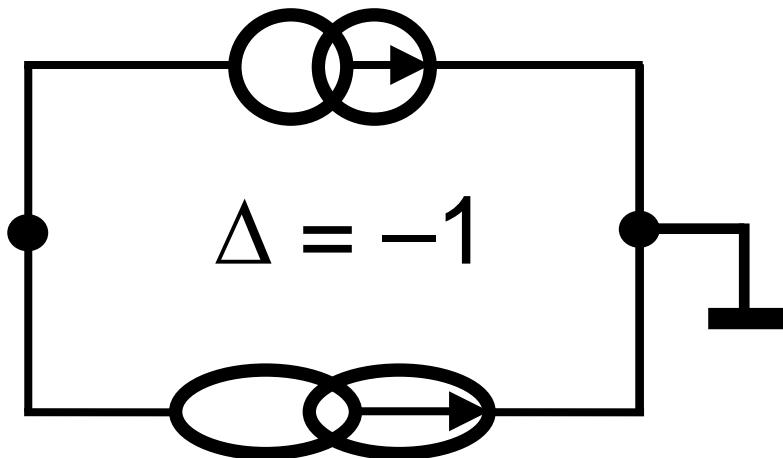


СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

САД-2012



Ульяновск 2012

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE
OF THE RUSSIAN FEDERATION

ULYANOVSK STATE TECHNICAL UNIVERSITY

**SYNTHESIS, ANALYSIS
AND DIAGNOSIS
OF ELECTRONIC CIRCUITS**

SAD-2012

Ulyanovsk 2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«УЛЬЯНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

Международный сборник научных трудов

Вып. 10

Ульяновск
УлГТУ
2012

УДК 516.7.24/25+519.873

ББК 32.85

С38

УДК 516.7.24/25+519.873

Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : Международный сборник научных трудов.– Вып. 10 / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск : УлГТУ, 2012. — 280 с.

Сборник продолжает серию специализированных сборников, изданных и издаваемых в Ульяновском государственном техническом университете (УлГТУ) в рамках международных конференций: «Континуальные логико-алгебраические исчисления и нейроматематика», «Конференция по логике, информатике, науковедению» и «Волгинские чтения».

В данном выпуске обсуждаются теоретические вопросы и практические приложения современной теории электрических и электронных цепей, в том числе структурный синтез и топологический анализ электронных цепей, диагностика электрических сетей, методы нелинейной компенсации, автоматизация схемотехнического проектирования и др.

Рекомендуется для специалистов в области схемотехники аналоговых и аналого-дискретных электронных цепей, магистрантов и аспирантов соответствующих направлений и специальностей.

Редакционная коллегия:

Горшков К.С., канд. техн. наук (ответственный секретарь)

Гришкевич А. А., д-р техн. наук, Ченстоховский политехн. ин-т (Польша),

Курганов С. А., д-р техн. наук (зам. ответственного редактора),

Соловьева Е. Б., д-р техн. наук, СПбГЭУ – ЛЭТИ им. В.И.Ленина,

Филаретов В. В., д-р техн. наук (ответственный редактор).

Ягуп В.Г., д-р техн. наук, Харьковская национальная академия городского хозяйства

Научное издание

СИНТЕЗ, АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

Международный сборник научных трудов

Выпуск 10

Под редакцией В. В. Филаретова

Компьютерная верстка В. В. Филаретов

Подписано в печать 20.12.2012. Формат 60x84/16. Бумага писчая.

Усл.печ.л. 16,45. Тираж 100 экз. Заказ

Ульяновский государственный технический университет

432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

Типография УлГТУ. 432027, Ульяновск, Северный Венец, 32

ISBN

© Авторы, 2012

© Оформление. УлГТУ, 2012

*ВЫПУСК посвящается
Артуру Абрамовичу Ланнэ*

СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

СИНТЕЗ ПАРАМЕТРОВ И ДОПУСКОВ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

А. М. Кузнецов

Изложены проблема синтеза параметров и допусков элементов линейных электрических цепей и способы решения задач синтеза с использованием метода схемных определителей.

Введение. Любая система передачи и обработки информации содержит устройства, выполняющие определенные операции над сигналами. В аналоговых системах эти операции выполняются с помощью электрических цепей. При проектировании таких систем и их компонентов важнейшей задачей является синтез линейных электрических цепей [1, 2].

Синтез представляет собой процедуру, целью которой является объединение различных элементов, свойств, сторон объекта в единое целое, в систему. В наиболее общей постановке задача синтеза электрической цепи может быть охарактеризована как задача построения электрической цепи с заданными свойствами. Под свойствами цепи могут подразумеваться характеристики цепи, ее структура, вид используемых элементов, стоимость, вес, габариты, стабильность характеристик, число элементов и т. д. Однако главнейшими из перечисленных свойств, определяющих целевое назначение электрических цепей, являются характеристики цепи. Именно воспроизведение требуемой характеристики является основной задачей синтеза.

В настоящее время продолжает быть актуальной разработка таких методов расчета и, в первую очередь, синтеза, с помощью которых удастся проектировать цепи, наилучшие с точки зрения заранее определенного критерия или нескольких критериев. Развитие методов оптимального синтеза в полной мере отражает общую тенденцию современной науки и техники: достижение заданного эффекта при минимальных затратах. При

этом обычно в процессе синтеза рассматривается несколько конкурирующих вариантов цепи, из которых выбирается один, наиболее подходящий для практического применения. Это связано с тем, что синтезируемая цепь, как правило, рассматривается не по одному, а по нескольким, взаимно противоречивым критериям.

Различают синтез пассивных и активных цепей, цепей с потерями и без потерь (реактивных), двухполюсников, четырехполюсников и многополюсников, синтез по частотным (заданным графически либо аналитически) и временным характеристикам, а также по передаточным функциям.

Синтез цепей состоит из следующих этапов: 1) структурный синтез; 2) параметрический синтез; 3) допусковый синтез. Структурный и параметрический синтез – это сложные задачи, требующие многочисленных вычислений. Решение их вручную занимает много времени, при этом велика вероятность ошибки на одном из этапов вычислений.

В настоящее время процессы структурного и параметрического синтеза не автоматизированы в общем виде. Имеющиеся решения либо требуют участия инженера при принятии ключевых решений, либо ограничены по типу схем и элементов, либо не позволяют найти все возможные или достаточные решения. Ведется разработка и реализация методов автоматизированного решения этих задач с использованием методов оптимизации [3] и теории схемных определителей [4]. В данной статье рассмотрены второй и третий этапы синтеза, а также метод расчета погрешности коэффициента преобразования.

Параметрический синтез. Синтез параметров элементов электрической цепи предполагает нахождение параметров элементов цепи, имеющей заданную структуру с учетом требований к характеристикам цепи. Для решения общих задач параметрического синтеза применяются методы нелинейного математического программирования и решения систем нелинейных уравнений. При этом необходимо подобрать оптимальные параметры при различных возможных вариантах решения задачи.

В качестве целевой характеристики электрической цепи может быть выбран ее коэффициент передачи K , который можно представить в виде

$$K = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}, \quad (1)$$

где $p = j\omega$, a_i и b_k – коэффициенты.

Коэффициентам a_i и b_k могут быть поставлены в соответствие символные выражения, содержащие параметры элементов и

математические операции (например, выражение $R_1R_2(C_1 + C_2)$ для сопротивлений резисторов R_1 , R_2 и емкостей конденсаторов C_1 и C_2). Приравняв эти выражения к значениям соответствующих коэффициентов, можно получить систему нелинейных алгебраических уравнений (компонентных уравнений). Решением этой системы будет набор параметров элементов, удовлетворяющих заданной характеристике.

Решение сложных систем нелинейных алгебраических уравнений с помощью прямых методов в общем случае не представляется возможным. Они развиты для решения тригонометрических, логарифмических, показательных, а также простейших алгебраических уравнений и систем. Однако подавляющее большинство нелинейных уравнений, встречающихся на практике, не удается решить прямыми методами. Даже для алгебраического уравнения выше четвертой степени не удается получить аналитического решения в виде формулы с конечным числом арифметических действий.

Итерационные методы. Общая идея итерационных методов заключается в выборе какого-то начального приближения к одному из решений системы и последующее его циклическое уточнение с получением нового приближения. Условием завершения цикла может служить нахождение решения с точностью, удовлетворяющей заданной, достижение заданного предельного числа шагов или малое изменение нового получаемого приближения относительно предыдущего. В двух последних случаях решение не может быть найдено данным методом для выбранного начального приближения. При этом для поиска нескольких решений нужно выбирать различные начальные приближения, например, случайным образом или путем разбиения области определения на отдельные участки.

Область поиска решений должна быть ограничена. Ограничения определяются допустимыми диапазонами значений параметров элементов. Кроме того, полученные решения могут отсеиваться по каким-либо критериям. Одним из критериев могут быть предельные допустимые отклонения параметров элементов от номинальных значений (допуски). Подробнее этот вопрос рассмотрен в следующем разделе статьи.

Общий алгоритм синтеза параметров может быть представлен с помощью блок-схемы (рис.1).

Возможность применения итерационных методов также ограничена из-за их неэффективности в задачах оптимизации с большим числом параметров и необходимости правильного выбора начального приближения. Кроме того, они требуют значительных вычислительных затрат на каждом шаге приближения.

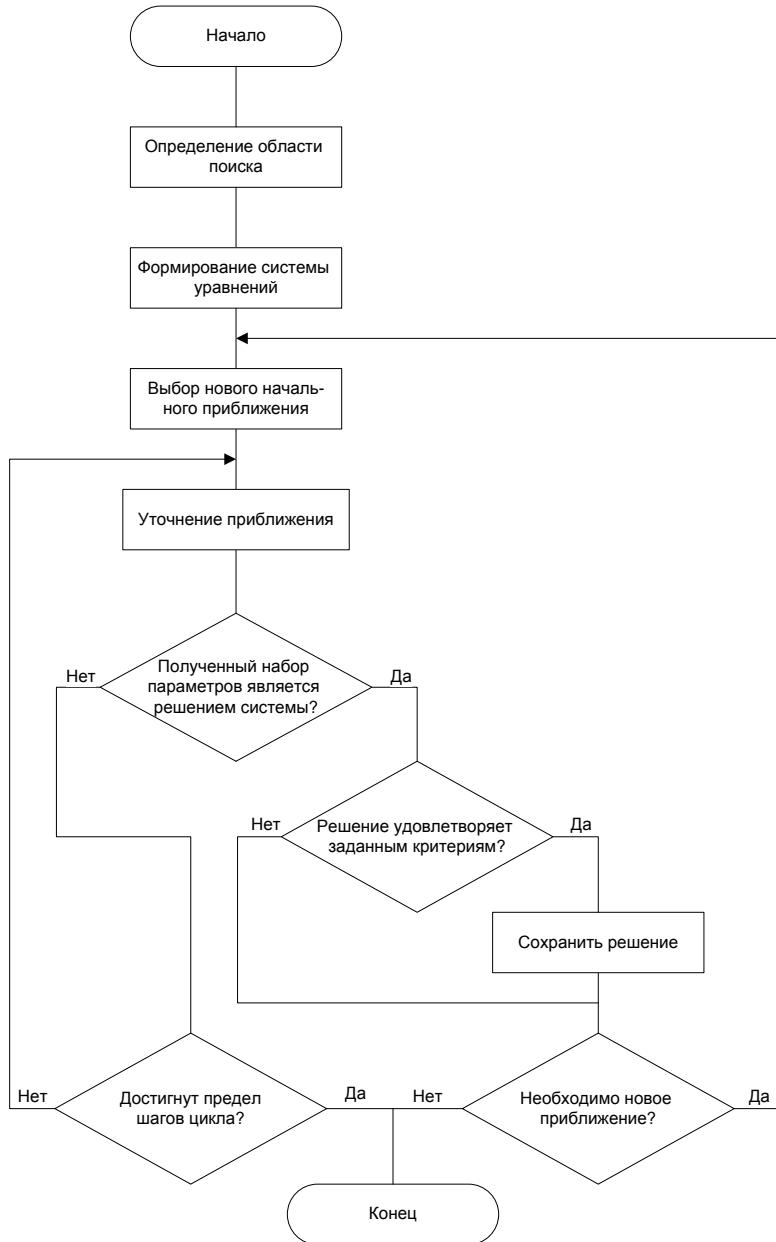


Рис. 1. Блок-схема алгоритма синтеза параметров итерационным методом

Генетические алгоритмы. Наиболее перспективным направлением развития параметрического синтеза является использование генетических алгоритмов, которые относятся к стохастическим методам. Они позволяют вести направленный поиск оптимального решения независимо от природы задачи с последовательным улучшением результата и при этом используют элемент случайности, что дает возможность в процессе поиска выйти из локальной области квазиоптимального решения, в отличие от итерационных методов, которые сходятся к одной точке.

Генетический алгоритм осуществляет направленный перебор комбинаций параметров до тех пор, пока не будет найдена комбинация,

удовлетворяющая заданному условию (функции приспособленности). При этом должна быть возможность оценки каждого потенциального решения с точки зрения его «приспособленности». В частности, условием может являться нахождение максимума или минимума определенной функции (целевой функции).

Система нелинейных алгебраических уравнений вида

$$\begin{cases} f_1(\bar{x}) = 0, \\ \dots \\ f_n(\bar{x}) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

может быть представлена в качестве целевой функции как сумма квадратов левых частей уравнений:

$$f_u = f^2_1(\bar{x}) + \dots + f^2_n(\bar{x}). \quad (3)$$

Решение системы уравнений (2) находится в абсолютном минимуме данной функции, который равен нулю. Таким образом, нахождение точки минимума обеспечит нахождение комбинации параметров, которая может являться решением исходной системы и должна быть проверена. При этом точно известно, что минимум является глобальным.

Ключевыми объектами генетического алгоритма являются гены, хромосомы и популяции. Ген – это некий объект, чаще всего число или двоичный бит, хромосома – вектор генов, популяция – совокупность особей, каждая из которых имеет свою хромосому.

Сам алгоритм представляет собой цикл, на каждой итерации которого исходная популяция эволюционирует и образуется новая популяция (следующее поколение). Алгоритм в качестве исходных данных должен иметь начальную популяцию, которая обычно генерируется случайным образом. Критерием завершения алгоритма является нахождение решения, при котором заданное условие (например, минимизация целевой функции), выполняется с заданной точностью. Кроме того, может быть дополнительно задано максимальное число циклов алгоритма и формализованное минимальное различие между популяциями текущего и предыдущего поколения, которое необходимо для продолжения эволюции данной популяции.

Процесс получения нового поколения – ключевая часть алгоритма, которая определяет его важнейшие свойства и эффективность в рамках конкретной задачи. В общем случае для получения новой популяции необходимо выполнить следующие операции:

1) выбор определенного числа пар особей (родителей), которые будут участвовать в размножении;

2) скрещивание между собой особей каждой пары (в наиболее типичном случае состоит в обмене генами между их хромосомами) и получение новых особей;

3) выбор особей, которые попадут в новую популяцию (выжившие особи).

Возможны различные варианты реализации этих операций: каждая особь может участвовать в образовании только одной или нескольких пар, выбор выживших членов популяции может производиться среди всех особей или только среди потомков и т.д. Отбор и скрещивание могут выполняться по разным алгоритмам, которые могут иметь параметры, регулировка которых влияет на характер изменения популяции. Возможно также добавление дополнительных операций и интеграция их друг с другом. Например, при скрещивании может происходить мутация особей – случайное изменение определенных генов хромосомы. Такой подход позволяет получать особи, отличающиеся от остальных, если обычное скрещивание не приводит к значимому изменению популяции.

Для осуществления параметрического синтеза схемы с использованием генетических алгоритмов необходимо выбрать способ представления возможных решений задачи в виде хромосом. Если использовать функцию (3) в качестве функции приспособленности, возможным решением является вектор численных значений, поэтому никаких дополнительных преобразований не требуется – в качестве хромосомы будет использоваться вектор значений, а каждое отдельное значение будет являться геном.

При адаптации генетического алгоритма под конкретную задачу необходимо выявить ключевые особенности области его применения. Создание универсального алгоритма, пригодного для оптимизации любой целевой функции является общенаучной проблемой, и ее решение в рамках конкретной задачи совершенно не оправдано и потребует огромных затрат времени и ресурсов. Кроме того, разработка с учетом конкретных условий позволит создать наиболее эффективный с точки зрения затрат времени способ решения поставленной задачи.

В случае системы компонентных уравнений и целевой функции, получаемой на ее основе, одной из особенностей задачи можно считать то, что выражение является алгебраическим. Необходимо провести исследования с целью выявления наиболее эффективных реализаций всех этапов генетического алгоритма и их наиболее оптимальных параметров. Для этого потребуется изучение различных вариантов реализаций и их тестирование на практике.

Синтез и анализ допусков. Следующим этапом после синтеза параметров является определение допусков на параметры элементов цепи, то есть максимальных абсолютных отклонений параметров от номинального значения. Чувствительность цепи к изменениям параметров

пассивных и активных компонент является одним из важнейших показателей при анализе эквивалентных реализаций, полученных в результате структурного и параметрического синтеза. Для того чтобы изделия выполняли заданные функции с требуемым качеством, после получения оптимальной топологии и установления номинальных значений разработчик должен определить допустимые диапазоны изменения параметров элементов.

В [5] описан способ получения допусков и погрешностей преобразования произвольных электрических цепей в аналитическом виде. По заданной допустимой погрешности преобразования (отклонения коэффициента передачи от идеального значения) может быть вычислен допуск на произвольный пассивный или активный элемент. Для этого выполняется так называемое выделение этого элемента, в результате чего образуются две производные схемы. В первой производной схеме выделяемый элемент заменяется идеальным активным элементом – неудаляемым управляемым источником или нуллом. Во второй схеме выделяемый элемент нейтрализуется, то есть его параметр приравнивается к нулю. Для каждого варианта применения двух этих операций находится схемный определитель – символьное выражение, соответствующее данной топологии схемы. Полученные определители подставляются в общую формулу, которая используется для расчета допуска:

$$\delta(\chi) = \frac{\gamma N_{\delta(\chi)} D_{\delta(\chi)}}{N^{\delta(\chi)} D_{\delta(\chi)} - N_{\delta(\chi)} D^{\delta(\chi)} (\gamma + 1)}, \quad (4)$$

где $N_{\delta(\chi)}$, $D_{\delta(\chi)}$ – определители схемы, получаемые при выделении элемента χ с заданием его параметра равным нулю, $N^{\delta(\chi)}$, $D^{\delta(\chi)}$ – определители, получаемые при задании параметра элемента равным бесконечности.

Для анализа чувствительности схемы к изменениям значений параметров отдельных элементов или их произвольных сочетаний, может быть вычислена погрешность преобразования при заданных допусках выбранных элементов. При этом используется следующая формула:

$$\begin{aligned} \gamma_{(1,2,\dots,n)} = & \left[\delta(\chi_1) \left(N_{\delta(\chi_2,\dots,n)}^{\delta(\chi_1)} D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} - N_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} D_{\delta(\chi_2,\dots,n)}^{\delta(\chi_1)} \right) + \dots + \right. \\ & + \delta(\chi_n) \left(N_{\delta(\chi_1,\dots,n-1)}^{\delta(\chi_n)} D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n-1)} - N_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n-1)}^{\delta(\chi_n)} \right) + \\ & + \delta(\chi_1 \chi_2) \left(N_{\delta(\chi_3,\dots,n)}^{\delta(\chi_1,2)} D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} - N_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} D_{\delta(\chi_3,\dots,n)}^{\delta(\chi_1,2)} \right) + \dots + \\ & + \delta(\chi_1 \chi_2 \dots \chi_n) \left(N_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)}^{\delta(\chi_{1,2,\dots,n})} D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} - N_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} D_{\delta(\chi_{1,2,\dots,n})}^{\delta(\chi_{1,2,\dots,n})} \right) \Big] / \\ & / \left[N_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} \left(\delta(\chi_1) D_{\delta(\chi_2,\dots,n)}^{\delta(\chi_1)} + \dots + \delta(\chi_n) D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n-1)}^{\delta(\chi_n)} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \delta(\chi_1 \chi_2) D_{\delta(\chi_3,\dots,n)}^{\delta(\chi_1,2)} + \dots + \delta(\chi_1 \chi_2 \dots \chi_n) D_{\delta(\chi_{1,2,\dots,n})}^{\delta(\chi_{1,2,\dots,n})} + D_{\delta(\chi_1,2,\dots,n)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

В данном случае используются определители схем, в которых одновременно могут быть различным образом выделено сразу несколько элементов – перебираются все возможные сочетания элементов, выбранных для оценки их влияния на погрешность коэффициента преобразования.

Программа Toleralize. Расчет допусков и погрешностей реализован в программе Toleralize, разработанной А.М. Кузнецовым и К.С. Горшковым. Программа позволяет получить и рассчитать формулы допусков на параметры элементов при заданной погрешности преобразования и погрешностей преобразования для заданных допусков на элементы, для которых оценивается их влияние на коэффициент преобразования. Предусмотрена также возможность расчета погрешностей для всех возможных вариантов выбора элементов, влияние которых оценивается (при этом должны быть заданы допуски на все элементы). Получаемые в процессе вычислений схемные определители сохраняются и могут быть открыты для просмотра.

Использование Toleralize позволяет значительно упростить анализ электрических схем, поскольку все вычисления происходят автоматически. Это позволяет пользователю не тратить время на сложные расчеты, и исключает возможность ошибок. От пользователя требуется лишь загрузка схемы и выбор задачи для расчета.

В программе поддерживаются схемы, содержащие активные и реактивные элементы, управляемые и независимые источники и приемники тока и напряжения, а также аномальные активные элементы – нуллоры.

Программа получает информацию об исследуемой схеме путем загрузки ее из файла формата, совместимого с программой SPICE. Полученные данные преобразуются во внутреннее представление схемы в программе и после загрузки из исходного файла обращений к нему уже не происходит. Сама схема и ее элементы хранятся в памяти как объекты.

Для пользователя доступны следующие основные функции: 1) расчет допусков для выбранных элементов при заданной погрешности преобразования (возможен расчет одновременно для положительного и отрицательного значения погрешности); 2) расчет погрешности для оценки чувствительности схемы к изменению параметров выбранных элементов при заданных допусках на параметры этих элементов (возможен расчет одновременно для положительных и отрицательных значений допусков); 3) расчет погрешностей для оценки чувствительности схемы к изменению параметров каждого из выбранных элементов при заданных допусках на параметры этих элементов (возможен расчет одновременно для положительных и отрицательных значений допусков); 4) расчет погрешностей для всех возможных вариантов выбираемых для оценки чувствительности элементов при заданных допусках на параметры этих

элементов (возможен расчет одновременно для положительных и отрицательных значений допусков); 5) расчет схемной функции относительно параметров выбираемых элементов через ее дробное символьное выражение.

Текущие версии программы Toleralize не позволяют за короткое время рассчитывать сложные схемы, состоящие из 20 и более узлов. Возможность расчета погрешностей для всех возможных вариантов, выбираемых для оценки чувствительности элементов, ограничена еще сильнее, поскольку количество выполняемых операций резко возрастает с увеличением количества пассивных элементов в схеме и уже для схемы, содержащей 10 элементов, расчет может занять от одного до нескольких часов в зависимости от мощности компьютера.

В процессе получения итоговых формул для расчета требуемых величин требуется получение промежуточных формул схемных определителей. Для этого используется программа Cirsym, разработанная В.В. Филаретовым. Вызов программы и передача ей входных данных происходят автоматически.

Пользовательский интерфейс программы достаточно прост: все основные функции доступны на главной форме. Сразу после загрузки схемы из файла на ней расположены таблица схемы и элементы управления, необходимые для выбора рассчитываемой формулы (рис. 2). После выбора нужных параметров и выполнения вычислений итоговые формулы и значения искомых величин выводятся на форму (рис. 3).

На данный момент программа готова к использованию и может применяться как в учебном процессе, так и для решения практических задач анализа схем. Автоматизация вычислений позволяет пользователю сосредоточиться на решении задач более высокого уровня и избавляет от необходимости проверять корректность расчетов. Планируется дальнейшее развитие программы путем добавления новых возможностей и увеличения скорости вычислений.

Направление исследований. На данный момент предложена концепция параметрического синтеза электросхем с использованием генетического алгоритма для поиска решений системы компонентных уравнений. Для разработки такого алгоритма важнейшей задачей является исследование ключевых свойств данного вида систем нелинейных уравнений и выбор подходящих способов реализации с учетом этих свойств. Проведение исследований требует постоянного тестирования. На начальном этапе можно воспользоваться готовыми решениями, такими, как панель оптимизации в MatLab. Однако возможности их настройки и промышленного использования ограничены и в дальнейшем потребуется разработка собственной платформы для параметрической оптимизации, которая будет интегрирована с аппаратом схемных определителей в рамках единой САПР.

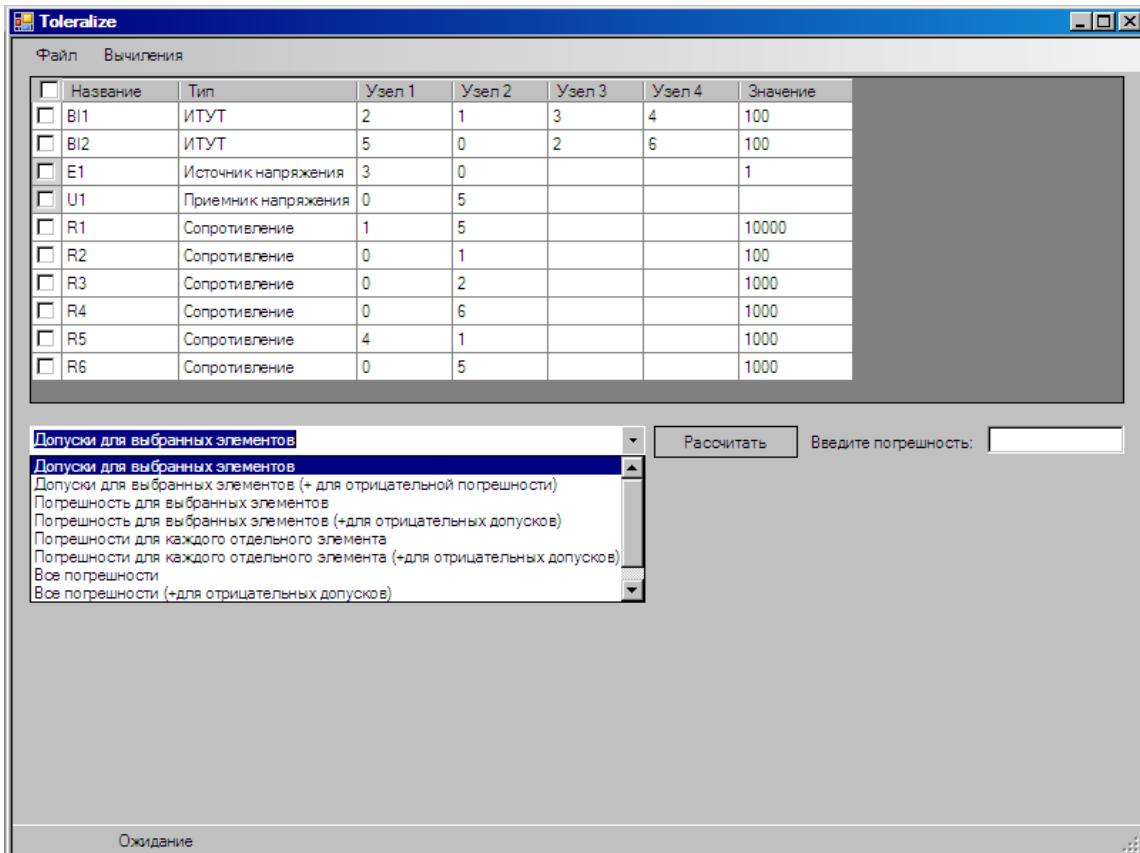


Рис. 2. Основная форма программы Toleralize

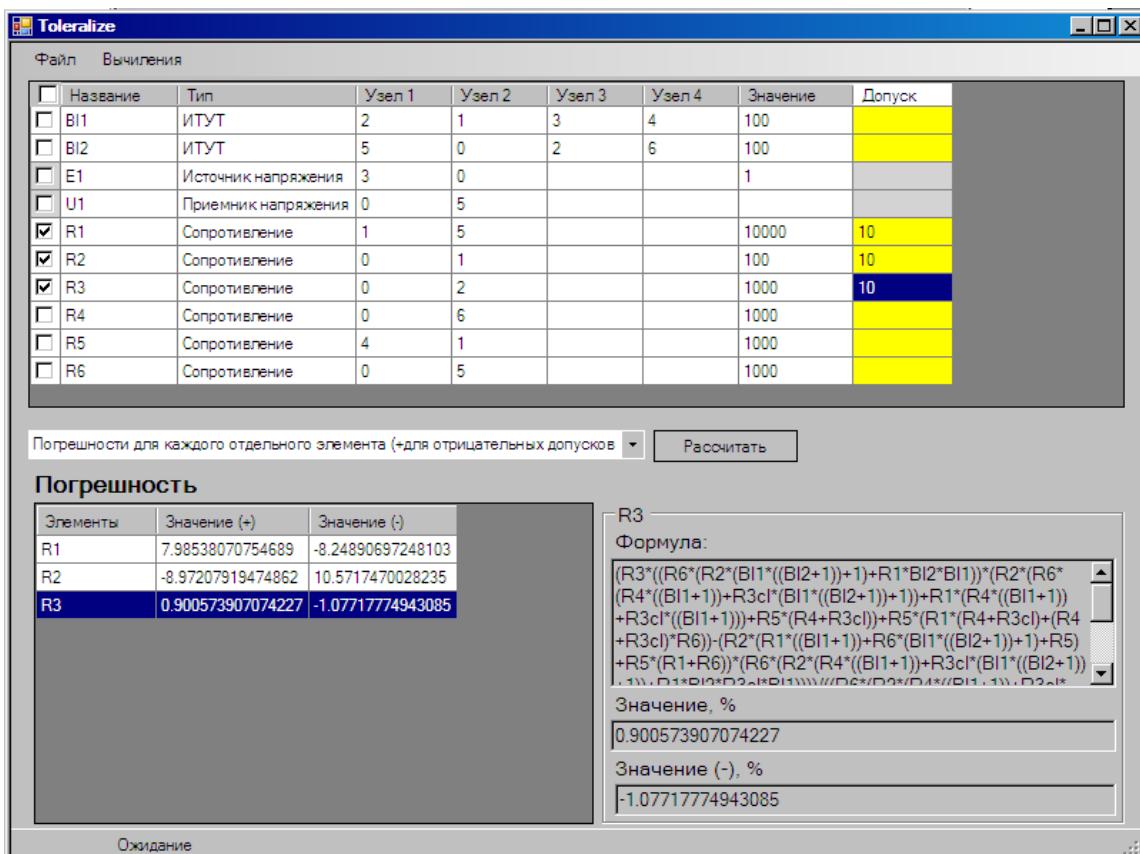


Рис. 3. Результаты вычислений на форме программы

Выводы. 1. Рассмотрены различные возможности реализации параметрического синтеза электрических схем на основе выражения коэффициента преобразования. Сформулирована концепция решения задачи параметрической оптимизации с помощью генетических алгоритмов.

2. Для эффективной разработки собственного генетического алгоритма необходима программная реализация уже на стадии исследования предметной области с точки зрения задачи параметрической оптимизации.

3. Расчет допусков и погрешностей для некрупных схем может выполняться с помощью программы Toleralize. Дальнейшая доработка программы позволит расширить область применения.

Литература

1. Ланнэ А.А. Оптимальный синтез линейных электронных схем/ Изд. 2-е изд.– М.: Связь, 1978.– 336 с.
2. Оптимальная реализация линейных электронных RLC–схем / А.А. Ланнэ, Е.Д. Михайлова, Б.С. Саркисян, Я.Н. Матвийчук. – Киев: Наукова думка, 1981. – 208 с.
3. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.П. Вычислительные методы для инженеров. – М. : Мир, 1998. – 575 с.
4. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраическое моделирование и расчет линейных электрических цепей : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – 319 с.
5. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемно-алгебраические формулы для погрешности преобразования и допусков электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : международ. Сб. науч. Тр.– Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 101–112.
6. Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Теория и практика эволюционного моделирования. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.
7. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: Учебное пособие. — 2-е изд. — М: Физматлит, 2006. – 320 с.

Кузнецов Алексей Михайлович – аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета.
E-mail: innercloister@gmail.com .

ПРИМЕНЕНИЕ ГЕНЕТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ СИНТЕЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Ю. В. Токарев

Введение. Наиболее важной проблемой реализации и, что гораздо важнее, эффективности работы генетических алгоритмов является правильный выбор способа кодирования, скрещивания и мутации. Для того чтобы генетический алгоритм смог дать быстрый и наиболее близкий к оптимальному результат, необходимо выбрать механизм кодирования, который позволил бы, во-первых, представить схему в виде некоторого генотипа (вектора из генов) и, во-вторых, подобрать такой механизм скрещивания, который позволял генерировать жизнеспособное потомство.

В классической реализации генетических алгоритмов предлагается каждое решение закодировать в виде вектора из бит и свести операции скрещивания и мутации к побитовым операциям (И, ИЛИ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ и др.) [1]. Такое упрощение в кодировании позволяет легко реализовать алгоритм в программном коде, но для электрических схем представление структуры в виде массива бит, не отражает сути схемы и не позволяет провести адекватное скрещивание.

Более правильным было бы не пытаться распространить классический генетический алгоритм на все области в едином виде (вектор из бит и побитовые операции), а попытаться спроектировать модель эволюционных процессов на каждую предметную область в отдельности. Определить гены, хромосомы и признаки для данной предметной области, разработать свои механизмы скрещивания, которые были бы адекватными и не противоречивыми.

В данной статье рассмотрены и проанализированы различные варианты кодирования и скрещивания, которые позволяют воспроизвести эволюционные процессы на уровне электрических схем.

Кодирование. По своей сути электрическая схема представляет собой смешанный взвешенный граф, ребрами и дугами которого являются электрические элементы, а узлы – соединениями элементов. Использование данной модели значительно упрощает процесс кодирования схемы.

В информатике давно известны различные способы представления графов, наиболее распространенными являются три способа: матрица смежности, матрица инцидентности и список ребер [4]. Чтобы определить какой из них подходит, как основа для кодирования схем в генетическом алгоритме, необходимо вернуться к истокам теории генетических алгоритмов.

Генетический алгоритм – это в первую очередь упрощенная модель биологической эволюции [1] и для того чтобы наиболее эффективно

использовать данную модель необходимо перенести процесс эволюции на проектирование электрических схем.

Основным рабочим материалом для естественного отбора является по своей сути код ДНК, который несет в себе все наследуемые признаки генотипа. При скрещивании потомок получает часть признаков от одного родителя и часть признаков от другого родителя, при этом важно понимать что ситуация когда потомок получает новый признак, который не присутствовал бы у родителей практически исключена (исключения составляют лишь мутации).

Одним из недостатков классического генетического алгоритма, на мой взгляд, является то, что кодирование решений в виде массива бит и скрещивание через побитовые операции лишь частично соответствует процессу биологической эволюции. В классическом генетическом алгоритме существует три варианта скрещивания: точечное скрещивание, двухточечное скрещивание, равномерное скрещивание, а также скрещивание по маске и различные их модификации [5].

Одноточечное скрещивание представляет собой разрезание хромосом родителей в выбранной случайным образом общей точке и обмен правыми частями.

Двухточечное отличается от точечного скрещивания тем, что родительские хромосомы обмениваются участком генетического кода, который находится между двумя случайно выбранными точками скрещивания.

Равномерное скрещивание предполагает, что каждый ген потомка выбирается случайным образом из соответствующих генов родителей.

Скрещивание по маске основано на масках, накладываемых на хромосому, когда выполняется обмен генами, находящимися на фиксированных позициях.

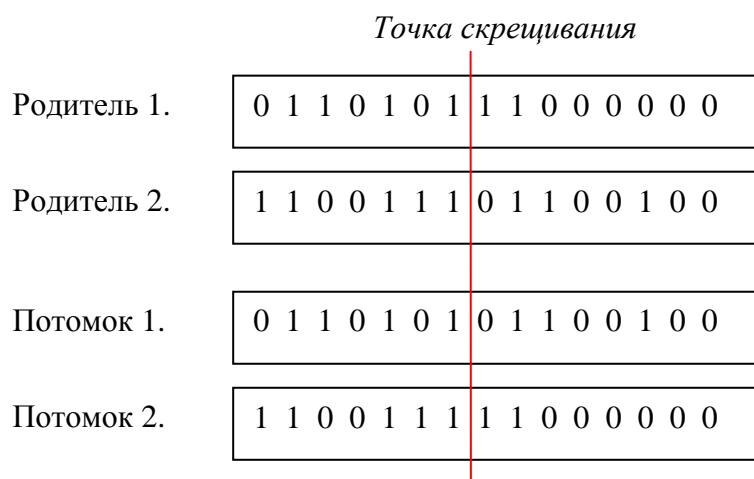


Рис. 1. Точечное скрещивание в классическом генетическом алгоритме

Все эти виды скрещивания (рис. 1 и 2) отличаются от скрещивания в биологической эволюции. При скрещивании двух клеток, результирующий набор генов формируется из генов, которые несут в себе две аллели, одну аллель от отца и одну от матери [2, 3]. Например, на рис. 3 изображена схема формирования генов от двух родителей, один из родителей гетерозиготный и его ген состоит из аллелей a_1 и a_2 , а второй родитель гомозиготный и его ген состоит из двух одинаковых аллелей a_3 . Потомки у этих двух родителей могут быть только гетерозиготные, причем с вероятностью 50% результирующий ген у потомка будет состоять из аллелей a_1 и a_3 , и с вероятностью 50% результирующий ген у потомка будет состоять из аллелей a_2 и a_3 .

Родитель 1.	0 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
Родитель 2.	1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 0 1 0 0
Потомок 1.	0 1 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 0 0 0 0
Потомок 2.	1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0

Рис. 2. Двухточечное скрещивание в классическом генетическом алгоритме

В случае побитового скрещивания получается, что каждый ген несет в себе лишь одну аллель от одного из родителей. Такой процесс несколько отличается от эволюции.

Если постараться проецировать процесс размножения и формирования результирующего набора генов на электрические схемы, то можно провести аналогию, согласно которой сама структура схемы по своей сути является набором генов, а элементы и узлы с которыми они соединены – отдельным геном. Действительно, если попытаться в качестве генов использовать узлы, то, очевидно, что такой ген по своей сути не несет никакой информации и не способен в одиночку определить те или иные существенные признаки электрической схемы. Элемент, без указания узлов, с которыми он соединен, также не имеет достаточную информативность и не может в одиночку определять признаки и характеристики схемы.

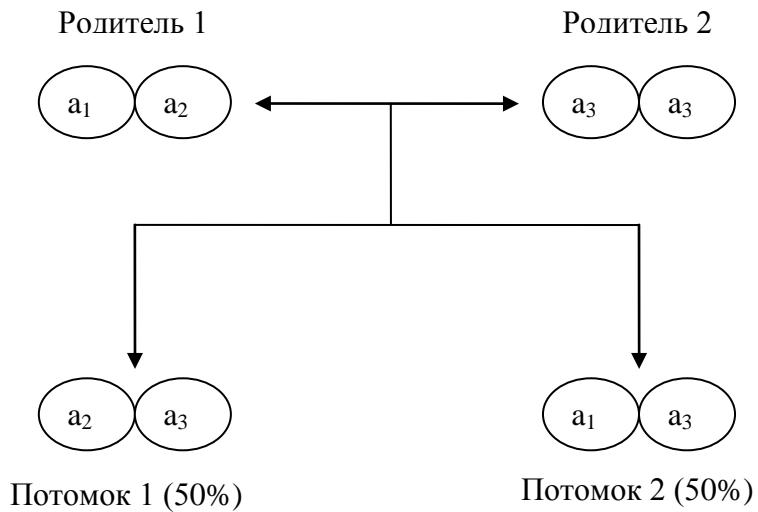


Рис. 3. Пример формирования генов потомков в биологической эволюции

Предполагая, что ген это элемент и пара узлов, с которым он соединен, мы можем сделать вывод, что использование в основе кодирования матрицы смежности или матрицы инцидентности является нерациональным, поскольку в этом случае, один и тот же элемент будет присутствовать в нескольких строках матрицы. Кроме того, каждая строка такой матрицы соответствует лишь одному узлу. Таким образом, данный способ кодирования не может быть основой для генетической модели в электрических схемах.

Наиболее подходящим можно считать способ кодирования в виде списка ребер, в таком случае элемент с парой узлов, с которыми он соединен, будет являться геном, причем у такого гена будет две аллели – это два узла.

Использование списка ребер как основного способа кодирования схемы для использования в генетических алгоритмах станет еще более очевидным, если попытаться визуализировать процесс проектирования схем человеком в историческом разрезе, тогда можно увидеть как простая схема, состоящая из нескольких элементов постепенно «нарастает» новыми элементами, как бы увеличивая количество генов и приобретая новые признаки.

Поэтому использование способа кодирования схемы в виде списка ребер является наиболее приближенным и адекватным модели эволюции. При этом весь список ребер будет являться генотипом, а элемент и пара узлов, с которыми он соединен, – геном.

Скрещивание и мутация электрических схем. Определившись со способом кодирования электрических схем в виде списка ребер, который позволяет максимально точно повторить функциональное строение генов в биологической эволюции, для скрещивания и мутации нам остается лишь

распространить те механизмы скрещивания и мутации, которые присутствуют в размножении организмов.

Как уже было сказано ранее, процесс формирования гена потомка представляет собой соединение двух аллелей, одна из которых достается от одного родителя, другая от другого. При этом какая именно аллель из двух достается от родителя, определяется по большей части случайному образом (см. рис. 3). Кроме того важно понимать, что каждый ген отвечает за свой набор признаков и по своей сути является уникальным, поэтому ситуация когда аллель одного гена соединяется с аллелью другого гена исключена.

На рис. 4 представлен пример скрещивания двух схем. В предложенной генетической модели электрических схем роль генов возложена на элемент схемы, при этом аллели это номера узлов, с которыми соединен данный элемент. Тогда процесс скрещивания может быть легко адаптирован.

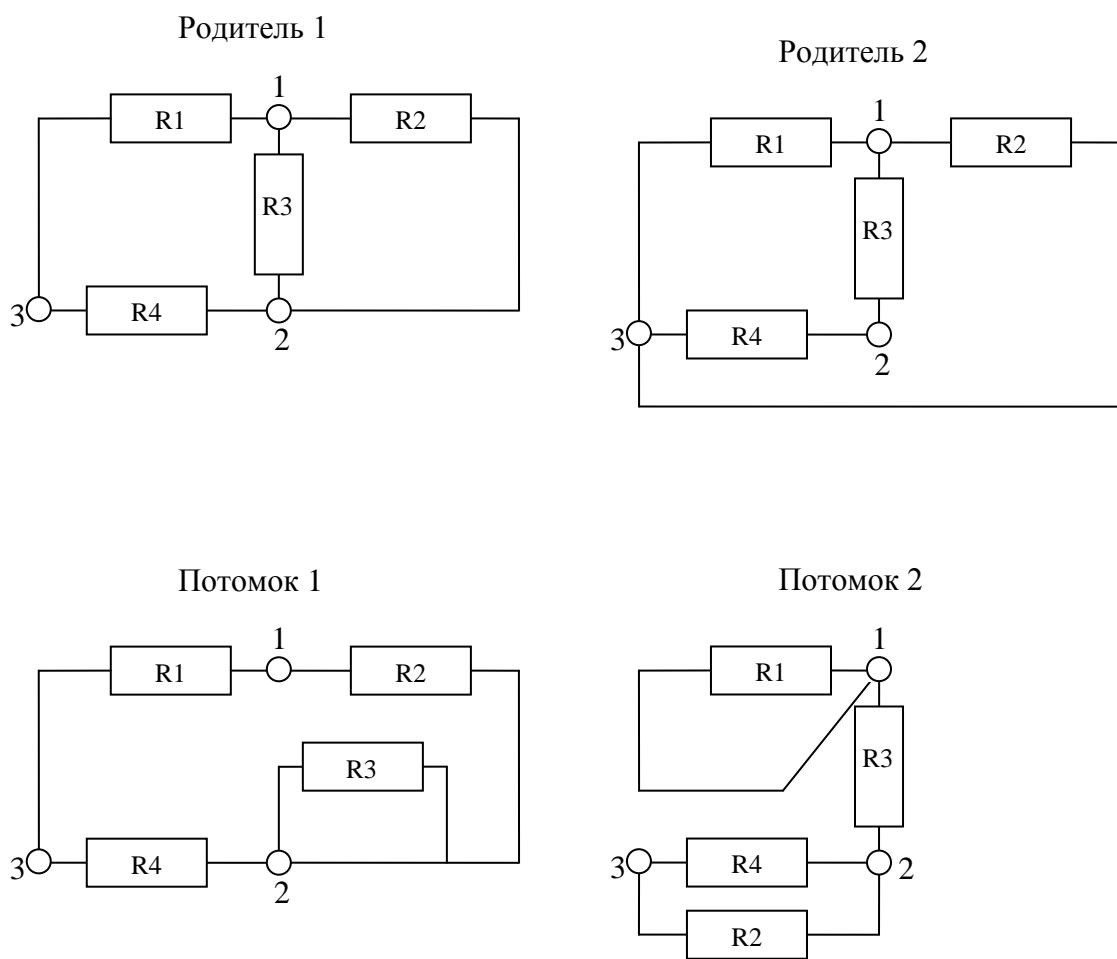


Рис. 4. Формирование результирующего гена в электрических схемах

Для каждого из элементов схемы (гена) берем один из узлов (аллель), с которыми он соединен у одного родителя, и один из узлов, с которыми данный элемент соединен у другого родителя, и тогда в результирующей схеме этот элемент будет соединен с выбранными узлами. При этом, какой именно из узлов будет взят определяется случайным образом.

Обе родительские схемы можно представить в виде списка ребер (табл. 1 и табл. 2). При их скрещивании происходит скрещивание каждого гена, ген *R1* в схемах обоих родителей имеет аллели 1 и 3. При формировании генов потомков первому потомку от одного родителя досталась аллель 1, а от второго – аллель 3, и, в результате, элемент *R1* в первом потомке соединен с узлами 1 и 3 (см. Рис. 4 и таблицу 3). Второму потомку от обоих родителей досталась аллель 1, как результат в этой схеме элемент *R1* образовал петлю вокруг узла 1 (рис. 4 и табл. 4).

Процедура формирования остальных генов была аналогичной и, в итоге, были получены два потомка, которые частично сохранили наследие предков, но при этом значительно эволюционировали (см. рис. 4 и табл. 3 и 4).

Таблица 1. Список ребер для схемы «Родитель 1»

Элемент	Узел начала	Узел конца
R1	1	3
R2	1	2
R3	1	2
R4	2	3

Таблица 2. Список ребер для схемы «Родитель 2»

Элемент	Узел начала	Узел конца
R1	1	3
R2	1	3
R3	1	2
R4	2	3

Таблица 3. Список ребер для схемы «Потомок 1»

Элемент	Узел начала	Узел конца
R1	1	3
R2	1	2
R3	2	2
R4	2	3

Таблица 4. Список ребер для схемы «Потомок 2»

Элемент	Узел начала	Узел конца
R1	1	1
R2	2	3
R3	1	2
R4	2	3

Для описания механизмов мутации следует вновь обратиться к биологической эволюции. Наиболее распространенными мутациями там являются изменение расположения генов, мутации генов и мутации хромосом.



Рис. 5. Мутация с изменением расположения генов

При мутациях, связанных с нарушением положения генов, часть генов устанавливается не в то место, что приводит к неправильному формированию признаков. В качестве аналогии такой мутации можно предложить механизм, при котором определенный элемент, меняется местами с другим элементом. Иными словами, в списке элементов (генов) они остаются на своих местах, а номера узлов (аллели), с которыми они соединены, меняются местами.

Например, если элемент (ген) $R1$ был связан с узлами 1 и 3, а элемент $R3$, с узлами 1 и 2, то одним из вариантов мутации связанным с изменением положения геном может быть перемещение элементов $R1$ и

$R3$, таким образом, что элемент $R3$ будет связан с узлами 1 и 3, а $R1$ - 1 и 2 (см. рис. 5).

Мутация генов может быть представлена как простая случайная замена одной аллели на некоторую другую, т.е. переключение элемента с одного узла на другой, выбранный случайным образом узел (см. рис. 6). Кроме того, что не маловажно, такая мутация может привести к появлению новых узлов в структуре. На рис. 6 показан пример мутации генов, при котором ген $R1$ мутировал и одна из его аллелей из третьего узла переместилась в четвертый.

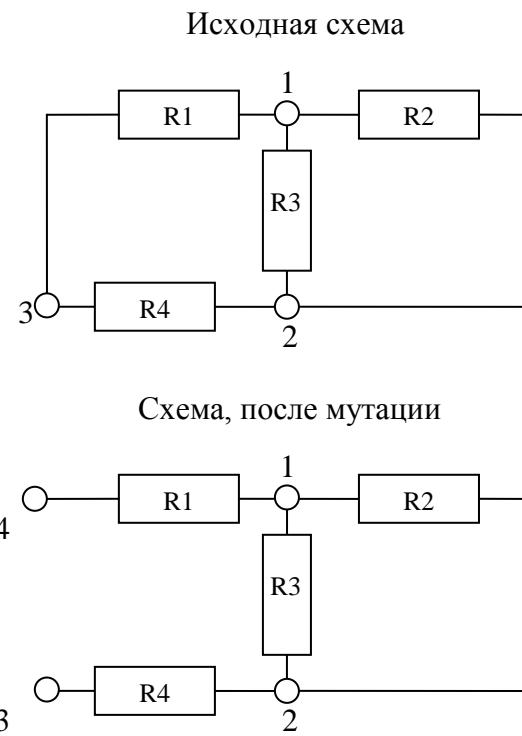


Рис. 6. Мутация генов

Мутация хромосом приводит к появлению или исчезновению каких-то генов. Это мутация одна из ключевых в «качественной эволюции», поскольку приводит не просто к изменению некоторых признаков, а к формированию качественно новой структуры. Такую мутацию в электрических схемах можно заменить на появление или исчезновение нового элемента (см. рис. 7).

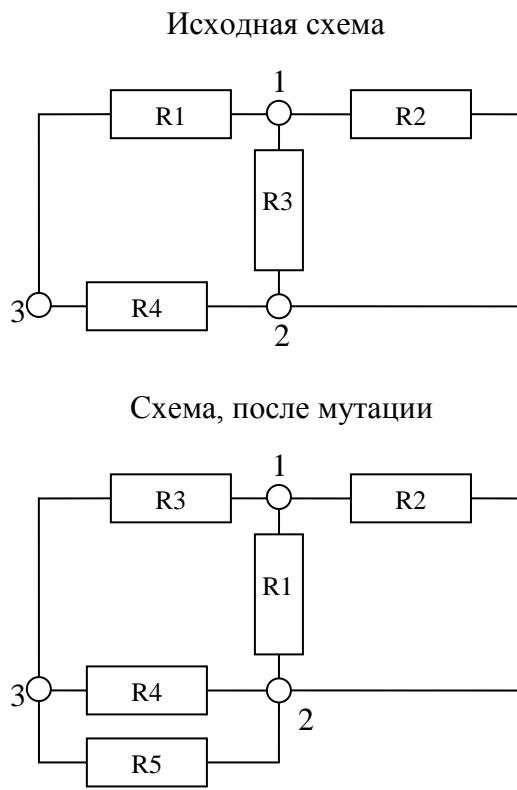


Рис. 7. Мутация хромосом

Безусловно, важны все три вида мутаций, ведь только их комбинация позволит в конечном итоге получить возможность проверить различные виды топологии схем, и для каждого из них необходимо задать свой индивидуальный коэффициент мутации.

Вывод. В статье проведена попытка переноса биологической эволюции на уровень электрических схем, в качестве способа кодирования схем выбран способ представления графа в виде списка ребер. Предложен механизм скрещивания электрических схем, который максимально точно копирует процесс биологического размножения. Рассмотрены различные виды мутации и предложены механизмы их реализации.

Литература

1. Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Теория и практика эволюционного моделирования. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.
2. Биологический энциклопедический словарь / Гл. ред. М. С. Гиляров; Редкол.: А. А. Баев, Г. Г. Винберг, Г. А. Заварзин и др. — М.: Сов. энциклопедия, 1986. — С. 831.
3. Инге-Вечтомов С. Г. Генетика с основами селекции. М., «Высшая школа», 1989.

4. Кормен Т. М. и др. Часть VI. Алгоритмы для работы с графами // Алгоритмы: построение и анализ = Introduction to algorithms. — 2-е изд. — М.: «Вильямс», 2006. — С. 1296.

5. Гладков Л. А., Курейчик В. В., Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: Учебное пособие. — 2-е изд. — М: Физматлит, 2006. — С. 320.

Токарев Юрий Владимирович, аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета. Тел.: (905) 184-47-39. E-mail: current@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗОМОРФИЗМА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Ю. В. Токарев

Введение. Определение изоморфизма электрических схем является, по сути, тривиальной задачей и сводится к задаче определения изоморфизма математических моделей данных схем в виде графов. Однако имеющееся решение принадлежит к классу NP и характеризуется вычислительной сложностью $O(N!)$ [1].

Любые алгоритмы, которые бы позволили снизить вычислительную сложность, представляют интерес, так как быстрое решение определения изоморфизма схем, позволило бы повысить качество и скорость анализа и синтеза электрических схем в системах автоматизированного проектирования [1].

Изоморфизм графов. Для решения задачи определения изоморфизма электрических схем необходимо в первую очередь решить задачу определения изоморфизма графов.

В теории графов изоморфизмом графов $G = \langle V_G, E_G \rangle$ и $H = \langle V_H, E_H \rangle$ называется биекция между множествами вершин графов $f: V_G \rightarrow V_H$ такая, что любые две вершины u и v графа G смежны, если и только если вершины $f(u)$ и $f(v)$ смежны в графе H . Здесь графы понимаются неориентированными и не имеющими весов вершин и ребер. В случае, если понятие изоморфизма применяется к ориентированным или взвешенным графикам, накладываются дополнительные ограничения на сохранение ориентации дуг и значений весов [2].

Электрическая схема является взвешенным смешанным графиком, с пронумерованными узлами, и определение изоморфизма для нее будет более жестким. Его можно сформулировать так: две электрические схемы G и H являются изоморфными, если они состоят из одинакового набора

элементов, и существует такой способ изменения нумерации узлов в схеме G , при котором схема G' , полученная из схемы G с помощью изменения нумерации узлов, будет полностью идентична схеме H .

На рис. 1 приведен пример двух изоморфных схем G (рис. 1, а) и H (рис. 1, б). У обеих схем узлы соединены с разными элементами, но если у схемы G произвести замену узлов и заменить узел 1 на узел 4, узел 2 на узел 1, узел 3 на узел 2, а узел 4 на узел 3, то полученная схема G' будет полностью идентична схеме H . Данное преобразование можно представить в виде подстановки изоморфизма (1).

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

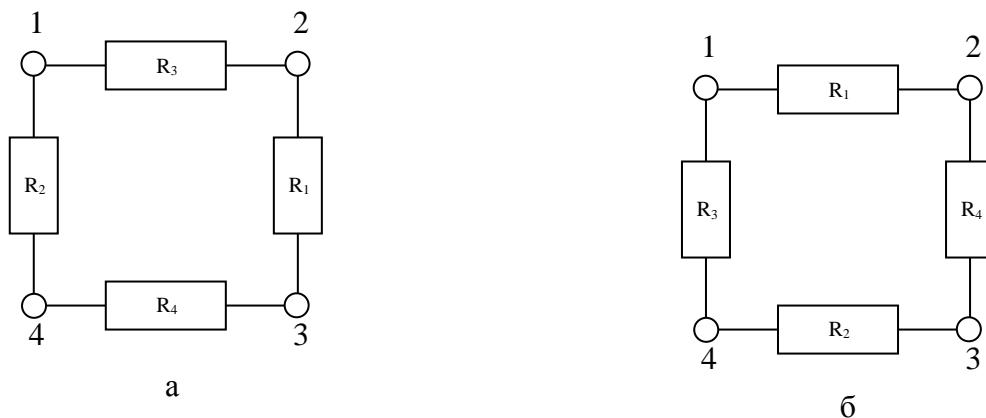


Рис. 1. Изоморфные электрические схемы

Таким образом, задача проверки схем на изоморфизм сводится к поиску наличия или отсутствия подстановки изоморфизма.

Для проверки наличия или отсутствия подстановки изоморфизма необходимо проверить все возможные варианты перестановок узлов. Количество таких вариантов (вариантов перестановок) определяется формулой: $(n!)$, где n – это количество узлов данной схемы. Таким образом, для проверки изоморфизма электрических схем может потребоваться проверка $(n!)$ вариантов, а, следовательно, вычислительная сложность будет равна $O(n!)$.

Такая вычислительная сложность приводит к серьезной проблеме и при незначительном росте сложности схемы (росте количества узлов) временные и вычислительные затраты на проверку изоморфизма значительно возрастают (см. рис. 2).

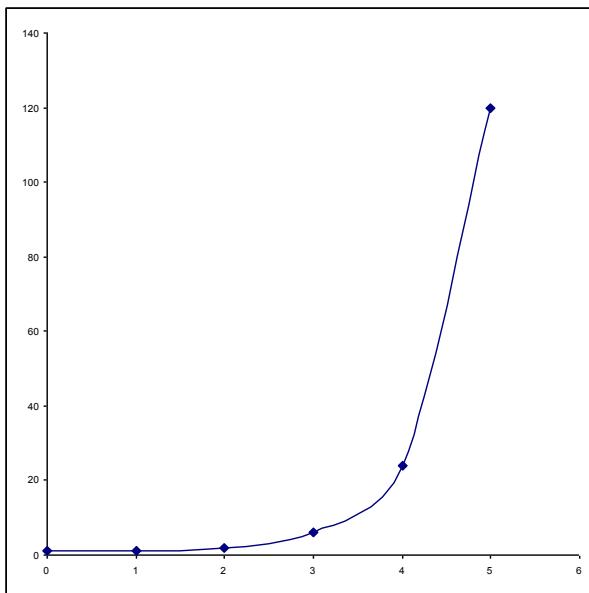


Рис. 2. График функции $f(x)=x!$

Сокращенный алгоритм проверки изоморфизма электрических схем. Для того чтобы подойти к решению проблемы необходимо преобразовать схему в какую-нибудь другую математическую модель. Например, можно представить схему в виде списка ребер.

В списке ребер каждый элемент описывает конкретное ребро и содержит пару узлов, с которыми он соединен, обладая такой информацией, мы можем подойти к задаче поиска подстановки изоморфизма совсем по-другому.

Для начала следует сказать, что если две схемы идентичны, то и их списки ребер будут идентичны. Два списка ребер могут быть идентичны только в том случае, если каждый из соответствующих элементов одного списка ребер, идентичен соответствующему элементу другого списка ребер. А два элемента списка ребер идентичны если номера узлов с которыми соединено данное ребро совпадают в обеих схемах.

Итак, можно сделать вывод, что две схемы идентичны только в том случае, если каждый элемент в списке ребер соединен с одинаковой парой узлов. Тогда сам процесс формирования подстановки изоморфизма можно начинать с проверок элементов списка ребер.

Для того, чтобы найти подстановку изоморфизма для схем G и H, необходимо взять первые элементы списков ребер схемы G и H, тогда если подстановка изоморфизма для данных схем существует, то в ней двум узлам, с которыми соединен первый элемент в схеме G, должны соответствовать два узла, с которыми соединен первый элемент схемы H. Затем мы должны продолжить формирование подстановки изоморфизма перейдя к следующим элементам списка ребер данных схем. И если на очередном элементе списка ребер обнаружится противоречие, т.е. для

очередной пары элементов списков ребер требуется подстановка узла, которая отличается от подстановки этого узла, сформированной при проходе через предыдущие элементы, то подстановки изоморфизма для данных двух схем не существует.

