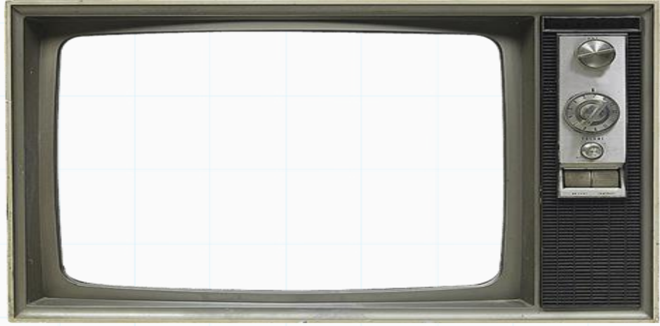
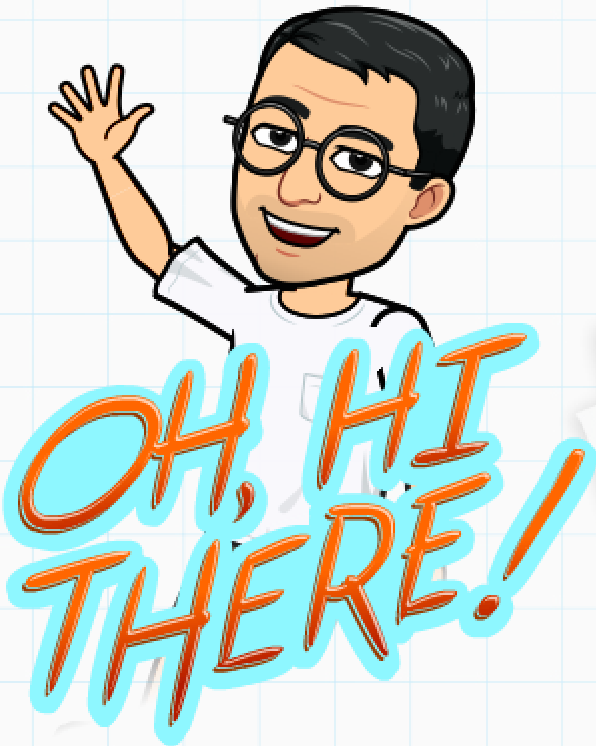
Solvers

Professor : Yuri Frota

www.ic.uff.br/~yuri/pi.html

yuri@ic.uff.br





Dado um grafo não direcionado $G = (V, E)$ com $n = |V|$ vertices, o problema da k-árvore com mais folhas consiste em encontrar uma árvore de tamanho k (k arestas) em G com o maior numero de folhas possível Modele o problema.

Exercício

K-árvore mínima

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a aresta } ij \in E \text{ está na solução} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice } i \in V \text{ está na solução} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\min \sum_{ij \in E} w_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{ij \in E} x_{ij} = k$$

$$x_{ij} \le y_i$$

$$x_{ij} \le y_j, \quad \forall ij \in E$$

$$\sum_{i \in V} y_i = k + 1$$

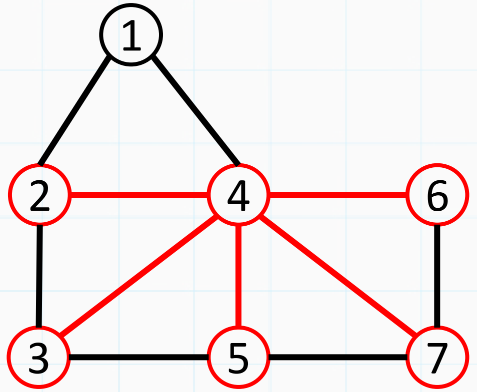
$$\sum_{ij \in E[S]} x_{ij} \le |S| - 1, \quad \forall S \subseteq V, |S| \ge 3$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall ij \in E,$$

