

Задача адвекции-диффузии

Терентьев Евгений

Апрель 2016

1 Задача

$$\frac{\partial u}{\partial t} = d(1 + iw_0)\Delta u + d_1 \frac{\partial u}{\partial x} + d_2 \frac{\partial u}{\partial y} + u + (-1 + ic_0)|u|^2 u \quad (1)$$

$$u \in \mathbb{C} \quad (2)$$

$$u(1, x, y) = u_*(t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \gamma}|_r = 0 \quad (4)$$

2 Численное решение

i - для X; j - для Y;

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u(t + \Delta t, x, y) - u(t, x, y)}{\Delta t} \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{ijk+1} - u_{ijk}}{\Delta t} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_{i+1jk} - u_{ijk}}{\Delta x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_{ij+1k} - u_{ijk}}{\Delta y} \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i-1jk} - 2u_{ijk} + u_{i+1jk}}{\Delta x^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{u_{ij-1k} - 2u_{ijk} + u_{ij+1k}}{\Delta y^2} \quad (10)$$

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (11)$$

$$u_{ijk+1} = u_{ijk} + \Delta t(-d(1 + iw_0)(\frac{u_{i-1jk} - 2u_{ijk} + u_{i+1jk}}{\Delta x^2} + \frac{u_{ij-1k} - 2u_{ijk} + u_{ij+1k}}{\Delta y^2}) + d_1 \frac{u_{ij+1k} - u_{ijk}}{\Delta x} + d_2 \frac{u_{i+1jk} - u_{ijk}}{\Delta y} + u_{ijk} + (-1 + ic_0)|u_{ijk}|^2 u_{ijk})$$