Для примера рассмотрим изоморфные схемы на рис. 1, а) и 1, б). Эти схемы могут быть представлены соответствующими списками ребер (2) и (3).

$$\{R_1(2,3), R_2(1,4), R_3(1,2), R_4(3,4)\} \quad (2)$$

$$\{R_1(1,2), R_2(4,3), R_3(4,1), R_4(2,3)\} \quad (3)$$

Чтобы первый элемент списка ребер (2) был идентичен первому элементу списка ребер (3), нужно чтобы подстановке изоморфизма узел 2 заменился на узел 1, а узел 3→2.

Чтобы вторые элементы списков ребер также соответствовали друг другу потребуется добавить подстановку преобразования узла 1→4 и узла 4→3. Оба этих преобразования не противоречат тем преобразованиям, которые уже были объявлены

Для того чтобы третий элементы списка ребер также были идентичным потребуется преобразование узла 1→4 и узла 2→1, что также не противоречит предыдущим подстановкам.

И, наконец, для того чтобы были идентичны последние элементы списков ребер потребуется преобразование узла 3→2 и узла 4→3.

Так как после проверки всех элементов списка ребер была получена подстановка изоморфизма (1), и в процессе её получения противоречий не было найдено, следовательно, эти две схемы изоморфны.

Как легко увидеть данный механизм определения изоморфизма имеет вычислительную сложность в худшем случае $O(n)$, где n – количество ребер. И рост вычислительных затрат будет пропорционален росту сложности схем.

Для наглядности рассмотрим пример двух неизоморфных схем рис. 1,а и рис. 2. Эти две схемы могут быть представлены в виде списков ребер (4) и (5) соответственно.

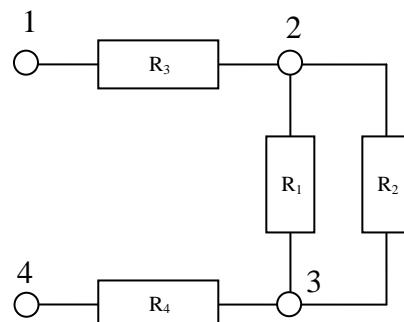


Рис. 2. Схема не изоморфная схеме рис. 1, а

$$\{R_1(2,3), R_2(1,4), R_3(1,2), R_4(3,4)\} \quad (4)$$

$$\{R_1(2,3), R_2(2,3), R_3(1,2), R_4(3,4)\} \quad (5)$$

Проведем поиск подстановки изоморфизма с помощью списка ребер:

Для того чтобы элементы $R_1(2,3)$ и $R_1(2,3)$ были идентичны потребуется преобразование: $2 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 3$.

Для того чтобы элементы $R_2(1,4)$ и $R_2(2,3)$ были идентичны потребуется преобразование $1 \rightarrow 2$, $4 \rightarrow 3$. Такое преобразование противоречит уже имеющимся подстановкам, а именно: имеется преобразование $2 \rightarrow 2$, и узел 1 не может быть преобразован в узел 2. Следовательно, преобразование $1 \rightarrow 2$ противоречит имеющимся подстановкам. Аналогичное имеет место и с преобразование $4 \rightarrow 3$.

Так как на втором элементе было обнаружено противоречие, подстановка изоморфизма для схем рис. 1, а и рис. 2 не существует, а следовательно схемы неизоморфны.

Вывод. Предложен алгоритм определения изоморфизма двух электрических схем, основанный на поиске подстановки изоморфизма с помощью списка ребер. Вычислительная характеристика данного алгоритма составляет $O(n)$ в худшем случае.

Литература

1. Емельянов В.В., Курейчик В.В., Курейчик В.М. Теория и практика эволюционного моделирования. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 432 с.
2. Зыков А. А. Основы теории графов. — М.: Наука, 1986. — 384 с.
3. Whitney H. Congruent graphs and the connectivity of graphs // Am. J. Math..– 1932.– Vol. 54.– P. 150–168.

Токарев Юрий Владимирович, аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета. Тел.: (905) 184-47-39. E-mail: current@mail.ru

АНАЛИЗ И ОПТИМИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

ФОРМИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С УПРАВЛЯЕМЫМИ ИСТОЧНИКАМИ НА ОСНОВЕ НЕЗАВИСИМЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Доказано существование уравнений состояния на основе независимых переменных для цепей, содержащих обобщенные индуктивные сечения и обобщенные емкостные контура. Предложен алгоритм прямого формирования уравнений состояния минимальной размерности – непосредственно на основе независимых переменных, без трудоемких операций исключения зависимых переменных.

Уравнения состояния (УС) линейной электрической цепи (ЛЭЦ) – это система дифференциальных уравнений первого порядка в нормальной – явной – форме [1]

$$p\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bv}, \quad (1)$$

где \mathbf{x} , \mathbf{v} – векторы переменных состояния и воздействий соответственно; \mathbf{A} , \mathbf{B} – матрицы с вещественными элементами; $p = d/dt$ – оператор дифференцирования.

УС являются универсальной моделью для анализа переходных процессов в электрических цепях. В отличие от других систем уравнений они могут быть решены не только неявными, но и явными методами численного интегрирования дифференциальных уравнений, что важно для разработки комбинированных высокоскоростных алгоритмов. Для *RLCM*-схем всегда возможно построение уравнений состояния (1), число которых равно порядку сложности цепи [1, с.297].

Порядок сложности *RLCM*-цепи – ранг цепи – на число емкостных и индуктивных контуров и сечений меньше общего числа конденсаторов и катушек индуктивностей в цепи [2]. Индуктивное сечение стоит из индуктивностей и независимых источников тока, а емкостный контур – из конденсаторов и независимых источников напряжения. Емкостное сечение может содержать, кроме конденсаторов, независимые источники тока, а индуктивный контур – кроме катушек индуктивности, независимые источники напряжения.

Для цепи с управляемыми источниками (УИ), имеющими действительный параметр, топологическая формула для порядка сложности в соответствии с [1] не существует: «...нельзя делать вывод, что контур из конденсатора и зависимого источника напряжения всегда понижает степень сложности схемы». Однако в [3] было показано, что формула для ранга неавтономных цепей с УИ существует и имеет вид

$$r = n_C + n_L - n_{SL} - n_{KC} - n_{SC} - n_{KL}, \quad (2)$$

где n_C, n_L – число конденсаторов и катушек индуктивности соответственно; n_{SL}, n_{KC} – число обобщенных индуктивных сечений и обобщенных емкостных контуров; n_{SC}, n_{KL} – число емкостных сечений и индуктивных контуров.

Обобщенные индуктивные сечения для неавтономных схем с УИ, в отличие от индуктивных сечений, могут содержать, кроме индуктивностей, также УИ тока и нораторы или приемники тока и нуллаторы. Обобщенные емкостные контуры – кроме конденсаторов, также УИ напряжения и нораторы или приемники и нуллаторы. Обобщенные емкостные сечения – кроме конденсаторов, также УИ тока и нораторы или приемники напряжения и нуллаторы. Обобщенные индуктивные контуры – кроме индуктивностей, также УИ напряжения и нораторы или приемники тока и нуллаторы.

В то же время порядок r для цепи с УИ определяет только число независимых переменных состояния и минимальное число уравнений, которые можно составить относительно них, но, в отличие от *RLCM*-схем, не означает, что эти уравнения можно представить в нормальной форме (1). Возможность существования таких УС и их размерность для ЛЭЦ с УИ проверяется в процессе формирования путем рекурсивного преобразования промежуточных систем уравнений (исходных уравнений состояния), составленных относительно всех – независимых и зависимых – напряжений и токов конденсаторов и катушек индуктивности соответственно [1]. Такие алгоритмы сложны в реализации и очень трудоемки для выполнения.

Поэтому целью статьи являются ответы на следующие вопросы. *Существуют ли уравнения состояния на основе независимых переменных для цепей с УИ, содержащих обобщенные емкостные и индуктивные контуры и сечения? Если существуют, то, как сформировать коэффициенты УС непосредственно на основе совокупности независимых переменных состояния, минуя построение и преобразование вспомогательных систем уравнений?*

Утверждение 1. *Уравнения состояния на основе независимых переменных существуют для цепей с УИ, содержащих обобщенные*

индуктивные сечения (рис. 1,а и 1,б) и обобщенные емкостные контуры (рис. 1,в и 2,г) при любом сочетании элементов.

Число независимых переменных для таких цепей равно рангу цепи, который определяется по формуле, следующей из (2) при $n_{SL}=0$ и $n_{KC}=0$,

$$r = n_C + n_L - n_{SL} - n_{KC}, \quad (3)$$

где n_{SL} , n_{KC} – число обобщенных индуктивных сечений и обобщенных емкостных контуров автономных цепей.

Обобщенные емкостные контуры автономных цепей по сравнению с упомянутыми выше одноименными контурами неавтономных цепей могут содержать, кроме конденсаторов, нораторов и управляемых источников (УИ) напряжения, также независимые источники напряжения (рис. 1,а). Существует другой тип обобщенного емкостного контура автономных цепей – он может содержать, кроме конденсаторов, управляющие ветви тока, нуллаторы, независимые источники напряжения (рис. 1,б).

Обобщенные индуктивные сечения автономных цепей содержат, кроме катушек индуктивности (как одиночных, так и взаимосвязанных), УИ тока, нораторов, также независимые источники тока (рис. 1,в). Другой тип обобщенных индуктивных сечений может содержать, кроме катушек индуктивности, управляющей ветви напряжения, нуллатора, также независимый источник тока (рис. 1,г). Все обобщенные контуры и сечения могут содержать произвольное число элементов соответствующего типа.

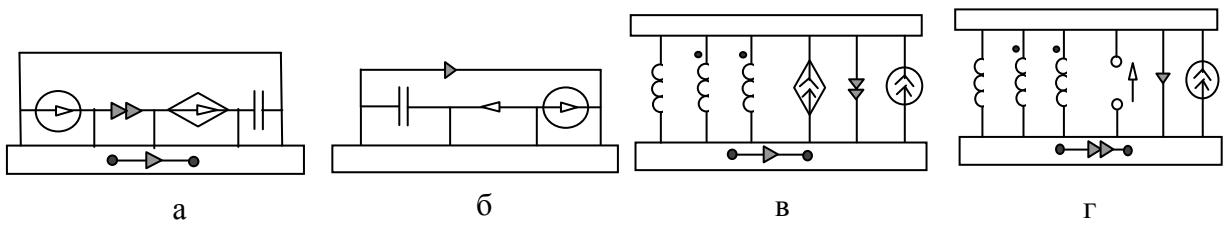


Рис. 1. Обобщенные емкостные контуры: с генератором УИ напряжения (а) и управляющей ветвью тока (б); обобщенные индуктивные сечения: с генератором УИ тока (в) и управляющей ветвью напряжения (г)

Для доказательства утверждения 1 о существовании уравнений состояния на основе независимых переменных состояния, число которых равно рангу (3), рассмотрим схему на рис. 2,а, содержащую обобщенный емкостный контур с генератором УИ напряжения и обобщенное индуктивное сечение с генератором УИ тока. Многополюсники не содержат реактивных элементов. Обобщенные емкостный контур и индуктивное сечение содержат $n+1$ и $k+1$ конденсаторов и катушек индуктивности соответственно, поэтому в соответствии с формулой (3) схема имеет $n+k$ переменных состояния, пусть это напряжения u_{C1}, \dots, u_{Cn} и токи i_{L1}, \dots, i_{Lk} .

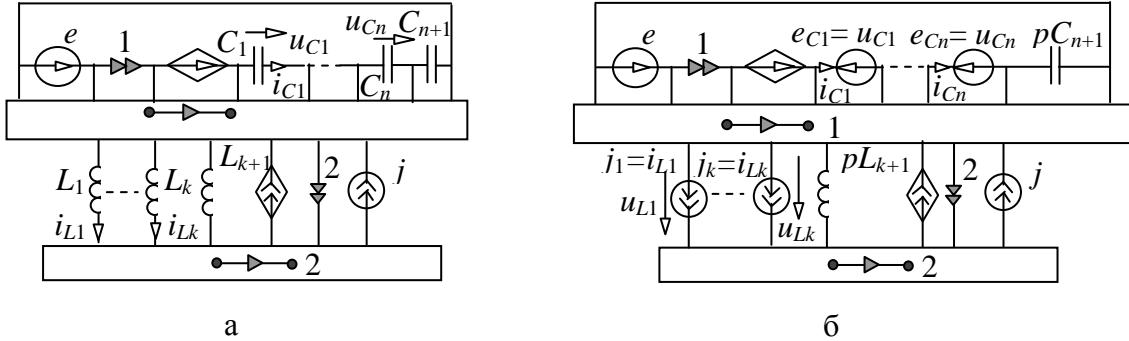


Рис. 2. Схема с обобщенным емкостным контуром и обобщенным индуктивным сечением (а), и ее схема замещения (б)

Заменим реактивные элементы с независимыми переменными – конденсаторы C_1, \dots, C_n и катушки индуктивности L_1, \dots, L_k – независимыми источниками напряжения e_1, \dots, e_n и источниками тока j_1, \dots, j_k соответственно. В то же время элементы с зависимыми переменными – конденсатор C_{n+1} и катушку индуктивности L_{k+1} – операторной проводимостью и сопротивлением соответственно (рис. 2,б), что отличает предлагаемую схему замещения от схемы [1], в которой все – независимые и зависимые – конденсаторы и катушки индуктивности заменяются источниками напряжения или тока.

Представим схему на рис. 2,б одним многополюсником, к сторонам которого подключены независимые источники эдс и тока. Предположим, что для этого многополюсника можно построить уравнения относительно независимых переменных состояния в виде

$$\begin{array}{c|cccccc|c|c}
C_1 p u_{C1} & A_{C11} & \cdots & A_{C1n} & A_{C1L1} & \cdots & A_{C1Lk} & u_{C1} & B_{C1e} & B_{C1j} \\
\vdots & \vdots \\
C_n p u_{Cn} & A_{Cn1} & \cdots & A_{Cnn} & A_{CnL1} & \cdots & A_{CnLk} & u_{Cn} & B_{Cne} & B_{Cnj} \\
L_1 p i_{L1} & A_{L1C1} & \cdots & A_{L1Cn} & A_{L11} & \cdots & A_{L1k} & i_{L1} & B_{L1e} & B_{L1j} \\
\vdots & \vdots \\
L_k p i_{Lk} & A_{LkC1} & \cdots & A_{LkCn} & A_{Lk1} & \cdots & A_{Lkk} & i_{Lk} & B_{Lke} & B_{Lke}
\end{array} + \begin{array}{c|c}
e & j
\end{array}, \quad (4)$$

где $C_1 p u_{C1}, \dots, C_n p u_{Cn}$ и $L_1 p i_{L1}, \dots, L_k p i_{Lk}$ – токи независимых конденсаторов и напряжения независимых катушек индуктивности соответственно; элементы матриц \mathbf{A} и \mathbf{B} – передаточные коэффициенты многополюсника.

Передаточные коэффициенты получаются с помощью опытов холостого хода и короткого замыкания в виде отношения определителей схем числителя и знаменателя [4]. Схема знаменателя формируется из схемы на рис. 2,б путем нейтрализации всех независимых источников. Проводимость pC_{n+1} и сопротивление pL_{k+1} также нейтрализуются – удаляются и заменяются идеальным проводником соответственно, поскольку слагаемые, соответствующие их выделению, содержат контур

из УИ напряжения и норатора, и сечение из УИ тока и норатора соответственно, и, следовательно, равны нулю. В результате схемно-алгебраическое выражение (САВ) знаменателя приобретает вид

$$D = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: A circuit diagram showing nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a dependent voltage source } pC_{n+1}, \text{ a resistor, and a capacitor. Node 2 is connected to a dependent current source } pL_{k+1}, \text{ an inductor, and a capacitor. Arrows indicate current flow through resistors and voltage across capacitors.} \\ \text{Diagram 2: The same circuit as Diagram 1, but with the dependent current source } pL_{k+1} \text{ removed, leaving only the capacitor and inductor at node 2.} \end{array} \right| = . \quad (5)$$

Как видно, символьное выражение знаменателя не содержит оператора p , поскольку его нет как в многополюсниках, входящих в схему, так и в параметрах других элементов, то есть знаменатель коэффициентов уравнения (4) не влияет на положение производных.

Для исследования влияния чиселителей диагональных элементов матрицы \mathbf{A} на структуру уравнения (4) построим, например, САВ числителя коэффициента A_{C11} , которое формируется из схемы на рис. 2,б заменой независимого источника эдс e_{C1} норатором противоположного направления, а приемника i_{C1} – нуллатором. Полученное при этом последовательное одностороннее соединение норатора и нуллатора удаляется с учетом отрицательного знака [5]. Все остальные независимые источники, кроме эдс e_{C1} , нейтрализуются. Нейтрализуется также сопротивление индуктивности pL_{k+1} , поскольку при его выделении образуется вырожденное сечение. В результате, после выделения зависимого конденсатора [5] САВ числителя примет вид

$$A'_{C11} = - \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: A circuit diagram showing nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a dependent voltage source } pC_{n+1}, \text{ a resistor, and a capacitor. Node 2 is connected to a dependent current source } pL_{k+1}, \text{ an inductor, and a capacitor. Arrows indicate current flow through resistors and voltage across capacitors.} \\ \text{Diagram 2: The same circuit as Diagram 1, but with the dependent current source } pL_{k+1} \text{ removed, leaving only the capacitor and inductor at node 2.} \\ \text{Diagram 3: The same circuit as Diagram 1, but with the dependent voltage source } pC_{n+1} \text{ removed, leaving only the resistor and inductor at node 1.} \end{array} \right| = -pC_{n+1} \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: A circuit diagram showing nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a dependent voltage source } pC_{n+1}, \text{ a resistor, and a capacitor. Node 2 is connected to a dependent current source } pL_{k+1}, \text{ an inductor, and a capacitor. Arrows indicate current flow through resistors and voltage across capacitors.} \\ \text{Diagram 2: The same circuit as Diagram 1, but with the dependent current source } pL_{k+1} \text{ removed, leaving only the capacitor and inductor at node 2.} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: A circuit diagram showing nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a dependent voltage source } pC_{n+1}, \text{ a resistor, and a capacitor. Node 2 is connected to a dependent current source } pL_{k+1}, \text{ an inductor, and a capacitor. Arrows indicate current flow through resistors and voltage across capacitors.} \\ \text{Diagram 2: The same circuit as Diagram 1, but with the dependent voltage source } pC_{n+1} \text{ removed, leaving only the resistor and inductor at node 1.} \end{array} \right| . \quad (6)$$

Как видно, числитель диагонального элемента A_{C11} содержит два слагаемых, одно из которых включает оператор p в первой степени, а второе не содержит его. Первое слагаемое, деленное на знаменатель D (5), переносится в левую часть уравнения (4) и группируется с уже находящимся там слагаемым, также содержащим оператор p . Аналогично учитываются диагональные элементы и в других уравнениях системы (4). Таким образом, *диагональные элементы матрицы А из системы (4) вписываются в нормальную форму путем переноса слагаемых с оператором p в левую часть уравнения.*

Исследуем недиагональные элементы этой же матрицы **A**. Рассмотрим произвольный коэффициент A'_{C1n} . САВ знаменателя совпадает с соответствующим выражением (5) и, следовательно, не влияет на структуру уравнения (4). САВ числителя этого коэффициента получается аналогично САВ коэффициента A_{C11} в (6). Как в формуле (6), нейтрализуется сопротивление катушки индуктивности и выделяется проводимость конденсатора pC_{n+1} . В результате САВ числителя приобретает вид

$$\begin{aligned}
 A'_{C1n} &= \left| \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit structure with nodes 1, 2, and 3, resistors, inductors, and a capacitor } pC_{n+1}. \end{array} \right| = \\
 &= pC_{n+1} \left| \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit structure with nodes 1, 2, and 3, resistors, inductors, and a capacitor } pC_{n+1}. \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit structure with nodes 1, 2, and 3, resistors, inductors, and a capacitor } pC_{n+1}. \end{array} \right| . \quad (7)
 \end{aligned}$$

Как видно, числитель недиагонального элемента A'_{C1n} содержит, как и числитель диагонального элемента, два слагаемых – первое с оператором p , а второе без этого оператора. Однако, в отличие от диагональных элементов, *первое слагаемое недиагонального элемента нарушает нормальную форму УС*, поскольку содержит производную переменной u_{Cn} и не может быть сгруппировано со слагаемым в левой части уравнения (4). После переноса всех таких слагаемых из правой части в левую часть и учета, что все коэффициенты матриц **A** и **B** имеют одинаковый знаменатель D , система (4) приобретает вид

$$\begin{array}{|c|} \hline pu_{C1} \\ \vdots \\ pu_{Cn} \\ \hline \end{array} = \frac{1}{D} \begin{array}{|c|} \hline A'_{C11} \dots A'_{C1n} A'_{C1L1} \dots A'_{C1Lk} \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \\ A'_{Cn1} \dots A'_{Cnn} A'_{CnL1} \dots A'_{CnLk} \\ \hline A'_{L1C1} \dots A'_{L1Cn} A'_{L11} \dots A'_{L1k} \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \\ A'_{LkC1} \dots A'_{LkCn} A'_{Lk1} \dots A'_{Lkk} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline u_{C1} \\ \vdots \\ u_{Cn} \\ \hline \end{array} + \frac{1}{D} \begin{array}{|c|} \hline B'_{C1e} B'_{C1j} \\ \vdots \vdots \\ B'_{Cne} B'_{Cnj} \\ \hline B'_{L1e} B'_{L1j} \\ \vdots \vdots \\ B'_{Lke} B'_{Lkj} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline e \\ j \\ \hline \end{array}, \quad (8)$$

где \mathbf{M} – квадратная матрица коэффициентов с физической размерностью емкостей и индуктивностей; $A'_{C11}, \dots, A'_{C1n}, \dots, A'_{Lkk}$ – числители элементов матрицы \mathbf{A} – действительные коэффициенты; $B'_{C1e}, \dots, B'_{Lkj}$ – числители элементов матрицы \mathbf{B} .

В частном случае, если в каждый особый контур и сечение входит только два конденсатора и две катушки индуктивности соответственно, то матрица \mathbf{M} будет диагональной, поскольку в недиагональных элементах вида (7) первое слагаемое с оператором p будет равно нулю. Матрица будет диагональной и в случае, если в цепи отсутствуют обобщенные емкостные контуры и обобщенные индуктивные сечения. Тогда уравнения (8) являются уравнениями состояния в нормальной форме.

В общем случае система (8) приводится к уравнениям состояния в нормальном виде путем умножения обеих частей уравнений на матрицу \mathbf{M}^{-1} . В результате получаются искомые уравнения состояния

$$\begin{array}{|c|} \hline pu_{C1} \\ \vdots \\ pu_{Cn} \\ \hline \end{array} = \mathbf{M}^{-1} \frac{1}{D} \begin{array}{|c|} \hline A'_{C11} \dots A'_{C1n} A'_{C1L1} \dots A'_{C1Lk} \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \\ A'_{Cn1} \dots A'_{Cnn} A'_{CnL1} \dots A'_{CnLk} \\ \hline A'_{L1C1} \dots A'_{L1Cn} A'_{L11} \dots A'_{L1k} \\ \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \vdots \\ A'_{LkC1} \dots A'_{LkCn} A'_{Lk1} \dots A'_{Lkk} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline u_{C1} \\ \vdots \\ u_{Cn} \\ \hline \end{array} + \mathbf{M}^{-1} \frac{1}{D} \begin{array}{|c|} \hline B'_{C1e} B'_{C1j} \\ \vdots \vdots \\ B'_{Cne} B'_{Cnj} \\ \hline B'_{L1e} B'_{L1j} \\ \vdots \vdots \\ B'_{Lke} B'_{Lke} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline e \\ j \\ \hline \end{array}. \quad (9)$$

Система уравнений (9) построена при наличии в цепи обобщенного емкостного контура с генератором напряжения УИ (рис. 1,а) и обобщенного индуктивного сечения с генератором тока УИ (рис. 1,в). Эта система не изменится по структуре при наличии в схеме обобщенных емкостных контуров и индуктивных сечений другого типа – с управляющей ветвью тока (рис. 1,б) и управляющей ветвью напряжения (рис. 1,г) соответственно.

Система уравнений (9) существует, поскольку матрица \mathbf{M} в общем случае неособенная. Эта матрица не имеет нулевых строк и столбцов, поскольку все диагональные элементы ненулевые, и не содержит линейно

зависимых строк и столбцов, за исключением идеального случая, когда коэффициенты связи двух и более катушек индуктивности равны единице или равен единице коэффициент связи емкостных элементов. Таким образом, для *реальных цепей с УИ, содержащих обобщенные емкостные контуры и обобщенные индуктивные сечения, нормальные уравнения состояния существуют и их число равно рангу цепи в соответствии формулой (3)*.

Алгоритм формирования уравнений состояния непосредственно на основе независимых переменных для цепей с УИ, содержащих обобщенные емкостные контуры и обобщенные индуктивные сечения. Нижеследующий алгоритм рассматривается применительно к схеме на рис. 2,б, где контур и сечение с генераторами УИ напряжения и тока. При наличии в цепи обобщенных емкостных контуров и обобщенных индуктивных сечений другого типа – с управляющими ветвями тока и напряжения – алгоритм получается аналогично.

А. Определить число независимых переменных – число уравнений состояния – по формуле (3) для ранга цепи. Построить схему замещения цепи подобно рис. 2,б в соответствии с перечнем независимых переменных.

Б. Найти коэффициенты матрицы \mathbf{M} из системы (8). Диагональные элементы содержат емкость или индуктивность соответствующего независимого конденсатора или независимой катушки индуктивности и дополнительное слагаемое в виде дроби с числителем, равным первому слагаемому формулы (6), и знаменателем (5). Так, для уравнений, записанных для токов конденсаторов, диагональный элемент из ячейки $C_n - C_{n+1}$ находится по формуле

$$M_{Cnn} = C_n + C_{n+1} \cdot \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit node with two parallel branches. The top branch contains a dependent voltage source (triangle with a dot) and a resistor. The bottom branch contains a dependent current source (triangle with a cross) and a resistor. Arrows indicate current flow through the resistors. Node numbers 1 and 2 are marked at the junctions of the branches.} \\ \cdot D^{-1}. \end{array} \quad (10)$$

Символьное выражение M_{Cnn} находится путем рекурсивного выделения элементов из схемного определителя (10) до тех пор, пока в схеме не останется ни одного элемента [5]. Недиагональные элементы матрицы \mathbf{M} формируются так же, как и диагональные элементы, в виде дроби, числитель которой – это первое слагаемое формулы (7) с противоположным знаком, а знаменатель – это выражение (5). Так, для уравнений, записанных для тока конденсатора, недиагональный элемент имеет вид

$$M_{C1n} = -C_{n+1} \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit segment with nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a voltage source e through a resistor and to node 2 through a capacitor C_n. Node 2 is connected to ground through an inductor L_2. A dependent current source 3 is controlled by the voltage across C_n and L_2.} \\ \hline \end{array} \right| \cdot D^{-1}. \quad (11)$$

Диагональные и недиагональные элементы матрицы \mathbf{M} , соответствующие уравнениям для напряжений катушек индуктивности – последние k уравнений в формуле (8), получаются аналогично.

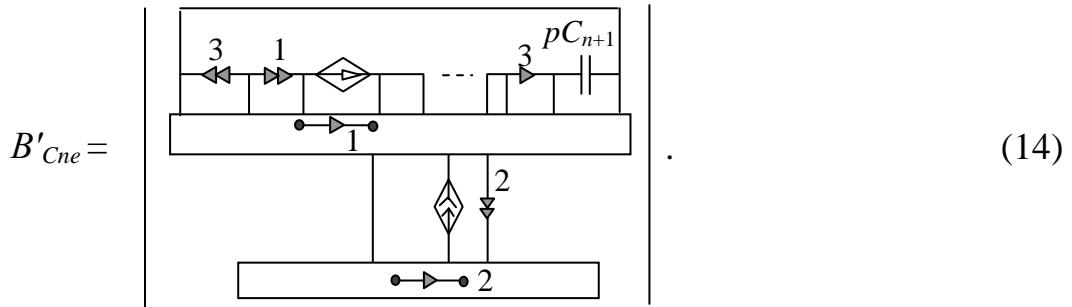
В. Найти элементы матрицы \mathbf{A}' числителей матрицы \mathbf{A} . САВ ее диагональных элементов – это второе слагаемое из формулы (6). Так, элемент из ячейки $C_n - C_n$ имеет вид

$$A'_{Cnn} = - \left| \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit segment with nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a voltage source e through a resistor and to node 2 through a capacitor C_n. Node 2 is connected to ground through an inductor L_2. A dependent current source 3 is controlled by the voltage across C_n and L_2.} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (12)$$

Недиагональный элемент матрицы \mathbf{A}' – это второе слагаемое (без оператора p) числителя передаточной функции (7). Так, элемент

$$A'_{C1n} = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram showing a circuit segment with nodes 1 and 2. Node 1 is connected to a voltage source e through a resistor and to node 2 through a capacitor C_n. Node 2 is connected to ground through an inductor L_2. A dependent current source 3 is controlled by the voltage across C_n and L_2.} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (13)$$

Г. Найти элементы матрицы \mathbf{B}' – числители передаточных функций от независимых источников к конденсаторам и катушкам индуктивности с независимыми напряжениями и токами. Так, САВ числитель коэффициента передачи напряжения от источника e к конденсатору C_n имеет вид



Коэффициенты передачи от независимых источников тока к конденсаторам и катушкам индуктивности с независимыми переменными находятся аналогично. Как видно, матрица \mathbf{B} содержит оператор p и, следовательно, УС содержат производные от входного воздействия.

Д. Найти обратную матрицу \mathbf{M}^{-1} . В результате все матрицы (9) найдены и, следовательно, сформированы УС относительно независимых переменных.

Утверждение 2. Уравнения состояния на основе независимых переменных не существуют для цепей с УИ при наличии обобщенных емкостных сечений (рис. 3,а и 3,б) и обобщенных индуктивных контуров (рис. 3,в и 3,г). УС не существуют также в частном случае, если в обобщенном емкостном сечении на рис.1,а (рис.1,б) отсутствует один из элементов – норатор или УИ тока (нуллатор или приемник тока). Аналогично – если в обобщенном индуктивном контуре на рис. 1,в (рис. 1,г) отсутствует один из элементов – норатор или УИ напряжения

Обобщенные емкостные сечения и обобщенные индуктивные контуры, упомянутые выше, снижают ранг цепи в соответствии с формулой (2), но в общем виде не уменьшают число уравнений состояния (1). Уравнения такой цепи, построенные относительно независимых переменных состояния, не могут быть приведены к нормальной форме.

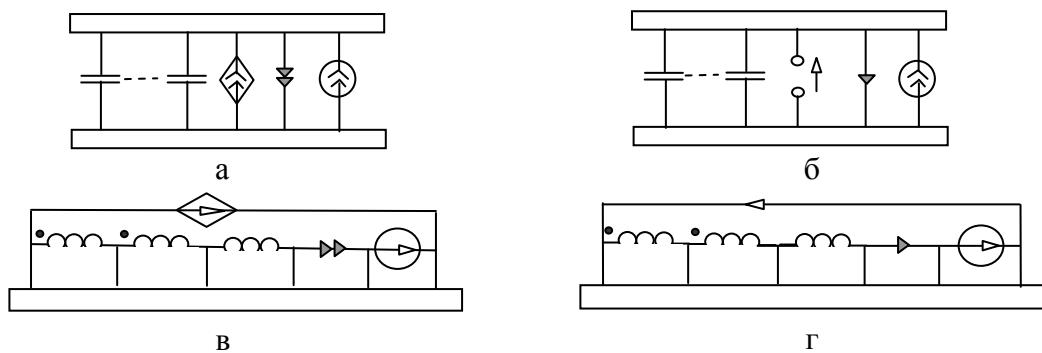


Рис. 3. Обобщенные емкостные сечения с генератором УИ тока (а) и управляющей ветвью напряжения (б); обобщенные индуктивные контуры с генератором УИ напряжения (в) и управляющей ветвью тока (г)

Действительно, возьмем, к примеру, обобщенное емкостное сечение, содержащее конденсаторы, независимые источники тока, УИ тока и

нораторы (рис. 3,а). Чтобы выразить зависимое напряжение одного из конденсаторов через напряжения других конденсаторов и токи генераторов, входящих в сечения, необходимо все слагаемые уравнения для этого сечения разделить на оператор p . В результате параметры УИ тока и норатора будут содержать оператор p в отрицательной степени, что приведет к появлению таких множителей в коэффициентах матрицы \mathbf{A} из уравнения (4), что не допускается при формировании уравнений состояния. Аналогично в матрице \mathbf{A} появятся слагаемые с отрицательной степенью оператора p , если в цепи будут присутствовать и другие особые структуры – обобщенные емкостные сечения с управляющей ветвью напряжения (рис. 3,б), обобщенные индуктивные контуры с генератором УИ напряжения (рис. 3,в) и управляющей ветвью тока (рис. 3,г).

Таким образом, при наличии обобщенных емкостных сечений (рис. 3,а и 3,б) или обобщенных индуктивных контуров (рис. 3,в и 3,г) построить УС на основе независимых переменных невозможно. Нельзя построить независимые УС и в случае отсутствия в обобщенных емкостных контурах и обобщенных индуктивных сечениях генераторов УИ или нораторов.

Однако в другом частном случае – при наличии емкостных сечений, содержащих только конденсаторы и независимые источники тока, и индуктивных контуров, содержащих только катушки индуктивности и независимые источники эдс – УС для цепей с УИ существует, как и для $RLCM$ -цепей [2]. При этом в уравнениях для зависимых переменных, выраженных через независимые переменные емкостных сечений и индуктивных контуров, в отличие от соответствующих обобщенных сечений и контуров, оператор p^{-1} будет присутствовать только перед функциями независимых источников, что допускается в уравнениях состояния.

Формирование уравнений состояния непосредственно на основе независимых переменных для цепей с УИ, содержащих емкостные сечения и индуктивные контуры. Для этого используем операцию исключения емкостного сечения и индуктивного контура. Пусть задана произвольная схема с УИ, содержащая емкостное сечение (рис. 4,а). Уравнение для емкостного сечения на рис. 4,а в соответствии с законом Кирхгофа имеет вид

$$pC_1u_1 + \dots + pC_nu_n + pC_{n+1}u_{n+1} + j = 0.$$

Независимыми переменными состояния считаем напряжения u_1, \dots, u_n . Тогда зависимое напряжение находится через независимые напряжения следующим образом

$$u_{n+1} = -\frac{C_1}{C_{n+1}}u_1 - \dots - \frac{C_n}{C_{n+1}}u_n - \frac{1}{pC_{n+1}}j. \quad (13)$$

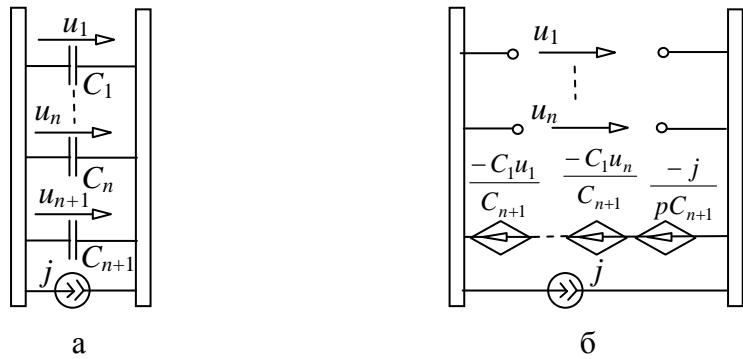


Рис. 4. Схема с емкостным сечением: исходная схема (а); схема замещения (б)
безреактивного многополюсника

Уравнение (13) используется для построения эквивалентной схемы на рис. 4,б. Эта схема получается из схемы на рис. 4,а путем удаления конденсаторов с независимыми напряжениями и замены конденсатора с зависимым напряжением несколькими управляемыми источниками напряжения. Для многополюсника на рис. 4,б могут быть получены любым известным методом Y -уравнения. Приравнивая токи многополюсника и токи конденсаторов в дифференциальной форме относительно напряжений, получим уравнения состояния на базе независимых переменных состояния.

Для схемы с индуктивным контуром схема замещения, подобная рис. 4,б, строится аналогично. Для полученного при этом многополюсника строятся, в отличие от схемы на рис. 4,б, Z -уравнения. При наличии в схеме емкостного сечения и индуктивного контура формируемый многополюсник будет характеризоваться смешанными YZ -уравнениями.

Пример построения уравнений состояния для цепи с УИ. Рассмотрим схему на рис. 5,а [1]. Требуется построить уравнения состояния минимальной размерности.

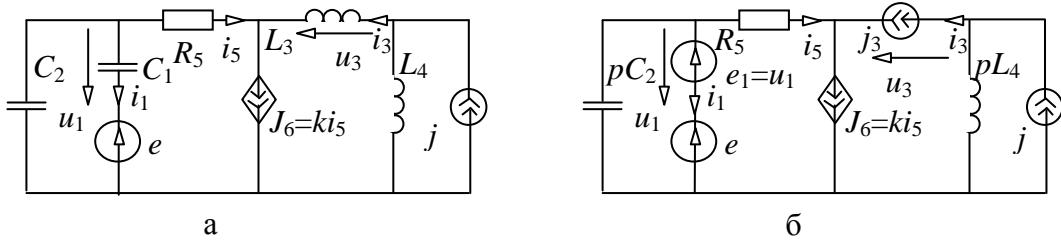


Рис. 5. Электрическая цепь с УИ для построения УС: исходная схема (а);
схема замещения (б)

Построим уравнения состояния по пунктам предложенного алгоритма. Схема содержит один емкостный контур и одно индуктивное сечение, поэтому в соответствии с формулой (3) она имеет ранг 2. Считаем, что независимыми переменными состояния являются

напряжение u_1 и ток i_3 . Для этих переменных матричное уравнение (8) записывается следующим образом

$$\begin{vmatrix} M_{C11} & M_{C1L3} \\ M_{L3C1} & M_{L33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} pu_1 \\ pi_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{C11} & A_{C1L3} \\ A_{L3C1} & A_{L33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ i_3 \end{vmatrix} + \frac{1}{D} \begin{vmatrix} B_{C1e} & B_{C1j} \\ B_{L3e} & B_{L3j} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e \\ j \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Построим схему замещения исходной цепи на рис. 5,б, заменив в схеме на рис. 5,а конденсатор с независимым напряжением и катушку индуктивности с независимым током источником эдс e_1 и источником тока j_3 соответственно. Находим определитель D этой схемы – знаменатель коэффициентов системы уравнений (14). Схема знаменателя получается подобно (5) путем нейтрализации всех независимых источников на рис. 5,б. В результате, выражение знаменателя находится следующим образом

$$D = \left| \begin{array}{c} pC_2 \\ \parallel \\ R_5 \quad i_5 \\ \diamond \\ J_6 = ki_5 \\ pL_4 \end{array} \right| = k \left| \begin{array}{c} R_5 \\ \rightarrow \\ \downarrow \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} R_5 \\ \perp \end{array} \right| = -k + 1. \quad (15)$$

Символьное выражение в (15) получено путем выполнения следующих операций: удаления разомкнутого сопротивления pL_4 и замкнутой в петлю проводимости pC_2 ; выделения параметра источника тока, управляемого током; замена сопротивления R_5 , соединенного последовательно с норатором (нуллатором), проводником; замены табличных схемных определителей контура из норатора и нуллатора и разомкнутого сопротивления соответствующим символьным выражением [7]. Нижеследующие выражения для других коэффициентов уравнений (14) находятся аналогично.

Элементы матрицы \mathbf{M} , которая является диагональной, поскольку особые контур и сечения содержат по два конденсатора и две катушки индуктивности соответственно, формируются в соответствии с формулой (10):

$$\begin{aligned} M_{C11} &= C_1 + C_2 \cdot \left| \begin{array}{c} R_5 \quad i_5 \\ \diamond \\ L_3 \\ J_6 = ki_5 \\ pL_4 \end{array} \right| \quad D^{-1} = C_1 + C_2(-k+1)D^{-1} = C_1 + C_2; \\ M_{L33} &= L_3 + L_4 \cdot \left| \begin{array}{c} pC_2 \\ \parallel \\ R_5 \quad i_5 \\ \diamond \\ J_6 = ki_5 \end{array} \right| \quad D^{-1} = L_3 + L_4(-k+1)D^{-1} = L_3 + L_4. \quad (16) \end{aligned}$$

Диагональные элементы матрицы A' находятся в соответствии с формулой (12):

$$A'_{C11} = - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing } R_5, e_1 = u_1, i_5, J_6 = ki_5, pL_4 \\ \text{with nodes connected to ground} \end{array} \right| = 0;$$

$$A'_{L33} = - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing } pC_2, R_5, i_5, J_6 = ki_5 \\ \text{with nodes connected to ground} \end{array} \right| = -R_5. \quad (17)$$

Недиагональные элементы матрицы A' получаются по формуле (13):

$$A'_{C1L3} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing } pC_2, R_5, i_5, J_6 = ki_5, pL_4 \\ \text{with nodes connected to ground} \end{array} \right| = 1;$$

$$A'_{L3C1} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing } pC_2, R_5, i_5, J_6 = ki_5, pL_4 \\ \text{with nodes connected to ground} \end{array} \right| = k - 1. \quad (18)$$

Элементы матрицы B' находятся как числители передаточных функций от независимых источников к конденсатору C_1 и катушке индуктивности L_3 по формулам, подобным (14):

$$B'_{C1e} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing } pC_2, R_5, i_5, J_6 = ki_5, pL_4 \\ \text{with nodes connected to ground} \end{array} \right| = pC_2(k - 1);$$

$$B'_{C1j} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing } pC_2, R_5, i_5, J_6 = ki_5, pL_4 \\ \text{with nodes connected to ground} \end{array} \right| = 0;$$

$$B'_{L3e} = \left| \begin{array}{c|c|c|c} pC_2 & R_5 & i_5 & pL_4 \\ \hline & & J_6 = ki_5 & \\ \end{array} \right| = k - 1;$$

$$B'_{L3j} = \left| \begin{array}{c|c|c|c} pC_2 & R_5 & i_5 & pL_4 \\ \hline & & J_6 = ki_5 & \\ \hline & & & \downarrow \end{array} \right| = pL_4(-k + 1). \quad (19)$$

После подстановки символьных выражений коэффициентов из (15)–(19) в (14) получаем следующие уравнения состояния

$$\begin{bmatrix} pu_1 \\ pi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{(C_1 + C_2)(1-k)} \\ -1 & \frac{-R_5}{(L_3 + L_4)(1-k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -pC_2 \\ \frac{-1}{(L_3 + L_4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ j \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Эти уравнения совпадают с численно-символьными уравнениями в [1] при подстановке соответствующих численных значениях параметров. УС (20) получены непосредственно на основе 2-х независимых переменных состояния. В то же время в [1] уравнения получены с помощью вспомогательной системы из 4-х уравнений. При этом использовалась процедура нахождения параметров восьмиполюсника, вместо параметров четырехполюсника в предлагаемом алгоритме, и операция исключения 2-х лишних переменных, что усложняет процесс построения уравнений состояния и повышает его трудоемкость.

Пример построения уравнений состояния для цепи с обобщенным индуктивным сечением и емкостным контуром. Рассмотрим схему на рис. 5,а, полученную на основе схемы [1], в которой LJ -сечение преобразовано в обобщенное индуктивное сечение из катушек индуктивности и ИТУТ – источника тока, управляемого током, путем взаимной замены ИТУТ j_6 и независимого источника тока j . Требуется построить уравнения состояния минимальной размерности.

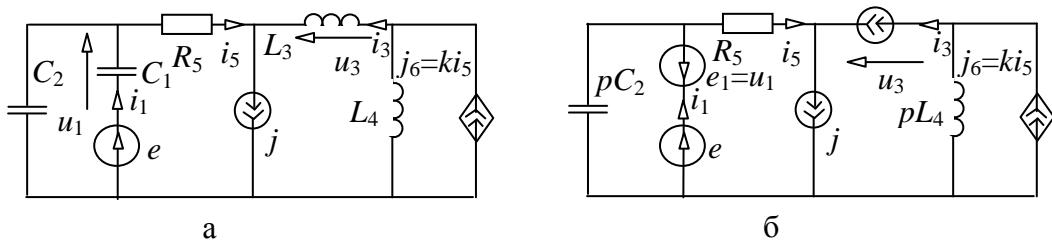


Рис. 5. Электрическая цепь с обобщенным индуктивным сечением и емкостным контуром для построения УС: исходная схема (а); схема замещения (б)

Построим уравнения состояния в соответствии с предложенным алгоритмом. Схема содержит один емкостный контур и одно обобщенное индуктивное сечение, поэтому в соответствии с формулой (3) она имеет ранг 2. Считаем, что независимыми переменными состояния являются напряжение u_1 конденсатора C_1 и ток i_3 катушки индуктивности L_3 . Для этих переменных матричное уравнение (8) записывается следующим образом

$$\begin{vmatrix} T_{C11} & T_{C1L3} \\ T_{L3C1} & T_{L33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} pu_1 \\ pi_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{D} \begin{vmatrix} A_{C11} & A_{C1L3} \\ A_{L3C1} & A_{L33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} u_1 \\ i_3 \end{vmatrix} + \frac{1}{D} \begin{vmatrix} B_{C1e} & B_{C1j} \\ B_{L3e} & B_{L3j} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} e \\ j \end{vmatrix}. \quad (21)$$

Построим схему замещения исходной цепи на рис. 5,б, заменив в схеме на рис. 5,а конденсатор с независимым напряжением и катушку индуктивности с независимым током источником эдс e_1 и источником тока j_3 соответственно. Находим определитель D этой схемы – знаменатель коэффициентов системы уравнений (14). Схема знаменателя получается подобно (5) путем нейтрализации всех независимых источников на рис. 5,б. В результате, выражение знаменателя находится следующим образом

$$D = \left| \begin{array}{c|ccccc} & & & & & \\ & pC_2 & & R_5 & i_5 & \\ & \hline & & & & \\ & & & & i_3 & \\ & & & & \left. \begin{array}{l} j_6 = ki_5 \\ pL_4 \end{array} \right\} & \\ & & & & \text{---} & \\ & & & & & \end{array} \right| = 1. \quad (22)$$

Символьное выражение (15) получено путем выполнения следующих операций: удаления замкнутой в петлю проводимости pC_2 ; нейтрализации ИТУТ, поскольку при его выделении появляется разомкнутый нуллатор; удаления разомкнутых сопротивлений R_5 и pL_4 ; замены табличного схемного определителя одиночного узла соответствующим символьным выражением [7]. Нижеследующие выражения для других коэффициентов уравнений (14) находятся аналогично.

Элементы матрицы \mathbf{T} , которая является диагональной, поскольку особые контур и сечения содержат по два конденсатора и две катушки индуктивности соответственно, формируются в соответствии с формулой (10):

$$T_{C11} = C_1 + C_2 \left| \begin{array}{c|ccccc} & & & & & \\ & R_5 & i_5 & & & \\ & \hline & & & & \\ & & & & i_3 & \\ & & & & \left. \begin{array}{l} j_6 = ki_5 \\ pL_4 \end{array} \right\} & \\ & & & & \text{---} & \\ & & & & & \end{array} \right| D^{-1} = C_1 + C_2;$$

$$T_{L33} = L_3 + L_4 \quad \left| \begin{array}{c} R_5 \\ i_5 \\ j_6 = ki_5 \end{array} \right. \quad D^{-1} = L_3 + L_4(k+1). \quad (23)$$

Диагональные элементы матрицы \mathbf{A}' находятся в соответствии с формулой (12):

$$\begin{aligned} A'_{C11} &= \left| \begin{array}{ccc} R_5 & i_5 & \\ & pL_4 & j_6 = ki_5 \\ & \left\{ \begin{array}{c} \\ \end{array} \right. & \end{array} \right| = 0; \\ A'_{L33} &= - \left| \begin{array}{ccc} pC_2 & R_5 & i_5 \\ \parallel & & j_6 = ki_5 \\ & pL_4 & \end{array} \right| = -R_5. \end{aligned} \quad (24)$$

Недиагональные элементы матрицы \mathbf{A}' получаются по формуле (13):

$$\begin{aligned} A'_{C1L3} &= \left| \begin{array}{ccc} pC_2 & R_5 & i_5 \\ \parallel & & j_6 = ki_5 \\ & pL_4 & \end{array} \right| = 1; \\ A'_{L3C1} &= \left| \begin{array}{ccc} pC_2 & R_5 & i_5 \\ \parallel & & j_6 = ki_5 \\ & pL_4 & \end{array} \right| = 1. \end{aligned} \quad (25)$$

Элементы матрицы \mathbf{B}' находятся как числители передаточных функций от независимых источников к конденсатору C_1 и катушке индуктивности L_3 по формулам, подобным (19). После выделения параметров из соответствующих схемных определителей получаем:

$$B'_{C1e} = pC_2; B'_{C1j} = 1; B'_{L3e} = -1; B'_{L3j} = pL_4k + R_5. \quad (26)$$

После подстановки символьных выражений коэффициентов из (15)–(19) в (14) получаем искомые уравнения состояния

$$\begin{bmatrix} (C_1 + C_2)p u_1 \\ [L_3 + L_4(k+1)]pi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ i_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} pC_2 & 1 \\ -1 & pL_4k + R_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ j \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Эти же уравнения могут быть получены более трудоемким путем – построением уравнений относительно всех 4-х переменных состояния с последующим исключением 2-х зависимых переменных так, как это предусмотрено алгоритмом [1].

Выводы. 1. Доказано, что для цепей с управляемыми источниками, содержащими обобщенные емкостные контуры и обобщенные индуктивные сечения, существуют уравнения состояния в нормальной форме на основе независимых переменных, число которых меньше общего числа конденсаторов и катушек индуктивности на число указанных контуров и сечений.

2. Обобщенные емкостные сечения из конденсаторов, независимых источников (НИ) тока, генераторов управляемых источников (УИ) тока и/или нораторов (из конденсаторов, НИ тока, управляющих ветвей напряжения и/или нуллаторов) и обобщенные индуктивные контуры из катушек индуктивности, НИ напряжения, генераторов УИ напряжения и/или нораторов (из катушек индуктивности, НИ напряжения, управляющих ветвей тока и/или нуллаторов) не уменьшают числа уравнений состояния, в отличие от емкостных сечений, содержащих конденсаторы и НИ тока, и индуктивных контуров из катушек индуктивности и НИ напряжения.

3. Предложен алгоритм формирования уравнений состояния минимальной размерности непосредственно на основе независимых переменных – без построения промежуточных систем уравнений и без операций исключения избыточных уравнений.

Литература

1. Чуа Л.О., Лин П.М. Машинный анализ электронных схем. Пер. с англ. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.
2. Синтез линейных электрических и электронных цепей. Метод переменных состояния / Ионкин П.А., Максимович Н.Г., Перфильев Ю.С., Стахив П.Г.– Львов: Вища школа, 1982.– 312 с.
3. Курганов Д. С., Курганов С. А., Филаретов В. В. Нахождение порядка сложности произвольной активной электрической цепи методом схемных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 140–151.
4. Курганов Д. С., Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ линейных электрических цепей по частям на основе схемно-алгебраической редукции // Изв. вузов. Электромеханика, 2011.– №5.– С. 9–15.
5. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.

ФОРМИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-РЕКУРРЕНТНОГО МЕТОДА АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Для формирования уравнений по операторно-рекуррентному методу предлагается использовать передаточные функции от одного из независимых источников к управляемым ветвям нелинейных элементов. Передаточные функции формируются методом схемных определителей, который позволяет разделить слагаемые числителя и знаменателя на две части, одна из которых содержит, а вторая не содержит нелинейные параметры.

Анализ нелинейных электрических цепей (НЭЦ) во временной области выполняется одним из численных методов решения нелинейных интегро-дифференциальных уравнений [1], а в z -области – операторно-рекуррентным (ОР) методом [2]. ОР метод включает два этапа. На первом – операторном – этапе формируется система уравнений относительно управляемых переменных нелинейных элементов и аналогового оператора p . Нелинейные уравнения приводятся к линейным уравнениям путем преобразования каждого нелинейного слагаемого к произведению управляемой переменной и некоторого коэффициента, который на этом этапе считается постоянным. Так, вольтамперная характеристика нелинейного резистора $i = f(u)$ записывается в виде [3]

$$i = g(u)u, \quad (1)$$

где $g(u) = f(u)/u$ – статическая проводимость, которая принимается равной некоторой постоянной $g_{\text{ст}}$.

Операторное p -изображение таких уравнений получается с помощью линейного интегрального преобразования. Переход к дискретному z -изображению для линейных слагаемых выполняется с помощью z -преобразования, а для нелинейных слагаемых – с помощью численных z -форм [3]. Полученное z -изображение преобразуется к дробно-рациональному виду, в котором выделяется сомножитель в виде z -изображения единичного скачка. Так, z -изображение произвольного напряжения приводится к виду

$$U(z) = \frac{z}{z-1} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_s z^{-s}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_n z^{-n}}. \quad (2)$$

На втором – временном – этапе от операторных z -уравнений вида (2) переходят к явным итерационным формулам для управляющих переменных и откликов. При этом нелинейные функции представляются параметрами, зависящими от соответствующих переменных на предыдущих итерациях. Так, итерационная формула для напряжения на k -м временном шаге имеет вид

$$u[k] = -a_1[k-1]u[k-1] - a_2[k-2]u[k-2] - \dots - a_n[k-n]u[k-n] + \sum_{i=0}^s b_i[k-1]. \quad (3)$$

Коэффициенты в (3) могут быть

$$\begin{aligned} a_i[k-1] &= f_1(u_1[k-1], u_2[k-1], \dots, u_\mu[k-1]); \\ b_i[k-1] &= f_2(u_1[k-1], u_2[k-1], \dots, u_\mu[k-1]), \end{aligned} \quad (4)$$

где f_1, f_2 – некоторые выражения, включающие функции нелинейных элементов; начальные условия для напряжений u_1, u_2, \dots, u_μ находятся на основе законов коммутации и уравнений равновесия; μ – число управляющих напряжений (переменных).

Полученные таким образом явные итерационные формулы вида (3) в отличие от явных формул решения интегро-дифференциальных уравнений обладают абсолютной численной устойчивостью [3]. Для достижения такой устойчивости при решении интегро-дифференциальных уравнений используются неявные итерационные формулы, которые значительно более трудоемки, чем явные формулы, поскольку предполагают многократное решение систем линейных алгебраических уравнений.

В то же время ОР метод требует построения систем операторных уравнений специального вида. Во-первых, эта система должна быть сформирована относительно управляющих переменных нелинейных элементов, а во-вторых, слагаемые уравнений должны быть разделены на две части, одна из которых не содержит, а вторая содержит нелинейные функции. Это необходимо, поскольку для получения z -уравнений к этим частям применяются различные операции – z -преобразование к линейным слагаемым и замена нелинейных слагаемых z -формами.

Для простых цепей, содержащих 3...5 элементов, указанная система уравнений составляется по законам Кирхгофа и последующего неформального преобразования [3]. Для сложных схем выполнить такие преобразования затруднительно, поэтому требуются формализованные правила для получения указанных выше уравнений. Формализованная временная модель относительно управляющих переменных нелинейных резистивных элементов со статическими проводимостями строится в [4] на основе передаточных функций. Однако здесь требуется операторная модель цепи, содержащая не только нелинейные резисторы, но и нелинейные конденсаторы и катушки индуктивности.

Таким образом, целью работы является – во-первых, формализованное построение уравнений цепи относительно управляющих

переменных нелинейных элементов и, во-вторых, разделение слагаемых в этих уравнениях на две части, одна из которых содержит, а вторая не содержит параметры нелинейных элементов.

Построение уравнений относительно управляемых переменных нелинейных элементов на основе операторных передаточных функций от одного из независимых источников к нелинейным элементам. Такое предложение является эффективным, поскольку получение операторных передаточных функций детально разработано в методе схемных определителей [5] и реализовано в виде компьютерной системы SCADS [6]. При этом нелинейный резистор, управляемый напряжением, должен представляться, как в (1), статической проводимостью, а резистор, управляемый током – статическим сопротивлением. Нелинейный конденсатор и катушка индуктивности – операторной проводимостью $Y = c_d p$ и сопротивлением $Z = l_d p$. Их параметры – дифференциальная емкость и индуктивность находятся по формулам $c_d = dq / du$ и $l_d = d\psi / di$, где q и ψ – функции электрического заряда конденсатора и потокосцепления катушки индуктивности соответственно. Нелинейные управляемые источники (УИ) с действительными параметрами – источники напряжения, управляемые напряжением (ИНУН), источники тока, управляемые током (ИТУТ), источники напряжения, управляемые током (ИНУТ) и источники тока, управляемые напряжением (ИТУН), также как и нелинейные резисторы – соответствующими статическими параметрами.

Тогда система уравнений для цепи, содержащей нелинейные элементы – резисторы, управляемые током и напряжением, конденсаторы, катушки индуктивности, нелинейные ИНУН, ИТУТ, ИНУТ и ИТУН, будет иметь вид

$$\begin{aligned}
 I_R &= Y_R(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 U_G &= K_G(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 U_{NC} &= K_{NC}(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 I_{NL} &= Y_{NL}(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 U_K &= K_K(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 U_Y &= K_Y(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 I_B &= Y_B(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1; \\
 I_Z &= Y_Z(R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}, K_e, Y_j, \Lambda, p)E_1,
 \end{aligned} \tag{5}$$

где E_1 – операторное изображение базисного независимого источника эдс; $R_{ct}, G_{ct}, C_d, L_d, K_{ct}, Y_{ct}, B_{ct}, Z_{ct}$ – векторы статических сопротивлений, проводимостей, дифференциальных емкостей и индуктивностей, параметров ИНУН, ИТУН, ИТУТ и ИНУТ соответственно; $I_R, U_G, U_{NC}, I_{NL}, U_K, U_Y, I_B, I_Z$ – векторы управляющих токов и напряжений нелинейных резисторов, напряжений нелинейных конденсаторов, токов нелинейных катушек индуктивности, управляющих напряжений ИНУН и ИТУН, управляющих токов ИТУТ и ИНУТ соответственно; $Y_R, K_G, K_{NC}, Y_{NL}, K_K, Y_B, K_Y, Y_Z$ – векторы передаточных проводимостей от источника E_1 к резисторам, управляемым током, коэффициентов передачи напряжения к резисторам, управляемым напряжением, и конденсаторам, передаточных проводимостей к катушкам индуктивности, коэффициентов передачи к ИНУН и ИТУН, передаточных проводимостей к ИТУТ и ИНУТ соответственно; K_e, Y_j – векторы коэффициентов линейных ИНУН и передаточных проводимостей ИТУН, в которые преобразуются независимые источники напряжения (кроме E_1) и источники тока; L – вектор линейных параметров. Среди линейных элементов могут быть резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности, управляемые источники четырех типов – ИНУН, ИТУН, ИТУТ и ИНУТ.

Операторные передаточные функции в (5) связывают между собой управляющие переменные нелинейных элементов и напряжение одного из независимых источников, выбранного за базисный источник. Остальные независимые источники заменяются источниками, управляемыми базисным источником в соответствии с принципом неявного наложения источников [7]. При этом все переменные в уравнениях имеют операторную форму. Число уравнений, формируемых с помощью операторных передаточных функций, равно числу нелинейных элементов.