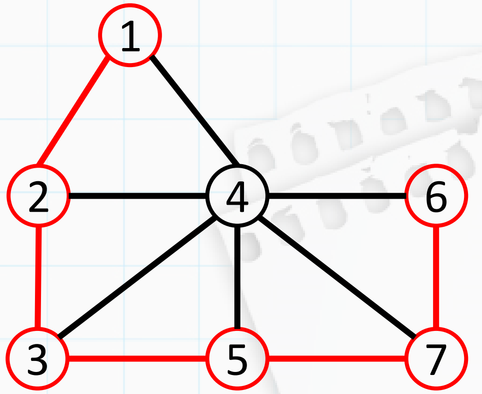
$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V$$

1) Vars: adicionar variável (w) para cada vértice para indicar se o vértice é folha ou não na k-árvore
2) F.O.: Queremos agora maximizar o número de folhas na k-árvore
3) Rest:
   - Se um vértice for folha (w) então ele está na árvore (x)
   - Se um vértice for folha (w) então o número máximo de arestas conectadas a ele (x) será 1, senão pode ter quantas quiser.

k=5



f.o. = 5



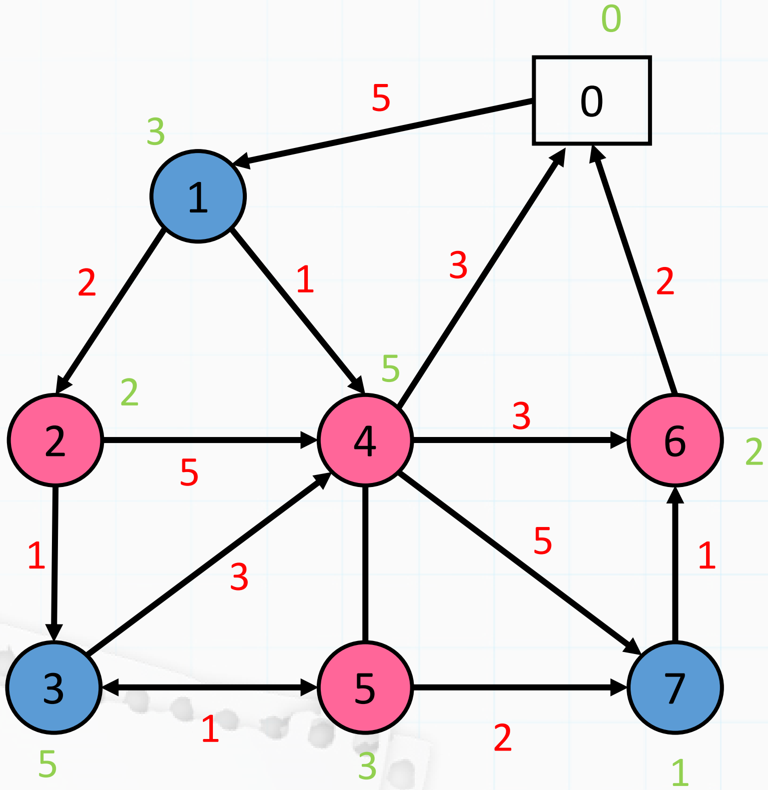
f.o. = 2

Exercício

Exercício

Seja $G = (M \cup F, A)$ um grafo direcionado, onde o conjunto de vértices $|M \cup F| = n$ representa dormitórios de alunos. Os vértices M são os dormitórios masculinos e os vértices F são os dormitórios femininos. O vértice 0 representa o colégio dos alunos. Por simplicidade vamos definir $V = M \cup F \cup \{0\}$. Além disso, $A = \{(i,j) : i,j \in V, i \neq j\}$ é o conjunto de arcos (caminhos) e c_{ij} é o custo (distância) do arco $(i,j) \in A$. Cada dormitório $i \in V$ possui q_i alunos ($q_0 = 0$).

