i x^2 + d_i x + e_i) dx &= \left( \frac{cx^3}{3} + \frac{dx^2}{2} + ex \right) \Big|_0^{2h} = \frac{8ch^3}{3} + \frac{4dh^2}{2} + 2eh = \frac{h}{3} (8ch^2 + 6dh + 6eh) = \\ &= \frac{h}{3} (f(2h) + f(0) + 4f(h)) = \frac{h}{3} (f(b_i) + f(a_i) + 4f(m_i)) \end{aligned}$$

Затем суммируем полученные значения на всех участках и получаем ответ.

## 2 Блок-схема метода





### 3 Исходный код

```
@staticmethod
def calculate_integral(local_a: float, local_b: float, local_f: int, local_epsilon: float) -> float | None:
    match local_f:
        case 1:
            if local_a <= 0 and local_b >= 0:
                Result.has_discontinuity = True
                Result.error_message = "Integrated function has discontinuity or does not defined in current " \
                    "interval"
                return
        case 5:
            if local_a <= 0 or local_b <= 0:
                Result.has_discontinuity = True
                Result.error_message = "Integrated function has discontinuity or does not defined in current " \
                    "interval"
                return

    sign = 1 if local_a < local_b else -1
    local_a, local_b = min(local_a, local_b), max(local_a, local_b)

    func = Result.get_function(local_f)
    current_start = local_a
    summa = 0

    while current_start < local_b:
        med = current_start + local_epsilon / 2
        summa += (local_epsilon / 6) * (func(current_start) + 4 * func(med) + func(current_start + local_epsilon))
        current_start += local_epsilon

    return sign * summa
```

### 4 Примеры и результаты работы

#### 4.1 Пример 1

```
-5
5
1
0.00001
Integrated function has discontinuity or does not defined in current interval
```

## 4.2 Пример 2

```
1
5
1
0.00001
1.6094399124278156
```

## 4.3 Пример 3

```
3
6
3
0.0000001
69.0000000000628991
```

## 5 Вывод

В ходе выполнения работы реализовали метод для численного вычисления интеграла на отрезке. Он не умеет вычислять, если встречается разрыв 2 рода, но может вычислить, если разрыв устранимый. Получили новый опыт при использовании новой тестирующей системы.