Операторная система (5) предлагается для получения итерационных формул по ОР методу. В соответствии с этим методом от аналоговых операторных уравнений необходимо перейти к дискретным z -уравнениям, а затем к временным итерационным формулам в явном виде. При этом каждая нелинейная функция преобразуется в параметрическую зависимость – управляющая переменная нелинейного элемента становится зависимой от той же переменной, но на предыдущем шаге. Для нахождения переменной, которая не является управляющей переменной нелинейного элемента, необходимо построить дополнительную передаточную функцию.

Разделение слагаемых числителя и знаменателя передаточной функции в (5) на две группы, одна из которых содержит, а вторая не содержит нелинейные параметры. Это необходимо, как уже отмечалось, для получения z -преобразований операторных выражений. Разделение выполняется в процессе их построения путем первоочередного выделения нелинейных элементов. После выделения в схемном определителе всех

нелинейных элементов оставшееся слагаемое не содержит нелинейных элементов и нелинейных параметров. Все остальные слагаемые содержат нелинейные параметры. Так, разложение схемного определителя, содержащего по одному нелинейному элементу различного типа, имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta = & R_{ct}(G_{ct}(k_{ct}(b_{ct}(g_{ct}(r_{ct}(pl_d(pc_d\Delta_{G_{ct},c_{ct}}^{R_n,l_{ct}}(k_{ct},b_{ct},g_{ct},r_{ct}\rightarrow N) + \\ & + \Delta_{G_{ct}}^{R_n,l_d,c_d}(k_{ct},b_{ct},g_{ct},r_{ct}\rightarrow N)) + pc_{ct}\Delta_{G_{ct},c_{ct},l_{ct}}^{R_n}(k_{ct},b_{ct},g_{ct},r_{ct}\rightarrow N) + \\ & + \Delta_{G_{ct},l_d}^{R_n,c_d}(k_{ct},b_{ct},g_{ct},r_{ct}\rightarrow N) + \dots + pc_d\Delta_{R_{ct},l_d,c_d}^{G_{ct}}(k_{ct},b_{ct},g_{ct},r_{ct}\rightarrow 0) + \\ & + \Delta_{R_{ct},l_d}^{G_{ct},c_d}(k_{ct},b_{ct},g_{ct},r_{ct}\rightarrow 0), \end{aligned} \quad (6)$$

где $k_{ct}, b_{ct}, g_{ct}, r_{ct} \rightarrow N$ означает, что ИНУН, ИТУТ, ИТУН и ИНУТ с параметрами $k_{ct}, b_{ct}, g_{ct}, r_{ct}$ преобразованы в нуллоры; верхний индекс означает, что соответствующий элемент удален из схемы; $k_{ct}, b_{ct}, g_{ct}, r_{ct} \rightarrow 0$ – параметры ИНУН, ИТУТ, ИТУН и ИНУТ равны нулю, то есть УИ нейтрализованы.

Последнее слагаемое в (6), полученное нейтрализацией всех нелинейных элементов, содержит только линейные параметры. Все остальные слагаемые содержат как линейные, так и нелинейные параметры. По формуле (6) раскладывается и знаменатель, и числитель передаточной функции, поэтому нелинейные слагаемые оказываются выделенными как в числителе, так и в знаменателе. Нелинейные слагаемые по ОР методу заменяются z -формами, а к линейным операторным p -выражениям в последнем слагаемом (6) применяется дискретное z -преобразование.

Формула (6) может быть проиллюстрирована в наглядном схемно-алгебраическом виде. Если схема содержит два нелинейных элемента – резистор со статической проводимостью и ИНУН со статическим коэффициентом передачи напряжения, то после выделения этих элементов по формулам [5] ее определитель – знаменатель для системы (5) – можно записать в виде

$$\left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a circuit with } g_{ct} \text{ and } k_{ct}u \text{ elements} \end{array} \right| = g_{ct}k_{ct} \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a circuit with } u \text{ element} \end{array} \right| + g_{ct} \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a circuit with } k_{ct}u \text{ element} \end{array} \right| +$$

$$+ k_{ct} \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a circuit with } g_{ct} \text{ element} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a circuit with no elements} \end{array} \right|,$$

где первые три слагаемых содержат нелинейные, а последнее – только линейные параметры.

Пример. Рассмотрим на рис. 1,а фильтр с нагрузкой – нелинейным резистором с вольтамперной характеристикой $i = au^3$, а на рис. 1,б – его схему замещения [8]. Требуется построить итерационную формулу для нахождения переходной функции коэффициента передачи напряжения с входа фильтра на выход.

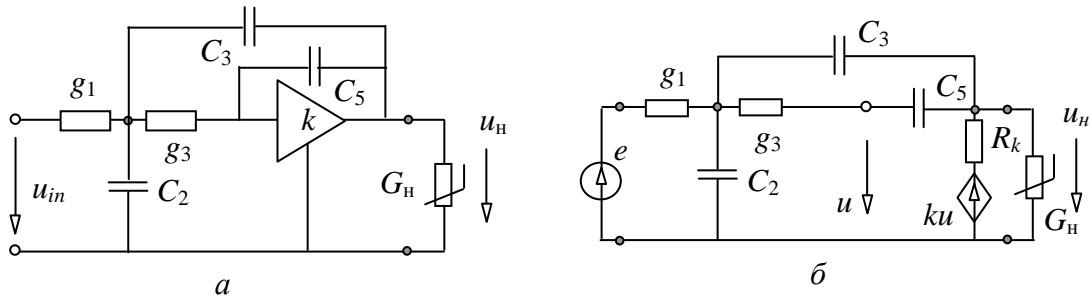


Рис. 1. Исходная схема (а) и схема замещения (б) фильтра третьего порядка с нелинейным нагрузочным сопротивлением

Нелинейный резистор представим статической проводимостью $G_h = au^2$. Находим передаточную функцию цепи $K = U_H / U_{in} = N/D$ при условии, что проводимость G_h не зависит от напряжения u . Запишем схемно-алгебраическое выражение числителя

$$N = \left| \begin{array}{c} g_1 \\ \parallel \\ pC_1 \\ \parallel \\ g_2 \\ \parallel \\ pC_2 \\ \parallel \\ pC_3 \\ \parallel \\ R_k \\ \parallel \\ ku \\ \parallel \\ G_h \end{array} \right|. \quad (7)$$

В последнем выражении удаляем проводимость G_h , поскольку она подключена параллельно нуллатору и выделяем проводимость g_1 , как соединенную последовательно с норатором. Удаляем проводимость pC_1 , параллельную норатору. Оставшуюся схему раскладываем по степеням p путем выделения конденсаторов по алгоритму первоочередного выделения реактивных элементов [9], получаем

$$N = g_1 \left| \begin{array}{c} pC_2 \\ \parallel \\ pC_3 \\ \parallel \\ R_k \\ \parallel \\ ku \end{array} \right| = g_1 \left\{ p^2 C_2 C_3 \left| \begin{array}{c} g_2 \\ \parallel \\ R_k \\ \parallel \\ ku \end{array} \right| + \right. \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
& + p \left(C_2 \left| \begin{array}{c} g_2 \\ u \downarrow \\ ku \end{array} \right. \right) + C_3 \left| \begin{array}{c} g_2 \\ u \downarrow \\ ku \end{array} \right. \} + \\
& + \left. \left| \begin{array}{c} g_2 \\ u \downarrow \\ ku \end{array} \right. \right\}. \quad (8)
\end{aligned}$$

После выполнения операций выделения элементов в каждом из схемных определителей в (8) получаем

$$N = g_1 [p^2 C_2 C_3 R_k + p(C_2 + C_3) g_2 R_k + g_2 k]. \quad (9)$$

Как видно, числитель не содержит нелинейной проводимости G_h , поэтому сформирован в виде одного выражения (9). Знаменатель D , полученный аналогично, включает две части. Первая часть содержит нелинейную проводимость G_h и имеет вид

$$D_h = g_h R_k \{ p^2 C_3 (C_1 + C_2) + p[g_2 (C_1 + C_2) + C_3 (g_1 + g_2)] + g_1 g_2 \}.$$

Вторая часть знаменателя не содержит нелинейного параметра и имеет вид

$$\begin{aligned}
D_n &= p^3 C_1 C_2 C_3 R_k + p^2 [C_1 C_2 g_2 R_k + C_1 C_3 (g_2 R_k - k + 1) + \\
&+ C_2 C_3 (g_1 R_k - k + 1)] + p[C_1 g_2 + C_2 (g_1 g_2 R_k - k g_2 + g_2) + \\
&+ C_3 (g_1 g_2 R_k + (g_1 + g_2)(1 - k))] + g_1 g_2. \quad (10)
\end{aligned}$$

Запишем операторную функцию передачи напряжения, используя отрицательные степени оператора p

$$K(p) = \frac{b_3^n p^{-3} + b_2^n p^{-2} + b_1^n p^{-1}}{a_3^h p^{-3} + a_2^h p^{-2} + a_1^h p^{-1} + a_0^h + a_3^l p^{-3} + a_2^l p^{-2} + a_1^l p^{-1} + a_0^l}, \quad (11)$$

где верхние индексы «л» и «н» означают принадлежность соответствующего коэффициента к линейной и нелинейной части числителя или знаменателя операторной функции.

В (11) полиномиальные коэффициенты имеют следующие значения

$$\begin{aligned} b_1^{\text{л}} &= g_1 C_2 C_3 R_k; \quad b_2^{\text{л}} = (C_2 + C_3) g_1 g_2 R_k; \quad b_3^{\text{л}} = g_1 g_2 k; \quad a_1^{\text{н}} = g_{\text{н}} R_k C_3 (C_1 + C_2); \\ a_2^{\text{н}} &= g_{\text{н}} R_k [g_2 (C_1 + C_2) + C_3 (g_1 + g_2)]; \quad a_3^{\text{н}} = g_1 g_2 g_{\text{н}} R_k; \quad a_0^{\text{л}} = C_1 C_2 C_3 R_k; \\ a_1^{\text{л}} &= C_1 C_2 g_2 R_k + C_1 C_3 (g_2 R_k - k + 1) + C_2 C_3 (g_1 R_k - k + 1); \\ a_2^{\text{л}} &= C_1 g_2 + C_2 (g_1 g_2 R_k - k g_2 + g_2) + C_3 (g_1 g_2 R_k + (g_1 + g_2)(1 - k)); \quad a_3^{\text{л}} = g_1 g_2. \end{aligned} \quad (12)$$

Для получения дискретного изображения $U(z)$ по формуле (2) к линейным слагаемым в (11) применяется z -преобразование, а к нелинейным – z -формы Тастина [3]. После группировки слагаемых относительно степеней z получаем

$$U(z) = \frac{z}{z-1} \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + a_3 z^{-3}}. \quad (13)$$

Коэффициенты в формуле (13) имеют вид

$$\begin{aligned} b_0 &= 8b_1^{\text{л}} / a_0; \quad b_1 = (-16b_1^{\text{л}} + 8b_2^{\text{л}} T + 4b_3^{\text{л}} T^2) / a_0; \quad b_2 = (8b_1^{\text{л}} - 8b_2^{\text{л}} T + 4b_3^{\text{л}} T^2) / a_0; \\ a_1 &= (-24a_0^{\text{л}} - 16a_1^{\text{л}} + 8a_2^{\text{л}} T + 4a_3^{\text{л}} T^2 - 24a_0^{\text{н}} - 4a_1^{\text{н}} T + 2a_2^{\text{н}} T^2 + 3a_3^{\text{н}} T^3) / a_0; \\ a_2 &= (24a_0^{\text{л}} + 8a_1^{\text{л}} - 8a_2^{\text{л}} T + 4a_3^{\text{л}} T^2 + 24a_0^{\text{н}} - 4a_1^{\text{н}} T - 2a_2^{\text{н}} T^2 + 3a_3^{\text{н}} T^3) / a_0; \\ a_3 &= (-8a_0^{\text{л}} - 8a_0^{\text{н}} + 4a_1^{\text{н}} T - 2a_2^{\text{н}} T^2 + a_3^{\text{н}} T^3) / a_0, \end{aligned} \quad (14)$$

где $a_0 = 8(a_0^{\text{н}} + a_0^{\text{л}}) + 4a_1^{\text{н}} T + 2a_2^{\text{н}} T^2 + a_3^{\text{н}} T^3$.

На основе (13) получаем итерационную формулу для расчета напряжения во временной области на j -м шаге

$$u[j] = -a_1[j-1] u[j-1] - a_2[j-2] u[j-2] - a_3[j-3] u[j-3] + \sum_{i=0}^2 b_i[j-1]. \quad (15)$$

Расчет ведется последовательно, начиная с $j = 1$, при этом $u(0) = u(-1) = u(-2) = 0$. Все коэффициенты в (15) зависят от номера итерации и вычисляются по формулам (14), в которых параметры $a_1^{\text{н}}$, $a_2^{\text{н}}$, $a_3^{\text{н}}$ зависят от напряжения нелинейного элемента на предыдущем шаге:

$$\begin{aligned} a_1^{\text{н}} &= a u^2[j-1] R_k C_3 (C_1 + C_2); \quad a_2^{\text{н}} = a u^2[j-1] R_k [g_2 (C_1 + C_2) + C_3 (g_1 + g_2)]; \\ a_3^{\text{н}} &= g_1 g_2 a u^2[j-1] R_k. \end{aligned} \quad (16)$$

Для автоматизации построения итерационных формул достаточно использовать систему SCADS [6] при формировании аналоговых операторных функций вида (11) и математическую систему Maple [10] при группировке слагаемых относительно степеней оператора z , чтобы получить дискретную операторную функцию вида (13).

Предлагаемый способ построения итерационных формул может быть использован и в частном случае – для линейной цепи. В этом случае

используется только z -преобразование по отношению к операторным выражениям искомых переменных. При этом операторное выражение получается стандартным образом, как линейная комбинация передаточных коэффициентов и операторных выражений независимых источников [9].

Выводы. 1. Предложен способ построения уравнений для операторно-рекуррентного метода анализа нелинейных цепей на базе передаточных функций от одного из независимых источников к нелинейным элементам. 2. Формализованный алгоритм построения итерационных уравнений для нелинейных цепей может быть выполнен на основе метода схемных определителей.

Литература

1. Гридин В.Н., Михайлов В.Б., Шустерман Л.Б. Численно-аналитическое моделирование радиоэлектронных схем.– М.: Наука, 2008.– 339 с.
2. Крюкшэнк А. Дж. Методы анализа линейных и нелинейных систем регулирования, основанные на применении временных последовательностей и z -преобразований // Труды I Конгресса ИФАК.– М.: Изд. АН СССР.– 1961. Т. 2. – С.44–62.
3. Шипилло В.П. Операторно-рекуррентный анализ электрических цепей и систем.– М.: Энергоатомиздат, 1991.– 312 с.
4. Курганов С.А., Филаретов В.В. Метод многовариантного анализа нелинейных электронных схем // Электричество.– 1983.– № 5.– С. 42–43.
5. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
6. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Компьютерная система *SCAD* символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей// Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. КЛИН-2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 3–10.5
7. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях //Электричество.–2005.–№ 1 С.32–43.
8. Курганов С.А., Филаретов В.В. Построение символьных систем уравнений для нелинейных электрических цепей минимальной размерности // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : Международ. сб. научн. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2011. – Вып. 9. – С. 74–88.
9. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.
10. Дьяконов В.П. Математическая система Maple V R3/R4/R5.– М.: Солон, 1998.– 399 с.

ПРАВИЛА НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛИТЕЛЯ ПО ЗНАМЕНАТЕЛЮ ПРИ ТОПОЛОГИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В. В. Филаретов

Предлагается система правил для анализа электрических цепей на основе контурного и узлового определителей. Правила предназначаются для нахождения токов и напряжений в схемах, составленных только из проводимостей или только сопротивлений, при воздействии произвольного числа источников эдс или тока. Применение правил сводится к анализу простейших схем с одним контуром или одним сечением по законам Кирхгофа, что упрощает изучение и использование в учебном процессе.

Спустя два года после опубликования своих знаменитых законов Густав Роберт Кирхгоф доказал теорему о нахождении тока I_λ ветви λ линейной электрической цепи, составленной из n сопротивлений и n источников эдс (в каждой ветви): «Пусть m – число пересечений, т.е. точек, в которых сходятся два или более проводника, и пусть $\mu = n - m + 1$, тогда общий знаменатель всех величин I равен сумме сочетаний из $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ по μ элементов $\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_\mu}$, обладающих тем свойством, что после исключения проводников k_1, k_2, \dots, k_μ в них не остается ни одной замкнутой фигуры; числитель величины I_λ равен сумме сочетаний из $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ по $\mu - 1$ элементов $\omega_{k_1}, \omega_{k_2}, \dots, \omega_{k_{\mu-1}}$, обладающих тем свойством, что после исключения проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ остается только одна замкнутая фигура и, кроме того, она содержит проводник λ ; каждое сочетание умножается на сумму электродвижущих сил, которые приложены к проводникам, образующих соответствующую замкнутую фигуру. При этом электродвижущие силы считаются положительными в том же направлении, что и I_λ » [1, 2].

За полтора с лишним века приведенная формулировка топологической теоремы Кирхгофа нашла отражение в тысячах статей, учебных пособий и учебников. Однако до указаний [3–5] не было обращено внимание на то обстоятельство, что Кирхгоф в конце статьи [1, с. 177] предложил второе топологическое правило для нахождения числителя отклика (после слов: «Да позволено мне будет сделать несколько замечаний по поводу доказанной теоремы»):

«Если упорядочить члены числителя величины I_λ по величинам E_1, E_2, \dots, E_n , то коэффициент при E_k окажется суммой взятых частью со знаком «плюс», частью со знаком «минус» сочетаний из w_1, w_2, \dots, w_n по $\mu - 1$ тех элементов, которые входят в знаменатель величин I , умноженные как на

w_λ , так и на w_k . Именно эти сочетания $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ обладают тем свойством, что после размыкания проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ остается один контур, и что в этот контур входят и проводник λ , и проводник k .

Как видно, Кирхгоф при выборе слагаемых числителя из знаменателя опирается не только на ветвь с искомым током λ , но и на ветвь, в которую помещен источник напряжения k . Это позволяет найти искомые слагаемые числителя как пересечение соответствующих подмножеств знаменателя. Задача выбора из контурного определителя слагаемых, формирующих числитель отклика, Кирхгоф дал математически строгое решение.

Следует отметить, что не до конца прочитанная статья Кирхгофа обусловила повторное открытие методик нахождения числителя по знаменателю в недавнем прошлом [6–10]. Так, в аналитическом методе расчета предложена следующая формулировка [6, с.]:

«Количество составляющих тока I_j в j -й ветви схемы равно количеству слагаемых в определителе схемы, содержащих элемент j -й ветви, причем составляющие тока I_j определяются путем замены j -го элемента в указанных слагаемых дробью, знаменателем которой является определитель схемы, а числителем – суммарная ЭДС контура, полученного в схеме при разрыве ветвей с элементами, являющимися сомножителями j -го элемента в указанных слагаемых определителя; ЭДС ветвей полученного контура входят в суммарную ЭДС со знаком плюс, если их направление совпадает с заданным направлением тока I_j ».

На основе этого правила была разработана система из восьми правил для определения токов и потенциалов в линейной электрической цепи, исходя из ее контурного и узлового определителей [7, 8]. Позже система правил была доказана на основе топологической формулы Мэзона для ненаправленных графов [9].

После разработки принципа дуальности двойственные формулировки положений, правил и теорем в теории цепей в значительной степени утратили эвристическое значение. Тем не менее, всегда удобно иметь под рукой свод правил для нахождения тока и напряжения в схемах с сопротивлениями или проводимостями, содержащих источники тока или напряжения. Восемь правил, сформулированных в [9], сочетают в себе оба правила Кирхгофа для нахождения числителя, однако указанные формулировки можно уточнить и усовершенствовать.

Пути совершенствования системы топологических правил. Прежде всего, отметим, что при формулировке восьми правил, охватывающих возможные сочетания типов источников и откликов, нельзя руководствоваться «трафаретом», представленным в [8] для случаев схем с одним независимым источником. Некорректно говорить о «сумме токов, замыкающихся в схеме по контурам» [9, с.3, с.6]. По контурам распределяются напряжения, а токи – по сечениям в соответствии с

первым и вторым законами Кирхгофа. Таким образом, требуется уточнить формулировки правил 2 и 6.

Для удобства пользования правилами нежелательно замещать источники тока источниками напряжения, заранее предусматривая параллельное подключение сопротивлений или проводимостей. Таким образом, с правил 2, 4, 6 и 8 должны быть сняты указанные ограничения.

Правила 1, 4, 5 и 8 требуют просмотра всех слагаемых знаменателя, увеличивая более чем вдвое трудоемкость анализа. К тому же эти четыре правила предусматривают нахождение только потенциала узла, а не напряжения ветви, что ограничивает их применение. Желательна замена этих правил более общими правилами для нахождения напряжений на проводимостях или сопротивлениях. При необходимости будет проще устремить параметр разомкнутой ветви к бесконечности или к нулю.

Использование в обсуждаемых правилах понятия пути для нахождения потенциалов узлов некорректно, поскольку на самом деле требуется нахождение контура, который образован замыканием пути разомкнутой ветвью, обозначающей потенциал узла. Правила 4 и 8 приводят к решениям, которые верны лишь формально. На самом деле не все слагаемые узлового и контурного определителей порождают соответствующие слагаемые числителя.

Следует добиться большей общности и дуальности правил, сделав их понятными и легко запоминающимися, используя дуальные понятия: напряжение \Leftrightarrow ток, сопротивление \Leftrightarrow проводимость, контур \Leftrightarrow сечение, контурный определитель \Leftrightarrow узловой определитель.

Для облегчения формализации удобно использовать представление узлового и контурного определителя в виде суммы слагаемых $D_g = G_1 + G_2 + \dots + G_m$ и $D_r = R_1 + R_2 + \dots + R_m$ соответственно. Логично обозначать параметры элементов на схеме строчными буквами «*g*» и «*r*», поскольку эти параметры являются сомножителями слагаемых определителя, обозначенных прописными буквами «*G*» и «*R*».

Основными недостатками правил [9] являются: 1) избыточный просмотр всех слагаемых знаменателя, что увеличивает сложность решения; 2) для схем с неоднородными откликами и воздействиями слагаемые числителя не соответствуют слагаемым знаменателя. С учетом сделанных выше замечаний, а также обсуждения в специализированном сборнике [5], система восьми правил примет следующий вид.

Правило 1. Выражение для напряжения *j*-й ветви, обусловленного источниками эдс E_k записывается в виде дроби

$$U_j = (G_1 \sum E_{k1} + G_2 \sum E_{k2} + \dots + G_m \sum E_{km}) / D_g, \quad (1)$$

где $E_{k1}, E_{k2}, \dots, E_{km}$ – эдс, входящие в единственный контур, образованный искомым напряжением U_j , источниками эдс и проводимостями-сомножителями слагаемых узлового определителя G_1, G_2, \dots, G_m , соответственно. Причем каждая из сумм записывается по второму закону

Кирхгофа и равняется U_j . Просмотру подлежат только те слагаемые узлового определителя, сомножителем которых не является g_j .

Пример 1. Найти напряжение U_3 в схеме на рис.1,*a* по ее узловому определителю $D_g = g_1 + g_2 + g_3$.

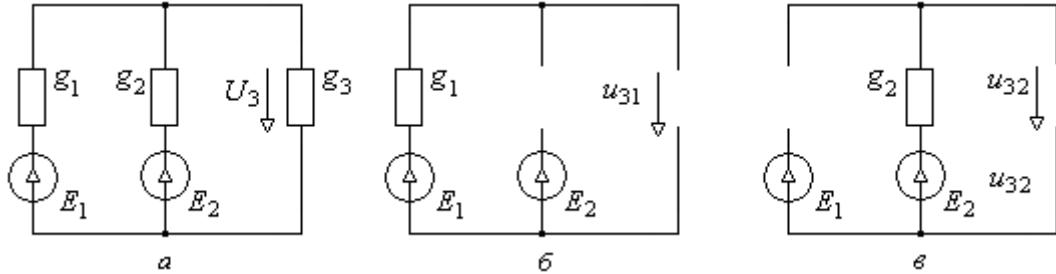


Рис. 1

Из правила 1 следует, что в числитель напряжения U_3 могут войти слагаемые, не содержащие проводимость g_3 , т.е. g_1 и g_2 . Используя выражение (1), записываем «заготовку»: $U_3 = (g_1 E_1 + g_2 E_2) / D_g$.

Напряжения u_{31} и u_{32} определяются по второму закону Кирхгофа для схем на рис.1,*б* и рис.1,*в* соответственно. Отсюда $U_3 = (g_1 E_1 + g_2 E_2) / D_g$.

Правило 2. Выражение для напряжения j -й ветви, обусловленного источниками тока J_k записывается в виде дроби

$$I_j = (G_1 \sum J_{k1} + G_2 \sum J_{k2} + \dots + G_m \sum J_{km}) / D_g, \quad (2)$$

где $J_{k1}, J_{k2}, \dots, J_{km}$ – токи источников, входящих в единственное сечение, образованное искомым током I_j , источниками тока и проводимостями-сомножителями слагаемых узлового определителя G_1, G_2, \dots, G_m соответственно. Причем каждая из сумм записывается по первому закону Кирхгофа и равняется I_j . Просмотру подлежат только те слагаемые узлового определителя, сомножителем которых является проводимость g_j .

Пример 2. Найти токи I_1, I_2, I_3 в схеме на рис. 2,*a* по ее узловому определителю $D_g = g_1 g_2 + g_2 g_3 + g_1 g_3$.

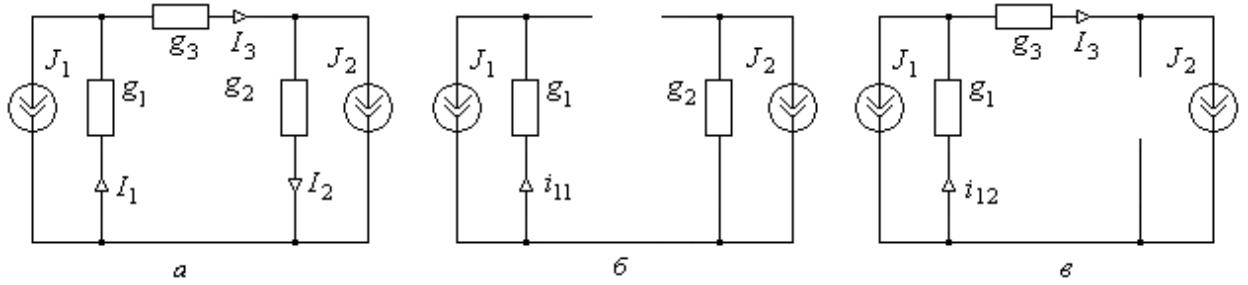


Рис. 2

Из правила 2 следует, что в числитель тока I_1 могут войти слагаемые, содержащие проводимость g_1 , т.е. $g_1 g_2$ и $g_1 g_3$. Используя выражение (2), записываем «заготовку»: $I_1 = (g_1 g_2 i_{11} + g_1 g_3 i_{12}) / D_g$.

Токи i_{11} и i_{12} определяются по первому закону Кирхгофа для схем на рис. 2,*б* и рис. 2,*в* соответственно. Отсюда $I_1 = [g_1 g_2 J_1 + g_1 g_3 (J_1 + J_2)] / D_g$.

Аналогично получаются другие токи:

$$I_2 = [g_1 g_2 J_2 + g_2 g_3 (J_1 + J_2)] / D_g, \quad I_3 = (g_1 g_2 J_2 - g_2 g_3 J_2) / D_g.$$

Правило 3. Выражение для напряжения j -й ветви, обусловленного источниками эдс E_k записывается в виде дроби

$$I_j = g_j (G_1 \sum E_{k1} + G_2 \sum E_{k2} + \dots + G_m \sum E_{km}) / D_g, \quad (3)$$

где $E_{k1}, E_{k2}, \dots, E_{km}$ – эдс, входящие в единственный контур, образованный искомым напряжением U_j , источниками эдс и проводимостями-сомножителями слагаемых узлового определителя G_1, G_2, \dots, G_m , соответственно. Причем каждая из сумм записывается по второму закону Кирхгофа и равняется U_j . Просмотрю подлежат только те слагаемые узлового определителя, сомножителем которых не является g_j .

Пример 3. Найти токи I_1, I_2, I_3 в схеме на рис.3,*a* по ее узловому определителю $D_g = g_1 + g_2 + g_3$.

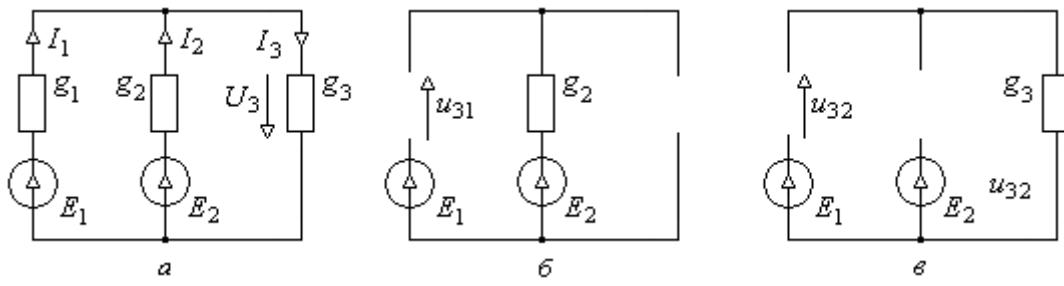


Рис. 3

Из правила 3 следует, что в числитель тока I_1 могут войти слагаемые, не содержащие проводимость g_1 , т.е. g_2 и g_3 . Используя выражение (3), записываем «заготовку»: $I_1 = g_1(g_2 u_{31} + g_3 u_{32}) / D_g$.

Напряжения u_{31} и u_{32} определяются по второму закону Кирхгофа для схем на рис.3, *б* и рис.3, *в* соответственно. Отсюда $I_1 = g_1[g_2(E_1 - E_2) + g_3 E_1] / D_g$.

Аналогично получаются другие токи:

$$I_2 = g_2[g_1(E_2 - E_1) + g_3 E_2] / D_g, \quad I_3 = g_3[g_1 E_1 + g_2 E_2] / D_g.$$

Правило 4. Выражение для напряжения j -й ветви, обусловленного источниками тока J_k записывается в виде дроби

$$U_j = (G_1 \sum J_{k1} + G_2 \sum J_{k2} + \dots + G_m \sum J_{km}) / (g_j D_g), \quad (4)$$

где $J_{k1}, J_{k2}, \dots, J_{km}$ – токи источников, входящих в единственное сечение, образованное искомым током I_j , источниками тока и проводимостями-сомножителями слагаемых узлового определителя G_1, G_2, \dots, G_m , соответственно. Причем каждая из сумм записывается по первому закону Кирхгофа и равняется I_j . Просмотрю подлежат только те слагаемые узлового определителя, сомножителем которых является проводимость g_j .

Пример 4. Найти напряжения U_1 и U_2 в схеме на рис.4,*a* по ее узловому определителю $D_g = g_1 g_2 + g_2 g_3 + g_1 g_3$.

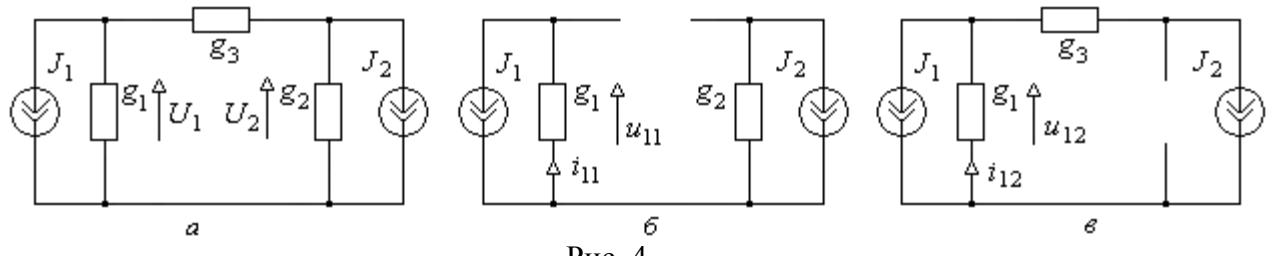


Рис. 4

Из правила 4 следует, что в числитель напряжения U_1 могут войти слагаемые, содержащие проводимость g_1 , т.е. g_1g_2 и g_1g_3 . Используя выражение (4), записываем «заготовку»: $U_1 = (g_1g_2i_{11} + g_1g_3i_{12})/(g_1D_g)$.

Токи i_{11} и i_{12} определяются по первому закону Кирхгофа для схем на рис.4,б и рис.4,в соответственно. Отсюда

$$U_1 = [g_1g_2J_1 + g_1g_3(J_1 + J_2)]/(g_1D_g) = [g_2J_1 + g_3(J_1 + J_2)]/D_g.$$

Аналогично получается другое напряжение:

$$U_2 = [g_1g_2J_2 + g_2g_3(J_1 + J_2)]/(g_2D_g) = (g_1J_2 + g_3(J_1 + J_2))/D_g.$$

Правило 5. Выражение для напряжения j -й ветви, обусловленного источниками эдс E_k записывается в виде дроби

$$U_j = (R_1 \sum E_{k1} + R_2 \sum E_{k2} + \dots + R_m \sum E_{km})/D_r, \quad (5)$$

где $E_{k1}, E_{k2}, \dots, E_{km}$ – эдс, входящие в единственный контур, образованный искомым напряжением U_j , источниками эдс и сопротивлениями схемы, не являющимися сомножителями слагаемых контурного определителя R_1, R_2, \dots, R_m , соответственно. Причем каждая из сумм записывается по второму закону Кирхгофа и равняется U_j . Просмотрю подлежат только те слагаемые контурного определителя, сомножителем которых является r_j .

Пример 5. Найти напряжение U_3 в схеме на рис.5,а по ее контурному определителю $D_r = r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3$.

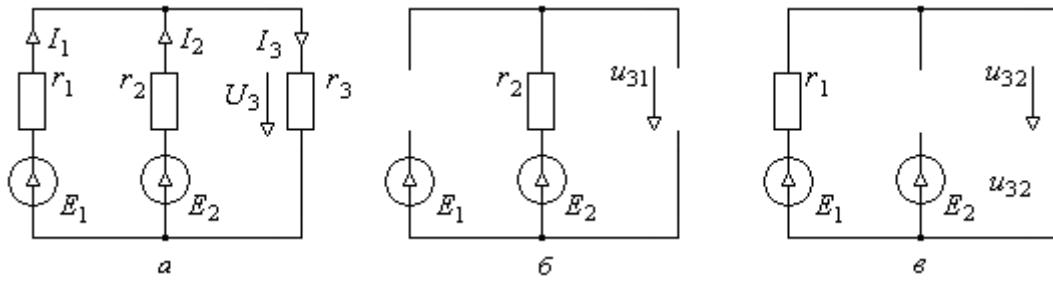


Рис. 5

Из правила 5 следует, что в числитель напряжения U_3 могут войти слагаемые, содержащие сопротивление r_3 , т.е. r_1r_3 и r_2r_3 . Используя выражение (5), записываем «заготовку»: $U_3 = (r_1r_3u_{31} + r_2r_3u_{32})/D_r$.

Напряжения u_{31} и u_{32} определяются по второму закону Кирхгофа для схем на рис.5,б и рис.5,в соответственно. Отсюда $U_3 = (r_1r_3E_2 + r_2r_3E_1)/D_r$.

Правило 6. Выражение для тока j -й ветви, обусловленного источниками тока J_k записывается в виде дроби

$$I_j = (R_1 \sum J_{k1} + R_2 \sum J_{k2} + \dots + R_m \sum J_{km})/D_r, \quad (6)$$

где $J_{k1}, J_{k2}, \dots, J_{km}$ – токи источников, входящих в единственное сечение, образованное искомым током I_j , источниками тока и сопротивлениями схемы, не являющимися сомножителями слагаемых контурного определителя R_1, R_2, \dots, R_m соответственно. Причем каждая из сумм записывается по первому закону Кирхгофа и равняется I_j . Просмотру подлежат только те слагаемые контурного определителя, сомножителем которых не является сопротивление r_j .

Пример 6. Найти токи I_1, I_2, I_3 в схеме на рис.6,*a* по ее контурному определителю $D_r = r_1 + r_2 + r_3$.

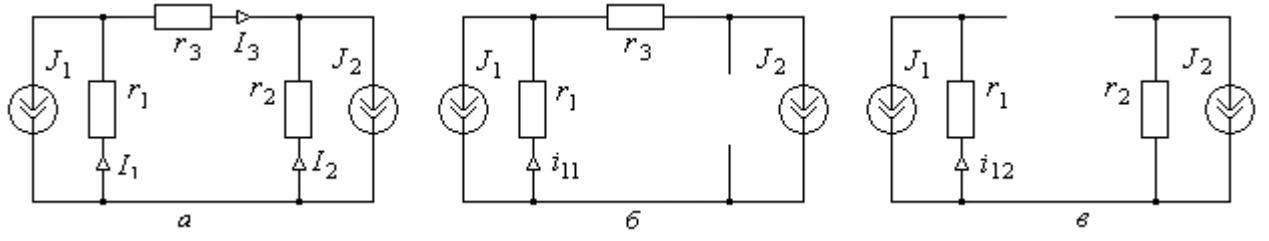


Рис. 6

Из правила 6 следует, что в числителе тока I_1 могут войти слагаемые, не содержащие сопротивление r_1 , т.е. r_2 и r_3 . Используя выражение (6), записываем «заготовку»: $U_3 = (r_2 i_{11} + r_3 i_{12}) / D_r$.

Токи i_{11} и i_{12} определяются по первому закону Кирхгофа для схем на рис.6,*b* и рис.6,*c* соответственно. Отсюда $I_1 = [(r_2(J_1 + J_2) + r_3 J_1) / D_r]$.

Аналогично получаются другие токи:

$$I_2 = [r_1(J_2 + J_3) + r_3 J_2] / D_r; \quad I_3 = (-r_1 J_1 + r_2 J_2) / D_r.$$

Правило 7. Выражение для тока j -й ветви, обусловленного источниками эдс E_k записывается в виде дроби

$$I_j = (R_1 \sum E_{k1} + R_2 \sum E_{k2} + \dots + R_m \sum E_{km}) / (r_j D_r), \quad (7)$$

где $E_{k1}, E_{k2}, \dots, E_{km}$ – эдс, входящие в единственный контур, образованный напряжением U_j , источниками эдс и сопротивлениями схемы, не являющимися сомножителями слагаемых контурного определителя R_1, R_2, \dots, R_m соответственно. Причем каждая из сумм записывается по второму закону Кирхгофа и равняется U_j . Просмотру подлежат только те слагаемые контурного определителя, сомножителем которых является r_j .

Пример 7. Найти токи I_1, I_2, I_3 в схеме на рис.7,*a* по ее контурному определителю $D_r = r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3$.

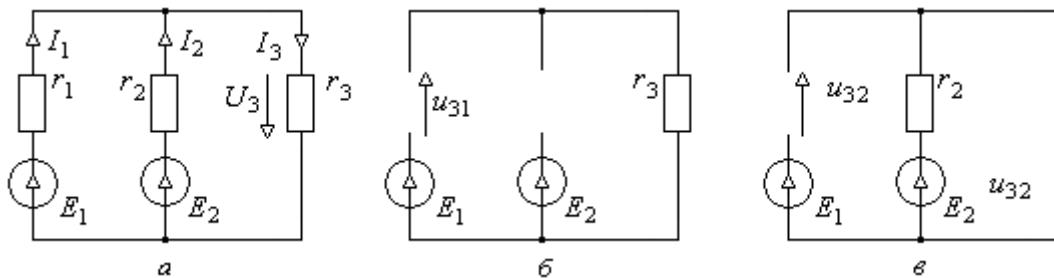


Рис. 7

Из правила 7 следует, что в числитель тока I_1 могут войти слагаемые, содержащие сопротивление r_1 , т.е. r_1r_2 и r_1r_3 . Используя выражение (7), записываем «заготовку»: $I_1 = [(r_1r_2u_{31} + r_1r_3u_{32})]/(r_1D_r)$.

Напряжения u_{31} и u_{32} определяются по второму закону Кирхгофа для схем на рис.7,б и рис.7,в соответственно. Отсюда

$$I_1 = [(r_1r_2E_1 + r_1r_3(E_1 - E_2))/(r_1D_r)] = [(r_2E_1 + r_3(E_1 - E_2))/D_r].$$

Аналогично получаются другие токи:

$$I_2 = [(r_1r_2E_2 + r_1r_3(E_2 - E_1))/(r_2D_r)] = [(r_1E_2 + r_3(E_2 - E_1))/D_r],$$

$$I_3 = (r_1r_3E_2 + r_2r_3E_1)/(r_3D_r) = (r_1E_2 + r_2E_1)/D_r.$$

Правило 8. Выражение для напряжения j -й ветви, обусловленного источниками тока J_k записывается в виде дроби

$$U_j = r_j(R_1 \sum J_{k1} + R_2 \sum J_{k2} + \dots + R_m \sum J_{km})/D_r, \quad (8)$$

где $J_{k1}, J_{k2}, \dots, J_{km}$ – токи источников, входящих в единственное сечение, образованное током I_j , источниками тока и сопротивлениями схемы, не являющимися сомножителями слагаемых контурного определителя R_1, R_2, \dots, R_m соответственно. Причем каждая из сумм записывается по первому закону Кирхгофа и равняется I_j . Просмотру подлежат только те слагаемые контурного определителя, сомножителем которых не является r_j .

Пример 8. Найти напряжения U_1 , U_2 в схеме на рис.8,а по ее контурному определителю $D_r = r_1 + r_2 + r_3$.

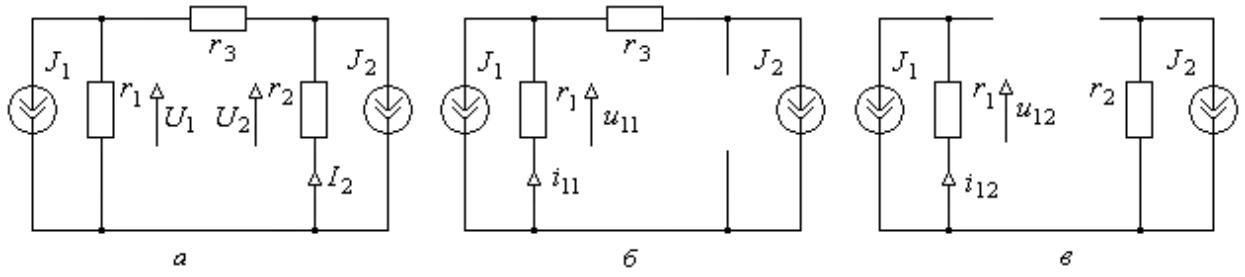


Рис. 8

Из правила 8 следует, что в числитель напряжения U_1 могут войти слагаемые, не содержащие сопротивление r_1 , т.е. r_2 и r_3 . Используя выражение (8), записываем «заготовку»: $U_1 = r_1(r_2i_{11} + r_3i_{12})/D_r$.

Токи i_{11} и i_{12} определяются по первому закону Кирхгофа для схем на рис.8,б и рис.8,в соответственно. Отсюда $U_1 = r_1[(r_2(J_1 + J_2) + r_3J_1)]/D_r$.

Аналогично получается другое напряжение:
 $U_2 = r_2[(r_1(J_1 + J_2) + r_3J_2)]/D_r$.

Пояснения к новым правилам. Предпоследнее предложение каждого правила «Причем каждая из сумм...» снимает ореол непонятности и сложности применения топологических правил. Теперь эти правила может применять каждый, кто знает законы Кирхгофа. Важно, что теперь не требуется специального нахождения знаков, предусматриваемого в известных топологических правилах.

Последнее предложение каждого правила «Просмотру подлежат...» избавляет от необходимости проверять все слагаемые узлового или контурного определителя, ограничиваясь слагаемыми, которые содержат или не содержат в качестве сомножителя параметр ветви j . Оставление или удаление оставшихся слагаемых не образует контура или сечения, поэтому соответствующий второй множитель в числителе равен нулю.

Физический смысл указаний «является или не является проводимость ветви j » (правила 1–4) заключается в том, что при нахождении напряжения эта ветвь должна отсутствовать (чтобы не образовывать дополнительный контур с разомкнутой ветвью напряжения), а при нахождении тока, наоборот, присутствовать (чтобы создавать путь току).

Указания «является или не является сопротивление ветви j » (правила 5–8) относятся к дуальному – контурному определителю, для слагаемых которого наличие того или иного сомножителя означает его отсутствие в проверяемой схеме. Поэтому обсуждаемые указания становятся противоположными, что видно из сравнения правил 1–4 с правилами 5–8.

При использовании однородных действий и откликов (правила 1 и 2, 5 и 6) слагаемые числителя являются подмножеством слагаемых знаменателя. Точно так же как слагаемые симметричного алгебраического дополнения Δ_{ii} включают слагаемые несимметричного – Δ_{ik} . Именно это свойство лежит в основе топологических правил нахождения числителя по знаменателю. Таким образом, правила 3 и 4 являются производными от правил 1 и 2, а правила 7 и 8 – производными от правил 5 и 6. Поэтому в формулах (3), (4), (7) и (8) появляются параметры проводимости или сопротивления ветви с искомым напряжением или током.

Как видно, при проверке слагаемых узлового определителя образующие эти слагаемые ветви-сомножители оставляются в схеме, а не ставшие сомножителями ветви удаляются из схемы. При проверке слагаемых контурного определителя, наоборот, образующие эти слагаемые ветви-сомножители удаляются из схемы, а не ставшие сомножителями ветви оставляются в схеме.

Предложенные выше правила 1–8 сформулированы по единому «трафарету». Поэтому, используя дуальные соответствия, получить, например, из правила 1 все остальные правила. Это облегчает запоминание и применение правил. Следует подчеркнуть, что правила предназначены для анализа очень простых схем.

Исходным для каждого правила является символное выражение узлового или контурного определителя. Для простейших схем его можно получить как знаменатель или числитель входного сопротивления или проводимости. Именно так обычно находят в курсе ТОЭ характеристический полином. Важно, что при этом не потребуется обучать студентов правилам разложения схемных определителей, например формулам Фойснера для выделения параметров.

Ограничением метода является необходимость приведения параметров всех элементов схемы к одному типу – сопротивлению или проводимости. Для нахождения соответствующего определителя с помощью преобразований параллельных и последовательных соединений выполняется приведение схемы к единственному элементу с параметром в виде дробного выражения. Если это сопротивление, то его контурный определитель равен ее знаменателю. В случае проводимости узловым определителем является числитель дроби.

Если символьный определитель образован, например, двадцатью слагаемыми, то решение является утомительным и велика вероятность ошибки. Вместе с тем использование выражений (1)–(8) не связано с овладением специальными топологическими понятиями, которые обуславливают недостаточную популярность топологических методов в практических курсах ТОЭ и смежных дисциплинах. Представленные выше решения показывают, что в основе обсуждаемой методики лежит анализ схем с одним контуром или одним сечением по законам Кирхгофа.

Выводы

1. Основными являются правила 1 и 2, 5 и 6. Эти правила опираются на первый и второй законы Кирхгофа: напряжение можно найти только в контуре, а ток – в сечении. Числители выражений, реализующих основные правила (если не принимать во внимание сомножителей из эдс или токов источников) включают те же слагаемые, которые содержатся в узловом или контурном определителе. В этом проявляется симметрия выражений (1), (2), (3) и (4), особенно, если записать числители с нулевыми сомножителями из эдс или токов источников.

2. Пары правил 3 и 4, 7 и 8 (для неоднородных воздействий и откликов) являются следствиями основных правил и позволяют найти ток или напряжение опосредованно, то есть по закону Ома через эдс и ток источника соответственно. Поэтому формируемые выражения числителя и знаменателя не являются симметричными.

3. Недостатком выражений (1)–(8) следует назвать повторное участие в числителе сомножителей эдс или токов источников. На слишком простых примерах, которые рассмотрены выше эта особенность не проявляется. Однако в случае более сложных схем вынесение за скобки одинаковых сомножителей эдс или токов источников обеспечивает многократное сокращение объема выкладок и сложности формируемых выражений [3].

4. Утомительное рассмотрение слагаемых знаменателя на предмет их входления в числитель целесообразно заменить перечислением всех контуров (сечений), в которых содержится ветвь с искомым напряжением (током) и источники напряжения (тока) [3]. При этом каждый активный контур или сечение будет находиться единственный раз, а не многократно.

5. Несомненным преимуществом правил (1)–(8), по крайней мере, для учебного процесса, является их прозрачность – ясный физический смысл. Эти правила можно аналитически наглядно представить и быстро объяснить, не вводя дополнительные понятия, сразу после изложения законов Кирхгофа и простейших эквивалентных преобразований.

Литература

1. Kirchhoff G. R. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galwanischer Ströme deführt wird // Annalen der Physik.– 1847. – Bd. 72. – S. 498–508.
2. Кирхгоф Г.Р. Избранные труды. М.: Наука, 1988.– 428 с.
3. Филаретов В.В. Наложение воздействий активных контуров и сечений в электрических цепях // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ.сб. науч. тр.– Ульяновск: УлГТУ, 2010. – Вып.8.– С. 64–78.
4. Филаретов В.В. Третье топологическое правило Кирхгофа и обобщенная симметричная формула (статья С.П.Халютина и А.А.Титова в журнале «Электричество») // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ.сб. науч. тр.– Ульяновск: УлГТУ, 2011. – Вып.9.– С. 210–223.
5. Филаретов В.В. О нахождении числителя по знаменателю (статья В.Г.Захарова «Модифицированные правила Кирхгофа для расчета электрических цепей») // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2012.– Вып. 10.
6. Захаров В.Г., Яров В.М. Аналитический метод расчета линейных электрических цепей // Изв. вузов. Электромеханика.– 1986. №8.– С. 3–10.
7. Захаров В.Г. Система правил для определения токов и потенциалов в линейных электрических цепях // Изв. вузов. Электромеханика. 1998.– №4.– С. 103–107.
8. Белов Г.А., Захаров В.Г. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей // Электричество. 2003.– №8.– С.34 – 41.
9. Захаров В.Г. Модифицированные правила Кирхгофа для расчета электрических цепей. // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2012.– Вып. 10.
10. Халютин С.П., Титов А.А. Обобщенная симметричная формула метода эквивалентного генератора на основе разложения переменной (напряжения, тока) по слагаемым определителя // Электричество.– 2011.– № 6.– С. 62–70.

ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ЗЕРКАЛЬНЫМИ АНОМАЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В. В. Филаретов

Теория электрических цепей продолжает обогащаться идеальными схемными элементами, необходимыми для решения задач моделирования, синтеза и анализа. Два года назад научной общественности был представлен новый схемный элемент – зеркальная пара тока и напряжения [1]. Схемы I - и U -зеркал давно являются известными схемотехническими решениями [2]. Лишь в 2008 году удалось посмотреть на эти схемы с другой стороны, что позволило ввести особые зеркальные элементы и использовать их в синтезе активных устройств на основе матрицы проводимости [3].

Чуть позже пришло осознание, что зеркальные элементы являются патологическими (аномальными) и могут быть использованы, подобно нуллорам [4], в моделях различных активных устройств [5]. Главная идея введения аномальных зеркальных элементов – получить более компактные модели активных устройств, сохранив точность представления. Вычислительный эффект проявляется в том, что порядок системы уравнений и число ненулевых коэффициентов уменьшаются.

Не замедлила появиться работа, обсуждающая формирование узловых уравнений для зеркальных элементов [6], в которой инвертирующее свойство зеркальной пары учитывается в процессе формирования уравнений и рекомендуется выполнять разложение матричных определителей на основе, так называемой, диаграммы нахождения определителя (Determinant Decision Diagram – DDD-диаграммы) [7–10].

В настоящей работе предлагается топологическое решение задачи анализа электрических цепей, содержащих зеркальные аномальные элементы, которое не требует использования каких-либо промежуточных моделей в виде матриц или графов.

Зеркальные аномальные элементы (ЗАЭ). Зеркальные элементы напряжения и тока (зеркала напряжения и тока) показаны на рис. 1,а и рис. 1,б соответственно.

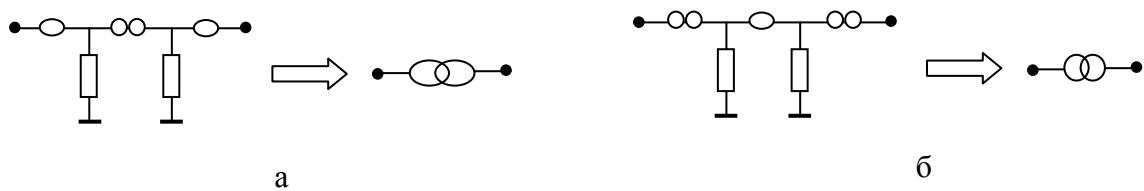


Рис. 1

Резисторы на рис. 1 имеют параметры, равные единице. Как видно, схема на рис. 1,а содержит два нуллатора и один норатор, а схема на рис. 1,б – один нуллатор и два норатора, то есть эти схемы являются вырожденными. В этом состоит их аномальность, подобно взятым по отдельности нуллатору и норатору. Однако объединение нуллатора и норатора в нуллоре представляет реальный схемный элемент – идеальный операционный усилитель.

На рис. 1,а и рис. 1,б справа после стрелок показаны принятые обозначения зеркальных аномальных элементов: *зеркального элемента напряжения* (ЗЭН) и *зеркального элемента тока* (ЗЭТ). Овалы, используемые для обозначения ЗЭН, являются вытянутыми, подобно тому, как немного вытянут на рис. 1 овал нуллатора (перевернутая цифра «0»). К слову, двойной овал, обозначающий норатор, соответствует символу бесконечности.

Как в случае нуллорных аномальных элементов, было бы логичным дать название совокупно взятым ЗАЭ, то есть совокупности ЗЭН и ЗЭТ. Соответствующий элемент – «зеркальную пару», показанный на рис. 2,а, можно назвать *идеальным зеркальным элементом* (ЗИЭ). Идеальные элементы, такие как нуллор и ЗИЭ, имеют физический смысл, поскольку содержат одинаковое число нуллаторов и нораторов. В этом смысле термин «идеальный» противопоставляется термину «аномальный».



Рис. 2

Идеальный элемент может быть образован добавлением норатора к ЗЭН или нуллатора к ЗЭТ, что используется, например, в синтезе генераторов [11]. Таким образом, сочетание ЗЭН и ЗЭН, как и сочетание нуллатора с норатором, не являются единственными способами устранения аномальности взятых по отдельности элементов: нуллатора, норатора, ЗЭН и ЗЭТ.

Идеальные зеркальные элементы в отличие от нуллоров отражают структуру принципиальных схем блочно, на более высоком уровне. Это обеспечивает компактность и эффективность при отображении сложных схем [6,11].

Ориентация зеркальных элементов. Первоначально элементы нуллора рассматривались как неориентированные [12]. Это не мешало использовать для анализа схем с нораторами и нуллаторами метод узлового анализа. Помещение на схему норатора (нуллатора) между i -м и

базисным узлами означало вычеркивание i -й строки (столбца). При включении норатора (нуллатора) между i -м и j -м узлами в матрице проводимостей складывались соответствующие строки (столбцы) [6].

Для топологического анализа схем с нораторами и нуллаторами были предложены их ориентированные аналоги [15, 16]. Два вида обозначений ориентированного норатора и нуллатора показаны на рис. 3, а и рис. 3, б [17]. Введение ориентированного нуллора позволило, используя метод выделения параметров элементов, формировать определитель схемы и его алгебраические дополнения без построения уравнений [18–31].



Рис. 3. Условные графические обозначения направленных нуллаторов и нораторов:
а – Я.Брауна; б – В.В.Филаретова.

Очевидно, что нуллаторам и нораторам, входящим в состав ЗАЭ, также можно придать направление, что позволяет ввести в рассмотрение ориентированные ЗЭН и ЗЭТ, которые показаны на рис. 4, а и рис. 4, б соответственно. Упрощенные обозначения ЗЭН и ЗЭТ справа на рис. 4, а и рис. 4, б соответственно подразумевают соединение с базисным узлом через единичные резисторы. Небазисные внешние узлы зеркальных аномальных элементов будем называть полюсами.

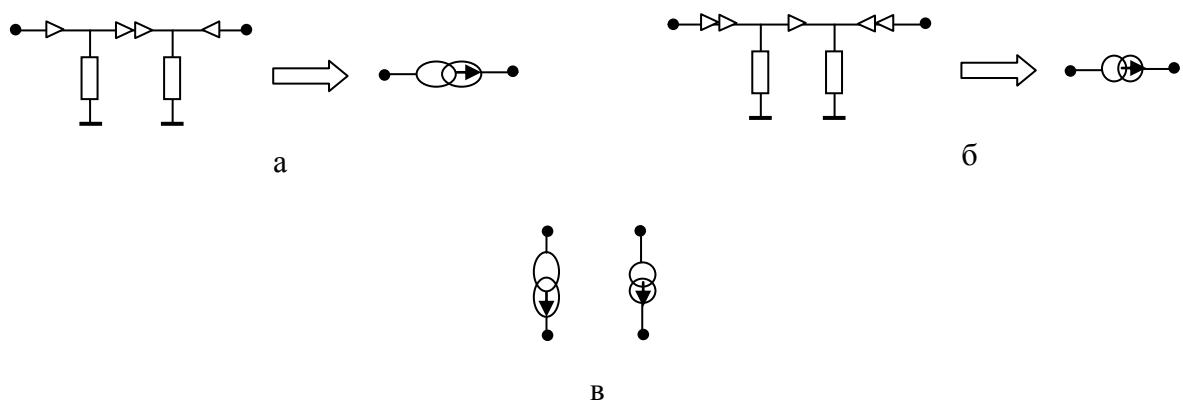


Рис. 4

Здесь принимается, что ориентация ЗАЭ совпадает с ориентацией нуллорного аномального элемента, занимающего среднее положение в нуллорной схеме замещения. Правый и левый нуллорные аномальные

элементы одного типа ориентированы встречно, причем их начала совпадают с полюсами ЗАЭ. Это показано на рис. 4,а и рис. 4,б, где ориентация ЗЭН совпадает с ориентацией норатора, а ориентация ЗЭТ – нуллатора соответственно. Нуллаторы на рис. 4,а и нораторы на рис. 4,б выходят из полюсов ЗАЭ.

Ориентированный идеальный зеркальный элемент как объединение разнородных ЗАЭ показан на рис. 2,б и рис. 4,в. В дальнейшем изложении будет показано, что ориентация ЗАЭ обеспечивает перенос преимуществ топологического анализа схем с нуллорами (нуллорными аномальными элементами) на анализ схем с ЗИЭ (зеркальными аномальными элементами).

Заземление зеркальных аномальных элементов. Изображая ЗЭН и ЗЭТ упрощенно (в виде двухполюсников) следует помнить, что зеркальные аномальные элементы являются трехполюсниками и их единичные резисторы заземлены (рис. 4).

Поэтому, если заземлить, например, правый полюс ЗЭН и ЗЭТ, то будет удален правый единичный резистор, как соединенный параллельно с нуллатором или норатором. Затем разомкнется последовательное соединение норатора и нуллатора, что приведет к стягиванию левого единичного резистора, соединенного последовательно с нуллатором или норатором. В результате получаются схемы, показанные на рис. 5,а и рис. 5,б соответственно.



Рис. 5

При заземлении левого узла ЗЭН и ЗЭТ также получаются схемы в виде нуллатора или норатора (рис. 6,а и рис. 6,б). Как видно, ориентация нуллатора и норатора по отношению к базисному узлу не изменяется, что является следствием симметрии зеркальных аномальных элементов (рис. 4).



Рис. 6

Таким образом, заземленные зеркальные аномальные элементы сводятся к нуллпорным аномальным элементам, а именно, при избытке нуллаторов – к нуллатору, а при избытке нораторов – к норатору.