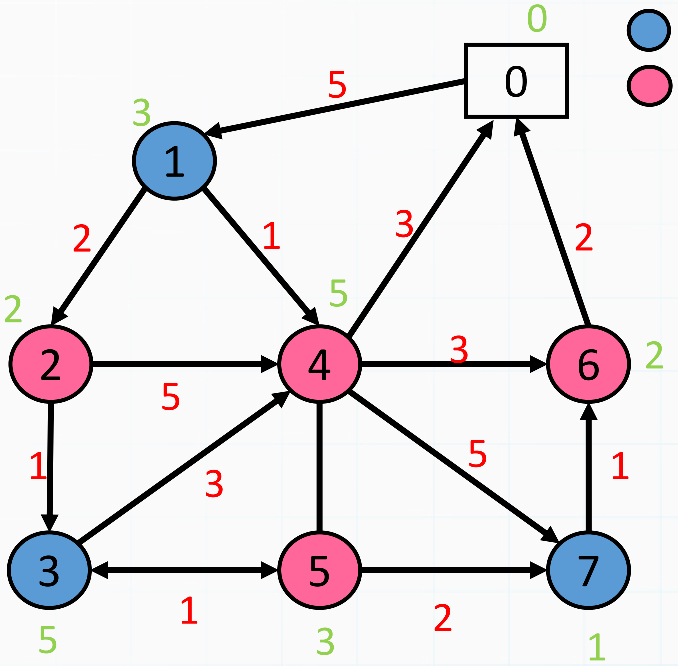
O colégio só tem um ônibus, com capacidade Q_1, para recolher os alunos. Caso o ônibus passe em um dormitório, ele tem que recolher todos os alunos. **Queremos encontrar uma rota de custo mínimo que busque pelo menos Q_2 alunos para levar no colégio.** Além disso, por uma questão de igualdade (equilíbrio), a diferença entre a quantidade de dormitórios masculinos e femininos visitadas pelo ônibus tem que ser no máximo 1



masculino
feminino
c(i,j)
qi
Q1 = 20
Q2 = 17
Onde V=M ∪ F ∪ {0}

Temos que fazer 1 rota, saindo e retornando a 0, pegando pelo menos Q2 alunos, sem ultrapassar capacidade Q1. Visitando (quase) o mesmo número de dormitórios masc. E fem.

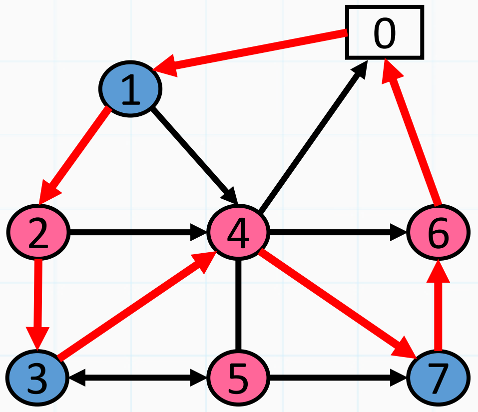
Exercício



masculino
feminino
$c(i,j)$
q_i
$Q1 = 20$
$Q2 = 17$

Onde $V = M \cup F \cup \{0\}$

Exemplo de solução:



f.o. = 19
alunos pegos = 18

Temos que fazer 1 rota, saindo e retornando a 0, pegando pelo menos Q2 alunos, sem ultrapassar capacidade Q1. Visitando (quase) o mesmo número de dormitórios masc. E fem.

1) Vars: Uma variável por aresta (x) e uma variável por vértice na solução (y)
2) F.O. : Minimizar custo da rota
3) Rest:
   - Para todo vértice i, o que entra em i é igual ao que sai de i (x), isto é, conservação de fluxo.
   - Se aresta ij (x) está na solução, então vértices i e j (y) também tem que estar
   - A quantidade de alunos recolhidos na rota (x e q) tem que estar limitado. Não pode ser mais que Q1 (limite do ônibus), e não pode ser menos que Q2 (limite operacional)
   - Eliminação de subciclo (x) para todo subconjunto de vértices que não contenha a escola (0).
   - Restrição de Equilíbrio: A diferença entre a quantidade de vértices masculinos visitados (y) e vértices femininos visitados (y) , tem que ficar limitada para termos equilíbrio, não pode ser mais que ? E nem menos que ?

Até a próxima