Последовательное соединение зеркальных аномальных элементов. Последовательное соединение ЗАЭ при согласном включении ЗЭН и ЗЭТ показано на рис. 7. Выполненные преобразования учитывают, что последовательное соединение встречно включенных норатора и нуллатора эквивалентно разомкнутой ветви, а проводимость, параллельная норатору или нуллатору, удаляется из схемы.

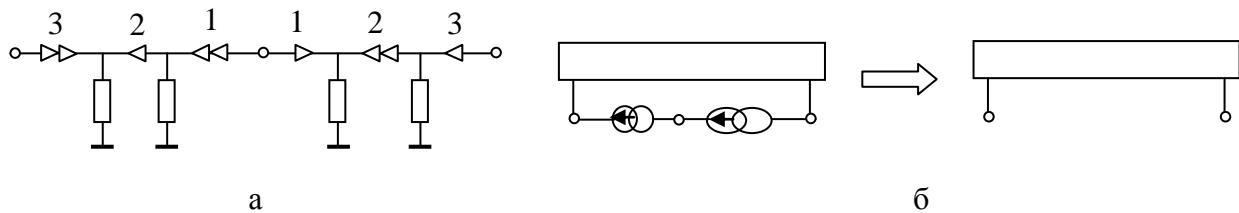


Рис. 7

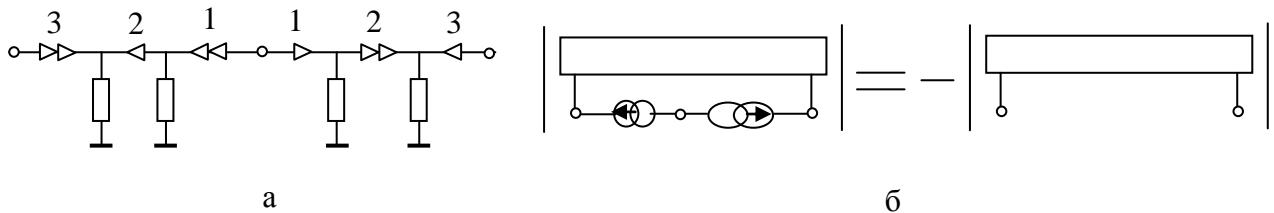


Рис. 8

Как видно, преобразования на рис. 7,б и 8,б справедливы при подключении к полюсам ЗИЭ любых элементов. Однако определитель эквивалентной схемы изменит знак при встречном включении ЗЭН и ЗЭТ (рис. 8,б).

Последовательное соединение ЗЭН и ЗЭТ без подключения к полюсам других элементов эквивалентно несвязной схеме (рис. 7,а и 8,а), поэтому числитель соответствующей передаточной функции равен нулю. Вследствие этого для такого соединения как трехполюсника не существует передаточных функций (неопределенность вида 0/0).

Параллельное соединение зеркальных аномальных элементов. При параллельном включении ЗАЭ результат преобразования получается

не столь простым и зависит от подключения к узлам ЗИЭ других элементов схемы, а также от заземления полюсных узлов. Если к небазисным общим узлам ЗАЭ не подключено других элементов, то определитель параллельного соединения ЗЭН и ЗЭТ (или произвольной схемы, имеющей в своем составе такое соединение) равен нулю (рис. 9). В этом случае взаимная ориентация ЗЭН и ЗЭТ не имеет значения.

Это следует из левой части рис. 9. Последовательные соединения норатора и нуллатора, эквивалентные разомкнутым ветвям, могут быть удалены. После этого проводимости стягиваются, как включенные последовательно с норатором или нуллатором, образуются петли из норатора и нуллатора, вырождающие схему.

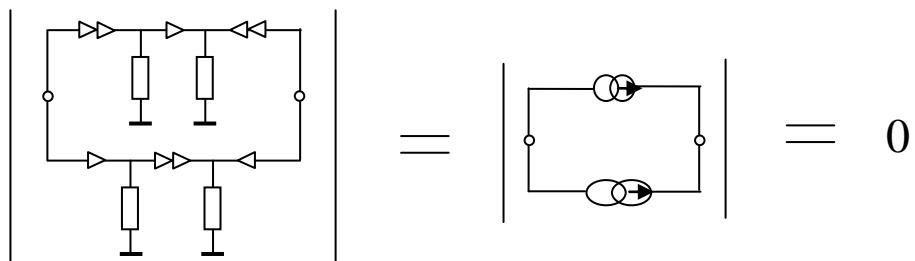


Рис. 9

Как следует из рис. 5, в случае заземления на рис. 9 одного из полюсов параллельного соединения ЗАЭ удаляются три последовательных соединения норатора и нуллатора и образуется схема-узел с определителем 1 или -1 (рис. 10). Ввиду важности этих схем для топологического анализа одна из них помещена на обложку настоящего сборника.

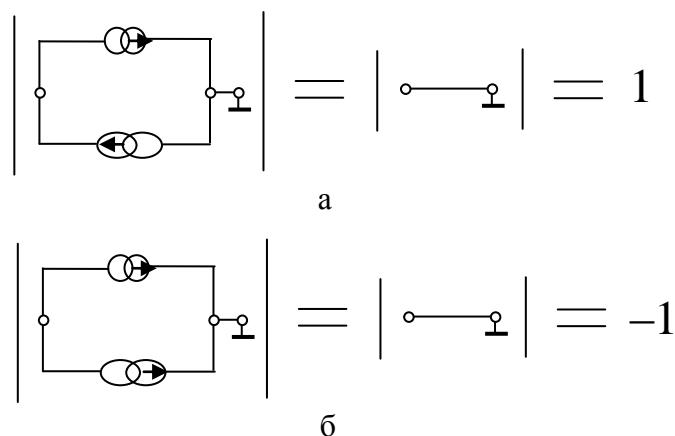


Рис. 10

Определители схем на рис. 10 слева являются «зеркальными» аналогами простейших нуллорных схем, к которым сводится выделение параметров двухполюсных элементов (рис. 11).

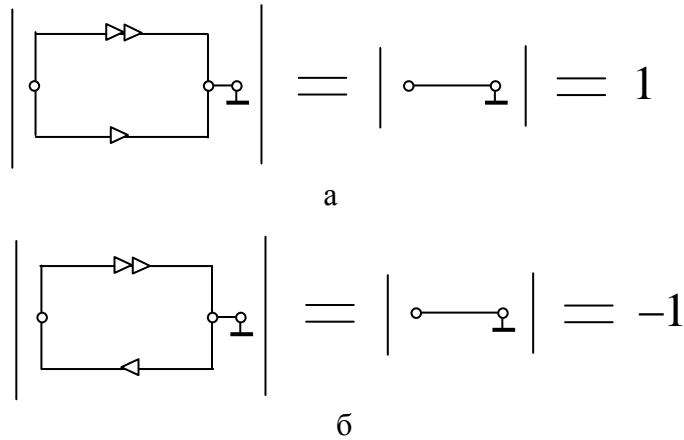


Рис. 11

Однако, как видно из рис. 10 и рис. 11, имеет место обратное соответствие знаков при различных включениях ЗЭН и ЗЭТ или нуллатора и норатора.

Если параллельное соединение ЗЭН и ЗЭТ не заземлено, но один из его узлов изолирован, то это соединение может быть удалено из схемы (рис. 12,а), а ее определитель поменяет знак при встречном включении ЗЭН и ЗЭТ (рис. 12,б).

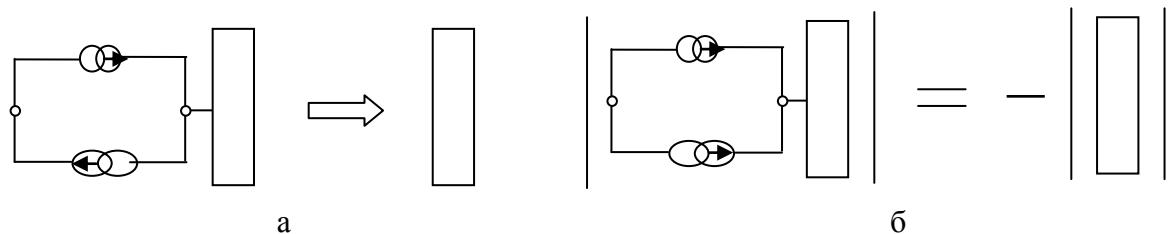


Рис. 12

В случае нахождения числителя передаточной функции параллельное соединение ЗЭН и ЗЭТ при согласном включении (рис. 13,а) ведет себя как единичный резистор, а при встречном включении – как отрицательный единичный резистор (13,б). Знаменатель передаточной функции такого трехполюсника равен нулю только в случае передаточного сопротивления (рис. 9).

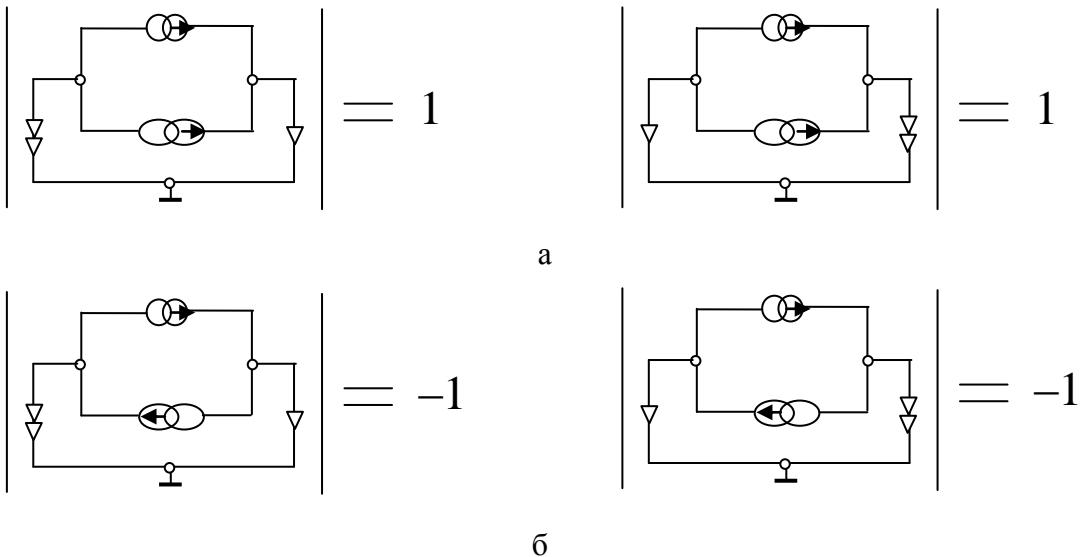


Рис. 13

Замыкание и размыкание зеркальных аномальных элементов. Метод схемных определителей [26] не накладывает ограничений на элементный базис анализируемой схемы. В табл. 1 сведены базовые элементы линейной электрической цепи, включая зеркальные аномальные элементы, и отражена реакция этих элементов на объединение соответствующих полюсов и отсоединение одного из них.

Таблица 1. Условия вырождения схемы и нейтрализации элементов при замыкании и размыкании ветвей

Элемент схемы	Замыкание	Размыкание
у-ветвь	Нейтрализация	Выделение у
z-ветвь	Выделение z	Нейтрализация
Генератор <u>E</u>	Вырождение	Нейтрализация
Приемник <u>I</u>	Вырождение	Нейтрализация
Генератор <u>J</u>	Нейтрализация	Вырождение
Приемник <u>U</u>	Нейтрализация	Вырождение
Генератор НУИ (норатор)	Вырождение	Вырождение
Приемник НУИ (нуллатор)	Вырождение	Вырождение
Зеркальный элемент напряжения (ЗЭН)	Вырождение	Вырождение
Зеркальный элемент тока (ЗЭТ)	Вырождение	Вырождение

В табл. 1 замыкание аномальных зеркальных элементов относительно базисного узла не принимается во внимание, поскольку в этом случае ЗЭН или ЗЭТ становятся нуллатором или норатором соответственно (рис. 5).

Генератором напряжения \underline{E} называется независимый источник напряжения или управляемая ветвь управляемого источника – источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН) или источника напряжения, управляемого током (ИНУТ). Генератором тока \underline{J} называется независимый источник тока или управляемая ветвь управляемого источника – источника тока, управляемого напряжением (ИТУН) или источника тока, управляемого током (ИТУТ).

Приемником напряжения \underline{U} называется разомкнутая ветвь с искомым током или управляющая ветвь ИНУН или ИТУН. Приемником тока \underline{I} называется идеальный проводник (короткозамкнутая ветвь) с искомым током или управляющая ветвь ИНУТ или ИТУТ.

Как видно из второго и третьего столбцов табл. 1.3, генератор и приемник любого типа обладают противоположными свойствами при объединении соответствующих узлов (превращению в петлю) и размыкании. В одном случае это приводит к вырождению элемента, а следовательно, и схемы, в которой он находится. В другом случае элемент перестает оказывать влияние на схему, то есть оказывается нейтрализованным. Нейтрализация равносильна присвоению параметру элемента значения, равного нулю, и исключению элемента из схемы либо путем стягивания, либо путем удаления (в соответствии с физическими свойствами).

Довольно основательное рассмотрение понятия «вырождение» – одного из центральных понятий схемного МСО – имелось уже в работах [32, 33]. Однако эти понятия до сих пор не вошли в стандартные курсы теоретических основ электротехники.

Вырождение источника напряжения (при замыкании его узлов) и источника тока (при размыкании) в традиционном курсе ТОЭ известно давно, но трактуется как запрет на замыкание источника напряжения и на размыкание источника тока. На этот вопрос нужно смотреть шире: замыкать источники напряжения и размыкать источники тока можно – в результате таких преобразований получается вырожденная схема, определитель которой равен нулю.

Вырождение приемников напряжения и тока вообще не рассматривалось до развития метода схемных определителей. Однако вырождение приемников можно обосновать с помощью вырождения источников. Действительно, ток, протекающий через замкнутый накоротко приемник тока, и напряжение на разомкнутом приемнике напряжения имеют неопределенные значения (неопределенность вида 0/0). Убедиться в этом можно, подсоединив последовательно с приемником тока \underline{I} и

параллельно с приемником напряжения \underline{U} , соответственно, источник эдс $\underline{E} = 0$ и источник тока $\underline{J} = 0$.

Особые свойства генератора и приемника НУИ проявляются в том, что они вырождаются в каждом из двух случаев: 1) при объединении узлов; 2) при размыкании. Таким образом, генератор НУИ ведет себя одновременно и как генератор напряжения, и как генератор тока. Приемник НУИ обладает свойствами, как приемника напряжения, так и приемника тока.

Нейтрализация – исключение элементов из схемы выполняется либо их стягиванием (заменой идеальным проводником), либо их удалением из схемы. В отличие от удаления стягивание элемента выполняется двумя операциями: 1) удалением элемента из схемы; 2) объединением соответствующих узлов. Для исключения элемента из схемы его нужно либо замкнуть, либо разомкнуть. Генератор и приемник, образующие НУИ, нельзя ни замыкать, ни размыкать, именно поэтому аномальный управляемый источник получил название неудаляемого УИ.

Формулы выделения сопротивлений и проводимостей, предложенные Фойснером, характеризуются двумя состояниями элемента: 1) элемент находится в активном состоянии, и его параметр заносится в формулу определителя; 2) элемент нейтрализован, и его параметр не учитывается в формуле (табл. 1). Как видно из табл. 1, замыкание и размыкание z - и u -ветвей не может привести к вырождению схемы. Это вытекает из того, что z -ветвь можно представить в виде последовательного соединения генератора напряжения и приемника тока, а u -ветвь – в виде параллельного соединения генератора тока и приемника напряжения. Таким образом, формулы Фойснера (1) и (2) соответствуют частным случаям выделения ИНУТ и ИТУН.

Как видно из табл. 1, вырождение всех аномальных элементов (нуллорных и зеркальных) наступает как при размыкании, так и замыкании полюсов. Следует пояснить, почему вырождение ЗЭН или ЗЭТ при замыкании полюсов наступает в случае, если к полюсам этих аномальных элементов присоединены другие элементы схемы. Объединенный полюс оказывается в сечении из двух нуллаторов или двух нораторов соответственно, если к полюсам аномального элемента не подсоединенены другие элементы схемы. Такое сечение, вырождающее схему, образуется и тогда, когда упомянутые другие элементы соединяются с базисным узлом только через ЗЭН или ЗЭТ.

В общем случае вырождение схемы при замыкании ЗЭН или ЗЭТ наступает вследствие образования подсхем, показанных на рис. 12,а и рис. 12,б соответственно. Эти подсхемы соединены с оставшейся частью схемы в двух узлах – базисном узле и объединенном полюсном узле аномального элемента. Оба минора подсхем (минор размыкания и минор замыкания)

равны нулю, поскольку подсхемы содержат различное число нораторов и нуллаторов (рис. 12).



Рис. 12

Вырождение любого элемента или подсхемы влечет вырождение всей схемы – ее определитель равен нулю. В отличие от нормальных двухполюсных элементов и управляемых источников, аномальные элементы не могут быть нейтрализованы в результате замыкания и размыкания.

Условия вырождения схемы с аномальными элементами. Условия вырождения схемы с нуллорами и управляемыми источниками рассматривались ранее [22, 23, 26]. Для обобщения этих условий на случай схемы с зеркальными аномальными элементами следует учесть: 1) ЗЭН (ЗЭТ) со стороны полюсов подобен нуллатору (норатору); 2) заземленный ЗЭН (ЗЭТ) является нуллатором (норатором).

Последовательное соединение зеркальных аномальных элементов (рис. 5) подобно последовательному соединению нуллатора и норатора, соответствующему разомкнутой ветви. Однако в отличие от параллельного соединения норатора и нуллатора – простейшей схемы из активных элементов – не существует идеального элемента в виде параллельного соединения ЗЭН и ЗЭТ (рис. 7). Точнее, такой элемент существует, но в составе некоторой схемы.

Простейшие случаи выделения зеркальных аномальных элементов. Сходство зеркальных и нуллорных аномальных элементов проявляется в их размыкании, замыкании и частных случаях включения с резисторами. К вырождению схемы приводит как размыкание хотя бы одного из полюсов ЗЭН или ЗЭТ, так и объединение (замыкание) полюсов некоторого ЗАЭ. При топологическом анализе схем с ЗАЭ также важна реакция двухполюсных элементов на подсоединение аномальных элементов, учет которой позволяет упростить схему и уменьшить объем выкладок. Эти реакции являются следствиями формул Фойснера

$$\Delta = z\Delta^z + \Delta_z, \quad (1) \qquad \Delta = y\Delta^y + \Delta^y, \quad (2)$$

где Δ – определитель схемы, нижний или верхний индексы при символе Δ указывают на стягивание или удаление выделяемой ветви соответственно. Стягивание ветви равносильно ее короткому замыканию, то есть замене на

схеме идеальным проводником. Синонимами «удаления» являются «размыкание» или «исключение».

В частных случаях одно из слагаемых формул (1) или (2) равно нулю. Наличие в схеме аномальных элементов, например ЗЭН, порождает частные случаи включения двухполюсников не только в производных схемах, но и исходной схеме, что существенно упрощает анализ. При отсутствии второго слагаемого выделяемый параметр оказывается сомножителем при схемном определителе (рис. 13 и рис. 14). Отсутствие первого слагаемого соответствует упрощению схемы без занесения параметра в формулу определителя (рис. 15 и рис. 16).

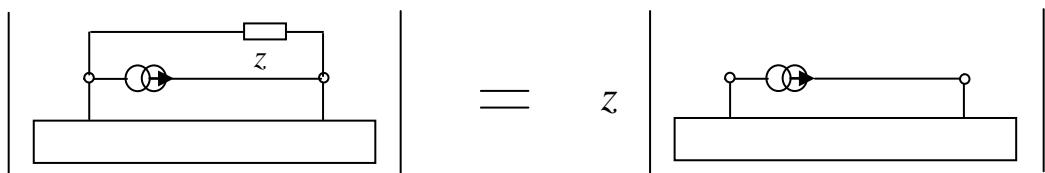


Рис. 13

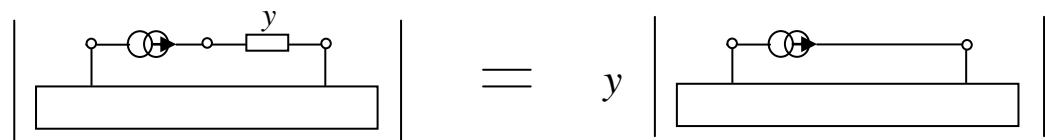


Рис. 14

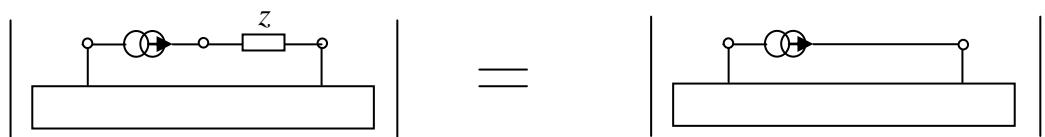


Рис. 15

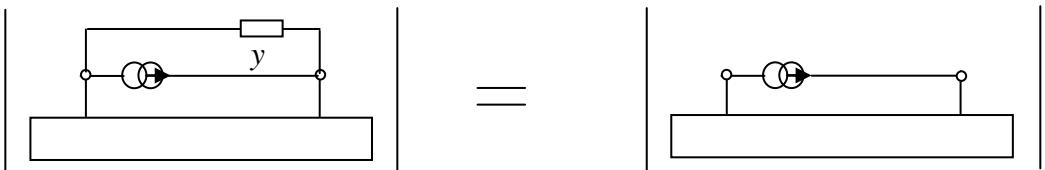


Рис. 16

Частные случаи выделения параметров и упрощения схем при параллельном и последовательном включении двухполюсников с ЗЭТ представлены на рис. 17–20. Ориентация зеркальных аномальных элементов на рис. 13–20 не имеет значения.

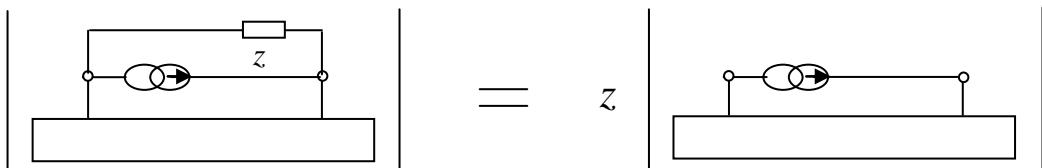


Рис. 17

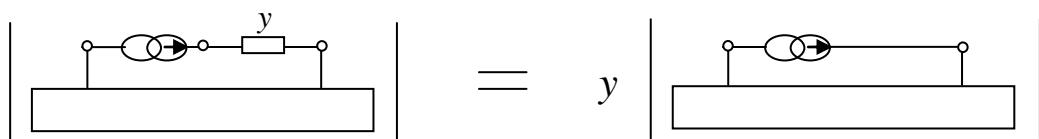


Рис. 18

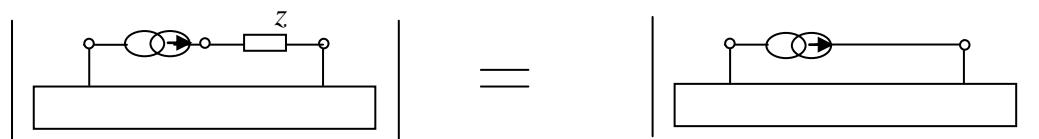


Рис. 19

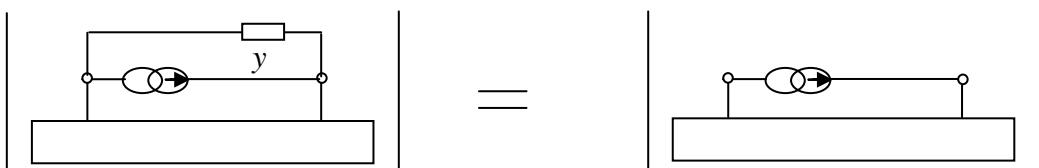


Рис. 20

Идеальные гибридные элементы. Получить идеальный элемент из двух аномальных элементов можно не только объединением норатора и нуллатора, ЗЭН и ЗЭТ, но и другими сочетаниями, обеспечивающими равное количество нораторов и нуллаторов. Так, кроме НИЭ и ЗИЭ можно получить еще два идеальных гибридных элемента (ГИЭ): 1) ГИЭ напряжения (ГИЭН) в виде объединения ЗЭН и норатора; 2) ГИЭ тока

(ГИЭТ) как объединение ЗЭТ и нуллатора. ГИЭН и ГИЭТ показаны на рис. 21,а и рис. 21,б соответственно.



Рис. 21

Идеальные гибридные элементы ГИЭН и ГИЭТ и анализ схем с ними заслуживают специального рассмотрения, поскольку эти элементы, наряду с НИЭ и ЗИЭ, широко используются в моделях активных компонентов [11].

На рис. 22 и рис. 23 показаны последовательные соединения аномальных элементов, образующих ГИЭН и ГИЭТ, соответственно. При встречной ориентации норатора и ЗЭН (рис. 22,б) или встречной ориентации нуллатора и ЗЭТ (рис. 23,б) появляется отрицательный знак перед определителем эквивалентной схемы.

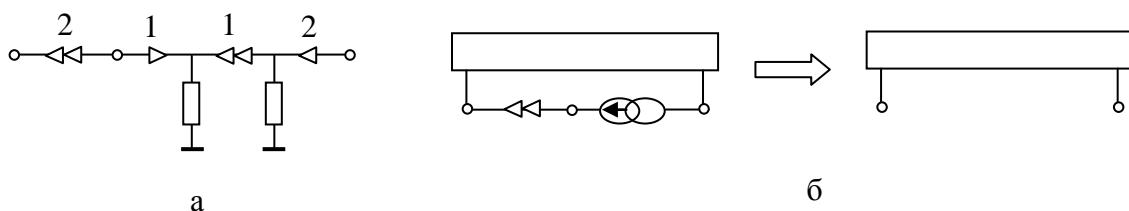


Рис. 22

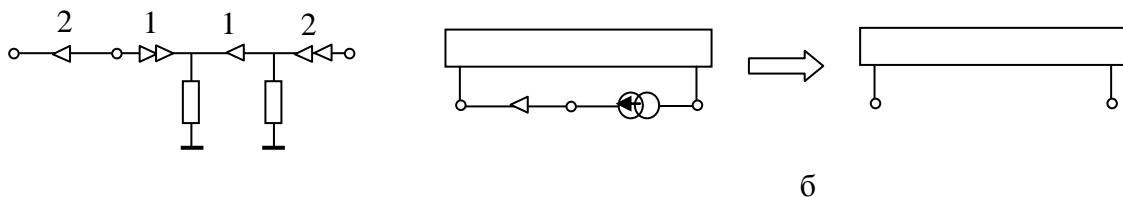


Рис. 23

Простейшие схемы в виде изолированного параллельного соединения элементов, составляющих ГИЭН и ГИЭТ, показаны на рис. 24 и рис. 25 соответственно. Ориентация элементов, образующих этих вырожденных схем не существенна.

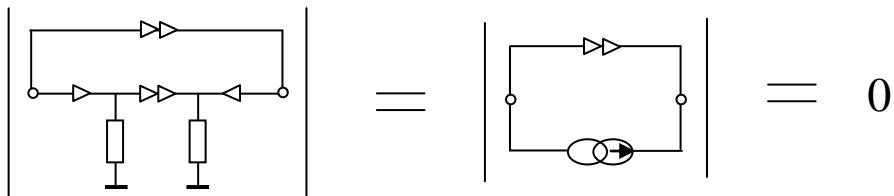


Рис. 24

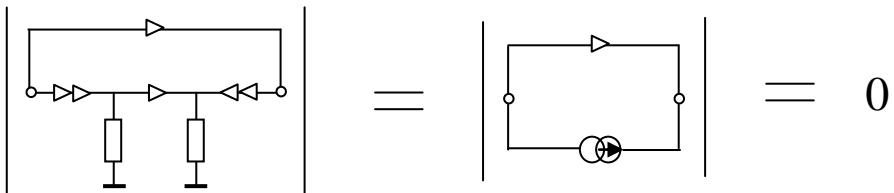
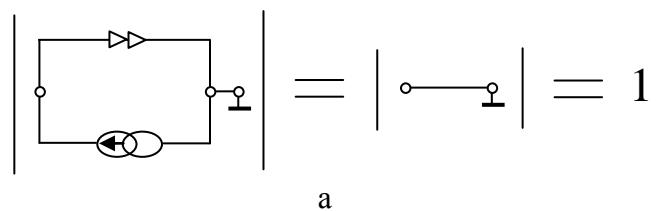


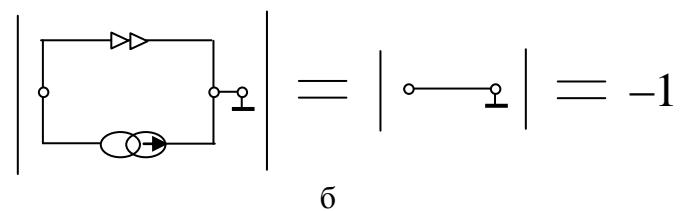
Рис. 25

При заземлении одного из полюсов схем на рис. 24 и рис. 25 образуются простейшие невырожденные схемы (рис. 26 и рис. 27) в виде единственного узла с определителем 1 или -1 . Определители схем на рис. 26 и рис. 27 слева являются «гибридными» аналогами простейших нуллорных схем, к которым сводится выделение параметров двухполюсных элементов (рис. 11).

Как видно из рис. 26 и рис. 27, имеет место обратное соответствие знаков при различных включениях ЗЭН и ЗЭТ или нуллатора и норатора. Таким образом, ГИЭН и ГИЭТ в виде параллельное соединения аномальных элементов ведут себя подобно ЗИЭ при параллельном соединении ЗЭН и ЗЭТ (рис. 10).



а



б

Рис. 26

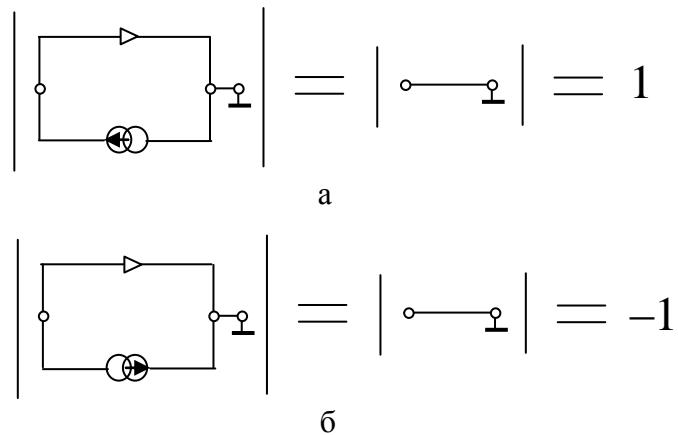


Рис. 27

Если ГИЭН или ГИЭТ в виде параллельного соединения аномальных элементов не заземлено, но один из полюсов изолирован, то это соединение может быть удалено из схемы (рис. 28,а или рис. 28,б), а ее определитель поменяет знак при встречном включении аномальных элементов (рис. 29,а или рис. 29,б).

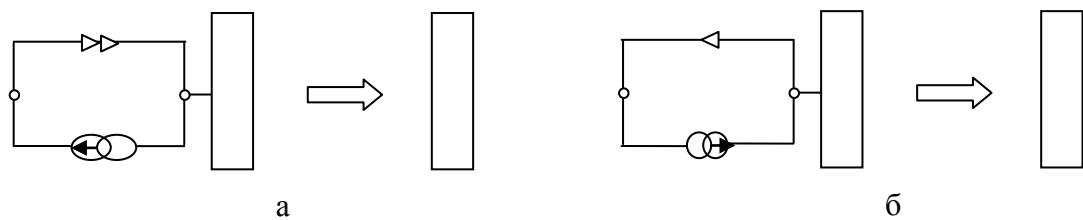


Рис. 28

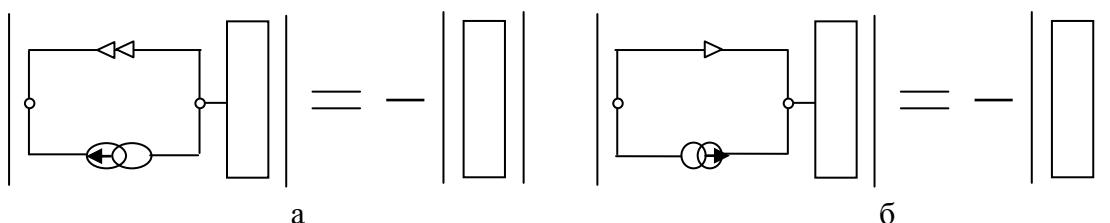


Рис. 29

В случае нахождения числителя передаточной функции ГИЭН в виде параллельного соединения аномальных элементов при согласном включении ведет себя как единичный резистор (рис. 30,а), а при встречном включении – как отрицательный единичный резистор (рис. 30,б).

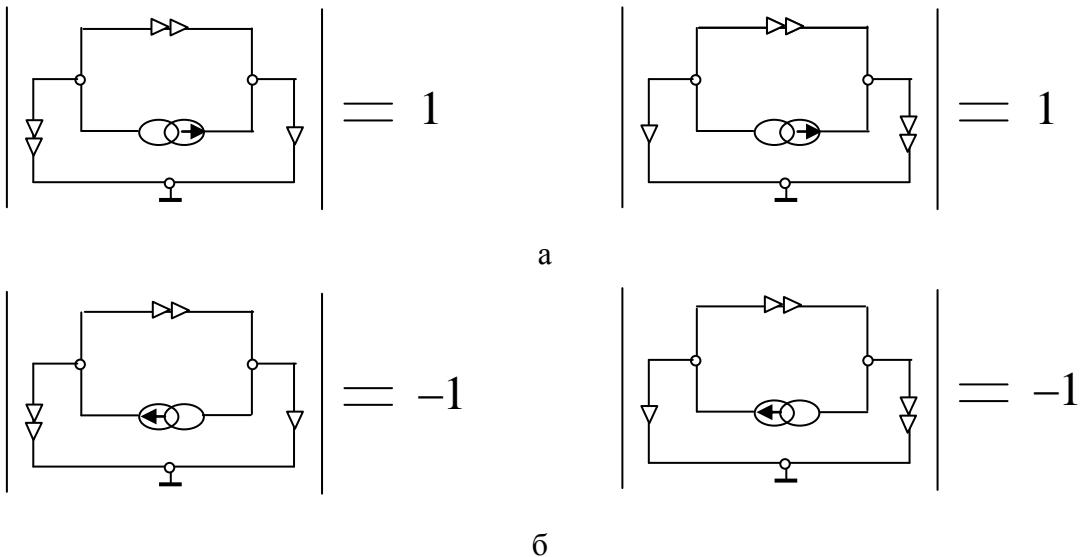


Рис. 30

Аналогично этому при нахождении числителя передаточной функции ГИЭТ в виде параллельного соединения аномальных элементов при согласном включении ведет себя как единичный резистор (рис. 31,а), а при встречном включении – как отрицательный единичный резистор (рис. 31,б).

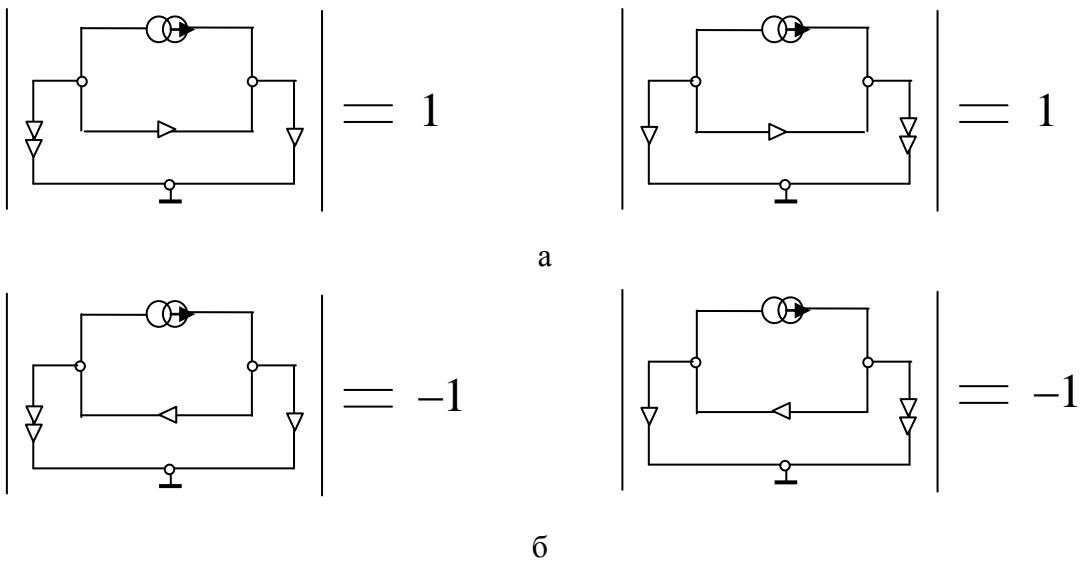


Рис. 31

Знаменатели передаточных функций таких трехполюсников на рис. 30 и рис. 31 равны нулю только в случае нахождения передаточного сопротивления (рис. 24 и рис. 25).

Как видно из рис. 22–31, специальные случаи соединения аномальных элементов, образующих ГИЭ, полностью подобны соответствующим

случаям соединения ЗЭН и ЗЭТ, что, обеспечивая единство методики, облегчает анализ схем, содержащих как ЗИЭ, так и ГИЭ.

Редукция узлов в схемах с зеркальными аномальными элементами. Разомкнутые нораторы или нуллаторы на полюсах зеркальных аномальных элементов (рис. 1) обусловливают подобие их свойств свойствам нуллорных аномальных элементов. Это обстоятельство используется для упрощения матричного анализа схем, содержащих ЗАЭ [6], на схемном уровне.

Метод стягивания и удаления ветвей [24] позволяет при выделении одного нуллора уменьшить число узлов схемы на единицу. В формуле для выделения параметра НУИ используется топологическое правило нахождения знака, не требующее нумерации узлов схемы и позволяющее минимизировать число операций вычитания в формируемых выражениях.

Топологическая формула для выделения нуллора с номером n имеет вид

$$\Delta = \pm \Delta_n , \quad (3)$$

где Δ_n – определитель схемы, полученной из исходной схемы в результате преобразований: 1) стягивание норатора (нуллатора) выделяемого нуллора таким образом, чтобы другие нораторы (нуллаторы), которые инцидентны одному из узлов – опорному узлу выделяемого норатора (нуллатора), переключились на другой его узел; 2) объединение опорных узлов выделяемого нуллора. Положительный (отрицательный) знак при Δ_n выбирается в случае противоположной (одинаковой) ориентации выделяемых норатора и нуллатора в первоначальной схеме по отношению к его опорным узлам выделяемого нуллора.

Преобразования 1 и 2 называются стягиванием выделяемого нуллора. Опорные узлы выбираются произвольно. При наличии общего узла у норатора и нуллатора выделяемого нуллора целесообразно использовать этот узел в качестве опорного узла и норатора, и нуллатора. Для этого случая преобразование 2 в операции стягивания опускается, а данное выше правило выбора знака инвертируется, то есть знак перед Δ_n считается положительным (отрицательным) при одинаковой (противоположной) ориентации норатора и нуллатора выделяемого нуллора по отношению к общему опорному узлу в первоначальной схеме.

Для применения формулы (3) необходимо, чтобы в схеме был хотя бы один узел, которому инцидентны исключительно нораторы и нуллаторы. Поскольку полюсам ЗАЭ инцидентны нуллаторы или нораторы, то ничего не мешает использовать формулу (3) для общего случая схемы с идеальными элементами (НИЭ, ЗИЭ и ГИЭ).

В случае выделения ЗАЭ необходимо некоторое обобщение формулы (3). Выделение ЗАЭ в случае заземленных ЗЭН и ЗЭТ тривиально, поскольку эти аномальные элементы преобразуются в нуллатор и норатор соответственно (рис. 5 и 6). Для обобщения операции стягивания ЗАЭ

следует учесть изменение знака в результате смены полюсов соединения ЗАЭ, что иллюстрируется при нахождении числителя в примере 1.

Пример 1. Анализ фильтра нижних частот на токовом конвейере.

На рис. 32,а показана схема фильтра нижних частот на токовом конвейере [6]. Соответствующие схемы числителя и знаменателя для нахождения передаточной функции по напряжению представлены на рис. 32,б и рис. 32,в.

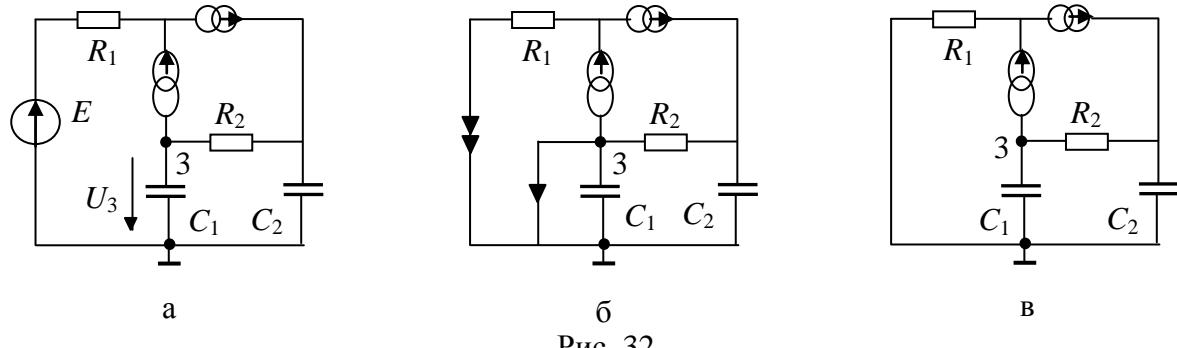
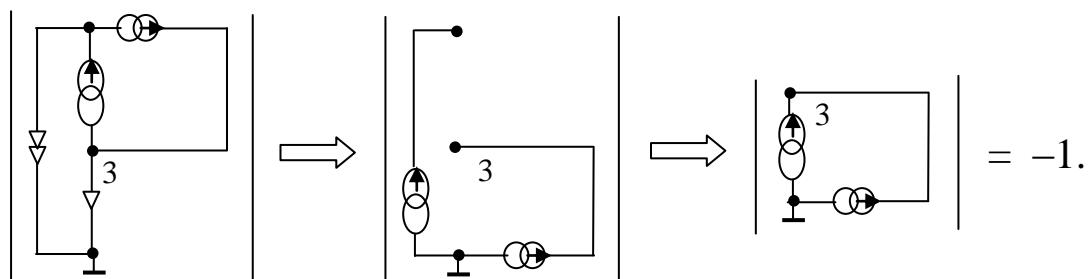


Рис. 32

Определитель схемы числителя упрощается в результате стягивания сопротивления, соединенного последовательно с норатором и удаления проводимости, параллельной нулатору. Затем стягивается сопротивление, удаление которого приводит к вырожденной схеме (последовательное соединение ЗЭН и нуллатора). Это приводит к параллельному соединению нуллатора и проводимости, которая удаляется.

В результате получается схема, содержащая нуллор и ЗИЭ, определитель которой раскрывается выделением нуллора по формуле (3), как показано ниже:



Таким образом, для искомого числителя получается следующее схемно-алгебраическое выражение

$$N_3 = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit in part b of Figure 32} \\ \downarrow \\ \text{Diagram of the circuit in part c of Figure 32} \end{array} \right| = -1$$

Разложение определителя схемы знаменателя целесообразно начать с сопротивления R_1 , при удалении которого образуется последовательное соединение ЗАЭ, а при стягивании происходит заземление ЗАЭ. При удалении R_1 упрощается последовательное соединение ЗАЭ, а при стягивании R_1 схема сводится к петле из ориентированных согласно ЗЭН и ЗЭТ. Отсюда получается следующее схемно-алгебраическое выражение:

$$\begin{aligned}
 D = R_1 & \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the original circuit with } R_1 \text{ present.} \\ \text{A voltage source } E \text{ is connected in series with } R_1. \\ \text{The node between } R_1 \text{ and } C_1 \text{ is labeled } 3. \\ \text{The nodes between } C_1 \text{ and } C_2, \text{ and between } C_2 \text{ and ground, are also labeled } 3. \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit after removing } R_1. \\ \text{The node between } C_1 \text{ and } C_2 \text{ is labeled } 3. \\ \text{The node between } C_2 \text{ and ground is labeled } 3. \\ \text{The voltage source } E \text{ is now connected to ground.} \end{array} \right| = \\
 & = R_1 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit after removing } R_1. \\ \text{The node between } C_1 \text{ and } C_2 \text{ is labeled } 3. \\ \text{The node between } C_2 \text{ and ground is labeled } 3. \\ \text{The voltage source } E \text{ is now connected to ground.} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit after removing } R_1. \\ \text{The node between } C_1 \text{ and } C_2 \text{ is labeled } 3. \\ \text{The node between } C_2 \text{ and ground is labeled } 3. \\ \text{The voltage source } E \text{ is now connected to ground.} \end{array} \right| = R_1(R_2(p^2C_1C_2+p(C_1+C_2))+1).
 \end{aligned}$$

Таким образом,

$$U_3/E = N_3/E = - \frac{1}{R_1(R_2(p^2C_1C_2+p(C_1+C_2))+1)},$$

что совпадает с результатом из работы [6].

Пример 2. Анализ совмещенного неинвертирующего фильтра (полосового и нижних частот) на токовых конвейерах.

На рис. 33,а показана совмещенная схема полосового фильтра и фильтра нижних частот на токовых конвейерах [6]. Соответствующая схема знаменателя для нахождения передаточной функции по напряжению представлена на рис. 33,б. Схема числителя для нахождения напряжения U_4 показана на рис. 33,в. Схемы числителей для нахождения U_3 и U_6 не показаны, поскольку получаются аналогично: источник напряжения замещается норатором противоположной ориентации, а приемник искомого напряжения – нуллатором, но согласной ориентации.

В схеме на рис. 33,б стягивается проводимость g_a , как соединенная последовательно с норатором, и удаляется проводимость Y_1 , параллельная нуллатору. В полученной схеме выполняется выделение нуллора, замещающего источник и отклик напряжения (выделен темной заливкой). ЗИЭ, содержащиеся в схеме рис. 33, пронумерованы порядковыми

номерами (жирным шрифтом), причем ЗАЭ, относящиеся к одному ЗИЭ, имеют одинаковые номера.

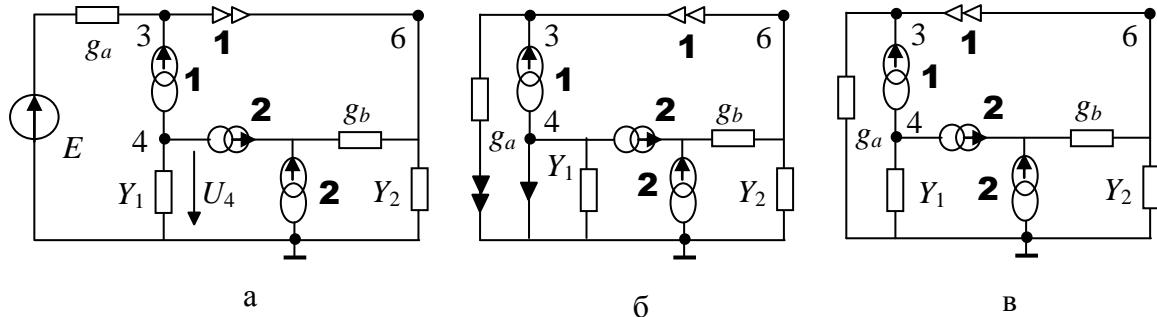


Рис. 33

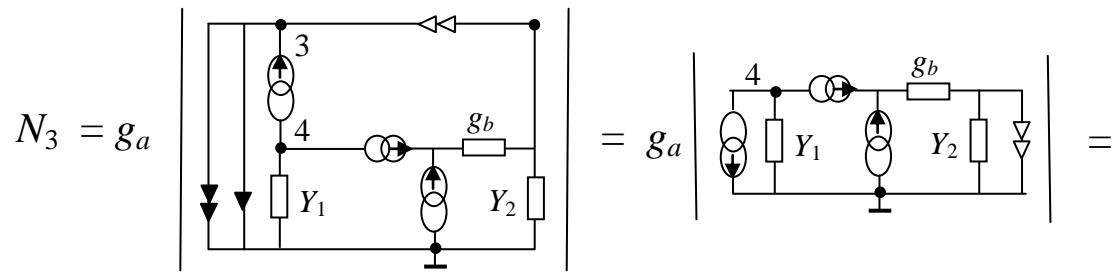
При выделении нуллора его норатор, стягиваясь, заземляет норатор первого ЗИЭ, а нуллатор, стягиваясь, заземляет ЗЭН первого ЗИЭ. После объединения узлов 3 и 4 оказывается, что теперь норатор и ЗЭН, образующие первый ЗИЭ изменили способ соединения – оно стало согласным. Поэтому отрицательный знак определителя (формула (3)) следует заменить на положительный.

В преобразованной схеме последовательно удаляется проводимость Y_2 и стягивается проводимость g_b , что обусловлено подсоединением к ним норатора. При этом оказываются соединенными параллельно заземленный ЗЭН, эквивалентный нуллатору, и норатор. Такое соединение эквивалентно идеальному проводнику. Однако эти аномальные элементы (АЭ) относятся к различным идеальным элементам (ИЭ) и направлены к узлу, поэтому определитель схемы изменит знак. Схема, к которой свелось разложение определителя, содержит один ЗИЭ с согласным включением параллельно соединенных ЗАЭ. Определитель такой схемы равен единице.

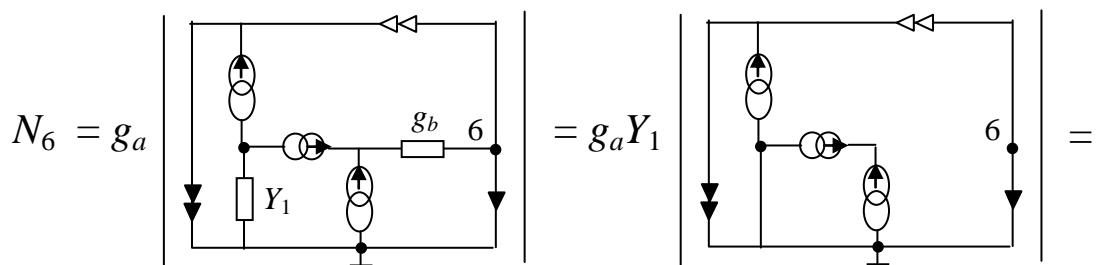
Схемно-алгебраическое выражение, соответствующее приведенным выше рассуждениям, имеет вид:

$$\begin{aligned}
 N_4 &= g_a \left| \begin{array}{c} 3 \\ | \\ 1 \\ 2 \\ | \\ 4 \\ | \\ Y_2 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = g_a \left| \begin{array}{c} 3,4 \\ | \\ 2 \\ | \\ 1 \\ | \\ Y_2 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = \\
 &= g_a g_b \left| \begin{array}{c} 3,4 \\ | \\ 2 \\ | \\ 1 \\ | \\ 1 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = -g_a g_b \left| \begin{array}{c} 3,4 \\ | \\ 2 \\ | \\ 2 \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = -g_a g_b.
 \end{aligned}$$

В результате аналогичных рассуждений получаются числители передаточных функций для U_3/E и U_6/E :



$$= g_a g_b \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit for } N_3 \text{ further simplified} \end{array} \right| = -g_a g_b \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit for } N_3 \text{ further simplified} \end{array} \right| = g_a g_b.$$



$$= -g_a Y_1 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit for } N_6 \text{ further simplified} \end{array} \right| = g_a Y_1 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit for } N_6 \text{ further simplified} \end{array} \right| = g_a Y_1.$$

Разложение определителя схемы знаменателя целесообразно начать с проводимости Y_1 , при стягивании которой происходит заземление ЗАЭ, а при удалении образуется последовательное соединение ЗАЭ. После стягивания Y_1 можно удалить проводимость g_a , как параллельную ЗАЭ, а параллельное встречечно ориентированное соединение ЗЭН и ЗЭТ с номером

2 заменяется идеальным проводником. При этом знак перед схемным определителем изменяется на противоположный. После стягивания параллельного соединения проводимостей g_b и Y_2 образуется параллельное соединение заземленного ЗЭН и норатора, ориентированного от базисного узла, поэтому отрицательный знак перед определителем заменяется на положительный.

При удалении Y_1 соединяются последовательно ЗЭН и ЗЭТ с разными номерами, но эти ЗАЭ соединены встречно, поэтому знак перед определителем не изменяется. После стягивания проводимостей g_a и g_b , а также удаления проводимости Y_2 образуется параллельное соединение заземленного ЗЭН и норатора, ориентированного к базисному узлу, поэтому знак перед определителем не изменяется.

Отсюда получается следующее схемно-алгебраическое выражение:

$$\begin{aligned}
 D = Y_1 & \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } \text{1} \text{ (top), 2 (bottom)} \\ \text{3, 4, 6, } g_a, g_b, Y_2 \end{array} \right. + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 2: } \text{1} \text{ (top), 2 (bottom)} \\ \text{3, 4, 6, } g_a, g_b, Y_2 \end{array} \right. = \\
 & = -Y_1 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 3: } \text{1} \text{ (top), 2 (bottom)} \\ \text{3, 4, 6, } g_b, Y_2 \end{array} \right. + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 4: } \text{2} \text{ (top), 1 (bottom)} \\ \text{3, 4, 6, } g_a, g_b, Y_2 \end{array} \right. = \\
 & = -Y_1 (g_b + Y_2) \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 5: } \text{1} \text{ (top), 2 (bottom)} \\ \text{3, 4} \end{array} \right. + g_a g_b \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 6: } \text{2} \text{ (top), 1 (bottom)} \\ \text{3, 4} \end{array} \right. = Y_1 (g_b + Y_2) + g_a g_b.
 \end{aligned}$$

Таким образом, например,

$$U_3/E = N_3/E = \frac{g_a g_b}{Y_1 (g_b + Y_2) + g_a g_b}.$$

После подстановки выражений N_4 и N_6 и D в формулы вида $U/E=N/D$ также получаются результаты, соответствующие результатам из работы [6].

Выводы:

Топологический метод схемных определителей, обобщенный для анализа схем с зеркальными аномальными элементами, обеспечивает: 1) отсутствие взаимно уничтожающихся слагаемых в символьных выражениях; 2) полный набор линейных элементов без использования избыточных схем с нуллорами и единичными проводимостями; 3) возможность применения схемной диакоптики и компактной свертки; 4) возможность анализа в уме и без компьютера простых схем с помощью таблиц элементарных схем и частных случаев соединения элементов; 5) выполненное обобщение метода схемных определителей для идеальных зеркальных и гибридных (нуллорно-зеркальных) элементов ориентировано на реализацию в компьютерной программе символьного анализа CIRSYM [34].

Приложение

АНОМАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ (АЭ): СОКРАЩЕНИЯ И СООТНОШЕНИЯ ТЕРМИНОВ

ИЭ – идеальный элемент как идеальная модель активного компонента.

НИЭ – нуллорный идеальный элемент (нуллор, неудаляемый управляемый источник (НУИ)). Базовый элемент нуллорных моделей активных компонентов.

НАЭ – нуллорный аномальный элемент. Одна из составных частей НИЭ: норатор, генератор НУИ или нуллатор, приемник НУИ.

ЗИЭ – зеркальный идеальный элемент. Базовый элемент зеркальных моделей активных компонентов.

ЗАЭ – зеркальный аномальный элемент (ЗАЭ). Одна из составных частей ЗИЭ: зеркальный элемент напряжения (ЗЭН) или зеркальный элемент тока (ЗЭТ).

ГИЭ – гибридный идеальный элемент. Базовый элемент нуллорно-зеркальных моделей активных компонентов. Представляет собой объединение НАЭ и ЗАЭ до равного числа нораторов и нуллаторов.

Теоретико-множественные соотношения между терминами:

АЭ = {НАЭ, ЗАЭ}; НАЭ = {норатор, нуллатор}; ЗАЭ = {ЗЭН, ЗЭТ}.
ИЭ = {НИЭ, ЗИЭ, ГИЭ}; НИЭ = норатор + нуллатор;
ЗИЭ = ЗЭН + ЗЭТ; ГИЭ = {ЗЭН+норатор, ЗЭТ+нуллатор}.

Литература

1. Soliman A.M., Saad R.A. The voltage mirror-current mirror pair as a universal element // Int. J. circuit theory Appl.– 2010.– Vol. 38, no. 8 (Oct).– P. 787–795.
2. Soliman A.M., Saad R.A. On the voltage mirrors and the current mirrors // Analog Integr. Circuits signal process.– 2002.– Vol. 32, no. 1 (Jul).– P. 79–81.
3. Saad R.A. Soliman A.M. Use of mirror elements in the active device synthesis by admittance matrix expansion // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2008.– Vol. 55, no. 9.– P. 2726–2735.
4. Kumar P., Senani R. Bibliography on nullors and their applications in circuit analysis, synthesis and design // Analog integrated circuits and signal processing. – 2002. – Vol. 33, no. 1 (Oct). – P. 65–76.
5. Saad R.A. Soliman A.M. A new approach for using the pathological mirror elements in the ideal representation of active devices // Int. J. circuit theory Appl.– 2010.– Vol. 38, no. 2 (Mar).– P. 148–178.
6. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2011.– Vol. 58, no. 6.– P. 1382–1395.
7. Shi C., Tan S. Canonical symbolic analysis of large analog circuits with determinant decision diagrams // IEEE Trans. Comput.–Aided Design Integr. Circuits Syst.– 2000.– Vol. 19, no. 1 (Jan).– P. 1–18.
8. Verhaegen W., Gielen G. Efficient DDD-based symbolic analysis of linear analog circuits // IEEE Trans. on circuits and systems–II: Analog Digit. Signal Process.– 2002.– Vol. 49, no. 7.– P. 474–487.
9. Tan S. Symbolic analysis of analog circuits by boolean logic operation // IEEE Trans. on circuits and systems–II: Exp. briefs.– 2006.– Vol. 53, no. 11.– P. 1313–1317.
10. Shi C. Computational complexity analysis of determinant decision diagram // IEEE Trans. on circuits and systems–II: Exp. briefs.– 2010.– Vol. 57, no. 10.– P. 828–832.
11. Soliman A.M. Synthesis of oscillators using limit variables and NAM expansion // Hindawi Publishing Corporation: Active and passive electronic components.– Vol. 2011.– Article ID 131546.– 13 p.

12. Tellegen B.D.H. La recherche pour una série complète d'éléments de circuit ideaux non-linéaires // Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano: Sotto gli auspice dell'università e del politecnico.– Milano, 1955. Vol. 25 (1953–1954).– P. 134–144.
13. Carlin H.J. Singular network elements // IEEE Trans. Circuit Theory.– 1964.– Vol. CT–11, no. 3.– P. 67–72.
14. Kumar P., Senani R. Bibliography on nullors and their applications in circuit analysis, synthesis and design // Analog integrated circuits and signal processing.– 2002.– Vol. 33.– P. 65–76.
15. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // Electronics letters.– 1966.– Vol. 2, No. 11.– P. 427–428.
16. Браун Я. Ориентация нуллора // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 299–308.
17. Курганов С.А., Миланцей Т., Филаретов В.В. Обозначения аномальных элементов в теории электрических цепей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ. – 2006. – Т. 3. – С. 236–238.
18. Parten M.E. Seacat R.H. Topological analysis of networks containing nullators and norators using residual networks // 23rd annual Southwestern IEEE conference and exhibition.– New York, USA, 1971.– P. 39–42.
19. Hashemian R. Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs // Electronic circuits and systems.– 1977.– Vol. 1, No. 6 (November).– P. 193–197.
20. Миланцей Т. Идеальный усилитель Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3.– С. 222–234.
21. Филаретов В.В. Схемный подход к символьному анализу активных электрических цепей // Электроника и связь: Науч.-техн. сб.– Киев, 1997.– Вып. 2.– Ч. 1.–С. 97–101.
22. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.– С. 43–52.
23. Filaretov V.V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // Electrical technology.– 1998.– N 2.– P. 46–61.
24. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество. – 2001. – № 4. – С. 43–51.
25. Филаретов В.В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество. – 2001. – № 8. – С. 33–42.

26. Филаретов В.В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: Методические указания к практическим занятиям по электротехнике и электронике.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– 40 с.
27. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis // Proceedings of the European conference on circuit theory and desing (ECCTD–2003).– Kraków, Poland, 2003.– Vol. 2.– P. 406–409.
28. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8-th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design.–Wroclaw (September 23–24).–2004.–P. 8–11.
29. Миланцей Т., Славский Г.Н., Филаретов В.В. Пять формул метода схемных определителей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.–Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 102–113.
30. Миланцей Т., Филаретов В.В. От идеального усилителя Теллегена до многомерного неудаляемого управляемого источника // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – Т. 3. – С. 140–155.
31. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемно-символьный анализ электрических цепей с многомерными управляемыми источниками // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 72–79.
32. Milic M.M. General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity // IEEE Transactions on circuits and systems.– 1974.– Vol. CAS–21, No. 2 (March).– P. 177–183.
33. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // Circuit Theory and Applications.– 1976.– Vol. 4.– P. 125–136.
34. Филаретов В.В. Программа символьного анализа CIRSYM: история создания, структура и функции // Настоящий сборник.

ДИАКОПТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ

СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА ОСНОВЕ НЕЗАВИСИМЫХ СХЕМНЫХ МИНОРОВ И СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ

Е. Р. Бодряков, С. А. Курганов

Установлено, что число независимых схемных миноров (CM) у подсхем приблизительно на 10% меньше, чем передаточных параметров. Для цепей с одним независимым источником число CM и число арифметических операций в символьном выражении отклика на основе независимых CM оказывается меньше по сравнению с откликом на основе CAP. Однако при наличии нескольких независимых источников трудоемкость – число CM – метода CAP меньше, чем трудоемкость метода независимых CM . В отклике по CAP также меньше и число арифметических операций.

Символьный анализ сложных (100...200 элементов и более) электрических цепей выполняется в настоящее время с помощью иерархического метода двоичных векторов – МДВ [1]. Данный метод состоит в разделении схемы на подсхемы, последующем определении схемных миноров (дополнений) каждой из подсхем и их попарного объединения путем формирования схемных миноров новой подсхемы. Этот процесс продолжается пока не образуется исходная схема со схемными минорами для внешних полюсов. Так формируются компактные символьные выражения в виде последовательности подвыражений.

Недостатком же МДВ является прогрессирующий рост числа слагаемых (схемных миноров) в диакоптической формуле при увеличении числа полюсов у подсхем (строка 1 в табл. 1). В то же время в работе [2] предложен способ сокращения числа раскрываемых схемных миноров (строки 2–3 в табл. 1) с помощью тождеств по теореме Якоби [3], связывающих между собой схемные определители. На основе тождеств из всей совокупности схемных миноров выделена часть, которая названа независимыми схемными минорами. Остальная часть, которая находится через независимые CM , называется зависимой. Метод схемных миноров, который использует тождества для нахождения зависимых схемных миноров, назван методом независимых схемных миноров.

Другим эффективным диакоптическим методом является метод схемно-алгебраической редукции (CAP) [4], использующий передаточные

параметры многополюсников, число которых (строки 4–7 в табл. 1) значительно меньше числа СМ в МДВ. Задачей настоящей работы является сравнение трудоемкости метода независимых СМ и метода CAP.

Таблица 1. Число схемных миноров (СМ)
и число передаточных параметров ($n+1$)-полюсника

№	Число полюсов $n+1$	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Общее число СМ ψ_{n+1}	6	20	70	252	924	3432	12870	48620
2	Число независимых СМ ψ_{n+1}^h	5	11	18	27	38	51	66	83
3	Число независимых СМ взаимной подсхемы	4	8	12	17	23	30	38	47
4	Число передаточных параметров неавтономной подсхемы	4	9	16	25	36	49	64	81
5	Число передаточных параметров взаимной неавтономной подсхемы	3	6	10	15	21	28	36	45
6	Число СМ передаточных параметров взаимной автономной подсхемы	5	9	14	20	27	35	44	54
7	Число передаточных параметров автономной подсхемы	6	12	20	30	42	56	72	90

Метод независимых схемных миноров. Метод независимых СМ применим для анализа сложных электрических цепей по частям, в его основе лежат формулы бисекции для подсхем в совокупности с выведенными в [4] схемно-алгебраическими формулами на основе теоремы Якоби.

Так, для нахождения определителя схемы числителя (знаменателя) в четырехузловой схеме (рис. 1) используется формула четырехузловой бисекции [1]:

$$\begin{aligned} \Delta = & \Delta_1(000000)\Delta_2(111111) + \Delta_1(001001)\Delta_2(110110) - \Delta_1(001010)\Delta_2(110101) \\ & + \Delta_1(001100)\Delta_2(110011) - \Delta_1(010001)\Delta_2(101110) + \Delta_1(010010)\Delta_2(101101) - \\ & - \Delta_1(010100)\Delta_2(101011) + \Delta_1(011011)\Delta_2(100100) - \Delta_1(011101)\Delta_2(100010) + \\ & + \Delta_1(011110)\Delta_2(100001) + \Delta_1(100001)\Delta_2(011110) - \Delta_1(100010)\Delta_2(011101) + \\ & + \Delta_1(100100)\Delta_2(011011) - \Delta_1(101011)\Delta_2(010100) + \Delta_1(101101)\Delta_2(010010) - \\ & - \Delta_1(101110)\Delta_2(010001) + \Delta_1(110011)\Delta_2(001100) - \Delta_1(110101)\Delta_2(001010) + \\ & + \Delta_1(110110)\Delta_2(001001) + \Delta_1(111111)\Delta_2(000000), \end{aligned} \quad (1)$$

где Δ_1 и Δ_2 – схемные миноры первой и второй подсхем. Тип минора подсхемы определяется двоичным вектором (ДВ), который приводится в скобках и состоит из двух половин: левой и правой – нораторной и нуллаторной. Нумерация позиций в каждой из двух половин – слева направо цифрами 1, 2 и 3 в соответствии с нумерацией полюсов на рис. 1. Единица в одной из позиций первой (второй) половины ДВ означает, что к полюсу с номером данной позиции подключен норатор (нуллатор) относительно общего нулевого полюса подсхемы. Ноль свидетельствует о том, что соответствующий полюс разомкнут.

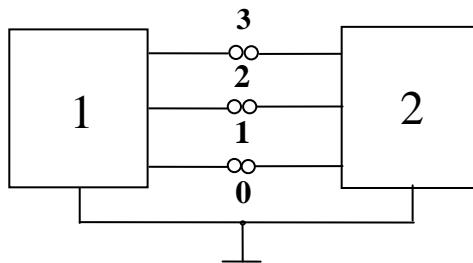


Рис. 1. Деление схемы по четырем узлам

Из 20-ти СМ подсхемы 1 в формуле (1) 9 СМ второго порядка раскрывать с помощью формул выделения параметров не требуется, они находятся через 11 независимых схемных миноров (строка 2 в табл.1) с помощью схемно-минорных тождеств:

$$\Delta_1(110110) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(010010) - \Delta_1(100010)\Delta_1(010100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(011110) = \frac{\Delta_1(010100)\Delta_1(001010) - \Delta_1(010010)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(110011) = \frac{\Delta_1(100010)\Delta_1(010001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(010010)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(011011) = \frac{\Delta_1(010010)\Delta_1(001001) - \Delta_1(010001)\Delta_1(001010)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(101110) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(001010) - \Delta_1(100010)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(101011) = \frac{\Delta_1(100010)\Delta_1(001001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(001010)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(110101) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(010001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(010100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(011101) = \frac{\Delta_1(010100)\Delta_1(001001) - \Delta_1(010001)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)};$$

$$\Delta_1(101101) = \frac{\Delta_1(100100)\Delta_1(001001) - \Delta_1(100001)\Delta_1(001100)}{\Delta_1(000000)}. \quad (2)$$

Выражения для зависимых СМ второй подсхемы аналогичны (2) и получаются формальной заменой индекса 1 у всех СМ на индекс 2.

При анализе методом независимых СМ схемы с несколькими независимыми источниками необходимо применять принцип наложения. В этом случае число независимых СМ в строках 2–3 табл.1 увеличивается в N раз, где N – число источников питания, в то время как для метода САР число передаточных параметров остается прежним – строки 4–7 в табл.1.

Метод схемно-алгебраической редукции (САР). Процесс исследования линейных цепей по частям с помощью метода САР изложен в [4]. В его основу положено использование классических систем первичных параметров многополюсников Y, Z, H, F, A, B , количество которых значительно меньше и число искомых параметров растет медленнее, чем количество схемных миноров в МДВ. Процесс схемно-алгебраической редукции является иерархическим, что позволяет использовать объединение подсхем и существенно снизить сложность единовременно решаемой задачи. На каждом этапе подсхемы представляются схемами замещения в однородных Z - $, Y$ - или гибридных

параметрах. Например, схема эквивалентного Z -генератора представлена на рис.2.

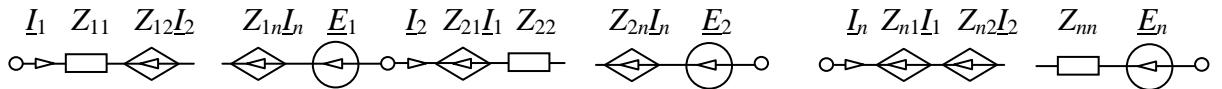


Рис. 2. Z -схема замещения автономного многополюсника

Параметры многополюсника можно найти по следующим формулам. Выражение для передаточного сопротивления Z_{ki} находится по формуле:

$$Z_{ki} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \end{array} \right| \vee \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \circ \quad \circ \end{array} \right| \quad (3)$$

Формула для входного сопротивления принимает частный вид, поскольку в этом случае норатор и нуллатор подключаются к одной стороне многополюсника и оказываются параллельными друг другу, поэтому формула приобретает следующий вид

$$Z_{kk} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \circ \quad \circ \end{array} \right| \vee \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \circ \quad \circ \end{array} \right| \quad (4)$$

Получение схемно-алгебраического выражения для эквивалентных ЭДС сторон многополюсника осуществляется, с помощью понятия *определителя схемы с независимыми источниками* [6], при этом знаменатель искомого схемно-алгебраического выражения (САВ) совпадает со знаменателями формул для сопротивлений (3) и (4). В результате формула для ЭДС k -й стороны имеет вид:

$$E_{kk} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{A} \\ | \\ \circ \quad \circ \end{array} \right| \vee \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \circ \quad \circ \end{array} \right| \quad (5)$$

где буквой А обозначен автономный многополюсник – подсхема с независимыми источниками.

Характеристики трудоемкости (число раскрываемых СМ) символического выражения тока I в контурной сети на рис. 3, полученного на основе независимых СМ. Искомое выражение находится в виде отношения определителей схем числителя и знаменателя. Построение схемы знаменателя выполняется на основе исходной схемы

путем нейтрализации источника и приемника отклика. Схема числителя находится также из исходной схемы путем замены независимого источника норатором, а приемника отклика – нуллатором [2].

Последовательная формула для нахождения тока I была получена в работе [2]. Формула на базе схемных миноров приведена ниже, а ее вычислительные характеристики – в строке 1 табл. 5.

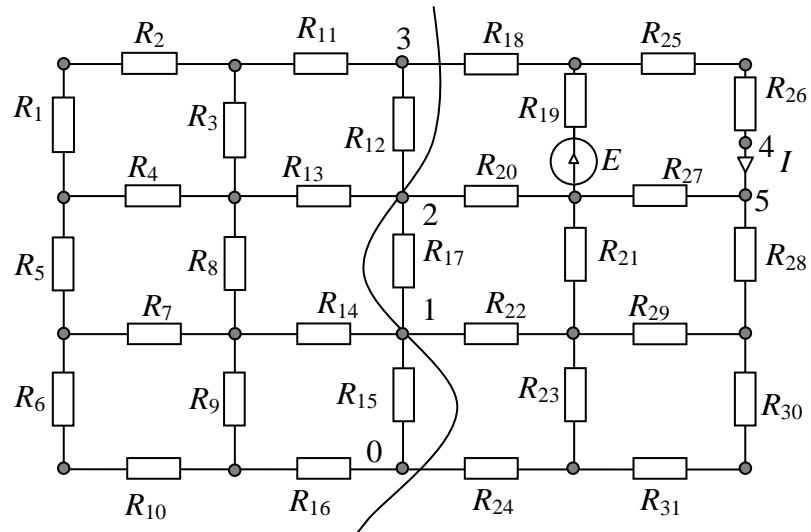


Рис. 3. Контурная сеть для сравнения характеристик символьных выражений тока I

Для метода независимых СМ из 20-ти схемных миноров для числителя (знаменателя) каждой подсхемы в бисекционной формуле (1) достаточно найти только 11 независимых миноров (строка 3 в табл. 1): определитель схемы (при разомкнутых полюсах), минор третьего порядка и 9 миноров первого порядка. В силу того, что получаемые, при делении контурной сети, изображенной на рис. 2, подсхемы пассивны, число СМ первого порядка для числителя и знаменателя первой подсхемы сокращается до 6, в то время как для второй подсхемы число СМ числителя остается прежним, т.к. подсхема будет уже несимметричной, а число СМ для знаменателя, как и в первом случае, сокращается до 6 (табл. 2). К примеру, символьное выражение СМ первой подсхемы $\Delta_1(000000)$ для знаменателя находится путем половинной бисекции подсхемы по двум узлам и последующего применения формул выделения сопротивлений, а также повторного применения той же формулы деления по двум узлам.

Следует отметить, что в табл. 2 СМ числителя и знаменателя первой подсхемы равны, это обстоятельство обусловлено пассивной структурой подсхемы и тем, что НИ и приемник отклика находятся в одной подсхеме.

Таблица 2. Искомые независимые СМ (всего 27) при нахождении тока I в схеме на рис. 3 методом независимых схемных миноров

Первая подсхема		Вторая подсхема	
числитель	знаменатель	числитель	знаменатель
$\Delta_1^{N,D}(000000)$		$\Delta_2^N(000000)$	$\Delta_2^D(000000)$
$\Delta_1^{N,D}(100100)$		$\Delta_2^N(100100)$	$\Delta_2^D(100100)$
$\Delta_1^{N,D}(100010)$		$\Delta_2^N(100010)$	$\Delta_2^D(100010)$
$\Delta_1^{N,D}(100001)$		$\Delta_2^N(100001)$	$\Delta_2^D(100001)$
$\Delta_1^{N,D}(010010)$		$\Delta_2^N(010010)$	$\Delta_2^D(010010)$
$\Delta_1^{N,D}(010001)$		$\Delta_2^N(010001)$	$\Delta_2^D(010001)$
$\Delta_1^{N,D}(001001)$		$\Delta_2^N(010100)$	$\Delta_2^D(001001)$
$\Delta_1^{N,D}(111111)$		$\Delta_2^N(001100)$	$\Delta_2^D(111111)$
		$\Delta_2^N(001010)$	
		$\Delta_2^N(001001)$	
		$\Delta_2^N(111111)$	

Последовательная формула на основе независимых СМ из табл. 2 имеет вид:

$$I = E \cdot \frac{\Delta^N}{\Delta^D}, \quad (6)$$

где верхние индексы при определителе и далее при СМ означают их принадлежность к числителю (N) или к знаменателю (D).

Учитывая формулу бисекции (1) числитель и знаменатель в (6) запишем в виде соответственно

$$\begin{aligned} \Delta^N = & \Delta_1^N(000000)\Delta_2^N(111111)+\Delta_1^N(001001)\Delta_2^N(110110)-\Delta_1^N(001010)\Delta_2^N(110101)+\Delta_1^N(001100) \cdot \\ & \cdot \Delta_2^N(110011)-\Delta_1^N(010001)\Delta_2^N(101110)+\Delta_1^N(010010)\Delta_2^N(101101)-\Delta_1^N(010100)\Delta_2^N(101011)+ \\ & +\Delta_1^N(011011)\Delta_2^N(100100)-\Delta_1^N(011101)\Delta_2^N(100010)+\Delta_1^N(011110)\Delta_2^N(100001)+\Delta_1^N(100001) \\ & \cdot \Delta_2^N(011110)-\Delta_1^N(100010)\Delta_2^N(011101)+\Delta_1^N(100100)\Delta_2^N(011011)-\Delta_1^N(101011)\Delta_2^N(010100)+ \\ & +\Delta_1^N(101101)\Delta_2^N(010010)-\Delta_1^N(101110)\Delta_2^N(010001)+\Delta_1^N(110011)\Delta_2^N(001100)-\Delta_1^N(110101) \cdot \\ & \cdot \Delta_2^N(001010)+\Delta_1^N(110110)\Delta_2^N(001001)+\Delta_1^N(111111)\Delta_2^N(000000); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta^D = & \Delta_1^D(000000)\Delta_2^D(111111)+\Delta_1^D(001001)\Delta_2^D(110110)-\Delta_1^D(001010)\Delta_2^D(110101)+\Delta_1^D(001100) \cdot \\ & \cdot \Delta_2^D(110011)-\Delta_1^D(010001)\Delta_2^D(101110)+\Delta_1^D(010010)\Delta_2^D(101101)-\Delta_1^D(010100)\Delta_2^D(101011)+ \\ & +\Delta_1^D(011011)\Delta_2^D(100100)-\Delta_1^D(011101)\Delta_2^D(100010)+\Delta_1^D(011110)\Delta_2^D(100001)+\Delta_1^D(100001) \\ & \cdot \Delta_2^D(011110)-\Delta_1^D(100010)\Delta_2^D(011101)+\Delta_1^D(100100)\Delta_2^D(011011)-\Delta_1^D(101011)\Delta_2^D(010100)+ \\ & +\Delta_1^D(101101)\Delta_2^D(010010)-\Delta_1^D(101110)\Delta_2^D(010001)+\Delta_1^D(110011)\Delta_2^D(001100)-\Delta_1^D(110101) \cdot \\ & \cdot \Delta_2^D(001010)+\Delta_1^D(110110)\Delta_2^D(001001)+\Delta_1^D(111111)\Delta_2^D(000000). \end{aligned}$$

На основании пассивной структуры первой и второй подсхемы в знаменателе, и первой подсхемы в числителе можно записать равенство СМ, в которых в каждой половине из ДВ на соответствующей позиции находится единица, означающая для первой половины ДВ подключение

норатора к соответствующему узлу подсхемы, относительно базисного узла, а для второй половины – нуллатора.

$$\begin{aligned}\Delta_1^{N,D}(100010) &= \Delta_1^{N,D}(010100); \\ \Delta_1^{N,D}(100001) &= \Delta_1^{N,D}(001100); \\ \Delta_1^{N,D}(010001) &= \Delta_1^{N,D}(001010); \\ \Delta_2^D(100010) &= \Delta_2^D(010100); \\ \Delta_2^D(100001) &= \Delta_2^D(001100); \\ \Delta_2^D(010001) &= \Delta_2^D(001010).\end{aligned}$$

Зависимые СМ находятся в соответствии с формулами (2)

$$\begin{aligned}\Delta_1^{N,D}(110110) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(100100)\Delta_1^{N,D}(010010)-\Delta_1^{N,D}(100010)\Delta_1^{N,D}(010100)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(011110) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(010100)\Delta_1^{N,D}(001010)-\Delta_1^{N,D}(010010)\Delta_1^{N,D}(001100)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(110011) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(100010)\Delta_1^{N,D}(010001)-\Delta_1^{N,D}(100001)\Delta_1^{N,D}(010010)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(011011) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(010010)\Delta_1^{N,D}(001001)-\Delta_1^{N,D}(010001)\Delta_1^{N,D}(001010)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(101110) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(100100)\Delta_1^{N,D}(001010)-\Delta_1^{N,D}(100010)\Delta_1^{N,D}(001100)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(101011) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(100010)\Delta_1^{N,D}(001001)-\Delta_1^{N,D}(100001)\Delta_1^{N,D}(001010)}{\Delta_1(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(110101) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(100100)\Delta_1^{N,D}(010001)-\Delta_1^{N,D}(100001)\Delta_1^{N,D}(010100)}{\Delta_1(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(011101) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(010100)\Delta_1^{N,D}(001001)-\Delta_1^{N,D}(010001)\Delta_1^{N,D}(001100)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}; \\ \Delta_1^{N,D}(101101) &= \frac{\Delta_1^{N,D}(100100)\Delta_1^{N,D}(001001)-\Delta_1^{N,D}(100001)\Delta_1^{N,D}(001100)}{\Delta_1^{N,D}(000000)}.\end{aligned}$$

Выражения для зависимых СМ числителя (знаменателя) второй подсхемы аналогичны записанным выше и получаются заменой индекса 1 у всех СМ на индекс 2.

Символьное выражение для тока не приводится из большого объема, приводятся его вычислительные характеристики в строке табл. 5.

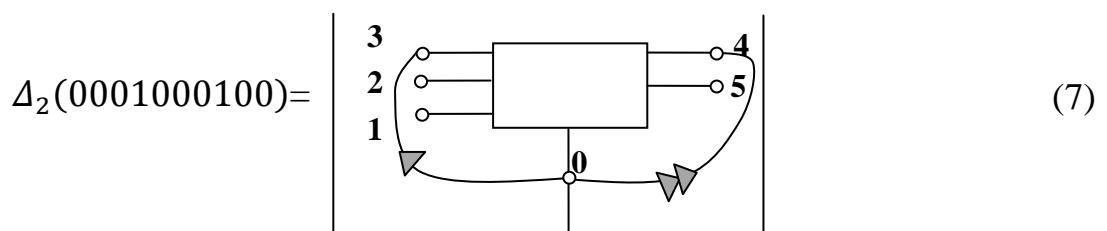
Характеристики трудоемкости символьного выражения тока I в контурной сети на рис. 3, полученного методом САР. На первом этапе схема контурной сети делится, как и при анализе методом независимых СМ, на две подсхемы (рис. 3). Для первой подсхемы, которая пассивна и неавтономна, необходимо найти 7 СМ (6 Z-параметров). Для второй

подсхемы (пассивна и автономна) необходимо найти 21 СМ (15 Z-параметров, 5 E-параметров) (табл. 3). Параметры обеих подсхем находятся относительно базисного (нулевого) узла.

Таблица 3. Искомые сопротивления и их СМ (всего 30) при нахождении тока I в схеме на рис. 3 методом схемно-алгебраической редукции

Первая подсхема	
$D^1 = \Delta_1(000000)$ (6)*	$Z_{22}^1 = \Delta_1(010010)/D$ (6)
$Z_{11}^1 = \Delta_1(100100)/D$ (6)	$Z_{23}^1 = Z_{32}^1 = \Delta_1(010001)/D$ (6)
$Z_{12}^1 = Z_{21}^1 = \Delta_1(100010)/D$ (6)	$Z_{33}^1 = \Delta_1(001001)/D$ (6)
$Z_{13}^1 = Z_{31}^1 = \Delta_1(100001)/D$ (6)	
Вторая подсхема	
$D^2 = \Delta_2(0000000000)$ (10)	$Z_{45}^2 = Z_{54}^2 = \Delta_2(0001000001)/D$ (10)
$Z_{11}^2 = \Delta_2(1000010000)/D$ (10)	$Z_{55}^2 = \Delta_2(0000100001)/D$ (10)
$Z_{12}^2 = Z_{21}^2 = \Delta_2(1000001000)/D$ (10)	$Z_{51}^2 = Z_{15}^2 = \Delta_2(0000110000)/D$ (10)
$Z_{13}^2 = Z_{31}^2 = \Delta_2(1000000100)/D$ (10)	$Z_{52}^2 = Z_{25}^2 = \Delta_2(0000101000)/D$ (10)
$Z_{22}^2 = \Delta_2(0100001000)/D$ (10)	$Z_{53}^2 = Z_{35}^2 = \Delta_2(0000100100)/D$ (10)
$Z_{23}^2 = Z_{32}^2 = \Delta_2(0100000100)/D$ (10)	$E_1^2 = \Delta_2(0000010000)/D$ (10)
$Z_{33}^2 = \Delta_2(0010000100)/D$ (10)	$E_2^2 = \Delta_2(0000001000)/D$ (10)
$Z_{44}^2 = \Delta_2(0001000010)/D$ (10)	$E_3^2 = \Delta_2(0000000100)/D$ (10)
$Z_{41}^2 = Z_{14}^2 = \Delta_2(0001010000)/D$ (10)	$E_4^2 = \Delta_2(0000000010)/D$ (10)
$Z_{42}^2 = Z_{24}^2 = \Delta_2(0001001000)/D$ (10)	$E_5^2 = \Delta_2(0000000001)/D$ (10)
$Z_{43}^2 = Z_{34}^2 = \Delta_2(0001000100)/D$ (10)	
Объединенная схема относительно выходных полюсов	
$\Delta^a(01)$	$\Delta(11)$

В табл. 3 символом «*» – обозначена размерность СМ, находящаяся по формуле $2n$, где n – число внешних узлов подсхемы, не считая базисного узла. СМ находятся подключением к соответствующим полюсам нораторов и нуллаторов. Например, один из схемных миноров второй подсхемы имеет вид



Схемные миноры, подобные (7) раскрываются рекурсивным образом по известным формулам выделения параметров [6]. Используя Z-схему замещения автономного многополюсника, изображенную на рис. 2 и формулы в табл. 4 для преобразования последовательно соединенных элементов, получим схему замещения контурной сети на рис. 4,а.

Таблица 4. Формулы преобразования последовательно соединенных элементов (табл. 3)

$\begin{cases} Z_{11}^3 = Z_{11}^1 + Z_{11}^2 \\ Z_{12}^3 = Z_{12}^1 + Z_{12}^2 \\ Z_{13}^3 = Z_{13}^1 + Z_{13}^2 \end{cases}$	$\begin{cases} Z_{21}^3 = Z_{21}^1 + Z_{21}^2 \\ Z_{22}^3 = Z_{22}^1 + Z_{22}^2 \\ Z_{23}^3 = Z_{23}^1 + Z_{23}^2 \end{cases}$	$\begin{cases} Z_{31}^3 = Z_{31}^1 + Z_{31}^2 \\ Z_{32}^3 = Z_{32}^1 + Z_{32}^2 \\ Z_{33}^3 = Z_{33}^1 + Z_{33}^2 \end{cases}$
--	--	--

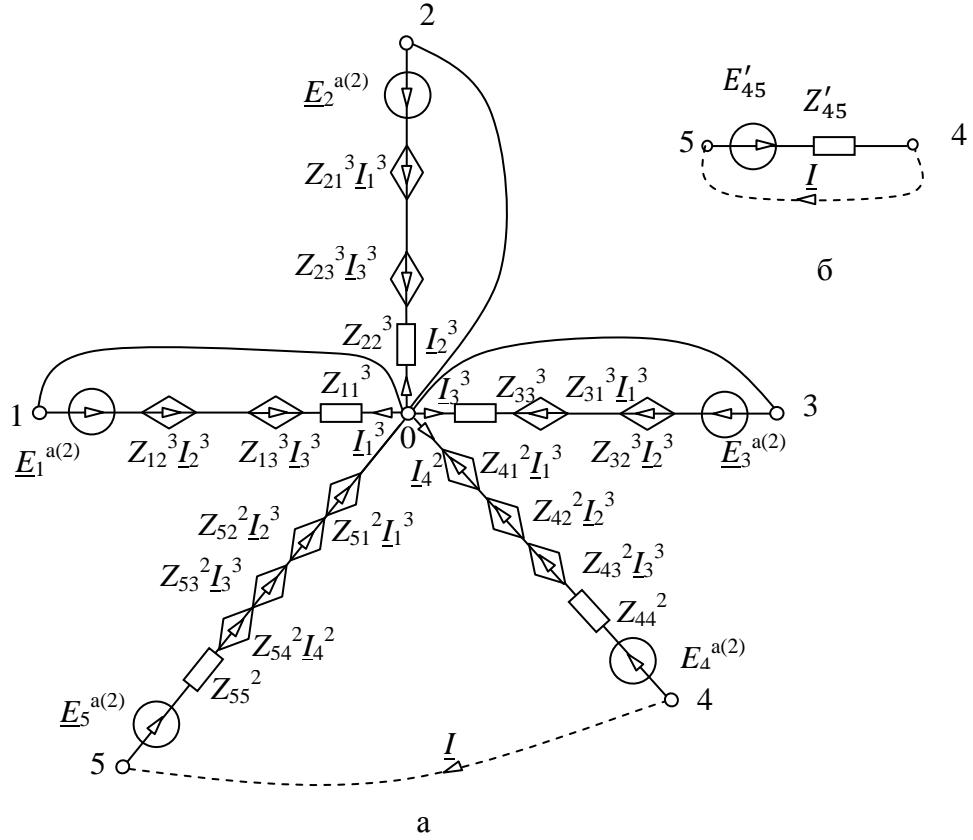


Рис. 4. Схема замещения контурной схемы (рис. 3):
на первом (а) и втором (б) этапах анализа методом САР

На втором этапе схема на рис. 4,а представляется в виде двухполюсника относительно зажимов 4 и 5 на рис. 4,б. Окончательное выражение тока I в схеме замещения на рис.4,б находится по закону Ома

$$I = \frac{E'_{45}}{Z'_{45}} = \frac{\Delta^a(01)}{\Delta(11)}, \quad (8)$$

где E'_{45}, Z'_{45} – эквивалентная ЭДС и сопротивление двухполюсника с полюсами 4 и 5 (рис. 4,а); $\Delta^a(01)$ – определитель автономной схемы – с независимыми источниками (обозначается с верхним индексом а), которая получается из схемы на рис. 4,а путем замены приемника тока нуллатором; $\Delta(11)$ – определитель неавтономной (с нулевыми параметрами независимых источников) схемы; нумерация позиций в двоичном векторе 44, то есть заземленным полюсом считается полюс 5.

Формула (8) записана с учетом сокращения знаменателя у эдс E'_{45} и сопротивления Z'_{45} . Таким образом, по методу САР для нахождения тока I в схеме на рис. 3 требуется раскрыть 30 схемных определителей. В то же время по методу независимых СМ – 27 СМ. Символьные выражения этих СМ из-за большого объема не приводятся. Приведем лишь число арифметических операций в них в строке 2 табл. 5.

Обе формулы – на основе независимых СМ и метода САР – тождественны. Однако число мультипликативных и аддитивных операций в формуле на основе независимых СМ на 20 и на 194 операции соответственно меньше, чем в формуле, полученной по методу САР.

Данное обстоятельство можно объяснить различной структурой СМ для исследуемых методов. При нахождении тока I в контурной схеме, изображенной на рис. 3, для метода независимых СМ происходит деление подсхемы по 4 узлам, включая базисный, и размерность СМ, как видно из табл. 2 равна шести. Конечное выражение для искомого тока I в данном случае получается в результате деления числителя и знаменателя, как видно из формулы (6).

В то время как для метода САР искомый ток необходимо выделить дополнительными полюсами, что увеличивает размерность СМ второй подсхемы до десяти, как видно из табл. 3. Выражение для тока I получается после составления схемы замещения, согласно рис. 2, ее упрощения и нахождения искомого тока методом наложения, с применением операций выделения управляемых источников. Все указанные факты и способствуют увеличению числа арифметических операций для метода САР в сравнении с методом независимых СМ.

Таблица 5. Число арифметических операций в формулах для тока I в контурной схеме на рис. 3

№	Тип формулы	Тип операций	
		аддитивные	мультипликативные
1	Бисекционная с подформулами на основе независимых СМ	2176	1180
2	Формула по методу САР	2196	1374
3	Бисекционная с подформулами по МДВ [1]	3983	2282
4	Единая формула по программе <i>CIRSYMD</i>	19662	10586

Следует отметить, что искомое символьное решение для тока не было получено с помощью известной математической системы Maple 11 [6] из-за очень больших затрат времени. Более 1,5 часов работы компьютера с

процессором частотой 2 ГГц не хватило, чтобы решить символьную систему 12-ти контурных уравнений для анализируемой схемы как методом исключения Гаусса, так и методом Крамера. В то же время решение получено в виде единого выражения в программе *CIRSYMD* [5], использующей бисекционные формулы вида (1) с раскрытием всех схемных миноров. Характеристики этого выражения приведены в строке 4 табл. 5 и, естественно, уступают характеристикам формулы по МДВ, содержащей подформулы (строка 3).

Выводы. 1. Число независимых схемных миноров (СМ) у подсхем приблизительно на 10% меньше числа передаточных параметров, а число полюсов у одной из подсхем в методе схемно-алгебраической редукции (САР) больше, чем в методе независимых СМ. Поэтому анализ схем с одним НИ по методу независимых СМ менее трудоемок, а число арифметических операций в отклике меньше, чем в методе САР.

2. При анализе схем с несколькими НИ менее трудоемким является метод САР, и чем больше число НИ, тем трудоемкость метода САР меньше по сравнению с методом независимых СМ. Число арифметических операций также меньше в отклике по методу САР.

Литература

1. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.– 2001.– № 8.– С. 33–42.
2. Бодряков Е. Р., Курганов С. А. Сокращение числа схемных миноров при анализе линейных электрических цепей по частям // Электрические аппараты и электротехнические комплексы и системы: Международная научно-практическая конференция (Ульяновск, 22-25 мая 2012 года). В 2 т. Т.1. – Ульяновск: УлГТУ, 2011.– С.190-192
3. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР.– 1963.– 176 с.
4. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ электронных цепей и электрических систем методом схемно-алгебраической редукции // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. КЛИН-2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– Т. 3.– С. 34–41.
5. Курганов С. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 320 с.
6. Дьяконов В.П. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании.– М.: СОЛООН-Пресс, 2006.–720 с.

Бодряков Егор Романович – студент 4-курса Энергетического факультета Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); e-mail: egor.bodryakov@yandex.ru

ФОРМИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ МНОГОПОЛЮСНИКОВ НА ОСНОВЕ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

А. В. Бондаренко, С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Рассмотрен нетрадиционный подход к формированию параметров многополюсников – на основе схемных определителей – не требующий введения и последующего исключения вспомогательных (внутренних для многополюсника) переменных. Метод позволяет получить непосредственно – без вспомогательных преобразований – параметры многополюсников в виде дробно-рациональных выражений, сгруппированных относительно степеней комплексной частоты.

Символьные или символьно-численные параметры многополюсников находятся обычно путем введения вспомогательных – внутренних для многополюсника – переменных, составления системы уравнений, включающих как внутренние, так и внешние переменные, и последующего исключения вспомогательных переменных [1, 2]. При этом для получения параметров в дробно-рациональном группированном относительно степеней оператора p виде приходится выполнять трудоемкие вспомогательные преобразования. В то же время нетрадиционный подход к формированию параметров многополюсников – на основе схемных определителей – не требует введения и исключения вспомогательных переменных. Целью работы является применение схемных определителей для формирования параметров многополюсников в виде, группированном относительно степеней оператора p – причем без использования вспомогательных преобразований.

Схемно-алгебраические формулы (САФ) для y -параметров многополюсников. Матричное уравнение для автономного многополюсника на рис. 1,а имеет вид [2]

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}} + \underline{\mathbf{J}}, \quad (1)$$

где $\underline{\mathbf{I}}$ – вектор токов полюсов размерностью n ; $\underline{\mathbf{Y}}$ – матрица параметров размерностью $n \times n$; $\underline{\mathbf{U}}$ – вектор напряжений полюсов относительно базисного узла, который взят для общего случая за пределами многополюсника; $\underline{\mathbf{J}}$ – вектор токов эквивалентных источников многополюсника.

Передаточные и входные проводимости автономного многополюсника находятся после преобразования его в неавтономный многополюсник путем присваивания параметрам независимых источников нулевых значений. Передаточная проводимость от i -й ветви к ветви k находится из схемы на рис. 1,б по формуле [2]

$$Y_{ki} = I_k / \underline{E}_i, \text{ при } \underline{U}_s = 0, s \neq i, \quad (2)$$

где I_k – ток k -ой ветви; \underline{E}_i – тестовая ЭДС, включенная в ветвь i ; \underline{U}_s – напряжение некоторого узла s относительно базисного; s принимает любые значения из чисел $1, 2 \dots n$, кроме i .



Рис. 1. Автономный – обозначен буквой А – многополюсник (а) и расчетная схема для параметра Y_{ki} на основе неавтономного многополюсника (б)

Схемно-алгебраическое выражение передаточной проводимости Y_{ki} формируется на основании формулы (2), как и произвольная схемная функция электрической цепи [3], в виде дроби, в числите которой находится определитель производной схемы, полученной из рис. 1,б заменой источника ЭДС норатором противоположного направления, а приемника тока – нуллатором соответствующего направления. Знаменателем этой дроби является определитель другой производной схемы на рис. 1,б, в которой нейтрализованы источник ЭДС и приемник тока – их параметрам присвоены нулевые значения. Полученная схемно-алгебраическая формула имеет вид

$$Y_{ki} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \right|, \quad (2)$$

где $| \cdot |$ – определитель соответствующей схемы, укрупненной и затемненной одиночной (двойной) стрелкой обозначен направленный нуллатор (норатор).

В частном случае, когда источник воздействия и отклик находятся в одной ветви, например, при $i = k$ передаточная проводимость преобразуется во входную проводимость многополюсника

$$Y_{kk} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \right| . \quad (3)$$

В (3) ветвь k оказалась разомкнутой, так как удалено последовательное встречное соединение норатора и нуллатора.

Токи вектора \underline{J} из формулы (1) находятся как токи короткого замыкания полюсов. Схемно-алгебраические выражения для этих токов представляются, как и формулы для передаточных и входных проводимостей, в виде дробей. Числитель этих дробей записывается с помощью понятия определителя автономной схемы [4]. Так, для нахождения числителя тока J_k к полюсу с номером k подключается нуллатор, а все остальные полюсы замыкаются накоротко. Знаменатель находится как определитель соответствующего неавтономного многополюсника с короткозамкнутыми полюсами и совпадает со знаменателем передаточной и входной проводимости (2) и (3). С учетом изложенного ток эквивалентного источника для k -го полюса записывается следующим образом:

$$J_k = \left| \begin{array}{c} \text{A} \\ \hline \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \\ & & \downarrow & & \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{A} \\ \hline \circ & \circ & \circ & \circ & \circ \end{array} \right|. \quad (4)$$

Алгебраическим условием существования y -параметров является отличие от нуля знаменателя формул (2)–(4). Соответствующие топологические условия рассмотрены в [4].

Символьные выражения параметров находятся путем рекурсивного применения к САФ (2)–(4) формул выделения параметров [3]. Для получения параметров вдробь-рациональном виде следует применять алгоритм первоочередного выделения реактивных элементов [5] или схемное разложение по реактивным элементам [4]. Для получения символьного выражения требуется использовать формулы выделения независимых источников эдс и тока [4].

Для z -параметров САФ получаются аналогично y -параметрам [4].

Схемно-алгебраические формулы для гибридных параметров линейного многополюсника. Символьные выражения гибридных параметров находятся по схемно-алгебраическим формулам, аналогичным САФ для однородных параметров. Отличие состоит в наличии у исследуемого многополюсника сторон с различными управляемыми переменными – как с напряжениями, так и с токами. При этом появляется необходимость нахождения безразмерных параметров – коэффициентов передачи напряжения и тока.

Так, на рис.2,а представлен многополюсник, полюсы $1, \dots, n$ которого с управляемыми токами, а полюсы $n+1, \dots, n+k$ с управляемыми напряжениями. Коэффициент передачи тока от j -й к $(n + q)$ -й ветви (рис. 2,а) находится по схеме на рис. 2,б, где неавтономный многополюсник получен из автономного многополюсника путем нейтрализации всех независимых источников. Ток j -й ветви задается

источником тока J_j , при этом все стороны с управляющими напряжениями (токами) замкнуты (разомкнуты). Тогда искомый коэффициент передачи тока находится по формуле

$$B_{n+q,j} = i_{n+q} / J_j,$$

при $i_s = 0; s=1, 2, \dots, n; s \neq j; u_l = 0; l = n+1, n+2, \dots, n+k$.

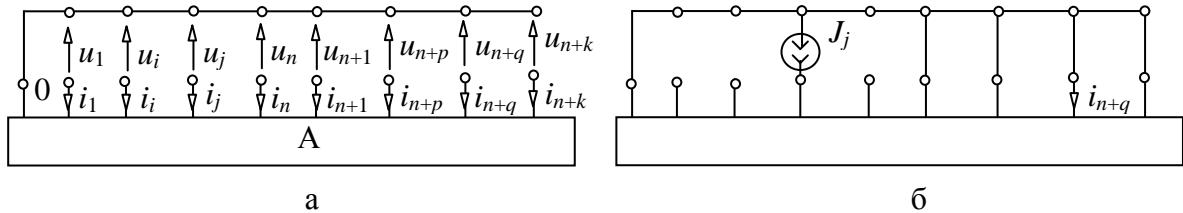


Рис. 2. Многополюсник (а) и схема для определения коэффициента передачи тока $B_{n+q,j}$ (б)

Схемно-алгебраическая формула для коэффициента $B_{n+q,k}$ формируется по схеме на рис. 2,б в виде дроби так же, как и произвольная схемная функция электрической цепи [3]. В числителе этой дроби находится определитель схемы, полученной из схемы на рис. 2,б заменой источника тока норатором противоположного направления, а приемника тока – нуллатором соответствующего направления. Знаменателем дроби является определитель другой производной схемы, полученной из схемы на рис. 2,б путем нейтрализации источника тока J_j и приемника тока i_{n+q} . Сформированная таким образом схемно-алгебраическая формула для коэффициента передачи тока имеет вид

$$B_{n+q,j} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit from Fig. 2(b) with } J_j \text{ replaced by a norator and } i_{n+q} \text{ by a nullator.} \\ \text{The diagram shows a horizontal bus with nodes at the top and bottom. A vertical line connects node } u_j \text{ to the top bus. A norator symbol is placed between nodes } u_{n+q} \text{ and } u_{n+k}. \\ \text{Diagram of the circuit from Fig. 2(b) with } J_j \text{ removed and } i_{n+q} \text{ removed.} \\ \text{This diagram is identical to the one above it.} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit from Fig. 2(b) with } J_j \text{ removed and } i_{n+q} \text{ removed.} \\ \text{This diagram is identical to the one above it.} \end{array} \right|}. \quad (5)$$

Схемно-алгебраические формулы для передаточных сопротивлений и проводимостей, коэффициента передачи напряжения находятся аналогично и имеют вид соответственно

$$Z_{i,j} = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of the circuit from Fig. 2(b) with } J_j \text{ removed and } i_{n+q} \text{ removed.} \\ \text{This diagram is identical to the one above it.} \end{array} \right| / D; \quad (6)$$

$$Y_{n+p, n+q} = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a two-terminal network with } n+p \text{ inputs and } n+q \text{ outputs. The top row has } n+p \text{ nodes connected horizontally. The bottom row has } n+q \text{ nodes connected horizontally. Vertical lines connect corresponding nodes between the two rows. Two arrows point downwards from the top row to the bottom row. A horizontal bar is at the bottom.} \end{array} \right| D; \quad (7)$$

$$K_{i, n+q} = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a two-terminal network with } i \text{ inputs and } n+q \text{ outputs. The top row has } i \text{ nodes connected horizontally. The bottom row has } n+q \text{ nodes connected horizontally. Vertical lines connect corresponding nodes between the two rows. Two arrows point upwards from the top row to the bottom row. A horizontal bar is at the bottom.} \end{array} \right| D, \quad (8)$$

где D – знаменатель, который у всех параметров многополюсника одинаков, а его схемно-алгебраическая формула приведена в (5). В формулах (6)–(7) стороны многополюсника, предназначенные для подачи воздействия и съема отклика, могут совпадать, тогда передаточная функция трансформируется во входное сопротивление или входную проводимость.

Символьные выражения для эквивалентных источников эдс и тока находятся, как и для однородных параметров, с помощью понятия определителя автономного многополюсника [4]. В знаменателе такого выражения находится тот же определитель D , что и в формулах (5)–(8) для остальных параметров многополюсника. Так, формулы для эквивалентного источника эдс стороны j , 0 и параметра источника тока стороны $(n + q)$, 0 имеют вид соответственно

$$e_j = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a two-terminal network with } j \text{ inputs and } 2 \text{ outputs. The top row has } j \text{ nodes connected horizontally. The bottom row has } 2 \text{ nodes connected horizontally. Vertical lines connect corresponding nodes between the two rows. One arrow points upwards from the top row to the bottom row. A horizontal bar is at the bottom.} \end{array} \right| D, \quad (9)$$

$$j_{n+q} = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram of a two-terminal network with } 2 \text{ inputs and } n+q \text{ outputs. The top row has } 2 \text{ nodes connected horizontally. The bottom row has } n+q \text{ nodes connected horizontally. Vertical lines connect corresponding nodes between the two rows. One arrow points downwards from the top row to the bottom row. A horizontal bar is at the bottom.} \end{array} \right| D. \quad (10)$$

Символьные выражения для искомых передаточных и входных функций находятся путем выделения в схемах числителей и знаменателей формул (5)–(8) всех сопротивлений, проводимостей, управляемых источников и нуллов [2]. Выражения для параметров эквивалентных источников эдс и тока находятся таким же образом по формулам (9)–(10), отличие состоит в использовании формул выделения источников эдс и тока [4].

Пример формирования у-параметров активной схемы. Исходная схема дана на рис. 3 [1], где подчеркиванием обозначены операторные

выражения переменных. Требуется найти у-параметры многополюсника со сторонами 1–1' и 2–2'.

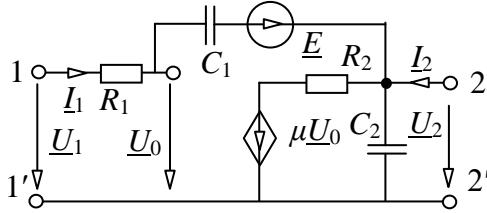


Рис. 3. Исходная схема автономного многополюсника

Для решения задачи будем использовать САФ (2)–(4). Запишем САФ для знаменателя этих формул путем замыкания обеих сторон многополюсника и сформируем символьное выражение:

$$D = \left| \begin{array}{c} R_1 \\ U_0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} pC_1 \\ \mu U_0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} R_2 \\ pC_2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} pC_1 \\ R_1 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} R_2 \\ pC_2 \end{array} \right| = pC_1 R_1 R_2 + R_2. \quad (11)$$

При получении формулы (11) удалена проводимость конденсатора C_2 , замкнутая в петлю, нейтрализован – заменен идеальным проводником – источник напряжения, управляемый напряжением, поскольку при его выделении образуется вырожденный контур из норатора. В полученной схеме выделена в первую очередь – для получения выражения, группированного относительно оператора p – проводимость конденсатора C_1 . Затем используется элементарные операции нахождения определителя схемы, разделенной по одному узлу, и определителя контура из сопротивления.

Числители параметров Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} и Y_{22} находятся аналогично, соответственно:

$$N_{Y11} = \left| \begin{array}{c} R_1 \\ U_0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} pC_1 \\ \mu U_0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} R_2 \\ pC_2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} pC_1 \\ R_2 \end{array} \right| = pC_1 R_2; \quad (12)$$

$$N_{Y12} = \left| \begin{array}{c} R_1 \\ U_0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} pC_1 \\ \mu U_0 \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} R_2 \\ pC_2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} pC_1 \\ R_2 \end{array} \right| = -pC_1 R_2; \quad (13)$$

$$N_{Y21} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, pC_1, \mu U_0, pC_2 \end{array} \right| = -pC_1 R_2 + \mu; \quad (14)$$

$$N_{Y22} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, pC_1, \mu U_0, pC_2 \end{array} \right| = p^2 C_1 C_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, R_2, \mu U_0 \end{array} \right| +$$

$$+ p \left\{ C_1 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, pC_1, R_2, \mu U_0 \end{array} \right| + C_2 \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, pC_1, R_2, \mu U_0 \end{array} \right| \right\} +$$

$$+ \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, R_2, \mu U_0 \end{array} \right| = p^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + p[C_1(R_1\mu + R_1 + R_2) + C_2 R_2] + 1. \quad (15)$$

В последней формуле используется последовательное разложение схемного определителя по степеням оператора p . Коэффициенты перед второй, первой и нулевой степенью оператора p получены путем выделения обоих конденсаторов, одного конденсатора и нейтрализацией обоих конденсаторов соответственно.

Числители токов одноименных источников находятся по формуле (3) для первой и второй стороны многополюсника соответственно:

$$N_{J1} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, pC_1, \mu U_0, pC_2, E \end{array} \right| = pC_1 E R_2; \quad (16)$$

$$N_{J2} = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ R_1, U_0, pC_1, \mu U_0, pC_2, E \end{array} \right| = pC_1 E (-\mu R_1 - R_2). \quad (17)$$

Таким образом, искомые символьные уравнения автономного многополюсника на рис. 3 имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} &= \frac{1}{pC_1R_1R_2 + R_2} \begin{vmatrix} pC_1R_2 & -pC_1R_2 \\ -pC_1R_2 + \mu & p^2C_1C_2R_1R_2 + p[C_1(R_1(\mu+1) + \\ & + R_2) + C_2R_2] + 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{vmatrix} + \\ & + \frac{1}{pC_1R_1R_2 + R_2} \begin{vmatrix} pC_1E R_2 \\ -pC_1E(\mu R_1 + R_2) \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (18)$$

При подстановке в (18) численных значений параметров элементов получаются уравнения, которые совпадают с соответствующими уравнениями в [1].

Вывод. Метод схемных определителей позволяет сформировать параметры многополюсника без введения вспомогательных переменных, причем непосредственно – без дополнительных алгебраических преобразований – в виде выражений, сгруппированных относительно степеней комплексной частоты.

Литература

1. Бондаренко А.В., Бондаренко В.В., Можар В.И., Сончик Л.И. Современные методы анализа и синтеза электрических цепей: учеб. пособие. – СПб.: СПб ГАСУ, 2008.– 216 с.
2. Сигорский В.П. Анализ электронных схем.– Киев: Гос. изд-во техн. лит. УССР.– 1963.– 176 с.
3. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
4. Курганов С. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – 320 с.
5. Курганов Д. С., Филаретов В. В. Алгоритм и программа формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей// Синтез, анализ, диагностика: Межд. сб. научн. труд. САД-2008.– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– С.152–165.

Бондаренко Анатолий Васильевич – д.т.н, профессор, действительный член Академии Электротехнических Наук, заведующий кафедрой автоматики и электротехники Санкт-Петербургского архитектурно-строительного университета.

МАТРИЧНЫЙ АНАЛИЗ

О ВЫЧИСЛЕНИИ МЕРЫ ОБУСЛОВЛЕННОСТИ МАТРИЦЫ

Р. В. Дмитришин

Исследованы различные варианты вычисления меры обусловленности матрицы Гильберта. На основе многовариантного подхода, основанного на вычислении определителя матрицы при изменении элементов матрицы по закону Монте-Карло получена новая, более точная, формула оценки обусловленности произвольной неособенной матрицы.

Введение. В численных методах [1], обусловленность характеризует точность решения задачи. При оценке точности решении системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) мера обусловленности неособенной матрицы \mathbf{A} ($v(\mathbf{A})$) играет ведущую роль. Известные формулы оценки $v(\mathbf{A})$ основаны на вычислении произведения норм прямой и обратной матриц либо в виде отношения собственных значений.

$$v(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\| = |\lambda_{\max}| / |\lambda_{\min}| \quad (1)$$

Если число обусловленности $v(\mathbf{A})$ мало, то матрица называется хорошо обусловленной. Если же число обусловленности велико, то матрица называется плохо обусловленной. Таким образом, чем меньше $v(\mathbf{A})$ тем «лучше», то есть тем меньше будут погрешности решения. Другим толкованием $v(\mathbf{A})$ является то, что матрица \mathbf{A} в СЛАУ является как бы «усилителем» погрешности вектора решения при наличии погрешности вектора правой части матричного уравнения.

Формула (1) принадлежит к классическим выражениям, приведенных в учебниках и научной литературе. Казалось бы, что тут ещё можно добавить или подправить? Оказывается – можно, что и является целью данной работы.

Стимулирующим фактором для изучения математической сути обусловленности является курьёзный вопрос о неоднозначности вычисления обусловленности, поскольку в алгебре существуют несколько формул для вычисления нормы матрицы, используемые в (1). Покажем две наиболее популярные: по максимальной колонке согласно суммы модулей

$\|A_L\|$ и по корню квадратному из суммы квадратов элементов матрицы A (норма Фробениуса) $\|A_F\|$.

$$\|A\|_L = \max_i \left(\sum_{j=1}^n |a_{ij}| \right) \quad \|A\|_F = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n a_{ij}^2} \quad (1a)$$

Для оценки различия обусловленности подсчитаем их значения на примере матриц Гильберта порядков 5, 8, 12, 50 и 100. Напомним, что элементы этой матрицы имеют значения $h_{ij} = 1/(i+j-1)$. Вычисления выполним на основе трёх критериев: отношение собственных значений, использование нормы Фробениуса (condF) и нормы выше приведенной нормы $\|A\|_L$ (condL) с помощью программы MAPLE V R4. Три звёздочки обозначают слишком большое время вычисления (больше 10 часов)

Таблица 1. Разные значения $v(A)$ матриц Гильберта

H	порядок	$\frac{ \lambda_{\max} }{ \lambda_{\min} }$	condF	condL
$H_{5\times 5}$	$\times 10^4$	47.661..	48.085..	94.366..
$H_{8\times 8}$	$\times 10^8$	152.58..	154.94..	338.73..
$H_{12\times 12}$	$\times 10^{16}$	1.7132..	1.7518..	4.1155..
$H_{50\times 50}$	$\times 10^{71}$	1422.9..	1500.9..	4330.3..
$H_{100\times 100}$	$\times 10^{148}$	* * *	405.37..	1267.2..

Анализ данных в таблице показывает, что вычисление $v(H)$ согласно критерию отношения собственных значений и при использовании нормы Фробениуса отличаются несущественно. С другой стороны, соответствующие значения $v(H)$ в колонке condL отличаются уже в первом знаке мантиссы. Естественно возникает вопрос об адекватности ответа. Другими словами, какое из этих значений ближе к достоверному. Попытка найти ответ с помощью активного поиска в паутине Интернета не увенчалась успехом. Поэтому попытаемся решить указанную проблему.

Многовариантный подход. В первую очередь преобразуем огромные числа из табл. 1 в более доступные и понятные человеку величины. Для этого используем известное соотношение [2]

$$L = \lg v(A), \quad (2)$$

для количества потеряных (ошибочных) десятичных младших разрядов мантиссы при вычислении определителя матрицы \mathbf{A} . Данное количество означает, что при вычислении определителя необходимо использовать десятичную мантиссу с длиной, большей, чем L .

Если обозначить исходное количество верных разрядов мантиссы коэффициентов матрицы через md , то можно просто вычислить количество правильных (добротных) старших разрядов мантиссы, которое обозначим символом Q

$$Q = md - L, \quad (3)$$

Естественно, что md должно быть больше L .

Принципиальным вопросом альтернативного решения является поиск метода – арбитра, который позволит определить истинное (достоверное) значение $v(\mathbf{A})$. Нетрудно догадаться, что такой метод должен опираться на многовариантные вычисления величины определителя $\det \mathbf{A}$ при вариации элементов матрицы \mathbf{A} . Чем больше разброс значений $\det \mathbf{A}$ при одинаковых приращениях элементов матрицы \mathbf{A} , тем данная матрица «хуже», т.е. имеет большее значение обусловленности $v(\mathbf{A})$ и, согласно (2), при вычислении $\det \mathbf{A}$ имеет большее количество ошибочных разрядов (L) и, соответственно, меньшее значение добротности (Q). Сказанное проиллюстрируем на рис.1. Показано, что некоторая матрица $\mathbf{A}1$ с элементами $a_{11}..a_{nn}$ более чувствительна к изменению её элементов по сравнению с матрицей $\mathbf{A}2$ с элементами $b_{11}..b_{nn}$.

Для реализации многовариантного анализа используем основы теории вероятности [3]. При многократном вычислении определителя получаем кривую Гаусса распределения плотности вероятности. Значение функции

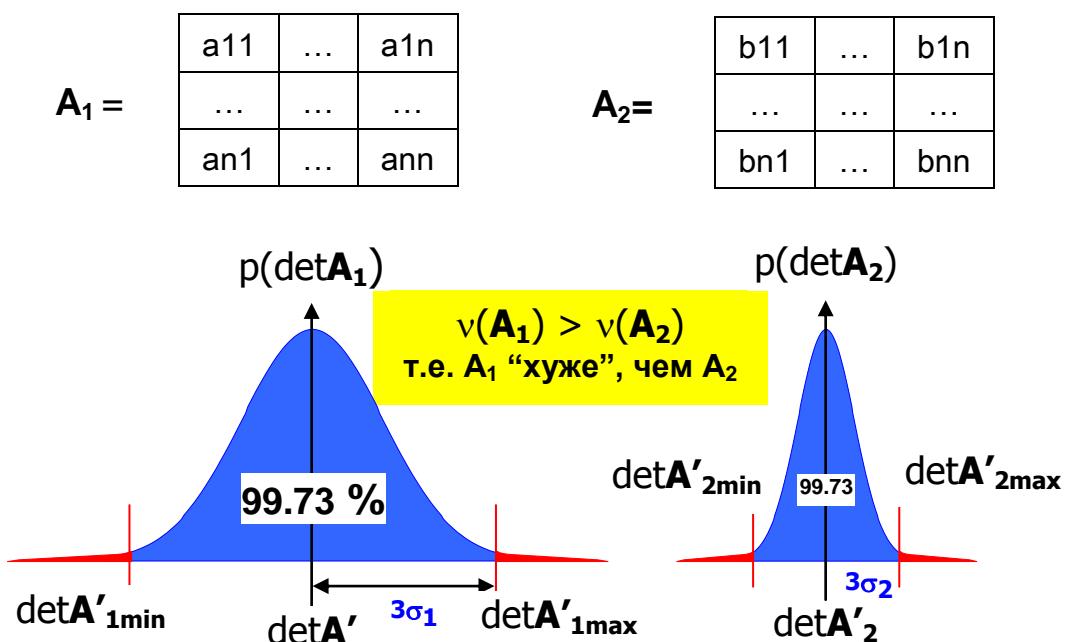


Рис. 1. Плотность вероятности $p(\det \mathbf{A})$ функции $\det \mathbf{A}$

$\det \mathbf{A}$ соответствует математическому ожиданию функции ($\det \mathbf{A}1'$ и $\det \mathbf{A}2'$), а разброс значений $\det \mathbf{A}$ определяется с помощью вычисления дисперсии на уровне 3σ . Как показано в [4], добротность $\det \mathbf{A}$ вычисляется по формуле

$$Q = \lg \frac{|\det \mathbf{A}'|}{3\sigma} \quad (4)$$

Теперь на основе (1) и (2) просто вычисляется искомая величина обусловленности матрицы

$$v(\mathbf{A}) = \text{condS} = 10^{\text{md-Q}} \quad (5)$$

С помощью (5) для матриц Гильберта вычислим искомое «эталонное» значение $v(\mathbf{H})$. Данные вычислений по методу Монте-Карло при 1 000 000 вариантах матриц \mathbf{H} поместим в табл. 2 в колонке condS .

Однако вычисление по методу Монте-Карло является слишком сложным и годится только для матриц небольшого ранга. Данные для колонки condS вычислялись в программе DELPHI на разрядности *extended* (около 22 знака). При этом параметр *md* принимался равным 15. Связано это с необходимостью исключения влияния ошибок округления. Заметим, что для примера определителя матрицы Гильберта максимальный ранг составляет 12. Дело в том, что вычисление определителей таких матриц большего ранга требует специальной многоразрядной арифметики, а в этом случае вычисление миллиона определителей требует огромного времени процессора. Поэтому возникает проблема получения аналитического выражения для определения $v(\mathbf{A})$ без использования метода Монте-Карло.

Аналитическое решение. Вывод формулы вычисления обусловленности матрицы основан на приращении функции многих переменных y .

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m). \quad (6)$$

Для упрощения принимаем, что переменные x_1, x_2, \dots, x_m независимы, а стандартные отклонения этих переменных $\sigma_{x1}, \sigma_{x2}, \dots, \sigma_{xm}$ одинаковы. После разложения функции многих переменных в ряд Тейлора и пренебрежения малыми слагаемыми получается формула стандартного отклонения функции y

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot x_i \cdot \delta_{x_i} \right)^2} \quad (7)$$

Запишем теперь формулу взаимосвязи между абсолютными и относительными переменными в виде $\sigma_{xi} = x_i \cdot \delta_{xi}$, $i=1..n.$, где δ_{xi} есть относительное стандартное отклонение переменной x_i . С учётом этого (7) перепишем в виде

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot x_i \cdot \delta_{x_i} \right)^2} \quad (8)$$

Примем, что $\delta_{x1} = \delta_{x2} = \dots = \delta_x$, тогда

$$\sigma_y = \delta_x \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \cdot x_i \right)^2} \quad (9)$$

Перепишем (9) для случая функции в виде детерминанта неособенной матрицы \mathbf{A} от переменных в виде её коэффициентов a_{ij} .

$$\sigma_{\det \mathbf{A}} = \delta_a \cdot \sqrt{\sum_{i,j=1}^n \left(\frac{\partial(\det \mathbf{A})}{\partial a_{ij}} \cdot a_{ij} \right)^2} \quad (10)$$

Для упрощения принимаем, что функция $\det \mathbf{A}$ задана в виде разложения Лейбница, т.е. без применения операции деления. Из алгебры известно, что $\frac{\partial(\det \mathbf{A})}{\partial a_{ij}} = M_{ij}$, где M_{ij} – минор матрицы \mathbf{A} . Тогда

$$\sigma_{\det \mathbf{A}} = \delta_a \cdot \sqrt{\sum_{i,j=1}^n (M_{ij} \cdot a_{ij})^2} = \delta_a \cdot \sqrt{\sum_{i,j=1}^n d_{ij}^2} = \delta_a \cdot \|D\|_F \quad (11)$$

Произведение в скобках представлено в виде составляющих некоторой квадратной матрицы \mathbf{D} с элементами $M_{11} \cdot a_{11}, M_{12} \cdot a_{12}, \dots, M_{nn} \cdot a_{nn}$,

т.е. $d_{ij} = M_{ij} \cdot a_{ij}$. Далее выражение под корнем заменим на норму Фробениуса $\|D\|_F$ согласно (1а). Заметим, что матрицу миноров можно получить с помощью транспонированной обратной матрицы по формуле

$$\mathbf{M} = (\mathbf{A}^{-1})^T \cdot \det \mathbf{A}$$

Окончательно, после несложных формульных преобразований на основе (2), (3) и (4) получаем искомое аналитическое выражение для вычисления числа обусловленности матрицы \mathbf{A}

$$\nu(\mathbf{A}) = \text{condT} = \frac{\|D\|_F}{|\det \mathbf{A}|} \quad (12)$$

Данные по вычислению $\nu(\mathbf{H})$ по новой формуле приведены в таб. 2 в колонке condT. Для удобства сравнения чисел первые четыре колонки заимствованы из табл. 1. Колонка L обозначает количество утраченных разрядов, посчитанное по формуле (2) при использовании данных condT. Две звёздочки обозначают нехватку разрядов мантиссы, а три, как в табл. 1, указывают на слишком большое время вычисления.

Таблица. 2. Сравнение $\nu(\mathbf{H})$ для матриц Гильберта с учётом многовариантного анализа (condS)

\mathbf{H}	порядок	$ \lambda_{\max} / \lambda_{\min} $ MAPLE	condL MAPLE	condT MAPLE	condS DELPHI	L
$\mathbf{H}_{5 \times 5}$	$\times 10^4$	47.661..	94.366..	4.6781..	4.6809..	4.67
$\mathbf{H}_{8 \times 8}$	$\times 10^8$	152.58..	338.73..	8.3703..	8.3726..	8.923..
$\mathbf{H}_{12 \times 12}$	$\times 10^{14}$	171.32..	411.55..	5.6787..	5.8304..	14.754
$\mathbf{H}_{50 \times 50}$	$\times 10^{71}$	1422.9..	4330.3..	9.7697..	**	71.99
$\mathbf{H}_{100 \times 100}$	$\times 10^{148}$	***	1267.2..	1.2283..	**	148.09

Сравнение колонок condT и condS убеждает нас в адекватности новой формулы вычисления обусловленности. Отметим, что новые данные обусловленности существенно меньше по сравнению с классическими. Это обозначает, что новая формула показывает более оптимистические результаты, т.е. более короткие мантиссы, требуемые для вычисления.

Классические данные, разумеется, верные, поскольку указывает требуемое количество разрядов «с запасом».

В заключение проверим эффективность новой формулы на простых матрицах **A1** и **A2**, коэффициенты которых выбраны «с потолка». Как видим из табл. 3, данные по вычислениям матрицы **A1** отличаются несущественно. Здесь обусловленность, вычисленная по новой формуле (**condT**) несущественно отличается от классических вычислений на основе отношения собственных значений и по норме Фробениуса (**condF**).

$$\mathbf{A1} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline 7 & 5 & 4 \\ \hline 9 & 8 & 6 \\ \hline \end{array} \quad \mathbf{A2} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 2 & 1 \\ \hline 7 & 5 \cdot 10^5 & 4 \\ \hline 9 & 8 & 6 \\ \hline \end{array}$$

Таблица 3. Обусловленность матриц A1 и A2

матрица	\det	$ \lambda_{\max} / \lambda_{\min} $ (MAPLE)	condF (MAPLE)	condT (MAPLE)	condS (DELPHI)
A1	19	14.326..	31.602..	11.325..	11.346..
A2	$4.49995 \cdot 10^6$	$4.363 \cdot 10^5$	$6.261 \cdot 10^5$	3.317..	3.279..

В то же время матрица **A2** оказалась математическим сюрпризом – обусловленности классические отличаются от новых почти на 5 порядков ! Кому верить. Ясно, что колонке **condS**. Попробуем визуально оценить точность вычислений определителя, используя раскрытие по Лейбницу:

$$\det A2 = 3 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 6 - 1 \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 9 + 2 \cdot 4 \cdot 9 - 3 \cdot 4 \cdot 8 + 1 \cdot 7 \cdot 8 - 2 \cdot 7 \cdot 6 = \\ 90 \cdot 10^5 - 45 \cdot 10^5 + 72 - 96 + 56 - 84 = 45 \cdot 10^5.$$

Таким образом, для вычисления умеренно точного значения определителя достаточно двух знаков мантиссы, а третий знак – скрытый, для округления (порядок при точности не имеет значения), поскольку все слагаемые, начиная с четвёртого наш калькулятор, имеющий два десятичных разряда, просто «не увидит». Получаем ответ $45 \cdot 10^5$ вместо точного $44.9995 \cdot 10^5$.

Такой же результат ($45 \cdot 10^5$) получается при вычислении определителя по методу редукции Гаусса при использовании калькулятора с двумя знаками мантиссы

$$a_{11}=3, \quad a_{221}=5 \cdot 10^5, \quad a_{332}=3.$$
$$\det A_2 = a_{11} \cdot a_{221} \cdot a_{332} = 45 \cdot 10^5.$$

Ясно, что требуемый по классическим оценкам обусловленности калькулятор с 5-ю или 6-ю разрядами мантиссы тоже получит правильный ответ, по принципу «маслом каши не испортишь».

Выводы. Новая формула (12) для вычисления обусловленности матрицы носит вероятностный характер и может применяться для уточнения значения обусловленности, вычисленной классическими формулами. По количеству операций новая формула проще по сравнению с формулой, основанной на использовании собственных значений матрицы и несущественно сложнее классической на основе использования норм матриц, поскольку дополнительно требует значение определителя.

Литература

1. Бахвалов Н., Численные методы.– М.: Наука, 1975.– 632 с.
2. James Kesling J. The Condition Number for a Matrix,
www.math.ufl.edu/~kees/ConditionNumber.pdf
3. Дорожовец М., Обработка результатов измерений: учебное пособие.
– Львов: Изд. Национального ун-та «Львовская политехника», 2007.– 621с.
(на укр. языке).
4. Дмитришин Р., О точности вычисления определителя матрицы Гильберта // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова.– Ульяновск: УлГТУ, 2011.– Вып. 9.– С. 133–153.

Дмитришин Роман Васильевич (Roman Dmytryshyn) – Prof., dr. hab., Rzeszow University of Technology, Department of Electrical and Computer Engineering, 2 W.Pola str., 35-959 Rzeszow, Poland, rdmytr@prz.rzeszow.pl, tel.+48 17 8544120, .+48 505 387 111.

ГЕНЕРАЦИЯ КОМПАКТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ МАТРИЧНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

В. В. Филаретов

Матричный определитель и транскондуктивная схема.

Символьное раскрытие определителей представляет собой не просто сложную, но и невыполнимую задачу для матриц высокого порядка [1, 2]. Такие матрицы приходится разбивать на блоки (подматрицы), анализировать каждый блок в отдельности, а затем объединять для получения общего решения. Такое диакоптическое решение облегчается, когда матрица имеет блочно диагональный вид или приводится к такому виду в результате перестановки строк и столбцов [3].

В практических важных случаях исходной моделью для получения матрицы является схема или структура. На физическом изображении, в отличие от неупорядоченной матрицы, видно, как лучше представить схему в виде объединения подсхем примерно одинаковой сложности и с минимумом общих узлов и соединений.

Если неизвестно, какой схеме соответствует матрица, то эту матрицу можно представить транскондуктивной схемой, содержащей источники тока, управляемые напряжением, и проводимости [4]. При этом каждой строке и столбцу матрицы соответствует узел схемы. На транскондуктивной схеме имеется дополнительный – базисный – узел, который отсутствует на определенной матрице, но имеется на неопределенной (вырожденной) матрице. Со схемным отображением можно поступать как с обычной схемой: делить его на части, анализировать каждую подсхему в отдельности, а затем объединять результаты.

Полная матрица 9-го порядка. Диакоптический подход дает эффект и в случае полностью заполненных (полных) матриц, когда деление соответствующей схемы на подсхемы невозможно. При этом несколько уменьшить затраты позволяет использование «правила вырожденности», когда объединение подматриц-блоков выполняется таким образом, чтобы на каждом этапе объединения получались, по возможности, вырожденная подматрица. Это возможно, например, при построчном или постолбцовом объединении блоков.

Транскондуктивную схему полной матрицы можно поделить на части единственным образом – по всем узлам, включая базисный узел. Образованные подсхемы будут соответствовать строкам или совокупностям строк исходной матрицы. Такое деление не может считаться оптимальным и привести к компактно свернутым выражениям [5] вследствие того, что число общих узлов подсхем будет сопоставимым с числом содержащихся в них элементов.

Таким образом, из трех правил оптимального синтеза формул [6] можно будет реализовать только два: правило максимального участия символа и правило кратности. В то же время правило половинного деления возможно и необходимо применять на отдельных этапах свертки, при образовании разреженных производных схем.

В качестве примера рассмотрим плохо обусловленную полную матрицу 9-го порядка [7], представленную в табл. 1.

Таблица 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	478	1530	543	210	377	777	100	123	300
2	-1197	-1850	999	-640	875	233	-150	111	543
3	-4657	-9205	2368	-3066	2269	-1721	-567	-800	-2727
4	-9130	-17587	2823	-4039	2367	-2343	-251	798	-4164
5	-9332	-18596	3279	-4890	3366	-2274	-2033	463	-4432
6	-10581	-21309	3735	-5740	3863	-3030	-988	395	5090
7	-12110	-24186	4191	-6590	4361	-3575	-1899	-185;	-6144
8	-14418	-28622	4647	-7440	4859	-4119	-2150	16	-7197
9	-16270	-32267	5103	-8290	5357	-4663	-2400	3	8129

Формула символьного определителя для этой матрицы содержит 4617649 символов, а ее получение требует нескольких минут даже на самом производительном персональном компьютере. Вместе с тем эта формула обеспечивает (на 18-разрядном целочисленном интерпретаторе) получение точного значения определителя, равного 1. Следует обратить внимание на то, что численное раскрытие определителя табл. 1 требует более 38 десятичных разрядов [7].

Блоchное представление полных матриц. Вычислительные затраты и объем результирующих выражений определителей полных матриц можно уменьшить, выполняя то или иное блочное представление. Поделим исходную матрицу, представленную на рис. 1, на четыре матрицы второго порядка [2]. Цифрами «1», «2», «3» и «4» обозначены схемы замещения матриц второго порядка.

Нахождение миноров подсхем выполняется на основе двоичных векторов (ДВ) [3]. Как видно подсхемы 1 и 4 имеют по три внешних узла, а подсхемы 2 и 3 – по пять. В случае подсхем с тремя внешними узлами будет 6 ДВ, а в случае подсхем с пятью внешними узлами – 70. Кортежи ДВ для 1 подсхемы – 1212, для 2 и 3 подсхемы – 12341234, для 4 подсхемы – 3434.

В результате перебора множества ДВ каждой из подсхем получается, что для первой и четвертой подсхем все шесть ДВ являются ненулевыми и имеют вид 0000, 0101, 0110, 1001, 1010, 1111, а для подсхем 2 и 3 их количество уменьшается до шести элементов – 00111100, 01111101, 01111110, 10111101, 10111110, 11111111 и 11000011, 11010111, 11011011,

11100111, 11101011, 11111111 соответственно. Далее для обозначения миноров подсхем используется символ Δ с двумя цифрами: первая цифра – номер подсхемы, а вторая цифра – порядковый номер минора подсхемы.

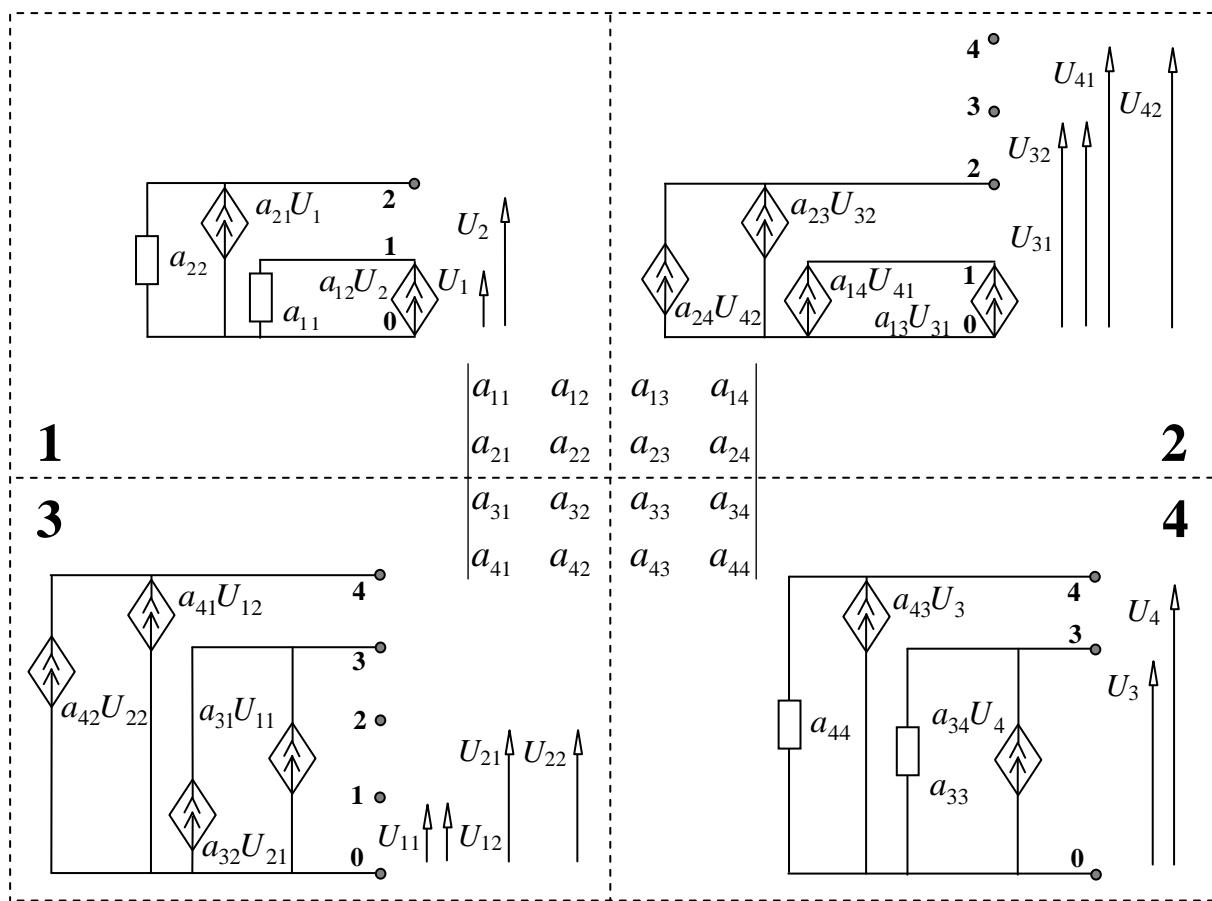


Рис. 1. Матрица четвертого порядка и ее представление в виде подсхем

Таким образом, получаем

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= G_{11}G_{22} - G_{12}G_{21}; \Delta_{12} = G_{11}; \Delta_{13} = -G_{12}; \Delta_{14} = -G_{21}; \Delta_{15} = G_{22}; \Delta_{16} = 1; \\ \Delta_{21} &= G_{13}G_{24} - G_{14}G_{23}; \Delta_{22} = G_{13}; \Delta_{23} = -G_{14}; \Delta_{24} = -G_{23}; \Delta_{25} = G_{24}; \Delta_{26} = 1; \\ \Delta_{31} &= G_{31}G_{42} - G_{32}G_{41}; \Delta_{32} = G_{31}; \Delta_{33} = -G_{32}; \Delta_{34} = -G_{41}; \Delta_{35} = G_{42}; \Delta_{36} = 1; \\ \Delta_{41} &= G_{33}G_{44} - G_{34}G_{43}; \Delta_{42} = G_{33}; \Delta_{43} = -G_{34}; \Delta_{44} = -G_{43}; \Delta_{45} = G_{44}; \Delta_{46} = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Построчное объединение подматриц. Рассмотрим два способа объединения подматриц: 1) объединение строк $(1+2)+(3+4)$; 2) объединение диагоналей $(1+4)+(2+3)$.

По первому способу сначала объединяются блоки 1 и 2, как показано в табл. 2.

Таблица 2. Объединение блоков 1 и 2 при построчном объединении.

1 \ 2	Δ_{21} 00111100	Δ_{22} 01111101	Δ_{23} 01111110	Δ_{24} 10111101	Δ_{25} 10111110	Δ_{26} 11111111
Δ_{11} 0000						Δ_{51} 00110011
Δ_{12} 0101				Δ_{52} 00110101	Δ_{53} 00110110	
Δ_{13} 0110				Δ_{54} 00111001	Δ_{55} 00111010	
Δ_{14} 1001		$-\Delta_{52}$ 00110101	$-\Delta_{53}$ 00110110			
Δ_{15} 1010		$-\Delta_{54}$ 00111001	$-\Delta_{55}$ 00111010			
Δ_{16} 1111	Δ_{56} 00111100					

Узлы 1, 2, 3 и 4 являются общими внешними узлами, следовательно, совместность ДВ достигается при условии, когда содержимое позиций рассматриваемых пар ДВ либо взаимно дополняющее, либо равняется единице, но не может быть равным нулю. Здесь и далее темным цветом отмечены нулевые схемные миноры.

После приведения подобных миноров в табл. 2 получаем выражения для подсхемы 5 (кортеж ДВ имеет вид: 12341234):

$$\begin{aligned}\Delta_{51} &= \Delta_{11}\Delta_{26}; & \Delta_{52} &= \Delta_{12}\Delta_{24} - \Delta_{14}\Delta_{22}; & \Delta_{53} &= \Delta_{12}\Delta_{25} - \Delta_{14}\Delta_{23}; \\ \Delta_{54} &= \Delta_{13}\Delta_{24} - \Delta_{15}\Delta_{22}; & \Delta_{55} &= \Delta_{13}\Delta_{25} - \Delta_{15}\Delta_{23}; & \Delta_{56} &= \Delta_{16}\Delta_{21}. \end{aligned} \quad (3)$$

Объединение блоков 3 и 4 представлено в табл. 3.

Таблица 3. Объединение блоков 3 и 4 при построчном объединении.

3 \ 4	Δ_{41} 0000	Δ_{42} 0101	Δ_{43} 0110	Δ_{44} 1001	Δ_{45} 1010	Δ_{46} 1111
Δ_{31} 11000011						Δ_{61} 11000011
Δ_{32} 11010111				Δ_{62} 11000101	Δ_{63} 11000110	
Δ_{33} 11011011				Δ_{64} 11001001	Δ_{65} 11001010	
Δ_{34} 11100111		$-\Delta_{62}$ 11000101	$-\Delta_{63}$ 11000110			
Δ_{35} 11101011		$-\Delta_{64}$ 11001001	$-\Delta_{65}$ 11001010			
Δ_{36} 11111111	Δ_{66} 11001100					

В результате объединения подсхем 5 и 6 получаем исходную схему, поэтому последовательное выражение для определителя матрицы с учетом выражений (1) имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Delta_{51} &= \Delta_{11}\Delta_{26}; & \Delta_{52} &= \Delta_{12}\Delta_{24} - \Delta_{14}\Delta_{22}; & \Delta_{53} &= \Delta_{12}\Delta_{25} - \Delta_{14}\Delta_{23}; \\
\Delta_{54} &= \Delta_{13}\Delta_{24} - \Delta_{15}\Delta_{22}; & \Delta_{55} &= \Delta_{13}\Delta_{25} - \Delta_{15}\Delta_{23}; & \Delta_{56} &= \Delta_{16}\Delta_{21}; \\
\Delta_{61} &= \Delta_{31}\Delta_{46}; & \Delta_{62} &= \Delta_{32}\Delta_{44} - \Delta_{34}\Delta_{42}; & \Delta_{63} &= \Delta_{32}\Delta_{45} - \Delta_{34}\Delta_{43}; \\
\Delta_{64} &= \Delta_{33}\Delta_{44} - \Delta_{35}\Delta_{42}; & \Delta_{65} &= \Delta_{33}\Delta_{45} - \Delta_{35}\Delta_{43}; & \Delta_{66} &= \Delta_{36}\Delta_{41}. \\
\Delta_{71} &= \Delta_{51}\Delta_{66} - \Delta_{52}\Delta_{65} + \Delta_{53}\Delta_{64} + \Delta_{54}\Delta_{63} - \Delta_{55}\Delta_{62} + \Delta_{56}\Delta_{61}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Диагональное объединение подматриц. Объединение блоков 1 и 4 отражено в табл. 4.

Таблица 4. Объединение блоков 1 и 4 при диагональном объединении.

1 \ 4	Δ_{41} 0000	Δ_{42} 0101	Δ_{43} 0110	Δ_{44} 1001	Δ_{45} 1010	Δ_{46} 1111
Δ_{11} 0000	Δ_{51} 00000000					
Δ_{12} 0101		Δ_{52} 01010101	Δ_{53} 01010110	Δ_{56} 01100101	Δ_{57} 01100110	
Δ_{13} 0110		Δ_{54} 01011001	Δ_{55} 01011010	Δ_{58} 01101001	Δ_{59} 01101010	
Δ_{14} 1001		Δ_{510} 10010101	Δ_{511} 10010110	Δ_{514} 10100101	Δ_{515} 10100110	
Δ_{15} 1010		Δ_{512} 10011001	Δ_{513} 10011010	Δ_{516} 10101001	Δ_{517} 10101010	
Δ_{16} 1111						Δ_{518} 11111111

Объединение блоков 2 и 3 показано в табл. 5.

Таблица 5. Объединение блоков 2 и 3 при диагональном объединении

2 \ 3	Δ_{31} 11000011	Δ_{32} 11010111	Δ_{33} 11011011	Δ_{34} 11100111	Δ_{35} 11101011	Δ_{36} 11111111
Δ_{21} 00111100	Δ_{61} 00000000					
Δ_{22} 01111101		$-\Delta_{62}$ 01010101	$-\Delta_{64}$ 01011001	$-\Delta_{66}$ 01100101	$-\Delta_{68}$ 01101001	
Δ_{23} 01111110		$-\Delta_{63}$ 01010110	$-\Delta_{65}$ 01011010	$-\Delta_{67}$ 01100110	$-\Delta_{69}$ 01101010	
Δ_{24} 10111101		$-\Delta_{610}$ 10010101	$-\Delta_{612}$ 10011001	$-\Delta_{614}$ 10100101	$-\Delta_{616}$ 10101001	
Δ_{25} 10111110		$-\Delta_{611}$ 10010110	$-\Delta_{613}$ 10011010	$-\Delta_{615}$ 10100110	$-\Delta_{617}$ 10101010	
Δ_{26} 11111111						Δ_{618} 11111111

Соответствующее последовательное выражение для определителя матрицы с учетом выражений (1) имеет вид:

$$\begin{aligned}
\Delta_{51} &= \Delta_{11}\Delta_{41}; & \Delta_{52} &= \Delta_{12}\Delta_{42}; & \Delta_{53} &= \Delta_{12}\Delta_{43}; & \Delta_{54} &= \Delta_{13}\Delta_{42}; & \Delta_{55} &= \Delta_{13}\Delta_{43}; \\
\Delta_{56} &= \Delta_{12}\Delta_{44}; & \Delta_{57} &= \Delta_{12}\Delta_{45}; & \Delta_{58} &= \Delta_{13}\Delta_{44}; & \Delta_{59} &= \Delta_{13}\Delta_{45}; & \Delta_{510} &= \Delta_{14}\Delta_{42}; \\
\Delta_{511} &= \Delta_{14}\Delta_{43}; & \Delta_{512} &= \Delta_{15}\Delta_{42}; & \Delta_{513} &= \Delta_{15}\Delta_{43}; & \Delta_{514} &= \Delta_{14}\Delta_{44}; & \Delta_{515} &= \Delta_{14}\Delta_{45}; \\
&& \Delta_{516} &= \Delta_{15}\Delta_{44}; & \Delta_{517} &= \Delta_{15}\Delta_{45}; & \Delta_{518} &= \Delta_{16}\Delta_{46}; \\
\Delta_{61} &= \Delta_{21}\Delta_{31}; & \Delta_{62} &= -\Delta_{22}\Delta_{32}; & \Delta_{63} &= -\Delta_{23}\Delta_{32}; & \Delta_{64} &= -\Delta_{22}\Delta_{33}; & \Delta_{65} &= -\Delta_{23}\Delta_{33}; \\
\Delta_{66} &= -\Delta_{22}\Delta_{34}; & \Delta_{67} &= -\Delta_{23}\Delta_{34}; & \Delta_{68} &= -\Delta_{22}\Delta_{35}; & \Delta_{69} &= -\Delta_{23}\Delta_{35}; & \Delta_{610} &= -\Delta_{24}\Delta_{32}; \\
\Delta_{611} &= -\Delta_{25}\Delta_{32}; & \Delta_{612} &= -\Delta_{24}\Delta_{33}; & \Delta_{613} &= -\Delta_{25}\Delta_{33}; & \Delta_{614} &= -\Delta_{24}\Delta_{34}; & \Delta_{615} &= -\Delta_{25}\Delta_{34}; \\
&& \Delta_{616} &= -\Delta_{24}\Delta_{35}; & \Delta_{617} &= -\Delta_{25}\Delta_{35}; & \Delta_{618} &= \Delta_{26}\Delta_{36}; \\
\Delta_{71} &= \Delta_{51}\Delta_{618} + \Delta_{52}\Delta_{617} - \Delta_{53}\Delta_{616} - \Delta_{54}\Delta_{615} + \Delta_{55}\Delta_{614} - \Delta_{56}\Delta_{613} + \\
&& &+ \Delta_{57}\Delta_{612} + \Delta_{58}\Delta_{611} - \Delta_{59}\Delta_{610} - \Delta_{510}\Delta_{69} + \Delta_{511}\Delta_{68} + \Delta_{512}\Delta_{67} - \\
&& &- \Delta_{513}\Delta_{66} + \Delta_{514}\Delta_{65} - \Delta_{515}\Delta_{64} - \Delta_{516}\Delta_{63} + \Delta_{517}\Delta_{62} + \Delta_{518}\Delta_{61}. && (3)
\end{aligned}$$

Как видно, выражение (3) многократно превосходит выражение (2) по числу подформул, что вызвано невозможностью группировки подобных миноров. Это является иллюстрацией *правила вырожденности* [2], которое состоит в том, что объединять блоки матрицы необходимо в таком порядке, чтобы их объединения (промежуточные подсхемы) оказывались вырожденными (определитель равен нулю). В этом случае обеспечивается минимальное количество ДВ у подсхем-блоков и, соответственно, сокращается число пар комбинаций в выражении определителя.

Блоchno диагональное представление. Расчеты символьных определителей облегчает то обстоятельство, что на практике довольно редко встречаются полностью заполненные матрицы и матрицы с высокой степенью заполнения. Исключением являются, например, полные матрицы Гильберта, которые используются в качестве тестовых задач плохой обусловленности [1].

Большинство матриц соответствует реальным схемам и системам, которые обладают фундаментальным свойством – разреженностью структуры. В этом случае удается получать решение в символьном виде не для размерностей, едва превышающих 10, а для размерностей, доходящих до десятков и сотен. При этом достигается компактное представление результатов, а вычисление по символьным выражениям может обеспечить существенно более высокую точность.

Разреженные матрицы путем перестановки строк и столбцов в большинстве случаев удается привести к блоchno диагональному виду, который полагает раскрыть определитель делением матрицы на части – блоки. Матрицы, изоморфные электрическим или электронным цепям, не требуют приведения к блоchno диагональному виду, поскольку блоки матрицы соответствуют подсхемам.

Матрица интенсивностей отказов 15-го порядка. Рассмотрим матрицы интенсивностей, используемые в комбинаторном методе расчета надежности для моделирования вероятностей установившихся состояний при различных способах организации аварийных и профилактических

ремонтов элементов. В частности, модель функционирования двух элементов электротехнического комплекса задается матрицей интенсивности 15-го порядка со следующим расположением ненулевых элементов (табл. 6) [8]. Здесь ненулевые элементы отмечены символом «=».

Таблица 6. Матрица интенсивностей отказов 15-го порядка

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	=		=												
2	=	=													
3		=	=			=									
4	=			=		=		=							
5		=		=	=			=							
6			=		=	=	=		=						
7					=	=				=					
8								=			=				
9							=	=				=			
10								=	=	=			=		
11										=				=	
12				=							=		=		
13					=						=	=			
14						=						=	=	=	
15							=								=

Матрицу из табл. 6 можно представить в виде наложения двух блоков – подматриц размерности 6 и 12, как показано в табл. 7. Общие части левой и правой подматриц находятся на пересечении строк и столбцов с номерами 4, 5, 6.

Матрицу из табл. 6 можно также представить в блочно диагональном виде путем деления на подматрицы с общими частями, находящимися на пересечении строк и столбцов с номерами 4, 5, 6, 8. Однако для этого потребуется перестановка строк и столбцов с номерами 7 и 8. Это обстоятельство иллюстрируется табл. 8.

После перестановки получается деление на блоки, представленное в табл. 9. Матрица из табл. 9 в отличие от матрицы из табл. 7 содержит блоки, менее различающиеся по размерности один от другого (7 против 12), что в большей степени удовлетворяет правилу половинного деления, соблюдение которого обеспечивает формирование минимальных по сложности выражений [6]. Однако увеличение размерности пересечения (с 3 до 4) обусловливает увеличение числа слагаемых диакоптических

формул разложения определителя (с 70 до 252) [3]. При этом учитывается, что матрица n -го порядка отображается схемой с $n+1$ узлом [4].

Таблица 7. Блочное представление иатрицы из табл.6
без изменения положения строк и столбцов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	=		=												
2	=	=													
3		=	=				=								
4	=			=	=			=							
5		=		=	=			=							
6			=	=	=	=	=								
7					=		=					=			
8										=		=			
9									=	=			=		
10									=	=	=			=	
11											=				=
12					=							=		=	
13						=						=	=		
14							=						=	=	=
15								=							=

Таблица 8. Пересечение строк и столбцов иатрицы из табл.6
для блочного представления с изменением положения строк и столбцов

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	=		=												
2	=	=													
3		=	=				=								
4	=			=	=	=		=							
5		=		=	=			=							
6			=		=	=	=				=				
7						=	=				=				
8								=		=		=			
9									=	=				=	
10										=	=	=			=
11												=			=
12					=								=		=
13						=							=	=	
14							=						=	=	=
15								=							=

Таблица 9. Блочное представление матрицы из табл.6
с изменением положения строк и столбцов

	1	2	3	4	5	6	8	7	9	10	11	12	13	14	15
1	=		=												
2	=	=													
3		=	=				=								
4	=			=			=	=							
5		=		=	=			=							
6			=		=	=		=							
8												=			
7							=		=			=			
9								=		=			=		
10										=	=	=			=
11											=				=
12					=							=		=	
13						=						=	=		
14							=						=	=	=
15								=							=

Эксперимент с программой MATSYM подтвердил указанный вывод – формула определителя для матрицы табл. 9 потребовала 18767 байт, что на 400 байт больше, чем формула для матрицы табл. 7.

Матрица интенсивностей отказов 54-го порядка. Модель функционирования трех элементов электротехнического комплекса задается матрицей интенсивности переходов 54-го порядка с 231 ненулевыми элементами [9], которая здесь не показана. Без изменения положения строк и столбцов для этой матрицы возможно два вида блочно-диагонального представления.

В первом случае размерность левого блока составляет 45, а правого – 24. При этом размерность пересечения составляет 15. Во втором случае размерность пересечения уменьшается до 12 за счет уменьшения размерности левого блока до 21. Очевидно, что предпочтительным оказывается второй способ деления, поскольку с увеличением числа общих узлов довольно резко увеличивается число слагаемых диакоптических формул.

Вследствие сильного расхождения блоков по размерности в обоих случаях программа MATSYM с задачей разложения определителя матрицы 54-го порядка не справилась. В то же время эта программа в реальном времени разложила определитель ленточной матрицы Гинзбурга 40-го порядка [10].

Матрица Гинзбурга. Ненулевые элементы этой матрицы занимают главную диагональ и по две прилегающие к ней диагонали: сверху и снизу.

Матрица Гинзбурга A целочисленная: все элементы главной диагонали $a_{ii}=6$, кроме элементов $a_{11}=a_{4040}=5$; все элементы побочных диагоналей, сверху и снизу прилегающие к главной диагонали, равны -4 ; все элементы верхней и нижней побочных диагоналей равны 1. Точное значение определителя равно 1681.

В табл. 10 показано расположение ненулевых элементов в верхнем левом квадранте матрицы Гинзбурга, на котором будут проиллюстрированы особенности разложения определителя этой матрицы.

Таблица 10. Правильное блочное представление фрагмента матрицы Гинзбурга (левый верхний угол)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	=	=	=																	
2	=	=	=	=																
3	=	=	=	=	=															
4		=	=	=	=	=	=													
5			=	=	=	=	=	=												
6				=	=	=	=	=	=											
7					=	=	=	=	=											
8						=	=	=	=	=										
9							=	=	=	=	=									
0										=	=	=	=	=						
1											=	=	=	=						
2												=	=	=	=	=				
3													=	=	=	=	=			
4														=	=	=	=	=		
5															=	=	=	=	=	
6															=	=	=	=	=	
7																=	=	=	=	=
8																	=	=	=	=
9																		=	=	=
0																			=	=

Заливкой разными цветами в табл. 10 показано половинное деление матрицы на блоки с выделением пересечения в виде подматрицы второго порядка. Таким образом, при схемном отображении блоки-подсхемы будут соединены друг с другом в трех общих узлах: 10-м, 11-м и нулевом (базисным).

Топологически полученную схему матрицы Гинзбурга можно разделить на две примерно одинаковые части по пяти узлам, как показано в табл. 11. При этом средний блок будет соответствовать одной подсхеме, а верхний и нижний блоки – другой. Особенностью такого разделения

является то, что верхний и нижний блоки на матрице не пересекаются, а на схеме будут иметь единственный общий узел – узел 0.

Таблица 11. Неправильное блочное представление фрагмента матрицы Гинзбурга (левый верхний угол)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	=	=	=																	
2	=	=	=	=																
3	=	=	=	=	=															
4	=	=	=	=	=	=														
5			=	=	=	=														
6				=	=	=	=													
7					=	=	=	=	=											
8						=	=	=	=	=										
9							=	=	=	=										
0								=	=	=										
1								=	=	=										
2								=	=	=										
3									=	=										
4										=										
5											=	=	=	=	=					
6											=	=	=	=	=					
7												=	=	=	=	=				
8													=	=	=	=	=			
9														=	=	=	=			
0																		=	=	=

С точки зрения формирования компактных выражений половинное деление вида табл. 11 является крайне невыгодным, поскольку достижимо половинное деление не по пяти, а по трем узлам в соответствии с табл. 10. Во избежание такой возможности в программе MATSYM после выделения символов с максимальным показателем участия (сомножителей) выполняется бисекция по 1, 2, 3, 4 и 5 узлам (но не в ином порядке). При этом возможность деления по некоторому числу узлов проверяется тогда, когда установлено, что деление по меньшему числу узлов невозможно.

Длина наиболее компактной единой формулы определителя матрицы Гинзбурга составила 691467 символ. Вычисление интерпретатором с 18 разрядами показало абсолютную точность (ответ 1681.). Использование для решения этой задачи системы Mathcad привело к результату 1680.99999999925.

Задача разложения определителя матрицы столь высокого порядка является неоднозначной, поэтому говорить о получении минимальной формулы не приходится. Число слагаемых в диакоптических формулах бисекции по 1, 2, 3, 4 и 5 узлам составляет 1, 2, 6, 20 и 70, поэтому деление по большему числу узлов при возможности деления по меньшему числу узлов приводит к резкому усложнению формулы.

Вариант деления по большему числу узлов может быть предпочтительным тогда, когда при делении по меньшему числу узлов образуются подсхемы, существенно различающиеся по сложности. В процессе генерации различных формул для определителя матрицы Гинзбурга с помощью программы MATSYM было установлено, что после первоначальных бисекций соответствующей схемы по 3 узлам образуются производные подсхемы, которые приходится делить по четырем и пяти узлам. Если исключить возможность такого деления в установочном файле setup.sym, то получение формулы оказывается невозможным вследствие недопустимо высоких затрат памяти на ее размещение и времени ее генерации.

Частичное ограничение бисекции по 4 и 5 узлам путем увеличения предельного числа узлов у схем, подлежащих такой бисекции, приводит к увеличению длины результата. Это происходит также при уменьшении допустимого различия подсхем по числу элементов, также устанавливаемого в файле setup.sym.

Выводы:

1. Учет принципа половинного деления матрицы на подматрицы в сочетании с уменьшением размерности пересечения диагональных подматриц обеспечивает формирование компактных выражений для разреженных матриц высокого порядка.

2. Приведение к оптимальному блочно диагональному представлению может потребовать перестановки строк и столбцов, что обеспечит сокращение длины результирующего выражения и увеличение его точности.

Литература

1. Королев Ф.А., Филаретов В.В. Сравнение единых и последовательных выражений матричных определителей по точности вычислений // Вопросы теории и проектирования электрических машин. Моделирование электромеханических процессов: Сб. науч. тр. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – С. 123–132.

2. Королев Ф.А., Филаретов В.В. Сравнение способов наращивания и половинного деления при символьном раскрытии матричных определителей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей:

Международный сборник научных трудов САД–2009. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – С. 183–193.

3. Филаретов В.В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.– 2001.– № 8.– С. 33–42.

4. Филаретов В.В. Схемное отображение матрицы для символьного решения систем линейных алгебраических уравнений // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. международ. конф. КЛИН–2001.– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 2001.– С. 13–15.

5. Филаретов В.В. Оптимизация формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1993.– № 9.– С. 64–68.

6. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.

7. Аналитик: Численно-аналитическое решение задач на малых ЭВМ / Б. А. Бублик, В. П. Клименко, С. Б. Погребинский, Ю. С. Фишман. – Киев: Наукова думка, 1987. – 143 с.

8. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Аналитические формулы для вычисления вклада сечений в результирующие показатели надежности // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей // Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 113–117.

9. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Компьютерная модель функционирования трех элементов электрической системы с точки зрения надежности. Синтез, анализ и диагностика электронных цепей // Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – Вып. 8. – С. 131–142.

10. Уилкинсон Дж.Х., Райнш К. Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ: Линейная алгебра. – М.: Машиностроение, 1976. – 389 с.

ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ СОСТОЯНИЙ НА ОСНОВЕ ВСЕВОЗМОЖНЫХ КОМБИНАЦИЙ ГРАНИЧНЫХ ЗНАЧЕНИЙ ИНТЕРВАЛОВ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

А. А. Гришкевич, М. А. Гришкевич

Численные данные, особенно о показателях надежности, весьма условны. Разумно считать, что показатели надежности элементов известны с некоторой неопределенностью, которую будем предполагать интервальной. Соответственно, неопределенность должна быть присуща и результирующим показателям структурной надежности, полученным расчетными методами на основе таких данных. В связи с этим представляется важным развитие методов получения интервальных оценок результирующих показателей надежности при принятых допущениях на неопределенность исходных данных [1].

Основным подходом получения подобных оценок является метод Монте-Карло (статистического моделирования). Однако при определенных условиях (теорема Бека-Никеля [2, стр. 241, теорема 5.3.4]) подобные оценки могут быть получены при значительно меньшем числе испытаний. В настоящей статье приводится исследование оценок интервальных вероятностей состояний функционирования одно, двух и трех элементов электрической системы с точки зрения надежности, полученных перебором крайних точек интервалов исходных данных.

Интервальные оценки вероятностей состояний. Пусть каждый элемент $I \in L$ электрической системы (применительно к электроэнергетике это трансформатор, выключатель и т.д.) может находиться в одном из четырех состояний. Будем считать I_N состоянием нормальной работы, I_S – состоянием между отказом и завершением оперативных переключений, I_R – состоянием аварийного ремонта, I_M – состоянием предупредительного ремонта (преднамеренного отключения) элемента I . Марковская модель функционирования элемента I с соответствующими интенсивностями перехода между состояниями представлена на рис.1.

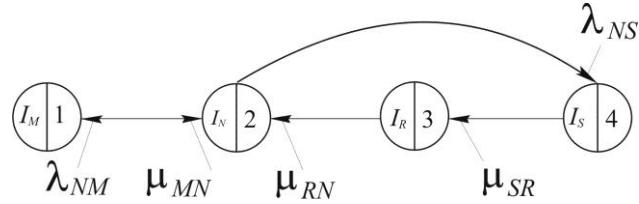


Рис.1. Марковская модель для одного элемента

Исходные данные о интенсивностях переходов λ_{ij} зададим в виде интервальных чисел [3,4]

$$[\lambda_{ij}] = [\underline{\lambda}_{ij}, \bar{\lambda}_{ij}] = [\lambda_{ij}^c(1-\varepsilon), \lambda_{ij}^c(1+\varepsilon)], \quad (1)$$

где $\lambda_{ij}^c = (\underline{\lambda}_{ij} + \bar{\lambda}_{ij})/2$. Такое представление соответствует неопределенности в исходных данных $\underline{\lambda}_{ij} \leq \lambda_{ij} \leq \bar{\lambda}_{ij}$.

Установившиеся вероятности состояний при известных ограничениях удовлетворяют системе интервальных линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} P_{1 \times n} [A_{n \times n}^T] = O_{1 \times n} & ([A_{n \times n}] P_{n \times 1} = O_{n \times 1}), \\ P_{1 \times n} I_{n \times 1} = 1, \end{cases} \quad (2)$$

где n – число рассматриваемых состояний; $P = (p_i)$ – вектор, i -м членом которого является p_i , т.е. стационарная вероятность нахождения в i -м состоянии; O – нулевой вектор; $A_{n \times n}^T$ – матрица интенсивностей переходов; $A_{n \times n} = (a_{ij})$ – транспонированная матрица интенсивностей переходов, элементы которой

$$\begin{cases} a_{ij} = \lambda_{ij} \text{ при } i \neq j, \\ a_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}, \end{cases} \quad (3)$$

выражаются через λ_{ij} – интенсивности переходов из состояния i в состояние j ; $[A] = ([a_{ij}])$ – интервальная матрица.

При практических расчетах надежности удобным оказывается рассмотрение только подмножества [5,6] множества состояний отказа, что соответствует моделям функционирования одного, двух и трех элементов. Матрица интенсивностей для модели одного элемента приводится в [7], двух элементов – в [8], трех элементов – в [9, 10].

Элементы интервальной матрицы $[A]$ зависят вследствие соотношений (3). Соответственно система (2) представляет интервальную систему линейных алгебраических уравнений со связанными параметрами [2].

Точное описание множества решений интервальной системы уравнений слишком трудоемко и практически нужно не часто, так что ограничиваются нахождением тех или иных его оценок. При этом наибольшую ценность имеет интервальная оценка множества решений

$\Xi([A])$ системы (2), т.е. нахождение интервального вектора $[P] = ([p_i])$, гарантированного содержащего $\Xi([A])$ [11]. Указанное требование описывается условием

$$\forall X \in \Xi([A]) \Rightarrow X \in [P].$$

Теорема Бека-Никеля для модели функционирования одного элемента. Система уравнений, описывающая функционирование одного элемента, удовлетворяет теореме Бека-Никеля.

Теорема (Бека-Никеля для системы линейных интервальных уравнений, описывающих функционирование одного элемента) [12]. Для системы (2) линейных интервальных алгебраических уравнений, описывающих функционирование одного элемента, точные покоординатные оценки точек множества решений $\Xi([A])$ достигаются на решениях крайних точечных систем уравнений

$$A_1 P = B, \quad (4)$$

где матрица A_1 образована концами интервальных элементов $[\lambda_{NS}]$, $[\lambda_{NM}]$, $[T_{SR}]$, $[T_{RN}]$, $[T_{MN}]$ для каждого элемента I . \square

Это позволяет перебором $2^5 = 32$ случаев получить точные интервальные оценки вероятностей.

Численные тестовые данные показателей надежности элемента взяты согласно [5, 6]

$$\begin{aligned} \lambda_{NS}^c(I) &= 0.01 \text{ 1/год}, \quad \lambda_{NM}^c(I) = 2.2 \text{ 1/год}, \\ T_{SR}^c(I) &= 1 / \mu_{SR}^c(I) = 2 \text{ ч/ремонт}, \quad T_{RN}^c(I) = 1 / \mu_{RN}^c(I) = 11.39 \text{ ч/ремонт}, \\ T_{MN}^c(I) &= 1 / \mu_{MN}^c(I) = 7.96 \text{ ч/ремонт}. \end{aligned}$$

Примем 10% неопределенность показателей надежности (табл.1) (параметр $\varepsilon = 0.1$ в (1)).

Таблица 1
Тестовые интервальные показатели надежности элементов

Элемент E	$[\lambda_{NS}]$	$[T_{SR}]$	$[T_{RN}]$	$[\lambda_{NM}]$	$[T_{MN}]$
	1/год	ч/ремонт	ч/ремонт	1/год	ч/ремонт
I	[0.009,0.011]	[1.8,2.2]	[10.251,12.529]	[1.98,2.42]	[7.164,8.756]
K	[0.036,0.044]	[1.8,2.2]	[1.971,2.409]	[0.9,1.1]	[6.3,7.7]
O	[0.018,0.022]	[1.8,2.2]	[197.1,240.9]	[5.67,6.93]	[10.638,13.002]

Нахождение покоординатных минимумов и максимумов $2^5 = 32$ решений системы (4) для модели одного элемента позволяет получить интервальные вероятности состояний:

$$[PI_m] = [0,0016166126575500044, 0,0024130282391821344],$$

$$[PI_n] = [0,99756853612964103, 0,99837101647865967],$$

$$[PI_r] = [1,050630127777758 \cdot 10^{-5}, 1,5707046143780759 \cdot 10^{-5}],$$

$$[PI_s] = [1,8448254706911827 \cdot 10^{-6} \quad 2,7580479585564903 \cdot 10^{-6}].$$

Статистическая проверка теорема Бека-Никеля для модели функционирования двух и трех элементов. Теорема Бека-Никеля в общем случае не справедлива для систем линейных алгебраических уравнений со связанными параметрами. Однако исследование решений комбинаций крайних точек интервалов исходных данных дает значительное сокращение времени компьютерного расчета в сравнении с методом статистического моделирования. Ниже представлены результаты сравнения указанных методов.

Матрица интенсивностей для модели двух элементов определяется десятью параметрами. Нахождение покоординатных минимумов и максимумов $2^{10} = 1024$ решений системы (4) для модели двух элементов позволяет получить интервальные вероятности состояний:

$$[PI_s K_m] = [9,2810546142115725 \cdot 10^{-10} \quad 2,0720875470292388 \cdot 10^{-9}]$$

$$[PI_r K_m] = [1,9172306268926734 \cdot 10^{-9} \quad 4,6808917887946029 \cdot 10^{-9}]$$

$$[PI_s K_r] = [1,4936673201848365 \cdot 10^{-11} \quad 3,3366484617771229 \cdot 10^{-11}]$$

$$[PI_r K_r] = [8,5066732387148519 \cdot 10^{-11} \quad 1,9001559939519131 \cdot 10^{-10}]$$

$$[PI_m K_r] = [7,8487521453062969 \cdot 10^{-9} \quad 1,8980384473993723 \cdot 10^{-8}]$$

$$[PI_s K_s] = [1,3637329143535479 \cdot 10^{-11} \quad 3,0465085282964205 \cdot 10^{-11}]$$

$$[PI_r K_s] = [7,7686756914991386 \cdot 10^{-11} \quad 1,7352955743221489 \cdot 10^{-10}]$$

$$[PI_m K_s] = [9,5477037530269132 \cdot 10^{-9} \quad 2,1295671389579177 \cdot 10^{-8}].$$

Матрица интенсивностей для модели трех элементов определяется пятнадцатью параметрами. Нахождение покоординатных минимумов и максимумов $2^{15} = 32768$ решений системы (4) для модели трех элементов позволяет получить интервальные вероятности состояний :

$$[PI_s K_m O_s] = [3.8207404412859732 \cdot 10^{-15} \quad 1.2785451660033751 \cdot 10^{-14}]$$

$$[PI_r K_m O_s] = [1.9599613615243664e \cdot 10^{-14} \quad 1.9599613615243664 \cdot 10^{-14}]$$

$$[PI_s K_r O_s] = [5.465806002699998 \cdot 10^{-17} \quad 1.830122428258442 \cdot 10^{-16}]$$

$$[PI_r K_r O_s] = [3.115311290590477 \cdot 10^{-16} \quad 1.0430239952518928 \cdot 10^{-15}]$$

$$[PI_m K_r O_s] = [3.9860483555099881 \cdot 10^{-14} \quad 1.3459822934276237 \cdot 10^{-13}]$$

$$[PI_s K_s O_s] = [4.9904633792106023 \cdot 10^{-17} \quad 1.6709904230342453 \cdot 10^{-16}]$$

$$[PI_r K_s O_s] = [2.842968830838485 \cdot 10^{-16} \quad 9.5190331139790426 \cdot 10^{-16}]$$

$$[PI_m K_s O_s] = [3.883727648695011 \cdot 10^{-14} \quad 1.2983840628250472 \cdot 10^{-13}]$$

$$[PI_s K_m O_r] = [3.7220816707060393 \cdot 10^{-13} \quad 1.245531243576601 \cdot 10^{-12}]$$

$$[PI_r K_m O_r] = [7.9427161224631811e \cdot 10^{-13} \quad 2.9030118471290508 \cdot 10^{-12}]$$

$$[PI_s K_r O_r] = [5.985526905730911 \cdot 10^{-15} \quad 2.0036815386730282 \cdot 10^{-14}]$$

$$[PI_r K_r O_r] = [3.408857607311445 \cdot 10^{-14} \quad 1.1410643984261939 \cdot 10^{-13}]$$

$$[PI_m K_r O_r] = [3.1573550344435221 \cdot 10^{-12} \quad 1.1432880782871558 \cdot 10^{-11}]$$

$$[PI_s K_s O_r] = [5.4648550568787223e \cdot 10^{-15} \quad 1.8294530888425443 \cdot 10^{-14}]$$

$$[PI_r K_s O_r] = [3.1131007750616238 \cdot 10^{-14} \quad 1.0420557963466597 \cdot 10^{-13}]$$

$$[PI_m K_s O_r] = [3.8287569455223875 \cdot 10^{-12} \quad 1.2799814028393892 \cdot 10^{-11}]$$

$$[PI_s K_r O_m] = [8.99285140580222 \cdot 10^{-14} \quad 3.0130172374535303 \cdot 10^{-13}]$$

$$[PI_r K_r O_m] = [4.2468978040238348 \cdot 10^{-13} \quad 1.4845369414440249 \cdot 10^{-12}]$$

$$[PI_s K_s O_m] = [8.5908237575192507 \cdot 10^{-14} \quad 2.8578665111383305 \cdot 10^{-13}]$$

$$[PI_r K_s O_m] = [4.5797257385388491 \cdot 10^{-13} \quad 1.526821938267704 \cdot 10^{-12}].$$

Интервальные оценки вероятностей состояний системы, полученные статистически (10^7 экспериментов), для всех моделей лежат внутри интервалов, полученных на всевозможных комбинациях граничных значений исходных данных. Другими словами, вероятности состояний системы, полученные при случайном задании исходных данных, равномерно распределенных внутри соответствующего интервала, ни в одном из экспериментов не вышли за границы интервалов, полученных при рассмотрении только граничных точек.

При проведении 10^7 статистических испытаний для вероятностей состояний погрешность между статистическим методом подсчета и методом подсчета на граничных точках для модели двух элементов не превысила 2%, для модели трех элементов – 7% .

Выводы. 1. Статистический эксперимент не опроверг утверждение Бека-Никеля для моделей двух и трех элементов. 2. При нахождении интервальных оценок вероятностей состояний статистические испытания представляется целесообразным предварять подсчетом значений на всех возможных комбинациях граничных значений исходных данных. 3. При практическом расчете надежности вместо статистического моделирования можно использовать моделирование на всех возможных комбинациях граничных значений исходных данных. Однако ввиду эвристичности подобного подхода при задании доверительной вероятности рекомендуется дополнительное проведение статистического эксперимента.

Литература

1. Ge H., Asgarpoor S. Reliability evaluation of equipment and substations with fuzzy Markov processes // IEEE Transactions on Power Systems. – Vol. 25. – No. 3. – 2010. – P. 1319-1328.
2. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ.
<http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>
3. Grishkevich A. Burmutaev A. Modelowanie statystyczne oszacowań interwałowych wskaźników niezawodności strukturalnej układów elektrycznych // Przegląd Elektrotechniczny (Electrical Review). – 2012. – Vol. R88. – Nr. 8. – P. 77-79.
4. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Статистическое моделирование интервальных оценок показателей структурной надежности электрических систем // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2011. – Вып. 9. – С. 163-170.
5. Гришкевич А.А. Комбинаторные методы исследования экстремальных структур математических моделей электрических цепей и систем. – Челябинск: Изд-во ЮУрГУ, 2004. – 258 с.
6. Grishkevich A.A., Hudym V.I., Krucziniń A.M., Sawicki A. Zagadnienia energetyczne wybranych współczesnych urządzeń i systemów

elektrostalowniczych / Pod redakcją A.Sawickiego. Seria Monografie. Nr. 195. – Częstochowa: Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, 2010. – 272 s.

7. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Учет вклада состояний отказа в результирующие показатели надежности на основе решения уравнений Колмогорова для предельных вероятностей состояний // Обозрение прикладной и промышленной математики. – 2009. – Т. 16. – Вып. 1. – С. 111-112.

8. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Аналитические формулы для вычисления вклада сечений в результирующие показатели надежности // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 113–117.

9. Гришкевич А.А., Бурмутаев А.Е. Компьютерная модель функционирования трех элементов электрической системы с точки зрения надежности. Синтез, анализ и диагностика электронных цепей // Международный сборник научных трудов / под ред. В. В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2010. – Вып. 8. – С. 131-142.

10. Grishkevich A., Burmutaew A. Modelling the organization of maintenance and emergency repairs for calculating the reliability of electric power systems // The issue of renewable energy sources, operating forecasting in electric power systems: Series Monographs. Technology university of Czestochowa. Faculty of Management. – Częstochowa: Sekcja Wydawnictwa Wydziału Zarządzania Politechniki Częstochowskiej, 2010. – S. 97-104.

11. Шарый С.П. Интервальный анализ или методы Монте-Карло? // Вычислительные Технологии. – Т. 12. – № 1. – 2007. – С. 103-115.

<http://www.nsc.ru/interval/Library/Thematic/ILSystems/MonteCarlo.pdf>

12. Бурмутаев А.Е. Оценка структурной надежности электротехнических комплексов и систем электроснабжения : диссертация ... кандидата технических наук : Специальность 05.09.03 – Электротехнические комплексы и системы. – Саратов: Саратовский государственный технический университет, 2011. – 173 с.

Гришкевич Андрей Александрович – д.т.н., чл.-корр. АЭН, профессор Ченстоховского политехнического института; Polska, 42-200, Czestochowa, al. Armii Krajowej, 17, Politechnika Czestochowska (Czestochowa university of technology)); e-mail: a.grischkevich@el.pcz.czest.pl; grishkev_ramb@rambler.ru

Гришкевич Мария Андреевна – студент Южно-Уральского государственного университета; Россия, 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76; e-mail: gryshkevich.maria@gmail.com

КЛАССИФИКАЦИЯ ОПЕРАТОРНЫХ МЕТОДОВ НЕЛИНЕЙНОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Е. Б. Соловьева, К. И. Дорофеев

Представлена классификация методов линеаризации операторов устройств на базе нелинейной компенсации. Рассмотрены полиномиальные и нейронные модели, применяемые для синтеза цифровых компенсаторов. Выполнен сравнительный анализ рассмотренных нелинейных моделей с точки зрения области их применения, возможности решения задачи аппроксимации с заданной погрешностью, трудности нахождения оптимальных параметров моделей.

The classification of methods for device operator linearization on the basis of the nonlinear compensation is represented. Polynomial and neural models applied for the digital compensator synthesis are reviewed. The examined nonlinear model comparison is carried out from the point of view of model application, the possibility of solving the approximation task with the desired accuracy and the difficulty of determining optimal model parameters.

Нелинейные искажения являются существенным фактором, ограничивающим работу проводных и беспроводных каналов связи. Для устранения нелинейности каналов связи применяют компенсаторы, методы синтеза которых в рамках операторного подхода можно разделить на два класса: методы слепой линеаризации без “обучения” компенсатора, следовательно, без использования обучающего сигнала и идентификации параметров устройства и методы линеаризации с “обучением” компенсатора. К методам слепой линеаризации относятся: инверсия высокого порядка, метод фиксированной точки, корней уравнения Вольтерры, итерационно-операторный метод [1], [2]. Линеаризация с «обучением» выполняется на основе функциональных рядов и полиномов, нелинейной авторегрессионной модели, нейронных сетей (персептронных, рекуррентных, радиально-базисных, сплайновых и др.) [2]. На рис.1 представлена классификация методов нелинейной компенсации.



Рис.1. Классификация методов нелинейной компенсации

Рассмотрим математические модели, применяемые при синтезе “обучаемых” нелинейных цифровых компенсаторов [1], [2].

- Усеченный функциональный ряд Вольтерры

$$y(n) = \sum_{k=1}^P \sum_{i_1=0}^M \sum_{i_2=0}^M \dots \sum_{i_k=0}^M h_k(i_1, i_2, \dots, i_k) \prod_{r=1}^k x(n-i_r), \quad (1)$$

где $x(n)$, $y(n)$ – входной и выходной сигналы модели соответственно, n – нормированное дискретное время, $h_k(i_1, i_2, \dots, i_k)$ – многомерная импульсная характеристика k -го порядка, M – длина памяти модели, P – степень усеченного ряда Вольтерры.

Известны модификации отрезка ряда Вольтерры, используемые для линеаризации усилителей мощности:

– полином с памятью (memory polynomial) [3];

– усеченный ряд Вольтерры с многомерной динамикой (dynamic deviation reduction-based Volterra series) [4];

– радиально ограниченная модель Вольтерры (radially pruned Volterra model) и упрощенная радиально ограниченная модель Вольтерры (simplified radially pruned Volterra model) [5].

• Многочлен расщепленных сигналов, построенный при комбинации двух операторов: оператора-расщепителя и оператора нелинейного безынерционного преобразователя (НБП) [2], [6]. Оператор-расщепитель преобразует входной скалярный сигнал $x(n)$ в векторные $\vec{x}_p(n)$, таким образом, чтобы векторные сигналы не пересекались, не касались и не обращались в ноль на всём множестве их определения. Оператор НБП отображает векторные сигналы $\vec{x}_p(n)$ в выходной скалярный сигнал $y(n)$.

Полиномиальная модель оператора НБП имеет вид

$$y(n) = H^L [\vec{x}_p(\vec{a}, n)] =$$

$$= \sum_{i_1=0}^{I_1} \sum_{i_2=0}^{I_2} \dots \sum_{i_m=0}^{I_m} C_{i_1 i_2 \dots i_m} [x_{p1}(\vec{a}, n)]^{i_1} [x_{p2}(\vec{a}, n)]^{i_2} \dots [x_{pm}(\vec{a}, n)]^{i_m},$$

где L – степень многочлена, $L = I_1 + I_2 + \dots + I_m$.

• Нелинейная авторегрессионная модель NARMAX-модель (Non-linear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs – нелинейная авторегрессионная модель со скользящим средним при внешних воздействиях) [2], операторное уравнение которой представляется в виде

$$y(n) = H[x(n), x(n-1), \dots, y(n-1), y(n-2), \dots, e(n-1), \dots, e(n-N_e)] + e(n), \quad (1)$$

где H – нелинейный оператор, $x(n)$ – входной сигнал, $e(n)$ – независимая от входного сигнала помеха.

Нелинейный оператор H в уравнении (1) часто описывается полиномиальной моделью и дробно-рациональной моделью:

$$y(n) = \frac{A[x(n-1), \dots, x(n-r), y(n-1), \dots, y(n-r), e(n-1), \dots, e(n-r)]}{B[x(n-1), \dots, x(n-r), y(n-1), \dots, y(n-r), e(n-1), \dots, e(n-r)]} + e(n),$$

где $A[\bullet], B[\bullet]$ – полиномы, r – порядок модели.

- Нейронные модели, выступающие как аппроксиматоры нелинейных операторов [2], [7], [8]. Среди данных моделей отметим следующие:

- *Персепtronная сеть*, простейшей формой которой является двухслойный персептрон

$$y(n) = \sum_{i=1}^N c_i G\left(\sum_{j=1}^m w_{ij} x_j(n) + b_i\right) = \sum_{i=1}^N c_i G(s_i(n)), \quad (2)$$

где G – функция активации, $s_i(n) = \sum_{j=1}^m w_{ij} x_j(n) + b_i$. Функция активации

$$G(s_i(n)) = \frac{1 - e^{-2s_i(n)}}{1 + e^{-2s_i(n)}}$$

или логистическая (униполярная) функция

$$G(s_i(n)) = \frac{1}{1 + e^{-s_i(n)}}.$$

- *Рекуррентная сеть* – односторонняя сеть с обратными связями. Распространенными моделями рекуррентных нейронных сетей являются сети Элмана, Гаммерштейна, Винера, рекуррентный многослойный персептрон [2], [7].

- *Радиально-базисная сеть*, в которой отображение входного множества в выходное выполняется путем адаптации нескольких одиночных аппроксимирующих функций к ожидаемым значениям, причем эта адаптация производится в ограниченной (локальной) области многомерного пространства.

Простая радиальная сеть содержит входной слой, на который подаются сигналы вектора воздействия, скрытый слой с нейронами радиального типа и выходной слой, состоящий из одного или нескольких линейных нейронов. Выходной нейрон выполняет взвешенное суммирование сигналов, генерируемых скрытыми нейронами. Математическая модель описанной структуры имеет вид

$$y(n) = w_0 + \sum_{i=1}^N w_i \varphi_i(\|\vec{x}(n) - \vec{c}_i\|),$$

где w_i – весовые коэффициенты синаптических связей выходного нейрона, \vec{c}_i ($i = 1, 2, \dots, N$) – множество центров радиальных базисных функций.

– *Сплайновая сеть*, структура которой совпадает со структурой радиально-базисной сети, описывается моделью

$$y(n) = \sum_{i=0}^K w_i \varphi_i[\vec{x}(n)], \quad w_0 = 0,$$

где w_i – весовые коэффициенты выходного нейрона, $\varphi_i[\vec{x}(n)]$ – функция активации i -го нейрона, например кубический сплайн

$$\varphi_i[\vec{x}(n)] = \sum_{j=1}^M c_j \left(\sum_k^N w_{ik} x_k(n) - \alpha_{ij} \right)^3,$$

где $\vec{x}(n)$ – вектор входных сигналов модели.

Сравним рассмотренные нелинейные модели, оценив область их применения, возможность решения задачи аппроксимации оператора с заданной погрешностью, трудности нахождения оптимальных параметров моделей.

* В силу ограниченной области сходимости ряда Вольтерры данный математический аппарат применяется для моделирования лишь слабонелинейных цепей. Другие рассмотренные математические модели могут быть использованы для аппроксимации операторов существенно нелинейных цепей (в ситуации, когда функциональный ряд Вольтерры расходится).

Построение многочлена расщепленных сигналов связано с расщеплением множества воздействий. Данная операция дает возможность адаптировать полином расщепленных сигналов к классу входных сигналов. Следовательно, указанные модели устройств могут быть проще (содержать меньшее число параметров) по сравнению с другими известными моделями.

Нейронные сети привлекательны в ситуации, когда полиномиальная модель дает медленно уменьшающуюся с ростом степени полинома погрешность аппроксимации нелинейного оператора.

* Многочлен расщепленных сигналов аппроксимирует нелинейный оператор с заданной погрешностью в равномерной и, следовательно, в среднеквадратичной метриках. Другие рассмотренные модели являются аппроксиматорами лишь в среднеквадратичной метрике (при этом аппроксимация оператора компенсатора с заданной погрешностью в равномерной метрике может быть невыполнима).

* Решение задачи аппроксимации оператора компенсатора, полученное на основе полиномиальных моделей с линейно входящими параметрами, является глобально оптимальным. Применение нейронных сетей с нелинейно входящими параметрами для нахождения глобально-оптимального решения задачи аппроксимации оператора чрезвычайно затруднено из-за медленной сходимости алгоритма расчета к решению и появления большого числа локальных оптимумов.

Литература

1. Соловьева Е. Б. Макромоделирование нелинейных цепей и синтез операторов.– СПб.: Изд-во СПбГЭТУ “ЛЭТИ”, 2010.
2. Соловьева Е. Б. Синтез нелинейных преобразователей на основе функциональных полиномов и нейронных сетей.– СПб.: Изд-во СПбГЭТУ “ЛЭТИ”, 2011.
3. RF power amplifier behavioral modeling / D. Schreurs, M. O'Droma, A. A. Goacher, M. Gadringer.– N. Y.: Cambridge university press, 2009.
4. Dynamic deviation reduction-based Volterra behavioral modeling of RF power amplifiers / A. Zhu, J. C. Pedro, T. J. Brazil // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2006.– Vol. 54, № 12.– P. 4323–4332.
5. A new approach to pruning Volterra models for power amplifiers / C. Crespo-Cadenas, J. Reina-Tosina, M. J. Madero-Ayora, J. Munoz-Cruzado // IEEE Trans SP.– 2010.– Vol. 58, № 4.– P. 2113–2120.
6. Ланнэ А. А. Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация, идентификация.– Л.: ВАС, 1985.
7. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации.– М.: Финансы и статистика, 2002.
8. Adaptive Spline Activation Function for Digital Radio Links Nonlinear Equalization / A. Uncini, L. Vecci, P. Campolucci, F. Piazza // IEEE Trans. SP.– 1999.– Vol.47, № 2.– P. 505–514.

Соловьева Елена Борисовна, д.т.н., профессор, зав. кафедрой ТОЭ, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет. Адрес: 197376, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ, кафедра ТОЭ. Тел.: (812) 346-17- 96, selenab@hotbox.ru

Дорофеев Кирилл Иванович, аспирант кафедры ТОЭ,
Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет. Тел.:
(812) 346-17- 96, dorofeyev.k@gmail.com

НЕРЕКУРСИВНЫЙ ФИЛЬТР ДЛЯ БОРЬБЫ С ИМПУЛЬСНЫМ ШУМОМ В РЕЧЕВЫХ СИГНАЛАХ

Е. Б. Соловьева, А. В. Зубарев

Метод расщепления применен для фильтрации речевых сигналов, пораженных импульсным шумом. Синтезирована нерекурсивная модель фильтра в виде многочлена расщепленных сигналов. Выполнено сравнение результатов обработки речевых сигналов предложенным фильтром, медианными фильтрами с разной длиной апертуры и фильтром Вольтерры. Показано, что предложенная модель нелинейного фильтра обеспечивает более высокую точность восстановления речевых сигналов по сравнению с моделями-аналогами.

The split method is applied for filtering speech signals with the impulse noise. The nonrecursive model of the nonlinear filter is synthesized as a polynomial of the split signals. The comparison of results of speech signal processing by the offered filter, median filters with different length of an aperture and Volterra filter is executed. It is shown that the offered model of the nonlinear filter provides higher accuracy of speech signal restoration than other considered models.

В областях электротехники, радиотехники, электроники, электромагнитной совместимости нередко решается задача фильтрации импульсных помех. Классическим методом подавления импульсных помех является медианская фильтрация [1]–[3]. Известно, что медианные фильтры (МФ) обладают недостатком: они вносят существенные искажения на некоторых участках сигнала, не пораженных импульсной помехой. МФ считаются неоптимальными, поскольку не используют информацию о статистических свойствах сигналов и помех.

В работе предлагается синтезировать полиномиальные фильтры импульсных помех во временной области на основе метода расщепления сигналов [4], [5]. Согласно теории расщепления оператор F_s нелинейного фильтра описывается композицией двух операторов: оператора F_p расщепителя и оператора P нелинейного безынерционного преобразователя [4], [5].

Оператор-расщепитель F_p отображает скалярный сигнал $x(n, \vec{a})$, $n \in I_n$, $\vec{a} \in G_a$ в векторный $\vec{x}_p(n, \vec{a})$,

$$\vec{x}_p(n, \vec{a}) = F_p[x(n, \vec{a})] = [x_{p1}(n, \vec{a}), x_{p2}(n, \vec{a}), \dots, x_{pm}(n, \vec{a})]^T,$$

где T – знак транспонирования, I_n – длительность финитного или периодический входного сигнала $x(n, \vec{a})$, n – дискретная нормированная переменная времени, $\vec{a} = [a_1, a_2, \dots, a_i]$ – вектор параметров из множества G_a сигнала $x(n, \vec{a})$, таким образом, чтобы векторные сигналы не пересекались, не касались и не обращались в ноль на множестве их определения.

Оператор P нелинейного безынерционного преобразователя отображает векторный сигнал $x(n, \vec{a})$ в скалярный сигнал $y(n, \vec{a})$. Часто такие операторы описываются многомерным многочленом [4]

$$y(n, \vec{a}) = P[\vec{x}_p(n, \vec{a})] = \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} \dots \sum_{j_m=0}^{J_m} C_{j_1, j_2, \dots, j_m} [x_{p1}(n, \vec{a})]^{j_1} \times \\ \times [x_{p2}(n, \vec{a})]^{j_2} \dots [x_{pm}(n, \vec{a})]^{j_m}. \quad (1)$$

Многомерный полином (1) степени p ($p = J_1 + J_2 + \dots + J_m$) для всех $n \in I_n$, $\vec{a} \in G_a$ удовлетворяет условию

$$\|y^0(n, \vec{a}) - y(n, \vec{a})\| \leq \varepsilon,$$

где ε ($\varepsilon > 0$) – заданная погрешность аппроксимации оператора F_s нелинейного идеального фильтра, $y^0(n, \vec{a})$ – выходной сигнал идеального фильтра.

Применим метод расщепления для синтеза нелинейного нерекурсивного цифрового фильтра (ННЦФ), выделяющего речевой сигнал из смеси сигнала с импульсной помехой.

Речевой сигнал, используемый для „обучения“ ННЦФ, имел длительность 35 секунд (280 000 отсчетов) и частоту дискретизации 8 кГц. Он состоял из разных фраз четырех дикторов (двух мужчин и двух женщин). Фразы отличались уровнями громкости, задаваемыми как 1, 0.75, 0.5, 0.25 (пропорционально указанным значениям нормировались мгновенные значения каждой дикторской речи, причем уровню 1 соответствовал диапазон речевого сигнала $[-0.5; 0.5]$).

Для исследования свойств синтезированного фильтра применялся речевой сигнал длительностью 20 секунд (160 000 отсчетов), отличающийся от “обучаемого” и содержащий разные фразы мужской и женской дикторской речи с уровнями 0.8 и 0.4 соответственно.

Значения импульсной помехи формировались как случайные числа, распределенные равномерно в диапазоне $[-0.5; 0.5]$. Моменты появления помехи выбирались согласно правилу в [1], [2]. Действовало также дополнительное ограничение: расстояние между соседними помехами – не менее 5 отсчетов речевого сигнала.

Расщепитель ННЦФ следует строить с минимальным числом каналов расщепления, поскольку в этом случае упрощается модель оператора синтезируемого устройства [4]. Исследования показали, что данному свойству удовлетворяет вектор расщепленных сигналов

$$\vec{x}_p(n, \vec{a}) = [x(n, \vec{a}), x(n-1, \vec{a}), x(n-2, \vec{a}), x(n-3, \vec{a}), x(n-4, \vec{a})].$$

Применение МФ [1], [2] и двусторонних предсказателей [3], использующих для получения выходного сигнала в текущий момент времени n предыдущие и последующие отсчеты воздействия, породило гипотезу о возможном учете данного свойства при расщеплении искаженного импульсной помехой речевого сигнала. Результаты проверки гипотезы представлены на рис. 1.

На рис. 1 изображены зависимости среднеквадратичной погрешности $\varepsilon(\xi)$, вычисленной по формуле

$$\varepsilon(\xi) = \frac{1}{Q-3} \sqrt{\sum_{n=4}^Q (y^0(n, \vec{a}) - y(n, \xi, \vec{a}))^2}, \quad (2)$$

где $y^0(n, \vec{a})$ – желаемая реакция фильтра (неискаженный речевой сигнал) длиной Q отсчетов, $y(n, \xi, \vec{a})$ – выходной сигнал модели (1) нелинейного фильтра при векторе расщепленных сигналов

$$\vec{x}_p(n, \xi, \vec{a}) = [x(n+\xi, \vec{a}), x(n+\xi-1, \vec{a}), x(n+\xi-2, \vec{a}), x(n+\xi-3, \vec{a}), x(n+\xi-4, \vec{a})],$$

ξ – количество последующих отсчетов относительно момента времени n в векторах расщепленных сигналов, сформированных согласно рис. 2. Номера кривых на рис. 1 соответствуют степени p полиномиальной модели (1).

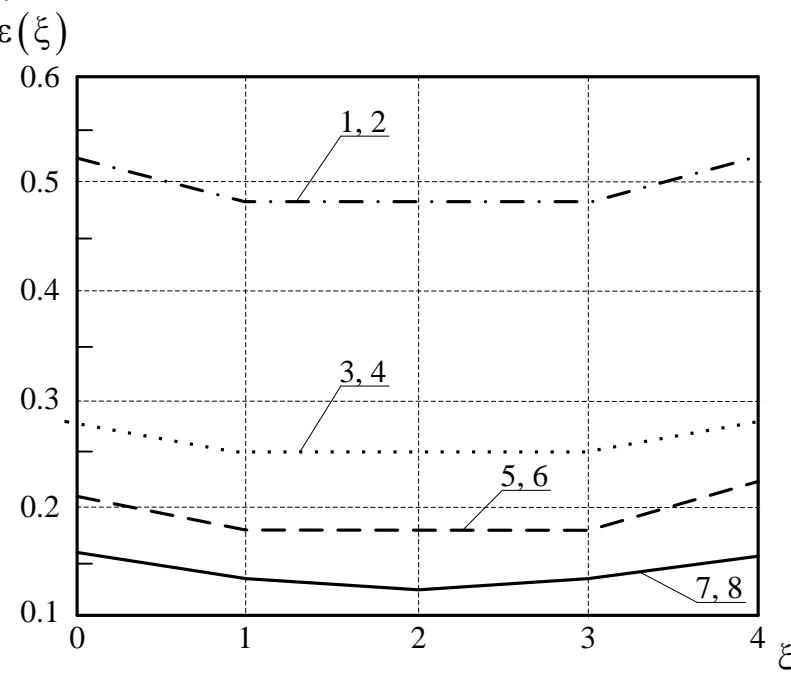


Рис. 1

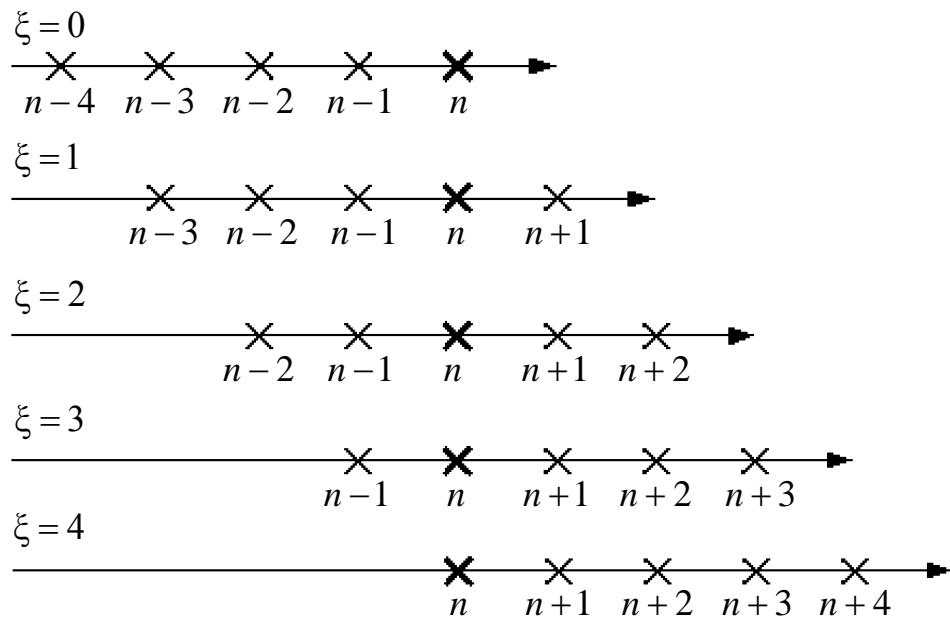


Рис. 2

Из анализа рис. 1 следует:

1. Способ формирования расщепленных сигналов влияет на точность фильтрации. Среднеквадратичная погрешность фильтрации минимальна при векторе расщепленных сигналов, содержащем одинаковое количество предыдущих и последующих отсчетов ($\xi = 2$) по отношению к текущему моменту времени n .
2. Слагаемые четных степеней многочлена расщепленных сигналов не влияют на среднеквадратичную погрешность фильтрации, поэтому их можно исключить из модели (1).

В результате модель ННЦФ, подавляющего импульсные помехи в речевых сигналах, имеет вид

$$y(n, 2, \vec{a}) = y(n, \vec{a}) = \sum_{r=2k-1}^p \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} \dots \sum_{j_5=0}^{J_5} C_{j_1, j_2, \dots, j_5} x^{j_1}(n-2, \vec{a}) \times \\ \times x^{j_2}(n-1, \vec{a}) x^{j_3}(n, \vec{a}) x^{j_4}(n+1, \vec{a}) x^{j_5}(n+2, \vec{a}), \quad (3)$$

$$j_1 + j_2 + \dots + j_5 = r, \quad k = 1, 2, \dots; \quad J_1 + J_2 + \dots + J_5 = p.$$

Сравним результаты подавления импульсных помех ННЦФ, МФ и фильтром Вольтерры [5], модель которого имеет вид

$$y(n) = \sum_{r=2k-1}^p \sum_{j_1=0}^{J_1} \sum_{j_2=0}^{J_2} \dots \sum_{j_5=0}^{J_5} h_{j_1, j_2, \dots, j_5} x^{j_1}(n, \vec{a}) \times \\ \times x^{j_2}(n-1, \vec{a}) x^{j_3}(n-2, \vec{a}) x^{j_4}(n-3, \vec{a}) x^{j_5}(n-4, \vec{a}), \quad (3)$$

$$j_1 + j_2 + \dots + j_5 = r, \quad k = 1, 2, \dots; \quad J_1 + J_2 + \dots + J_5 = p.$$

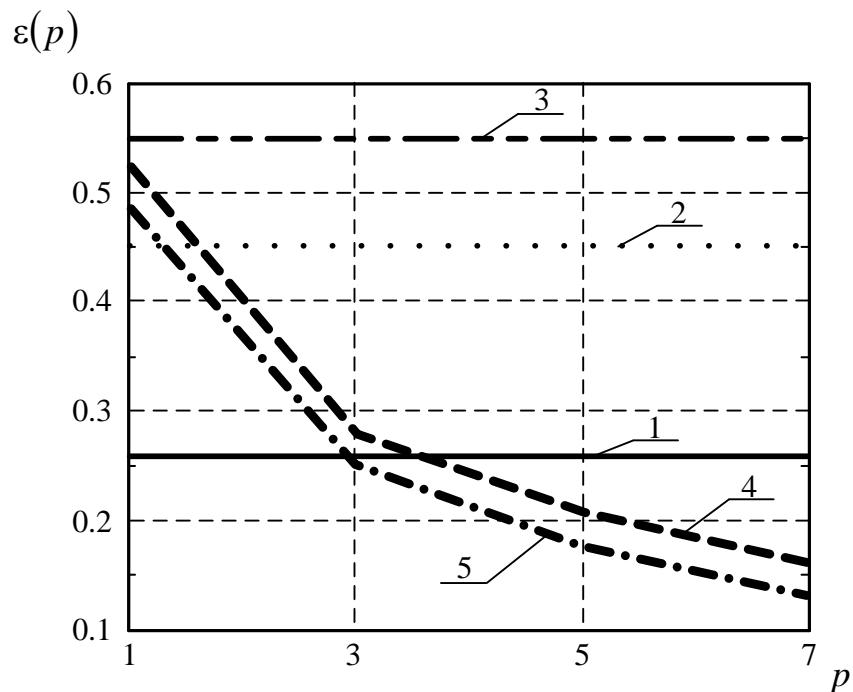


Рис. 3

Зависимости среднеквадратичной погрешности $\varepsilon(p)$ от степени полиномиальных моделей представлены на рис. 3. Кривые 1, 2, 3 получены медианной фильтрацией с апертурами длиной 3, 5, 7 соответственно, кривая 4 – фильтрацией Вольтерры (4), кривая 5 – ННЦФ с моделью (3).

Анализ рис. 3 показывает, что фильтр, синтезированный методом расщепления, дает более точное восстановление сигналов по сравнению с его аналогами. С увеличением степени p полиномиальной модели погрешность фильтрации уменьшается.

Вывод. При синтезе ННЦФ импульсных помех в речевых сигналах установлено: 1) моделью ННЦФ является многомерный полином нечетной степени; 2) для расщепления сигналов следует использовать 5 каналов расщепления; 3) наименьшая среднеквадратичная погрешность фильтрации достигается, если расщепленные сигналы содержат равное количество предыдущих и последующих отсчетов по отношению к текущему моменту времени n ; 4) ННЦФ дает наименьшую среднеквадратичную погрешность фильтрации по сравнению с МФ и фильтром Вольтерры.

Литература

1. Тьюки Дж. Анализ результатов наблюдения.– М.: Мир, 1981.
2. Быстрые алгоритмы в цифровой обработки изображений / Т. С. Хуанг, Дж.-О. Эклунд, Г. Дж. Нуссбаумер и др.; Под ред. Т. С. Хуанга.– М.: Радио и связь, 1984.
3. Vaseghi S. V. Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction.– N.Y.: Wiley, 2000.
4. Ланнэ А. А. Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация и идентификация.– Л.: ВАС, 1985.
5. Соловьева Е. Б. Синтез нелинейных преобразователей на основе функциональных полиномов и нейронных сетей.– СПб.: Изд-во СПбГЭТУ “ЛЭТИ”, 2011, 158 с.

Соловьева Елена Борисовна, д.т.н., профессор, зав. кафедрой ТОЭ, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет. Адрес: 197376, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Проф. Попова, д. 5, СПбГЭТУ, кафедра ТОЭ. Тел.: (812) 346-17- 96, selenab@hotbox.ru

Зубарев Александр Владимирович, аспирант кафедры ТОЭ, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет. Тел.: (812) 346-17- 96, sawa1987@list.ru

СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ

ПОДСИСТЕМА ВИЗУАЛИЗАЦИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Ю. В. Токарев

Введение. Одной из проблем разработки САПР электрических схем является разработка модуля визуализации схем. Модуль визуализации должен решать нетривиальные задачи по минимизации пересечения, минимизации области схемы, минимизации общей длины соединительных проводников и т.д.

Однако, любая электрическая схема может быть представлена как смешанный граф, ребра которого – являются соединительными проводниками, а узлы – элементами этой схемы.

Использование модели графов позволяет свести задачу к более проработанной и исследованной области – визуализации графов. В рамках данной области были предложены различные подходы к визуализации и алгоритмы их реализации. Более того, были созданы несколько открытых продуктов с исходными кодами, которые решают данную проблему.

Использование в качестве подсистемы визуализации готового решения значительно сократило бы затраты на разработку всей САПР в целом и позволило бы получить более качественный продукт, так как готовые системы визуализации разрабатывались и оттестированы на протяжении нескольких лет множеством независимых пользователей и разработчиков.

В данной статье будут рассмотрены различные открытые бесплатные системы визуализации графов и проанализированы возможности их адаптации для визуализации электрических схем.

Проблемы визуализации схем. При отображении графов чаще всего обращают внимание на эстетические критерии их отображения. Но в нашем случае использования графов как модели электрических схем более важными будут экономические показатели.

Первый критерий – это пересечения [1]. При визуализации общее число пересечений должно быть сведено к минимуму. Идеальным отображением было бы планарное отображение. Этот критерий носит как эстетический, так и экономический характер. Снижение количества

пересечений приведет к уменьшению количества слоев схемы, а при аналитическом обзоре, схема будет иметь более наглядное представление.

Второй критерий – минимизация размеров области схемы. Если область под схему будет слишком большая, то это повысит её стоимость и сузит возможные сферы её применения, в то же время значительно разнесенная на экране схема снизит удобство её восприятия.

Третий критерий - общая длина рёбер. При визуализации следует сократить суммарную длину всех ребер до минимально возможной, это значительно сократит длину соединительных проводов, а следовательно и потери энергии, кроме того повысится помехоустойчивость и надежность схемы на разрыв.

Четвертый критерий – общее число сгибов. Сгиб ребра не несет в себе информации и по возможности должен быть сведен к минимуму.

Пятый критерий – это угловое разрешение [3]. Угловое разрешение – это величина самого острого угла образованного на стыке двух ребер или на изломе ребра. Если угол будет слишком острый то граф будет неудобен для анализа, кроме того при масштабировании острый угол может быть визуально ошибочно определен как нулевой, кроме того такие острые соединения на схемах могут сильно усложнить производство.

Также не маловажным критерием является симметрия [1]. Симметрия приятна с эстетической точки зрения, но кроме того помогает при анализе, например, в случае отображения по принципу симметрии визуально очень легко определить схожие по составу блоки в схеме.

Все эти критерии, как несложно догадаться, дополняют и противоречат друг другу. Удовлетворить всем критериям при визуализации графа и схемы в общем случае – невозможно. Визуализация графов – это не задача, а скорее проблема, которая не имеет единственного верного решения. Однако существуют некоторые подходы и эвристики, которые позволяют найти некоторый компромисс между названными критериями.

Методы визуализации схем. Выработаны различные подходы к визуализации графов, которые позволяют с помощью различных упорядоченных действий достичь компромисса по всем критериям.

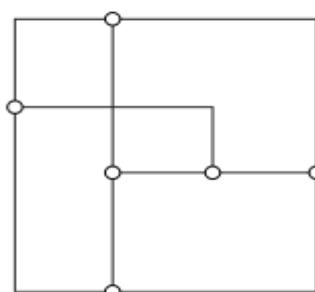


Рис. 1. Ортогональное отображение графа

Первый метод – это планаризация. Если граф планарный то он и так может быть размещен на плоскости без пересечений, если же он не планарный, то у графа последовательно удаляются ребра до тех пор, пока граф не станет планарным, после чего планарная часть графа визуализируется. Затем восстанавливаются удаленные ребра, с пересечениями, так как без пересечений их нарисовать невозможно.

Второй способ основан на использовании представления ребер графа как векторов силы [1]. При отображении пытаются минимизировать энергию системы для получения хорошего рисунка.

Третий способ – это ортогональное представление [1] (см. рис. 1). Рёбра представляются ломаными, отрезки которых — вертикальные или горизонтальные линии.

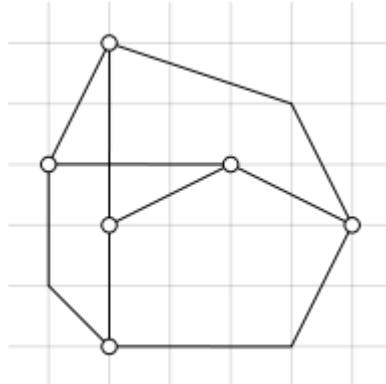


Рис. 2. Сеточное отображение графа

Четвертый способ – сеточное представление (рис. 2). Вся область графа разбивается на сетку, узлы графа рисуются только в узлах сетки, а ребра идет вдоль линий сетки, либо в редких случаях соединяют два узла по прямой.

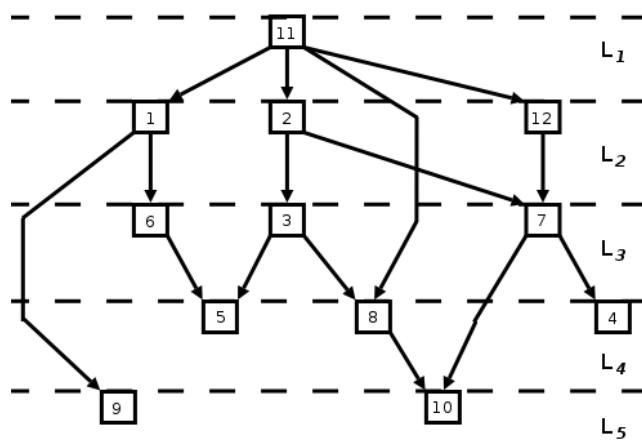


Рис. 3. Сигаяма–подобный способ отображения графа

Пятый способ – круговое представление [5]. При круговом представлении узлы графа размещаются на одной окружности, а ребра являются хордами данной окружности или лежат непосредственно на дуге данной окружности. После первой произвольной визуализации, узлы начинают перемещаться по окружности и пытаются найти такое положение узлов, при котором будет получено наименьшее пересечение ребер.

Еще одним способом визуализации графов являются так называемые Сигаяма–подобные методы [1] (см. рис. 3). При данном подходе вершины разделяются на иерархические уровни, а ребра являются линиями, которые соединяют различные уровни.

Каждый из способов имеет свои особенности и предназначен для различных целей, сама по себе реализация каждого из них является нетривиальной задачей, поэтому использование готового решения полностью оправдано.

Анализ готовых решений. Существуют следующие наиболее популярные открытые и распространяемые в исходных кодах решения:

- Gephi – <http://gephi.org/>
- Graphiz – <http://graphviz.org/>
- Dracula Graph Library – <http://www.graphdracula.net/>
- Arborjs – <http://arborjs.org/>

Gephi – это приложение, написанное на Java, которое может быть установлено на любую операционную систему (Windows, Mac Os, Linux). Gephi распространяется в открытых кодах и может быть легко модифицирован. Он является неоднократным победителем множества конкурса программного обеспечения и используется в крупных проектах. Он поддерживает открытые форматы представления графов – GML, GraphML. Позволяет изменять метод, на котором будет основана визуализация графа, и многое другое.

Graphiz – это приложение, которое может быть установлено на любую операционную систему (Windows, Mac Os, Linux). Graphiz также бесплатно распространяется в исходных кодах и может быть легко модифицирован. Этой библиотеке более 20 лет, при этом она регулярно обновляется, улучшается и поддерживается в активном состоянии. Для нее разработано множество дополнений, которые значительно расширяют ее функционал.

Dracula Graph Library и Arborjs – это бесплатные, распространяемые в открытых кодах JavaScript библиотеки, которые позволяют отрисовывать графы в окне браузера. Они также могут работать на любой операционной системе с установленным браузером и поддержкой JavaScript.

В табл. 1 приведено сравнение данных библиотек и программных продуктов. С одной стороны Gephi и Graphiz – являются очень мощными инструментами визуализации, испытанными десятилетиями и обладающими множеством настроек. Однако вследствие огромного объема кода, внесение изменений в них сильно затруднено. В то же время Dracula Graph Library и Arborjs, обладают скучным набором возможностей, но зато состоят, всего лишь, из одного файла и для модификации не требуют наличия среды разработки.

Таблица 1. Сравнение систем визуализации графов

Параметр	Gephi	Graphiz	Dracula Graph Library	Arborjs
Кроссплатформенность	+	+	+	+
Необходимость устанавливать дополнительное ПО или библиотеки	+	+	+/-	+/-
Возможность изменять способ визуализации графа	+	+	-	-
Легкость внесения изменений в исходный код	тяжело	тяжело	легко	Легко
Наличия сообщества разработчиков и поддержки	+	+	-	-
Наличие документации	+	+	+	+
Поддержка открытых форматов	+	+	-	-

Если к подсистеме визуализации в рамках САПР предъявляются жесткие требования по точности и оптимальности отображения схемы, то оптимальным было бы использование библиотек системы Gephi в качестве основы для подсистемы визуализации. Она обеспечивает полную гибкость, высокую точность и при этом является самой современной и продвинутой на данный момент.

В случае если подсистема визуализации необходима лишь для поверхностного представления топологии схемы и визуальное представление не будет детально анализироваться и переноситься на плату, то оптимальным выбором было бы использование библиотеки Dracula Graph Library и браузера в качестве инструмента отображения. Эта

библиотека имеет низкий порог вхождения и позволяет легко и быстро внести необходимые изменения.

Выводы

1. Сформулированы основные проблемы, возникающие при разработке модуля визуализации электрических схем для систем САПР.
2. Рассмотрены способы решения данных проблем.
3. Выделены и проанализированы существующие бесплатные системы с открытым кодом.
4. Даны рекомендации по использованию их в САПР различной направленности.

Литература

1. Di Battista G., Eades P., Tamassia R., Tollis I. G. Algorithms for Drawing Graphs: an Annotated Bibliography // Computational Geometry: Theory and Applications 4.– 1994.– P. 235–282.
2. Di Battista G., Eades P., Tamassia R., Tollis I. G. Graph Drawing: Algorithms for the Visualization of Graphs.– Prentice Hall, 1998.
3. Formann M., Hagerup T., Haralambides J., Kaufmann M., Leighton F. T., Symvonis A., Welzl E., Woeginger G. (1993), "Drawing graphs in the plane with high resolution", SIAM Journal on Computing.– 1993.– Vol. 22 (5).– P. 1035–1052.– DOI:10.1137/0222063.
4. Beckman B. Theory of Spectral Graph Layout: Tech. Report MSR-TR-94-04 / Microsoft Research.– 1994.
5. Doğrusöz U., Madden B., Madden P. Circular layout in the Graph Layout toolkit // in North, Stephen, Symposium on Graph Drawing, GD '96 Berkeley, California, USA, September 18–20, 1996.– Proceedings, Lecture Notes in Computer Science, 1190, Springer-Verlag, 1997.– P. 92–100.– DOI:10.1007/3-540-62495-3_40.

Токарев Юрий Владимирович, аспирант кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета. Тел.: (905) 184-47-39. E-mail: current@mail.ru.

ПРОГРАММА СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА CIRSYM: ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ, СТРУКТУРА И ФУНКЦИИ

В. В. Филаретов

Программы символьного анализа на основе унисторного графа.

Символьным анализом называется получение и представление результата анализа электрической цепи в виде аналитического выражения, в котором все или часть параметров схемы заданы буквами (символами). Если для анализа используется отображение схемы графом, то такой анализ называется символьно-топологическим.

Символьный анализ отличается от матрично-численного анализа высокой сложностью, как при получении, так и при представлении результатов. Для символьного анализа сложных схем приходится проводить анализ по частям, то есть делить схему на подсхемы, анализировать подсхемы в отдельности и объединять результаты анализа подсхем.

Наиболее эффективные программы символьного анализа электрических цепей в десятки узлов и элементов были разработаны на основе отображения схем унисторным (дву направленным) графом проводимостей [1–6]. На унисторном графе можно было отображать источники напряжения, управляемые током (ИТУН). Остальные три типа управляемых источников (УИ): источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН); источник напряжения, управляемый током (ИНУТ) и источник тока, управляемый током (ИТУТ), а также идеальные операционные усилители (нуллоры) считаются нерегулярными для узлового базиса.

Электронная схема (ее граф) представляется как объединение подсхем (подграфов). Каждая подсхема (граф) анализируется в отдельности, затем осуществляется иерархическое объединение результатов анализа подсхем в том или ином порядке. Программы анализа [1–5] различаются, прежде всего, выбором способа деления графа на подграфы: делением по вершинам [1, 3, 5] или по дугам [2, 4]. В работе [6] показано, что деление графа по дугам является частным случаем деления по вершинам.

Эффективность программ [1–6] по сложности анализируемых схем и времени вычислений достигается за счет численного задания параметров схемы. Символично задается только оператор дифференцирования – комплексная частота p . При этом результатами анализа подсхем и исходной схемы являются полиномы относительно p . Для задания символами некоторых (одного, двух, трех...) параметров схемы были разработаны специальные версии программ, имеющие существенно сниженную эффективность. Наиболее эффективными программами

признаны программы, реализующие диакоптический метод d -деревьев [1, 3, 5, 6].

Программа SYMBOL. Для полного символьного анализа электрических цепей В.В.Филаретовым была разработана программа SYMBOL, в которой также использовался метод униторного графа [7, 8]. В отличие от программ [1–6] программа SYMBOL генерировала символьные выражения для полиномиальных коэффициентов в скобочной форме с оптимальным вынесением за скобки общих множителей [9]. Наиболее совершенные версии программы SYMBOL были внедрены в десятке проектных организаций и вузов в рамках кандидатской диссертации [10], а тексты на языке Фортран-4 опубликованы [11, 12].

Предельная сложность схем для программы SYMBOL ограничивалась 10 узлами и 5000 слагаемыми в знаменателе передаточной функции по напряжению (только такая схемная функция находилась программой). Время генерации потреблялось на нахождение слагаемых числителя и знаменателя в виде развернутого выражения и последующую его свертку по правилу выделения символа с максимальным участием в слагаемых выражения [9].

В начале 90-х годов программа SYMBOL была усовершенствована обобщением на нерегулярные типы УИ (ИНУН, ИНУТ и ИТУТ) на основе метода обобщенного униторного графа [13, 14], что существенно повысило ее полезность для инженеров-разработчиков электронных схем и студентов, обучающихся на соответствующих специальностях.

Программа GRAPH. Повышение эффективности программы SYMBOL потребовало проведения кропотливых исследований в области оптимальной свертки символьных определителей ненаправленных и униторных графов [15–21]. Эти исследования были положены в основу программы GRAPH для генерации оптимальных выражений определителей ненаправленных графов, которая была реализована Д.В.Шеиным [22, 23]. Показатели сложности (число операций умножения и сложения) оптимальных формул, генерируемых программой GRAPH, были рассчитаны теоретически, что показало полное совпадение теории и эксперимента [24–26].

Программа GRAPH формировала компактные скобочные выражения, минуя получение развернутого выражения и последующую его свертку, что многократно увеличило сложность анализируемых схем (до десятков–сотен узлов и элементов). Язык реализации – Си – обеспечил рекурсивные вызовы, что упростило структуру и текст программы, упростило ее отладку. Динамическое распределение памяти, предусматриваемое компиляторами Си, обеспечило многократное сокращение емкости требуемой во время вычислений памяти. Фактически память требуется только на хранение программы и символьного результата.

Технология формульного вывода, предложенная Д.В.Шеиным в программе GRAPH, была использована В.В.Филаретовым для реализации программ символьного анализа сложных электрических цепей с ИТУН и ОУ [27–31], а затем со всеми типами линейных элементов [32–37].

Программа CIRSYM (CIRcuit SYMbOl). Программа CIRSYM и ее многочисленные модификации в отличие от известных программ символьного анализа, основанных на отображении схемы матрицами и графами, предусматривают работу на схемном уровне. При этом список элементов схемы служит как для задания исходных данных, так и для внутреннего формата данных об исходной схеме и производных от нее схем, что полностью исключает избыточность внутреннего (машинного) представления схемы.

В основе программы CIRSYM лежит метод схемных определителей. Понятие схемного определителя [38, 39] было введено В.В.Филаретовым по аналогии с понятием матричного определителя и развивает схемный подход к анализу электрических цепей, предложенный Фойснером [40–42]. На методе схемных определителей основан ряд учебных курсов основан ряд учебных курсов [38, 43], этот метод популяризовался за рубежом [44–46]. О современном состоянии схемного подхода к символьному анализу электрических цепей можно узнать в [47, 48].

Для анализа электрических цепей с произвольным числом независимых источников напряжения и тока В.В.Филаретовым был предложен метод многомерного управляемого источника [46, 49], который легко реализовался в базовой версии CIRSYM. Таким образом, программа CIRSYM из программы генерации передаточных функций (для схем с одним независимым источником и одним откликом) стала программой символьного анализа электрических цепей с произвольным числом независимых источников и откликов.

Дальнейшая модернизация программы CIRSYM состояла в реализации базисной задачи диагностики, символьное решение которой разработал С.А.Курганов [50]. О современной версии программы CIRSYM можно получить информацию в [51]. К сожалению, до сих пор не удалось освободить символьный результат от небольшого числа избыточных скобок непосредственно в ходе генерации формул. Поэтому для исключения лишних скобок Д.В.Шеиным была специально разработана программа LIKVID [52].

Сферу приложения программы CIRSYM существенно расширила реализация В.В.Филаретовым полиномиального режима вывода схемных функций [53]. Совсем недавно (в период написания этой статьи) полиномиальный режим был реализован в полном объеме (для нахождения произвольного числа откликов напряжения и тока от произвольного числа источников напряжения и тока).

Программа CIRSYM является анализирующим блоком системы схемотехнического анализа, диагностики и синтеза (SCADS) [54], а также используется в составе программы моделирования импульсных устройств FASTMEAN [55]. CIRSYM включена в отраслевой фонд алгоритмов и программ [56] и свободно распространяется [57]. Дополнительную информацию по обсуждаемому вопросу можно найти на сайтах [58–64]. Ниже обсуждаются особенности реализации программы CIRSYM.

Структуры исходных данных о схеме. Структура двухполюсных ветвей схемы имеет вид:

PASSIVE {первый узел; второй узел; кратность; идентификатор}.

Кратность – количество ветвей, входящих в двухполюсник. Для у-двохполюсника – это количество параллельных ветвей. Для z-двохполюсника – это количество последовательных ветвей. Идентификатором двухполюсника может быть имя отдельного сопротивления или проводимости, соответствующая сумма проводимостей или сопротивлений.

Структура управляемых источников (УИ) схемы:

SOURCE {начальный узел управляемой ветви; конечный узел управляемой ветви; начальный узел управляющей ветви; конечный узел управляющей ветви; кратность; идентификатор УИ}.

Кратность – количество отдельных УИ, образующих данный УИ. Для ИТУН – это количество параллельных ИТУН. Для ИНУТ – это количество последовательно соединенных ИНУТ. Идентификатором УИ является параметр отдельного УИ или соответствующая сумма параметров.

Специальные значения имеют кратности неудаляемых управляемых источников (НУИ) и многомерных НУИ. Кратность НУИ отрицательна и равна -1 . Под многомерным НУИ понимается многомерный УИ, управляемый идеальным элементом – нуллатором, то есть состоит из n обычных генераторов, управляемых единственным приемником, который не может быть удален из схемы в результате нейтрализации (обнуления).

Многомерный НУИ используется при анализе схемы с несколькими источниками воздействия, а также ее диагностики. Для решения этих задач нужен всего один многомерный НУИ, который помещается в схему автоматически и не задается в *cig*-файле. Внутри программы многомерный НУИ задается n управляемыми источниками, управляющие ветви которых имеют различные пары узлов, но управляющие ветви всех n управляемых источников одинаковы. Чтобы отличать многомерный НУИ от обычных УИ, кратность всех УИ многомерного НУИ уникальна и равна 999.

Структура графа, изоморфного схеме:

GRAPH {начальный узел; конечный узел; тип ветви}.

Типом ветви служит число 0 (для двухполюсника) или порядковый номер (для управляемого источника). Ребра графа, соответствующие

управляемой и управляющей ветвям УИ, имеют одинаковый тип, равный номеру этого УИ.

Структура для диагностируемой схемы:

DIAG {номер диагностируемой ветви; идентификатор диагностируемой ветви};

Режимы работы программы CIRSYM:

Нахождение определителя схемы (при отсутствии приемников откликов) – **detan**.

Формирование схемной функции с разными сечениями для числителя и знаменателя – **cirfunst**.

Формирование схемной функции с единым сечением для числителя и знаменателя – **cirfunc**.

Формирование выражений для искомых токов и напряжений от нескольких источников напряжения и тока – **analys**.

Формирование полиномиальных выражений для искомых токов и напряжений от нескольких источников напряжения и тока – **analysp**.

Нахождение полиномиального определителя схемы (при отсутствии приемников откликов) – **detanp**.

Формирование полиномиальной схемной функции – **cirfunpa**.

Нахождение определителя схемы с компенсированными элементами – **detdia**.

Диагностика схемы – формирование выражений для неизвестных параметров – **diagnos**.

Разложение схемного определителя. Работа программы CIRSYM во всех режимах сводится к разложению схемного определителя. Используемые при этом функции языка Си подразделяются на 5 групп.

Выделение параметров элементов:

Рекурсивное динамическое разложение схемного определителя – **gggf**.

Вынесение за скобки общих множителей – **multipl**.

Рекурсивное динамическое разложение полиномиального схемного определителя – **gggp**.

Выделение общих множителей в полиномиальном схемном определителе – **multiplp**.

Нейтрализация (обнуление) УИ ($act[j].kol = 0$) с проверкой на вырождение схемы – **newtral**.

Объединение узлов $s1$ и $s2$ для УИ и нейтрализация ИТУН – **uniact**.

Объединение узлов $s1$ и $s2$ для двухполюсных элементов с удалением у-петель – **unipas**.

Проверка схемы на вырожденность:

Проверка графа (GRAPH) на связность – **bond1f**.

Проверка схемы (PASSIVE и SOURCE) на связность – **connec**.

Проверка наличия вырождающих схему сечений (из нораторов и генераторов тока или из нуллаторов и приемников напряжения – **hanged**.

Функции выбора ветвей для первоочередного выделения:

Нахождение висячей у-ветви (у-ветви, соединенной последовательно с генератором или приемником УИ) – **hangpas**.

Выбор оптимальной для разложения проводимости – **choiceg**.

Выбор оптимального для разложения сопротивления – **choicer**.

Проверка наличия и выбор УИ, оптимального для разложения определителя – **noideal**.

Выбор минимального числа из двух целых чисел – **minimum**.

Выбор максимального числа из двух целых чисел – **maximum**.

Частные случаи выделения:

Выделение z -петли – **pasloop**.

Выделение z -ветви, параллельной генератору напряжения или приемнику тока – **redur**.

Выделение параллельных норатора и нуллатора – **degener**.

Выделение у-ветви, последовательной генератору тока или приемнику напряжения – **pashang**.

Исключение узла, инцидентного нораторам, генераторам тока, нуллаторам и приемникам напряжения – **nodred**.

Операции с многомерным НУИ:

Нейтрализация многомерного НУИ – **allntr999**.

Нейтрализация k -го источника в многомерном НУИ – **autontr999**.

Нейтрализация оставшихся элементов многомерного НУИ – **ntr999**.

Функция проверки существования многомерного НУИ – **is999**.

Преобразование многомерного НУИ (с одним элементом) в обычный НУИ – **one999**.

Функции эквивалентных преобразований. Сложность анализируемых схем позволяют многократно увеличить упрощающие эквивалентные преобразования схем и формул, выполняемые перед анализом или в процессе анализа.

Упрощения путем введения подформул:

Свертывание последовательных проводимостей – **red2yy**.

Свертывание параллельных сопротивлений – **red2zz**.

Объединение последовательных сопротивлений – **seqzz**.

Объединение параллельных проводимостей – **really**.

Свертывание параллельных проводимости и сопротивления – **reallyz**.

Свертывание последовательных сопротивления и проводимости – **seqzy**.

Объединение ветвей:

Сведение параллельных у-ветвей – **reallf**.

Объединение параллельных ИТУН – **parall**.

Сведение последовательных z -ветвей – **seqzz0**.

Упрощения в единой формуле:

Реализация комплекса схемных упрощений – **simply**.

Удаление третьего элемента в треугольнике с двумя генераторами или приемниками – **triangle**.

Удаление у-ветвей, параллельных генераторам напряжения или приемникам тока – **redu**.

Упрощения при разомкнутых генераторах или приемниках УИ – **euihang**.

Упрощения при замкнутых генераторах или приемниках УИ – **actloop**.

Упрощения при параллельном соединении генераторов и приемников УИ – **redpar**.

Упрощения при последовательном соединении генераторов и приемников УИ – **redseq**.

Стягивание z-ветвей, последовательных генераторам тока или приемникам напряжения – **hangr**.

Вспомогательные функции. Введение вспомогательных функций позволяет уменьшить текст программы и сделать его более читаемым.

Нахождение числа узлов и вектора узлов:

Нахождение числа узлов *p* и вектора узлов в графе (GRAPH) – **verstr**.

Нахождение числа узлов в графе (GRAPH) – **ver_n**.

Нахождение числа узлов *p* и вектора узлов *str* схеме (PASSIVE и SOURCE) – **nodestr**.

Нахождение числа узлов в схеме (PASSIVE и SOURCE) – **node_n**.

Нахождение числа узлов и вектора узлов в активной схеме (SOURCE) – **nodes**.

Нахождение числа узлов в активной схеме (SOURCE) – **node**.

Операции со структурами:

Копирование структур PASSIVE – **pascopy**.

Копирование структур SOURCE – **actcopy**.

Преобразование PASSIVE в GRAPH – **copypas**.

Преобразование SOURCE в GRAPH – **copyact**.

Занесение в структуру SOURCE нового вырожденного НУИ (идеального проводника) – **nui**.

Занесение в структуру SOURCE нового НУИ – **nuiall**.

Занесение в структуру SOURCE нового идеального проводника вместо *k*-го элемента – **nuintr**.

Занесение в структуру нового УИ – **actall**.

Занесение в структуру нового двухполюсника – **matrall**.

Освобождение структуры PASSIVE – **freematr**.

Освобождение структуры SOURCE – **freeact**.

Освобождение строк в PASSIVE – **frematr**.

Освобождение строк в SOURCE – **freact**.

Освобождение j-го элемента в PASSIVE – **frmatr**.

Освобождение j-го элемента в SOURCE – **fract**.

Функции проверки наличия:

Проверка наличия в схеме емкостной проводимости – **yesgc**.

Проверка наличия в схеме индуктивного сопротивления – **yesrL**.

Проверка наличия в схеме емкостной проводимости или индуктивного сопротивления – **yescL**.

Проверка наличия в схеме проводимостей g , y , Y – **yesg**.

Проверка наличия в схеме сопротивлений R , z , Z – **yesr**.

Проверка наличия в схеме ИТУН – **yess**.

Проверка наличия в схеме НУИ – **yesn**.

Функции диакоптического блока diakop. Делают возможным анализ схем, содержащих десятки-сотни узлов и элементов. Разложение схемного определителя по частям выполняется на основе рекурсивного половинного деления – бисекции схемы.

Раздельная бисекция схем числителя и знаменателя:

Деление графа схемы (GRAPH) по одному узлу – **bond1**.

Проверка независимости подграфов-подсхем, соединенных в одном узле – **indep1**.

Деление графа схемы (GRAPH) по двум узлам – **bond2**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с двумя общими узлами – **indep2**.

Деление графа схемы (GRAPH) по трем узлам – **bond3**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с тремя общими узлами – **indep3**.

Деление графа схемы (GRAPH) по четырем узлам – **bond4**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с четырьмя общими узлами – **indep4**.

Деление графа схемы (GRAPH) по пяти узлам – **bond5**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с пятью общими узлами – **indep5**.

Преобразование схемы (PASSIVE и SOURCE) в граф (GRAPH) – **transfor**.

Расчет количества элементов в PASSIVE и SOURCE – **fortest**.

Восстановление из графа (GRAPH) первой или второй подсхемы (PASSIVE и SOURCE) – **fortrans**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по одному узлу – **bisec1**.

Разложение определителя схемы делением на две подсхемы по выбранному узлу – **form1**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по двум узлам – **bisec2**.

Разложение определителя схемы делением ее на две подсхемы по выбранным двум узлам – **form2**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по трем узлам – **bisec3**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по четырем узлам – **bisec4**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по пяти узлам – **bisec5**.

Разложение определителя схемы делением ее на две подсхемы по трем, четырем или пяти узлам выполняется одной функцией **form**.

Единая бисекция схем числителя и знаменателя:

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по двум узлам – **bis2**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с двумя общими узлами – **indep2m**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по трем узлам – **bis3**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с тремя общими узлами – **indep3m**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по четырем узлам – **bis4**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с четырьмя общими узлами – **indep4m**.

Поиск половинного деления схемы на подсхемы по пяти узлам – **bis5**.

Проверка независимости подграфов-подсхем с пятью общими узлами – **indep5m**.

Формирование схемной функции путем деления схемы на две подсхемы, одинаковые для схем числителя и знаменателя, по выбранным двум, трем, четырем или пяти узлам выполняется функциями **form2** и **form** (как при различном выборе подсхем для схем числителя и знаменателя).

В функциях **bis2–bis5** в отличие от функций **bisec2–bisec5** не предусмотрен вызов **form2** и **form**.

Функции ввода-вывода:

Ввод схемы и проверка корректности – **input**.

Разбор строки исходного **cir**-файла (файла схемы) – **extra**.

Удаление из формулы нулевых слагаемых – **ster**.

Занесение очередного элемента (параметра или суммы параметров) в формируемую строку – **printa**.

Занесение очередного элемента в строку сомножителей – **printi**.

Занесение сформированной строки в файл – **control**.

Пакетная обработка cir-файлов: о новых версиях CIRSYM.

Последние версии программы CIRSYM, предназначены для повышения эффективности работы системы SCADS и предусматривают пакетную обработку нумерованных **cir**-файлов, которые размещаются в текущем каталоге. При этом в одном **cir**-файле можно размещать несколько **cir**-файлов, разделяемых ключевым словом **.END**. Объединенный **cir**-файл оканчивается ключевым словом **.TOTAL**. Результаты обработки объединенного **cir**-файла помещаются в один выходной файл **out**.

Литература

1. Дмитришин Р. В., Шаповалов Ю. И. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ // Автоматизация проектирования в электронике. – Киев, 1975. – Вып. 12. – С. 42–46.
2. Матвийчук Я.Н. Разработка метода и программы анализа линейных схем по частям // Теоретическая электротехника.– Львов, 1980.– Вып. 29.– С. 41–52.
3. Березко Л.А., Шаповалов Ю.И. Реализация метода подсхем при символическом анализе линейных схем // Изв. Вузов. Радиоэлектроника.– 1980.– Т. 23, №6.– С. 21–25.
4. Оптимальная реализация линейных электронных *RLC*-схем / А.А. Ланнэ, Е.Д. Михайлова, Б.С. Саркисян, Я.Н. Матвийчук. – Киев: Наукова думка, 1981. – 208 с.
5. Шаповалов Ю.И., Давидюк Р.Д. Особенности реализации метода топологического анализа схем в программе AC13EC // Радиоэлектроника.– 1983.– № 6.– С. 79–81.
6. Ястребов Н.И. Повышение эффективности декомпозиционных алгоритмов символьного анализа // Радиоэлектроника.– 1985.– № 6.– С. 102–104.
7. Филаретов В.В., Кузьмин Н.П., Тимофеев В.Ф. и др. Комплекс программ анализа и оптимизации линейных электронных схем ПОЛЭС: Отчет о НИР / Ульян. политехн. ин-т.– № 0-100/85; № ГР01850073775; Инв. № 0286.0074623.– Ульяновск, 1985.– 68 с.
8. Филаретов В.В. Программа автоматического вывода аналитических выражений для функций аналоговых измерительных преобразователей // 8-я Всесоюз. конф. «Измерительные информационные системы»: Тез. докл.– Ташкент: Политехн. ин-т, 1987.– Ч. 3.– С. 115.
9. Филаретов В.В. Алгоритм формирования экономных буквенно-численных выражений для коэффициентов схемных функций // Электрон. моделирование.– 1987.– № 4.– С. 33–35.
10. Филаретов В.В. Алгоритмы символьно-топологического анализа электрических цепей: Дис. ... канд. техн. наук: 05.09.05 (Теорет. электротехника) / Ленингр. гос. техн. ун-т.– Л., 1990.– 148 с.
11. Филаретов В.В. Программа SYMBOL автоматического вывода передаточной функции электронной схемы произвольной структуры // Алгоритмы и устройства обработки сигналов и автоматизация проектирования.– Таллин: АН Эстонии, 1991.– С. 130–148.
12. Филаретов В.В. Алгоритм приведения развернутых алгебраических выражений топологических функций к скобочной форме и его реализация в программе SYMBOL // Алгоритмы и устройства обработки сигналов и автоматизация проектирования.– Таллин: АН Эстонии, 1991.– С. 149–166.

13. Филаретов В.В. Обобщенный унисторный граф электронной схемы и его анализ // Электричество.– 1993.– № 5.– С. 65–70.
14. Власенко О.Ф., Тухтаров В.Н., Филаретов В.В. Формульный вывод, оптимизационный расчет и графическое отображение передаточных функций электронных схем // Проблемы автоматизированного моделирования в электронике: Тез. докл. международ. конф.– Киев: Общество “Знание” Украины, 1993.– С. 29–30.
15. Филаретов В.В. Метод разложения определителя ненаправленного графа по ребрам с максимальным участием / Ред. журн. “Радиоэлектроника”.– Деп. в ВИНТИ 27.11.85, № 8184-В85.– 12 с.– Реф. в: Радиоэлектроника.– 1986.– № 3.– С. 110.
16. Филаретов В.В. Рекурсивные методы выражения определителя ненаправленного графа // Теорет. электротехника.– Львов, 1986.– Вып. 40.– С. 6–12.
17. Филаретов В.В. Алгоритм разложения определителя ненаправленного графа проводимостей по ребрам, входящим в пути между парами вершин // Теорет. электротехника.– Львов, 1988.– Вып. 45.– С. 28–34.
18. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // Электричество.– 1992.– № 7.– С. 31–37.
19. Филаретов В.В. Исследования Вильгельма Фойснера в области теоретической электротехники // Электричество.– 1992.– № 9.– С. 64–67.
20. Филаретов В.В. Оптимизация формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1993.– № 9.– С. 64–68.
21. Филаретов В.В. Приоритеты в науке, или еще об одном слагаемом успеха // Электричество.– 1994.– № 12.– С. 63–64.
22. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Адаптивный алгоритм и программа генерации сверхкомпактных символьных выражений схемных функций // Проблемы автоматизированного моделирования в электронике: Тез. докл. международ. конф.– Киев: Об-во “Знание” Украины, 1993.– С. 28–29.
23. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Машина генерация оптимальных формул для функций пассивных схем // Проблемы автоматизированного моделирования в электронике: Сб. докл. международ. конф.– Киев: Политехн. ин-т, 1994.– С. 28–32.
24. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.– 1995.– № 4.– С. 36–43.
25. Филаретов В.В. Оптимальная реализация дешифраторного метода анализа электрических цепей // Электричество.– 1996.– № 10.– С. 43–49.
26. Filaretov V.V. Improved decoding method for electrical network analysis // Electrical technology.– 1996.– N 4.– P. 41–53.
27. Филаретов В.В. Оптимальный синтез формул схемных функций // Проблемы автоматизированного моделирования в электронике: Сб. докл. международ. конф.– Киев: Политехн. ин-т, 1994.– С. 23–27.

28. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Оптимальный синтез символьных функций для сложных схем с операционными усилителями // Проблемы физической и биомедицинской электроники: Сб. докл. международ. конф.- Киев: Политехн. ин-т, 1995.– С. 216–220.
29. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Символьная машинная программа вывода формул для функций активных и пассивных электрических цепей // Тез. докл. 30-й науч.-техн. конф.– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 1996.– Ч. 1.– С. 43–44.
30. Филаретов В.В. Об иерархическом подходе к символьному анализу сложных электронных схем // Проблемы физической и биомедицинской электроники: Сб. докл. международ. конф.– Киев: Национальный техн. ун-т Украины, 1996.– С. 132–136.
31. Филаретов В.В. Схемный подход к символьному анализу активных электрических цепей // Электроника и связь: Науч.-техн. сб.– Киев, 1997.– Вып. 2.– Ч. 1.– С. 97–101.
32. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
33. Filaretov V.V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // Electrical technology.– 1998.– N2.– P. 46–61.
34. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Компьютерный интеллектуальный справочник схемных функций активных электрических цепей // Методы и средства преобразования и обработки аналоговой информации: Тез. докл. международ. конф.– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 1999.– С. 13.
35. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.– 2001.– № 4.– С. 43–51.
36. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям //Электричество.–2001.–№8.–С.33–42.
37. Филаретов В.В., Шеин Д.В. Формирование, интерпретация и компиляция символьных функций электронных схем // Логико-алгебраические методы, модели, прикладные применения: Тр. международ. конф.– Ульяновск: Ульян. гос. техн. ун-т, 2001.–С. 10–12.
38. Филаретов В.В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: Метод. указания к практическим занятиям по электротехнике и электронике.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– 40с.
39. Филаретов В. В. Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода: Дис. ... докт. техн. наук 05.09.05 (Теоретическая электротехника) / Ульяновский гос. техн. ун-т, Санкт-Петербургский гос. техн. ун-т. – Ульяновск–Санкт-Петербург, 2002. – 265 с.
40. Filaretov V.V., Gorshkov K.S. Friedrich Wilhelm Feussner und die Methode der Schemadeterminanten // Synthesis, analysis and diagnosis of electronic circuits: Proceedings of international conference CLIN–2007. – Ulyanovsk: ULSTU, 2007. – Т. 3.– Р. 207–222.

41. Горшков К.С., Филаретов В.В. Жизнь и деятельность Вильгельма Фойснера, основоположника схемного подхода к анализу цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 200–216.
42. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемный подход Вильгельма Фойснера и метод схемных определителей / Под ред. В.В.Филаретова.– Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2009.– 189 с.
43. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Анализ и синтез линейных электрических цепей методом схемных определителей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008.– 240 с.
44. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Extension of Feussner's method to general active networks // Direct topological models for active networks: Synthesis and analysis: Proceedings of international conference «Continual algebraic logic, calculus and neuralinformatics in science, technics and economics» (CLIN–2003).– Ulyanovsk: ULSTU, 2003.– P. 95–101.
45. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis // Proceedings of the European conference on circuit theory and design (ECCTD–2003).– Kraków, Poland, 2003.– Vol. 2.– P. 406–409.
46. Filaretov V.V., Korotkov A.S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8-th international workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design.–Wroclaw (September 23–24).–2004.–P. 8–11.
47. Филаретов В.В. Состояние и проблемы развития схемного подхода к символьному анализу электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3.– С. 196–207.
48. Курганов С.А., Полях О.И., Филаретов В.В., Ястребов Н.И. От деревьев к нуллорным схемам // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып. 7. – С. 277–321.
49. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемно-символьный анализ электрических цепей с многомерными управляемыми источниками // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 72–79.
50. Курганов С.А. Символьный подход к решению задачи диагностики электрических цепей // Электричество.– 2002.– № 8.– С. 49–52.
51. Вольнов В.Е., Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы *CIRSYMD* // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез,

анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2004.–Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Т. 4.– С. 27–30.

52. Шеин Д.В. Ликвидатор избыточных скобок и единиц в сложных алгебраических выражениях // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 153–161.

53. Курганов Д.С., Филаретов В.В. Алгоритм и программа формирования полиномиальных схемных функций электронных цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр. / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 152–165.

54. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. SCAD – система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез и анализ: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – Т. 3. – С. 3–11.

55. Смирнов В.С., Филин В.А. Программа FASTMEAN для моделирования электронных цепей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ. – 2005. – Т. 3. – С. 174–176.

56. Березуев Р.И., Курганов С.А., Филаретов В.В., Шеин Д.В. Символьный анализ и диагностика электронных цепей // Государственный координационный центр информационных технологий.– №ОФАП 3981; № ГР 50200401291. – 2004.

57. <http://levul.org/sm/symbolic.htm> – Официальный сайт системы *Symbolic Circuit Analysis, Diagnosis and Synthesis*.

58. <http://www.fastmean.ru> – Смирнов В. С., Филин В. А. Программа моделирования электрических цепей *FASTMEAN*.

59. <http://www.eng.uts.edu.au/~benr/symbolic/> – Rodanski B.S. *Symbolic Circuit Analysis: Library of Benchmark Circuits*.

60. <http://www.cirlab.unifi.it/Sapwin> – *Symbolic Analysis Program for Windows*.

61. http://ru.wikipedia.org/wiki/Фойснер,_Фридрих_Вильгельм

62. http://ru.wikipedia.org/wiki/Feussner,_Friedrich_Wilhelm

63. http://ru.wikipedia.org/wiki/Метод_схемных_определителей

64. http://ru.wikipedia.org/wiki/Method_circuit_determinants

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

О КОРРЕКЦИИ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

Е. Н. Меньшов

В труде профессора А.К. Тимирязьева [1, с. 96] приводится аналитический вывод 1-го и 2-го уравнений Максвелла, основанный на представлениях Дж. Дж. Томсона о природе ЭМП. Томсон истолковывал уравнения Максвелла как движения фарадеевых трубок.

Анализ этой методики привел меня к убеждению, что в процедурах вывода уравнений максвелла через движения фарадеевых трубок просматриваются традиционные представления о природе электрического поля. Поэтому эту методику в данной работе переформатируем (переложим) на научный язык современной классической теории ЭМП и из полученного результата раскроем следствия.

Теория гласит, что источником электрического поля является электрический заряд. При этом поле непрерывно распределено вокруг заряда и жестко связано с собственным зарядом. При движении, например, точечного заряда q со скоростью \mathbf{v} поле тоже будет следовать за своим источником. Изменение состояния ЭМП подчиняется принципу близкодействия (каждый элементарный акт возбуждения передается, например, в вакууме со скоростью света). Поэтому при непрерывном перемещении заряда электрическое поле на различно удаленных участках будет естественно деформироваться пропорционально произведению векторов $(\mathbf{v}\mathbf{D})$, [2]. В работе Тимирязьева изменение вектора электрической индукции $\delta\mathbf{D}$ за элементарный интервал времени δt подсчитывалось изменением числа фарадеевых трубок, проходящих через элементарную поверхность dS .

Так как в [1] под вектором \mathbf{D} подразумевалось «число трубок, проходящих через единицу поверхности, расположенной перпендикулярно к направлению \mathbf{D} , тогда число трубок, например, проходящих через неподвижно расположенный элемент $dydz$, равно $D_x dydz$ ». По сути, в [1] имели дело с вычислением элементарного электрического потока, который в общем случае выражается следующим образом

$$\begin{aligned} dQ = \mathbf{D}dS &= D_x i dS + D_y j dS + D_z k dS = \\ &= D_x dydz + D_y dx dz + D_z dx dy. \end{aligned} \quad (1)$$

На вычисления электрического потока необходимо наложить условие

инвариантности количества электрического заряда ($q=inv$). Количество заряда связано с полным потоком вектора электрической индукции по теореме Гаусса (для переменного поля тем же уравнением в соответствии с постулатом Максвелла)

$$q = \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \oint_S dQ. \quad (2)$$

Условие $q=inv$ можно гарантировать условием постоянства элементарных потоков $dQ = const$. Тогда изменение элементарного потока (1) за время δt примет вид

$$0 = \delta(\mathbf{D} d\mathbf{S}) = (\partial D_x) \mathbf{i} d\mathbf{S} + (\partial D_y) \mathbf{j} d\mathbf{S} + (\partial D_z) \mathbf{k} d\mathbf{S} + \\ + D_x \mathbf{i} \delta(d\mathbf{S}) + D_y \mathbf{j} \delta(d\mathbf{S}) + D_z \mathbf{k} \delta(d\mathbf{S}), \quad (3)$$

где

$$\mathbf{i} d\mathbf{S} = dS(\mathbf{i} \mathbf{n}_0) = dy dz; \quad \mathbf{j} d\mathbf{S} = dx dz; \quad \mathbf{k} d\mathbf{S} = dx dy; \quad (4)$$

$$\delta(d\mathbf{S}) = (\delta dS) \mathbf{n}_0 + dS(\delta \mathbf{n}_0). \quad (5)$$

Раскрываем в (3)-(5) следующие три типа составляющих электрического потока $\delta_x Q$ через элемент $dy dz$.

1. В $\delta_{x1} Q = (\partial D_x) \mathbf{i} d\mathbf{S} = (\partial D_x) dS \mathbf{i} \mathbf{n}_0 = (\partial D_x) dy dz$ учитывается изменение интенсивности электрической индукции D_x в процессе переноса источника при $dy dz = const$:

$$\begin{aligned} \partial D_x &= D_x(x - v_x \delta t, y - v_y \delta t, z - v_z \delta t) - D_x(x, y, z) = \\ &= -(v_x \frac{\partial D_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial D_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial D_x}{\partial z}) \delta t. \end{aligned} \quad (6)$$

Первая составляющая потока принимает вид

$$\delta_{x1} Q = -(v_x \frac{\partial D_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial D_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial D_x}{\partial z}) dy dz \delta t. \quad (7)$$

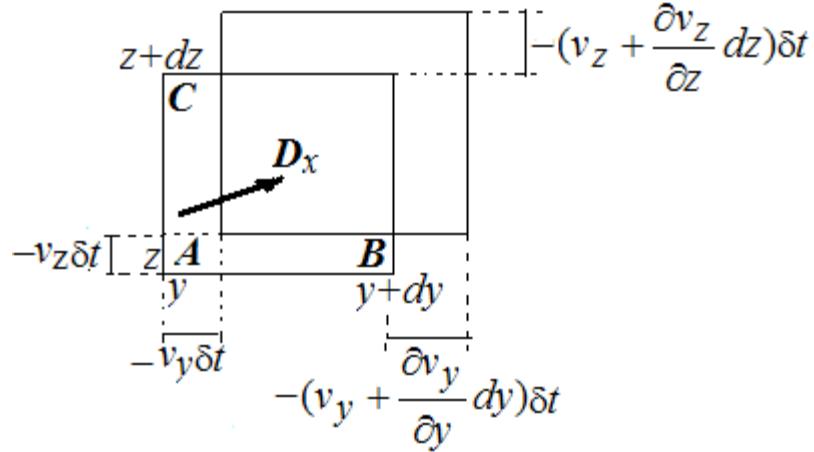


Рис. 1. Два элемента $dy dz$, отличающиеся за интервал времени δt при $D_x = const$

2. В $\delta_{x2} Q = D_x(\delta dS) \mathbf{i} \mathbf{n}_0 = D_x \delta(dy dz)$ – учитывается изменение площади элемента $dy dz$ при $D_x = const$, которое обусловлено различием скоростей деформации поля в разных точках этого элемента. По рис. 1 в

точке A координата y изменяется на величину $-v_y \delta t$, а в точке B на величину $-(v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy) \delta t$ и т.п., тогда

$$\begin{aligned}\delta(dydz) &= \left(dy - \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \delta t \right) \left(dz - \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \delta t \right) - dydz \approx \\ &\approx - \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \delta t dydz.\end{aligned}\quad (8)$$

Вторая составляющая потока будет

$$\delta_{x2} Q = -D_x \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \delta t dydz. \quad (9)$$

3. Для вычисления составляющей электрического потока $\delta_{x3} Q = dS(\mathbf{D}\delta(\mathbf{n}_0))_x$ свяжем её с причиной изменения $\delta(\mathbf{n}_0)$, которая раскрыта в [1]. Ей является неравномерность скорости деформации поля на разных участках поля. Согласно рис. 2 происходит поворот элемента $dydz$ за счет неравномерности скорости v_x , например, вдоль координаты $0y$ на угол $\delta\psi \approx \frac{\partial v_x}{\partial y} \delta t$. Здесь направление скорости противоположно оси $0x$, поэтому приращение координат $\delta x > 0$.

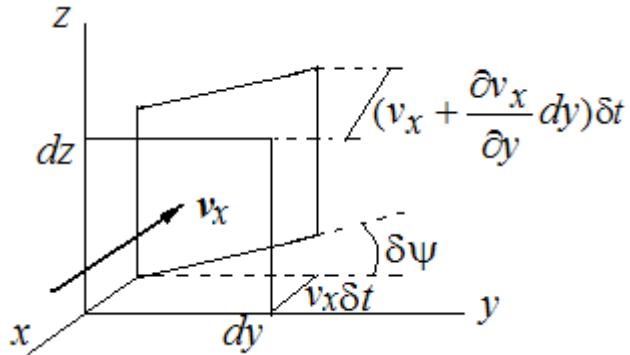


Рис. 2. Иллюстрация поворота элемента $dydz$ за интервал времени δt при $D_x = const$

При $\mathbf{D}=const$ приращение составляющей электрического потока $\delta_{x3} Q$ через этот элемент будет $\delta'_{x3} Q = D_y \sin \delta\psi = D_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \delta t$. Аналогично происходит поворот элемента $dydz$ и за счет неравномерности скорости v_x вдоль координаты $0z$ на угол $\delta\theta \approx \frac{\partial v_x}{\partial z} \delta t$, что дает вторую добавку электрического потока через этот же элемент, равную $\delta''_{x3} Q = D_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \delta t$. Тогда результирующая составляющая потока через элемент $dydz$ будет

$$\delta_{x3} Q = (D_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + D_z \frac{\partial v_x}{\partial z}) dydz \delta t. \quad (10)$$

Результирующая составляющая электрического потока через элемент $dydz$ состоит из составляющих (7), (9), (10)

$$\begin{aligned}\delta_x Q = - \left[\left(v_x \frac{\partial D_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial D_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial D_x}{\partial z} \right) + D_x \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \right] \delta t dy dz + \\ + \left(D_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + D_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) dy dz \delta t.\end{aligned}\quad (11)$$

Далее следуем по методике [1]: прибавляя и вычитая $v_x \frac{\partial D_y}{\partial y}$ и $v_x \frac{\partial D_z}{\partial z}$ в (11) и т.п., имеем

$$\begin{aligned}\delta_x Q = & \left(-v_x \operatorname{div} \mathbf{D} + v_x \frac{\partial D_y}{\partial y} + D_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_x \frac{\partial D_z}{\partial z} + D_z \frac{\partial v_x}{\partial z} - \right. \\ & \left. - v_y \frac{\partial D_x}{\partial y} - D_x \frac{\partial v_y}{\partial y} - v_z \frac{\partial D_x}{\partial z} - D_x \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dy dz \delta t = \\ = & \left(-v_x \operatorname{div} \mathbf{D} + \frac{\partial(v_x D_y)}{\partial y} + \frac{\partial(v_x D_z)}{\partial z} - \frac{\partial(v_y D_x)}{\partial y} - \frac{\partial(v_z D_z)}{\partial z} \right) dy dz \delta t = \\ = & \left(-v_x \operatorname{div} \mathbf{D} + \frac{\partial(v_x D_y - v_y D_x)}{\partial y} - \frac{\partial(v_z D_z - v_x D_z)}{\partial z} \right) dy dz \delta t.\end{aligned}\quad (12)$$

Аналогичным образом определяем электрические потоки через элементы $dxdz$ и $dxdy$ соответственно:

$$\delta_y Q = \left(-v_y \operatorname{div} \mathbf{D} + \frac{\partial(v_y D_x - v_x D_y)}{\partial x} - \frac{\partial(v_z D_y - v_y D_z)}{\partial z} \right) dxdz \delta t, \quad (13)$$

$$\delta_z Q = \left(-v_z \operatorname{div} \mathbf{D} + \frac{\partial(v_z D_y - v_y D_z)}{\partial y} - \frac{\partial(v_x D_z - v_z D_x)}{\partial x} \right) dxdy \delta t. \quad (14)$$

Подставляя (12)-(14) в (3), получаем $\delta_x Q + \delta_y Q + \delta_z Q = 0$.

Заметим, что

$$\frac{\delta_x Q}{dy dz} = \delta D_x, \quad \frac{\delta_y Q}{dxdz} = \delta D_y, \quad \frac{\delta_z Q}{dxdy} = \delta D_z \quad (15)$$

есть результирующие приращения проекций вектора электрической индукции \mathbf{D} на соответствующие координатные оси. Учитывая уравнение $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$, (12)-(14) с учетом (15) дают систему трех скалярных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{\partial(v_x D_y - v_y D_x)}{\partial y} - \frac{\partial(v_z D_x - v_x D_z)}{\partial z} &= \frac{\delta D_x}{\delta t} + v_x \rho, \\ \frac{\partial(v_y D_z - v_z D_y)}{\partial z} - \frac{\partial(v_x D_y - v_y D_x)}{\partial x} &= \frac{\delta D_y}{\delta t} + v_y \rho,\end{aligned}\quad (16)$$

$$\frac{\partial(v_z D_x - v_x D_z)}{\partial x} - \frac{\partial(v_y D_z - v_z D_y)}{\partial y} = \frac{\delta D_z}{\delta t} + v_z \rho.$$

В [1] замечено, что выражения, стоящие в скобках, представляют собой слагающие векторного произведения

$$[\mathbf{vD}] = (v_y D_z - v_z D_y) \mathbf{i} + (v_z D_x - v_x D_z) \mathbf{j} + (v_x D_y - v_y D_x) \mathbf{k},$$

а также предложена следующая формула

$$\mathbf{H} = [\mathbf{vD}]. \quad (17)$$

В этом случае система уравнений (16) будет представлять первое уравнение Максвелла в координатной форме.

В [1] из выражения магнитной энергии через (17) получено второе уравнение Максвелла

$$\text{rot} \mathbf{E} = -\frac{\delta \mathbf{B}}{\delta t}, \quad (18)$$

где электрическое поле, вызванное индукцией, описывается уравнением [1]

$$\mathbf{E}_i = [\mathbf{v} \mathbf{B}]. \quad (19)$$

По полученным результатам обсудим два обстоятельства.

Во-первых, формула (17) правомерна только для равномерного движения заряда. Она выводится в учебной литературе [3] на основе решения традиционного волнового уравнения ЭМП. В [2] аналогичная формула выведена непосредственно из системы уравнений Максвелла методом преобразования операторов дифференцирования. Поэтому уравнение (19) тоже будет правомерно только для равномерно движущегося собственного заряда.

Во-вторых, временные производные $\frac{\delta D_x}{\delta t}, \frac{\delta D_y}{\delta t}, \frac{\delta D_z}{\delta t}$ в труде Тимирязева были переименованы в частные производные $\frac{\delta D_x}{\delta t} = \frac{\partial D_x}{\partial t}$. Но это обозначение противоречит логики вывода по уравнению (3), в котором использовался полный дифференциал $\delta(\mathbf{D} d\mathbf{S})$ за интервал времени δt .

Таким образом, приходим к важному выводу, в уравнениях (16) и (18) временные производные представляют собой полные производные по времени $\frac{dD_x}{dt}, \frac{dD_y}{dt}, \frac{dD_z}{dt}$.

Из предложенного положения следуют два важных следствия.

1. *Первое.* Использование полной производной по временной переменной в правой части предполагает сумму частной производной и конвективной производной соответственно

$$\frac{d\mathbf{B}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B}. \quad (20)$$

Конвективная производная описывает изменение свойств материальной точки вдоль траектории её движения из-за «протекания» сплошной среды со скоростью \mathbf{v} . Для уравнений Максвелла это будет означать воздействие внешнего ЭМП поля.

Так как $\text{div} \mathbf{B} = 0$, тогда

$$(\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B} = (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{B} - \mathbf{v} \nabla \mathbf{B} = \text{rot}[\mathbf{B} \mathbf{v}]. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (20) и далее в (18), получаем выражение для вихревой составляющей электрического поля

$$\mathbf{E}_{\text{вих}} = [\mathbf{v} \mathbf{B}]. \quad (22)$$

Эта формула подобна формуле, введенной И.Е. Таммом [4, с.346] и условно обозначающей эквивалентное электрическое поле $\mathbf{E}' = [\mathbf{v} \mathbf{B}]$, которое создает силу Лоренца. Поэтому формула (22) отражает физическую природу силы Лоренца при перемещении заряда q во внешнем магнитном поле \mathbf{B} со скоростью \mathbf{v} , равную $\mathbf{f}_L = q\mathbf{E}_{\text{вих}}$: причиной её является вихревое электрическое поле, индуцируемое движущимся

зарядом во внешнем магнитном поле.

Заметим, что В. Г. Родионов в [5] умозрительно догадался о том, что эквивалентное электрическое поле И.Е. Тамма $\mathbf{E}' = [\nu \mathbf{B}]$ может быть порождением конвективной составляющей полной производной по времени во втором уравнении Максвелла. Им был поставлен вопрос: «Что нужно использовать в системе уравнений Максвелла $\partial \mathbf{B} / \partial t$, $\partial \mathbf{D} / \partial t$ или $d\mathbf{B} / dt$, $d\mathbf{D} / dt?$ ».

Таким образом, необходимость введения полной производной по временной переменной в правых частях уравнений Максвелла подтверждается также и тем, что её наличие объясняет природу силы Лоренца электромагнитным явлением, в основе которого лежит индуцируемое вихревое электрическое поле.

2. Второе. Употребление даже частных временных производных в уравнениях Максвелла не исключают дефекты операторов уравнений Максвелла, которые раскрываются в работах [6-8]. Там же предлагаются скорректированные уравнения Максвелла (23)-(24), устраниющие данные дефекты.

$$-\tau \partial(\operatorname{rot} \mathbf{H}) / \partial t + \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + (\partial \mathbf{D} / \partial t), \quad (23)$$

$$\tau \partial(\operatorname{rot} \mathbf{E}) / \partial t + \operatorname{rot} \mathbf{E} = -(\partial \mathbf{B} / \partial t). \quad (24)$$

Полезность таких уравнений показана в работах [8-10].

При введении полных производных по временной переменной в правые части уравнений Максвелла данные уравнения становятся явно сингулярными по временной переменной. Так как в причинно следственных актах взаимодействия $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{H}$ и $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{E}$, научно утвержденных соответственно законом полного тока и законом электромагнитной индукции, порядок дифференциального оператора воздействия (в правой части) превышает порядок аналогичного оператора возбуждения (левой части). В математике и в теории динамических систем уравнения с такими свойствами называются вырожденными уравнениями. Для исключения дефекта нужно перейти к новым уравнениям Максвелла (25)-(26).

$$-\tau \partial(\operatorname{rot} \mathbf{H}) / \partial t + \operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + (d \mathbf{D} / dt), \quad (25)$$

$$\tau \partial(\operatorname{rot} \mathbf{E}) / \partial t + \operatorname{rot} \mathbf{E} = -(d \mathbf{B} / dt). \quad (26)$$

Эти уравнения будут скорректированными уравнениями новых уравнений Максвелла (23)-(24). Сохранение частных производных по временной независимой переменной в левых частях уравнений (25)-(26) мотивируется тем, что левые части выражают реакцию возбуждения на воздействие. Если воздействие электромагнитным полем может быть внешним или собственным, то реакция электромагнитной системы является только внутренним процессом.

Вывод. Проведен аналитический вывод уравнений Максвелла на основе современных классических представлениях об электромагнитном поле движущегося заряда. В результате частные производные по временной переменной в правых частях уравнений Максвелла заменяются на полные производные.

Литература

1. Тимирязьев А.К. Введение в теоретическую физику.– М-Л: ГТТИ, 1933.– 440 с.
2. Меньшов Е.Н. Метод анализа ЭМП равномерно движущегося заряда на основе модели Максвелла»: Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. межд. конф. «КЛИН-2004» (г.Ульяновск, 18-20 мая 2004 г.)/ Под общей ред Л.И. Волгина.–Ульяновск: УлГТУ, 2004.– Том 4.– С.97-102.
3. Левич. В.Г. Курс теоретической физики. – М.: Наука, 1969. –Том 1.– 910 с.
4. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1976.– 616 с.
5. Родионов В.Г. О "классической" фальсификации классической электродинамики.– ЖРФМ, 2004, № 1-12, С. 42-55.
6. Меньшов Е.Н. Математическое моделирование электромагнитного поля: Деп. в ВИНИТИ от 25.10.2002, №1842 – В2002. – 9 с.
7. Меньшов Е.Н. Несоответствие уравнений Максвелла требованиям, предъявляемым к динамическим моделям типа «вход-выход»: Схемно-топологические модели активных электрических цепей (синтез и анализ): Тр. межд. конф. «КЛИН-2003» (г.Ульяновск, 13-15 мая 2003 г.)/ Под общей ред Л.И. Волгина.–Ульяновск: УлГТУ, 2003.– Том 4.– С.75-78.
8. Меньшов Е.Н. Новые уравнения Максвелла: преодоление внутреннего противоречия в классической электродинамике// Современные научноемкие технологии. (материалы заочн. электрон. конф. РАЕ, 20-25 ноябр., 2004 г.) – 2005. – №1.– С.89-90.
9. Меньшов Е.Н. Фундаментальные свойства новых уравнений Максвелла. // Вестник УлГТУ.– 2004.– №4.– С.54-57.
10. Меньшов Е.Н., Шайкин Н.Н. Формула для расчета силы реакции излучения // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей : Междунар. сб. науч. тр. / Под общей ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 232-237.

Меньшов Евгений Николаевич – к.т.н., доцент УлГТУ, г. Ульяновск.
E-mail: men@ulstu.ru.

ИЗ ОПЫТА РАБОТЫ

К ФОРМИРОВАНИЮ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ТОПОЛОГИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

В. Г. Ягуп, Е. В. Ягуп,

Рассмотрена методика получения характеристического уравнения электрической системы топологическим методом ненаправленных графов. Показаны преимущества использования этого метода по сравнению с другими. Ключевые слова: характеристическое уравнение, электрическая система, ненаправленный граф, системная матрица.

The method of receipt of characteristic equation of the electric system is considered by the topological method of unidirectional graphs. Advantages of the use of this method are shown up as compared to other.

Характеристическое уравнение широко применяется при решении задач, связанных с анализом динамических систем, в том числе и линейных электрических систем[1]. Левая часть характеристического уравнения представляет собой алгебраический многочлен, порядок которого совпадает с порядком электрической системы. Порядок электрической системе без топологических особенностей (емкостных контуров и индуктивных сечений) равен количеству реактивных элементов, содержащихся в этой системе. Приравнивание характеристического полинома нулю дает характеристическое уравнение. Корни этого уравнения определяют динамические свойства электрической системы, и, в конечном счете, решения дифференциальных уравнений переходных процессов электрической системы [1 – 3].

Известно несколько способов получения характеристического уравнения. Если задано линейное дифференциальное уравнение характеристический полином формируется по виду левой части дифференциального уравнения [4]. В приложении к электрическим цепям существуют рекомендации формировать характеристический полином в виде операторного сопротивления $z(p)$ относительно пары зажимов, к которому присоединен источник напряжения[4]. Можно формировать характеристический полином топологическими методами направленных и ненаправленных графов [5]. Самым общим методом является нахождение определителя вида:

$$\det (pI - A),$$

где A – системная матрица, I – единичная матрица, порядок которой совпадает с порядком системной матрицы.

Системная матрица A берется из матричной формы линейной системы уравнений по методу переменных состояния [3]. Последний метод является наиболее общим и строгим, однако для его использования требуется предварительно знать системную матрицу, что в цепях с резистивным превалированием вызывает определенные трудности.

Цель статьи – сопоставление известных классических методов формирования характеристического уравнения с топологическим методом ненаправленных графов и демонстрация преимущества последнего метода, особенно в случае резистивного превалирования.

Под электрической схемой с резистивным превалированием будем понимать схему, в которой количество резисторов и способ их соединения вынуждает выбрать такое распределение ребер между деревом и связями, что при этом резистивные связи образуют особые контуры, в которых содержатся резистивные ветви,

В качестве примера рассмотрим достаточно тривиальную электрическую систему, второго порядка, изображенную на рис. 1.

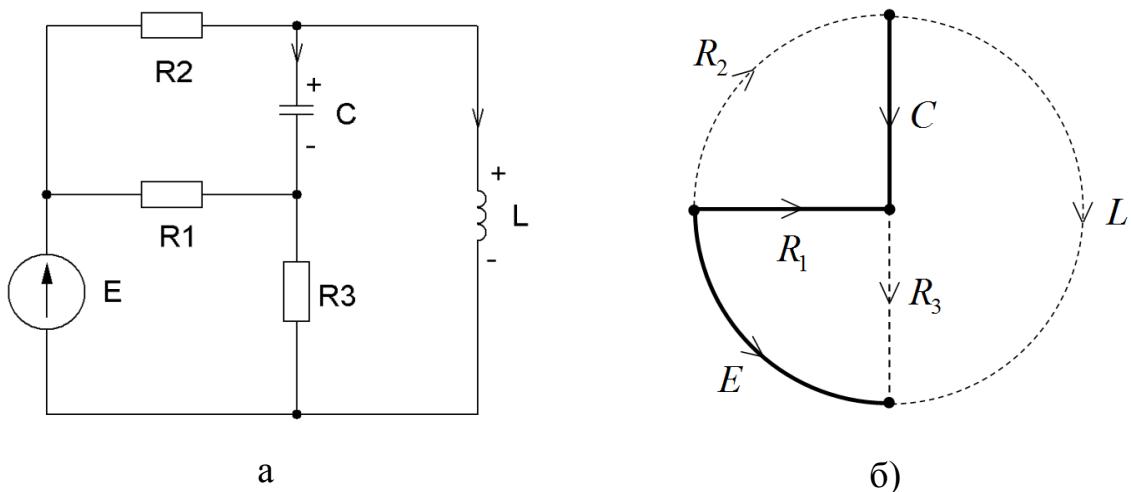


Рис 1

Признак резистивного превалирования здесь состоит в том, что при формировании дерева (на рис. 1, б изображено жирными сплошными линиями) в него можно включить лишь один резистор (например, R_2 , как это показано), а остальные два резистора отойдут к связям (изображены пунктиром). Эти резистивные связи вне зависимости от способа выбора дерева в отношении резисторов, будут образовывать особенные контуры обязательно через резистор, вошедший в дерево. В таких случаях выражения для резистивных токов и напряжений требуют отдельного решения.

Топологическая матрица для рассматриваемого случая имеет вид:

	E	C	R_1
R_2		+1	-1
R_3	-1		+1
L	-1	-1	+1

Система топологических уравнений имеет вид:

$$\begin{array}{c|c|c|c} V_{R2} \\ \hline V_{R3} \\ \hline V_L \end{array} = \begin{array}{c|c|c} & -1 & +1 \\ \hline +1 & & -1 \\ \hline +1 & +1 & -1 \end{array} \times \begin{array}{c|c} V_E \\ \hline V_C \\ \hline V_{R1} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c} i_E \\ \hline i_C \\ \hline i_{R1} \end{array} = \begin{array}{c|c|c} & -1 & -1 \\ \hline +1 & & -1 \\ \hline -1 & +1 & +1 \end{array} \times \begin{array}{c|c} i_{R2} \\ \hline i_{R3} \\ \hline i_L \end{array}$$

Перемножив матрицы, получим:

$$V_{R2} = V_{R1} - V_C; \quad (1)$$

$$V_{R3} = V_E - V_{R1}; \quad (2)$$

$$V_L = V_E + V_C - V_{R1}; \quad (3)$$

$$i_E = -i_{R2} - i_{R3}; \quad (4)$$

$$i_C = i_{R2} - i_L; \quad (5)$$

$$i_{R1} = -i_{R2} + i_{R3} + i_L; \quad (6)$$

Для получения полной системы уравнений добавим компонентные уравнения:

$$V_{R1} = R_1 i_{R1}; \quad (7)$$

$$i_{R2} = \frac{1}{R_2} V_{R2}; \quad (8)$$

$$i_{R3} = \frac{1}{R_3} V_{R3}; \quad (9)$$

$$i_C = C \frac{dV_C}{dt}; \quad (10)$$

$$V_L = L \frac{di_L}{dt}; \quad (11)$$

Преобразования полной системы к уравнениям по методу переменных состояния приводит к следующей системе:

$$\begin{aligned} \frac{dV_C}{dt} &= \frac{1}{C} \left[-\frac{(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_C - \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} i_L + \frac{R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_E \right]; \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L} \left[-\frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_C - \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} i_L + \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} V_E \right]. \end{aligned}$$

Из этой системы может быть выделена системная матрица A из матричного уравнения для переменных состояния [3].

$$\frac{dX}{dt} = AX + BQ,$$

Системная матрица имеет вид:

$$A = \begin{array}{|c|c|} \hline & \frac{R_1 + R_3}{C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} & -\frac{R_2(R_1 + R_3)}{C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \\ \hline & \frac{R_2(R_1 + R_3)}{L(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} & -\frac{R_1 R_2 R_3}{L(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \\ \hline \end{array}$$

В матричной форме характеристический полином представляется в виде $\det(pI - A)$.

Подставляя матрицы, получим:

$$\det \begin{array}{|c|c|} \hline p + \frac{R_1 + R_3}{C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} & \frac{R_2(R_1 + R_3)}{C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \\ \hline -\frac{R_2(R_1 + R_3)}{L(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} & p + \frac{R_1 R_2 R_3}{L(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \\ \hline \end{array} =$$

$$\begin{aligned}
& p^2 + p \left(\frac{R_1 + R_3}{C(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} + \frac{R_1 R_2 R_3}{L(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \right) + \\
& + \frac{R_1 R_2 R_3 (R_1 + R_3)}{CL(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} + \frac{R_2^2 (R_1 + R_3)^2}{CL(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)^2} = \\
& = p^2 + \frac{(R_1 + R_3)L + R_1 R_2 R_3 C}{CL(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} + \frac{R_2(R_1 + R_2)}{CL(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} = 0.
\end{aligned}$$

Теперь сформируем характеристическое уравнение топологическим методом. Для формирования характеристического уравнения топологическим методом изображен ненаправленный граф исходной схемы, в которой источник напряжения Е закорочен (рис. 2). Параметрами ребер ненаправленного графа выступят проводимости $g_1 = \frac{1}{R_1}$, $g_2 = \frac{1}{R_2}$, $g_3 = \frac{1}{R_3}$ для резистивных элементов.

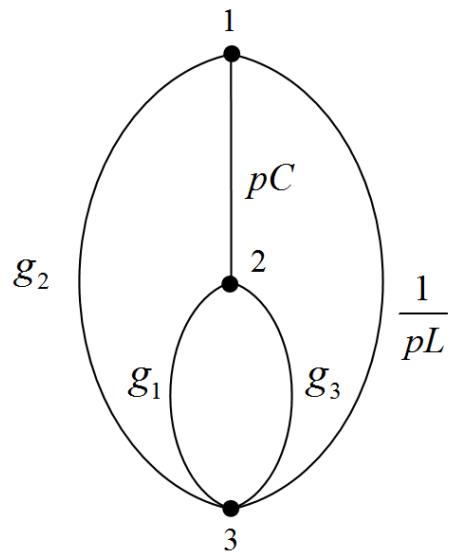


Рис.2

Для реактивных элементов параметры ребер берутся как операторные проводимости $y_C = pC$ и $y_L = \frac{1}{pL}$.

Характеристический полином формируется как символьное выражение для определителя полученного ненаправленного графа. Определитель представляет собой сумму величин для всех деревьев [5, 6]. Он может быть найден методом разложения по двум узлам

$$\Delta = \sum_k P_k \Delta_k,$$

где P_k – величины всех возможных путей между двумя выбранными узлами; Δ_k – алгебраическое дополнение соответствующего пути, равное определителю графа при закороченном пути.

Разлагая определитель по узловой паре 1-3, найдем:

$$P_1 = pCg_1; \Delta_1 = 1;$$

$$P_2 = pCg_3; \Delta_2 = 1;$$

$$P_3 = g_2; \Delta_3 = g_1 + g_3 + pC;$$

$$P_4 = \frac{1}{pL}; \Delta_4 = g_1 + g_3 + pC.$$

Следовательно:

$$\Delta = \sum_{k=1}^4 P_k \Delta_k = pCg_1 + pCg_3 + g_2(g_1 + g_3 + pC) + \frac{1}{pL}(g_1 + g_3 + pC).$$

Записывая характеристическое уравнение, приравняем характеристический полином нулю:

$$pC(g_1 + g_3) + (g_1 + g_3 + pC)(g_2 + \frac{1}{pL}) = 0.$$

После алгебраических преобразований получим:

$$p^2 + \frac{g_2(g_1 + g_3)L + C}{(g_1 + g_2 + g_3)CL} p + \frac{g_1 + g_3}{(g_1 + g_2 + g_3)CL} = 0.$$

Для проверки эквивалентности коэффициентов выраженных через проводимости, преобразуем, например, коэффициент при p^1 :

$$\frac{g_2(g_1 + g_3)L + C}{(g_1 + g_2 + g_3)CL} = \frac{\frac{1}{R_2}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3})L + C}{(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})CL} = \frac{(R_1 + R_3)L + R_1R_2R_3 \cdot C}{(R_2R_3 + R_1R_3 + R_1R_2)CL}.$$

Аналогичной подстановкой можно показать эквивалентность коэффициента при p^0 .

Выводы

1. Формирование характеристического полинома электрической системы топологическим методом с помощью теории ненаправленных графов представляется наиболее наглядным, экономичным и рациональным по сравнению с методами, известными из теорий матричного исчисления дифференциальных уравнений и теоретической электротехники.

2. В случае цепи с резистивным превалированием использование системной матрицы из соответствующего представления уравнений по

методу переменных состояния оказывается существенно более громоздким. В этом случае элементы системной матрицы количественно представляют собой дробные соотношения, выраженные через параметры превалирующих резисторов, и нахождение этих коэффициентов требует дополнительных вычислительных операций.

Литература

1. Палис Ж., Димелу В. Геометрическая теория динамических систем. – М.: Мир, 1986. – 301 с.
2. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. – М.: Мир, 1986. – 243 с.
3. Чуа Л. О., Пен-Мин Лин. Машинных анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы). – М.: Энергия, 1980. – 640 с.
4. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. – М. : Высшая школа, 1967. – 775 с.
5. Долбня В. Т. В защиту метода графов // Электричество.– 1970.– №1. – С. 85–88.
6. Мэзон Г., Циммерман Г. Электронные цепи, сигналы и системы. – М.: Из-во иностранной литературы, 1963. – 619 с.

Ягуп Валерий Григорьевич – доктор техн. наук (1997 г.), профессор. Профессор кафедры электроснабжения городов. Харьковская национальная академия городского хозяйства. Окончил Харьковский ордена Ленина политехнический институт им. В.И.Ленина в 1967 г. электромашиностроительный факультет по специальности «Промышленная электроника». Область научных интересов: применение топологических методов и современных программных средств для исследования процессов в электрических системах с полупроводниковыми преобразователями.
E-mail: yagup_walery@mail.ru .

Ягуп Екатерина Валерьевна – кандидат техн. наук (2008 г.). Доцент кафедры автоматизированных систем электрического транспорта. Украинская государственная академия железнодорожного транспорта. Окончила инженерно-физический факультет Харьковского государственного политехнического института в 1998 по специальности «Информационные управляющие системы и технологии». Область научных интересов: исследование методов и средств повышения качества электрической энергии в системах электрической тяги.

ИЗ ИСТОРИИ ОТКРЫТИЙ

СХЕМА СОЕДИНЕНИЙ ЕСТЬ ГРАФ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

И. В. Ерохов

В одной из своих первых работ по теории электрических цепей Г.Кирхгоф применил граф для представления схемы моста постоянного тока [1]. Для студента Кёнигсбергского университета в этом не было ничего необычного, так как в 19-м веке теория графов активно развивалась учеными этого учебного заведения. Таким образом, теория графов участвовала в развитии теории электрических цепей буквально с первых научных работ.

Конечно, Г.Кирхгоф вводил свои понятия, не рискуя переносить терминологию теории графов в работы по электричеству. Схему он называл «системой проводников», узел определял как «точку, в которой сходятся несколько проводников», а контуру дал имя – «замкнутая фигура». Понятие элемента электрической цепи тогда отсутствовало, поэтому роль компонентов схемы выполняли отрезки проводников разного сечения и длины. Может быть, именно это обстоятельство было виной тому, что изображение «системы проводников» не отличалось от современного представления электрической цепи ненаправленным графом.

Описывая предлагаемый метод решения очень сложной «системы проводников», Г.Кирхгоф не отказался от теории графов. Он создал начала первого топологического метода решения [2], ввел понятие «сочетание параметров проводников», не обладающее ни одной «замкнутой фигурой» (дерево схемы). Кроме того, сформулировал понятие коэффициента передачи «сочетания параметров» (произведение значений сопротивлений проводников). Только через несколько десятков лет терминология теории графов войдет в теорию электрических цепей настолько, что ученыe этой отрасли знаний заметят: «любой ненаправленный граф может рассматриваться как изображение линейной электрической цепи, параметры ветвей которой равны единице [3]».

Теория графов внесла в теорию электрических цепей мощную методологическую тенденцию, которую принято называть «геометризацией науки». Ее иногда вносят сознательно, чтобы способствовать развитию той или иной отрасли знаний. К понятиям теории

графов специалисты теории электрических цепей привыкли настолько, что теория графов выглядит как бесспорное достижение современной теории электрических цепей.

Проиллюстрируем применение некоторых понятий теории графов на простом примере электрической цепи, рис.1, которая хорошо изучена в теории цепей.

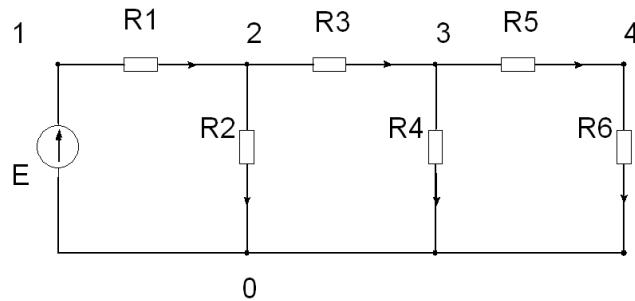


Рис. 1. Изображение лестничной схемы

Схеме рис.1 соответствует ненаправленный граф (именно такого типа граф использован в работе [1]), представленный на рис.2.

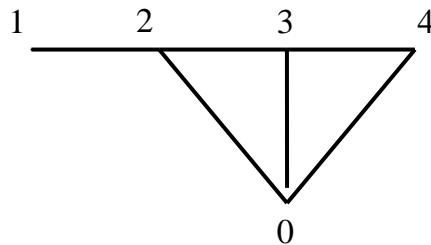


Рис. 2. Ненаправленный граф электрической цепи рис.1

Ветвь источника ЭДС на рис.2 не показана, так как его номинал обычно помещают в правой части уравнения (системы уравнений).

В теории графов наряду с графическим изображением используют алгебраическую модель – матрицу смежности (1). Для схемы рис.1 она имеет следующий вид:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Столбцы и строки матрицы (1) соответствуют номерам узлов графа рис.2 – 1, 2, 3, 4, 0.

Известно, что в теории электрических цепей описывают только «независимые» узлы, общий узел исключают как линейно зависимый от остальных и заземляют (или соединяют с точкой известного потенциала). В теории графов поступают аналогично по другим причинам, но в матрице (1) вычеркиваются пятые строка и столбец. Тогда в соответствие с измененной матрицей смежности граф рис.2 значительно упростится, рис.3.



Рис. 3. Разомкнутый путь от узла 1 к узлу 4

Как следует из графа рис.3, лестничная схема может служить моделью разомкнутого пути в графе рис.2 [4].

Кроме матрицы смежности, граф описывают матрицей степеней (валентностей):

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Значения элементов главной диагонали матрицы степеней (2) соответствуют числу ветвей, инцидентных каждому узлу. С помощью (1) и (2) получают матрицу полных проводимостей [3]:

$$[C] = [D] - [A] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Очевидно, что название матрицы (3) взято из теории электрических цепей.

Матрица проводимостей электрической цепи содержится в уравнении, составленном по методу узловых потенциалов. Для электрической цепи рис.1 она имеет вид:

$$[G] = \begin{bmatrix} g_1 & -g_1 & 0 & 0 \\ -g_1 & (g_1 + g_2 + g_3) & -g_3 & 0 \\ 0 & -g_3 & (g_3 + g_4 + g_5) & -g_5 \\ 0 & 0 & -g_5 & (g_5 + g_6) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Если значения параметров элементов лестничной схемы будут равны единице, то матрица (4) станет тождественной матрице (3).

В теории графов существует матричная теорема о деревьях:

Если \mathbf{G} – мультиграф с вершинами $1, 2, 3, \dots, n$ и $t(G)$ обозначает число основных деревьев, содержащихся в \mathbf{G} , то

$$t(G) = \Delta[C_j], \quad (5)$$

где $[C] = [D] - [A]$ – матрица полных проводимостей графа \mathbf{G} , а $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$.

Значение определителя (5) иногда используют как показатель сложности графа \mathbf{G} . Некоторые авторы полагают, что эта теорема неявно содержится в классической работе Кирхгофа [1]. Для нашего примера сложность графа рис.2, измеряется величиной – $t(G) = \Delta[C] = 8$.

Детерминант является одним из инвариантов матриц.

Приведем все деревья графа рис.2:

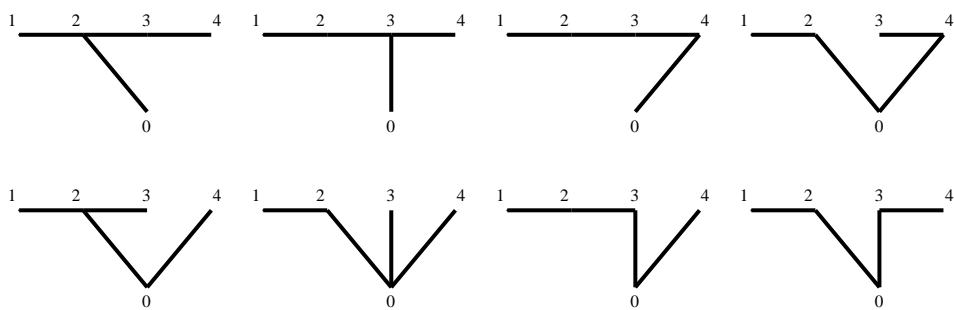


Рис. 4. Деревья графа рис.2

Отметим, что матрица (3) не содержит узла под номером нуль, а в деревьях графа этот узел присутствует.

Из графа рис.2 можно получить еще один подграф, не содержащий контуров. Алгоритм построения такого подграфа Г.Кирхгоф предлагал уже в статье [1]. В нашем случае его легко получить, если «рассечь» общий узел графа рис.5.

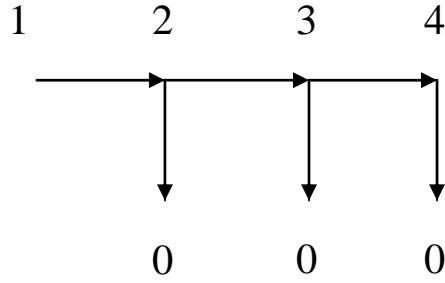


Рис.5. Пути передачи сигнала в графе рис.2

Очевидно, что граф рис.5 не является деревом схемы, однако можно заметить, что он повторяет структуру одной из форм Кауэра. Представление входного сопротивления лестничной схемы в виде простой цепной дроби хорошо известно специалистам, поэтому запишем это выражение кратко, как предлагается в источнике [5]:

$$[R_1; g_2, R_3, g_4, R_5, g_6]. \quad (6)$$

Лестничная схема чаще всего описывается системой уравнений со смешанным координатным базисом [6]:

$$\left[\begin{array}{cccccc} R_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & g_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & R_3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & g_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & R_5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & g_6 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ \varphi_2 \\ I_3 \\ \varphi_3 \\ I_5 \\ \varphi_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} E \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right]. \quad (7)$$

Каждая строчка матрицы (7) соответствует некоторому уравнению равновесия. Например, первая строка отражает равновесие ветви, содержащей элемент R_1 :

$$\begin{aligned} R_1 I_1 + \varphi_2 &= E, \\ (E - \varphi_2 - R_1 I_1) &= 0. \end{aligned}$$

Вторая строка – равновесие узла 2:

$$-I_1 + g_2 \varphi_2 + I_3 = 0.$$

Вынесем вектор неизвестных из уравнений и получим две первых строчки матрицы (7):

$$R_1 \quad 1,$$

$$-1 \quad g_2 \quad 1.$$

Продвигаясь дальше по подграфу рис.5, легко составить еще четыре уравнения равновесия: ветвей – 3, 5 и узлов – 3, 4. Матричная запись уравнений равновесия образуют систему уравнений (7), которая получена по подграфу рис.5.

В теории графов придается большое значение поиску замкнутых путей определенной кратности. Сформулировано несколько теорем, по которым определяется число таких путей. Это актуально в химии при исследовании графов сложных молекул, особенно таких, которые представлены последовательностью простых циклов, где соседние контура связаны только одним общим ребром, а концевые точки графа связаны простыми непересекающимися путями.

Общее ребро может занимать одно из двух положений, что показано на примере двух ячеек графа рис.2.

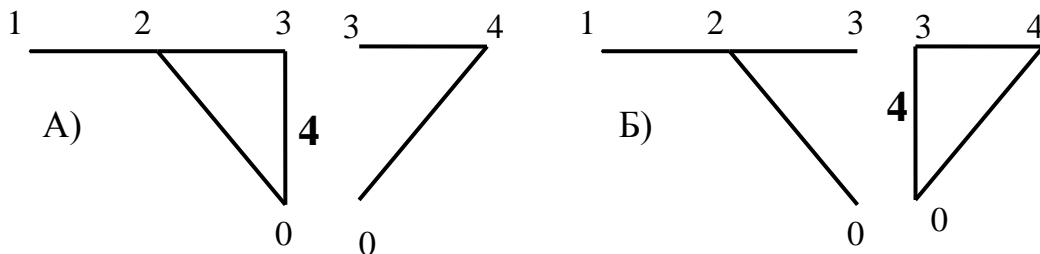


Рис.6. Разное положение ветви 4, смежной для двух контуров

На рис.6 представлены два варианта расположения ветви 4, которая является общей для двух контуров: а) ветвь принадлежит контуру с узлами (0, 2, 3); б) ветвь не принадлежит контуру с узлами (0, 2, 3). Каждый из вариантов расположения ветви 4 можно изобразить графически так, как показано на рис.7.

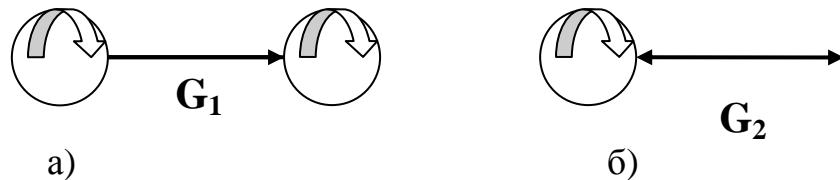


Рис. 7. Разные варианты представления контура (0, 2, 3)

На рис.7,а единичные петли графа представляют собственную характеристику узлов, их соединяет ветвь. В варианте б) узел 3 не сохранился, поэтому вторая единичная петля отсутствует.

Каждый из графов рис.7 может быть описан передаточной матрицей смежности:

$$\text{а)} \quad T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{б)} \quad T_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Общий коэффициент передачи графа, составленного из двух контуров, определится следующим образом:

$$T = T_2 \cdot T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

для трех контуров:

$$T = T_2^1 T_2^2 T_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

При дальнейшем усложнении лестничной схемы, значения элементов матрицы (9) будут повторять величины элементов ряда Фибоначчи:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots \text{ и далее } F_{n+1} = F_n + F_{n-1}. \quad (10)$$

Этого следовало ожидать, т.к. структура уравнения производящей формулы (10) и структура уравнений законов Кирхгофа совпадают, например:

$$I_1^b = I_2^b + I_3^b, \quad U_2^b = U_3^b + U_4^b.$$

Уравнения Кирхгофа, приведенные выше, составлены для токов и напряжений ветвей, о чем свидетельствует индекс b – branch. Как видим, ток первой ветви определяется на основании токов второй и третьей ветвей. В отличие от формулы (10) значения величин токов и напряжений определяются в обратном порядке.

На рис.8 приведена хорошая иллюстрация, взятая из статьи [7]. Как видим, лестничная схема по праву может быть названа физическим объектом, представляющим ряд Фибоначчи [8].

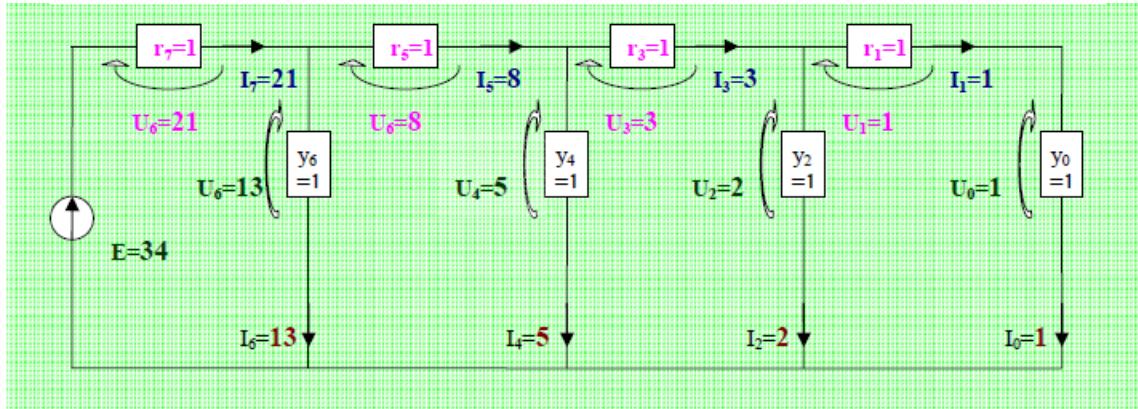


Рис. 8. Напряжения и токи ветвей лестничной схемы при единичных параметрах

Важным инвариантом матрицы, представляющей граф, являются характеристический многочлен $P_G(\lambda) = \det[\lambda[I] - [A]]$ и спектр $S_P(G)$ – множество корней многочлена. Графу рис.2 соответствует следующий характеристический многочлен:

$$P_G(\lambda) = \det[\lambda[I] - [A]] = \lambda^4 - 3\lambda^2 + 1. \quad (11)$$

Множество корней многочлена (11), спектр графа $S_P(G)$ характеризует его свойства [3]. В нашем случае корни будут иметь следующие значения [9]:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -0,6180339... \\ \lambda_2 &= -1,6180339... \\ \lambda_3 &= 1,6180339... \\ \lambda_4 &= 0,6180339... \end{aligned} \quad (12)$$

Интересно, что коэффициенты многочлена (11) можно получить, преобразуя граф рис.2 [3, 10]. Результаты преобразований сведены в табл.1, где n – число узлов, а a_i – значение i -го коэффициента.

Таблица 1.

n	S_n - подграфы основного графа G	a_i
0	Объектов, не содержащих узлов, нет	$a_0 = 1$
1	Пусто, отдельных узлов нет	$a_1 = 0$
2	Ветви - [1,2]; [2,3]; [3,4]	$3(-1)^1 = -3$
3	Пусто, объектов с тремя узлами нет	$a_3 = 0$
4	Пара ветвей -[(1,2), (3,4)]	$1(-1)^2 = +1$

Вычисления коэффициентов полинома основаны на выделении подграфов одновалентного типа S_n из исходного графа G . Подграфами S_n являются изолированная ветвь или отдельный контур. Такие подграфы называются саксовыми графиками, их получают из полного графа путем удаления вершин и ветвей. Например, для третьей строчки таблицы 1 ($n=2$) в графе выделены **три** объекта по **одной** ветви в каждом, что и записано во втором столбце. А в последней строке выделен только **один** объект с четырьмя узлами – **две** отдельные ветви. В третьем столбце можно увидеть процесс вычисления коэффициента многочлена.

Итак, лестничная схема для математиков, изучающих свойства ряда (10), может служить модельным объектом, т.к. корни характеристического многочлена (12) повторяют значения, получаемые из ряда Фибоначчи:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n} = 1,6180339\dots \quad (13)$$

Результат (13) получается также из выражения для входного сопротивления лестничной схемы (6) при условии, что все параметры ветвей графа равны единице. Такие значения характеризуют особый случай, а специалистов по теории электрических цепей интересуют свойства схем с конкретными значениями параметров ветвей.

Получение характеристических многочленов для сложных графов и нахождение корней является отдельной задачей, которая достаточно трудна и поэтому не представляет практического интереса для теории электрических цепей. Наиболее перспективным направлением сегодня является построение множества путей между заданными точками графа и математическое описание такого графа, рис.5.

На практике схема соединений электрической схемы участвует в расчете в виде специальных матриц. Матрицы инциденций являются алгебраической формой записи схемы соединений элементов цепи, которая представляется либо как система узлов, либо как система контуров. Впервые эти матрицы были предложены в работе [1]. В статье Г.Кирхгоф особо отметил, что элементы матриц принимают значения: 0, -1 и 1 (ток и напряжение – величины направленные). Очевидно, что матрицы инциденций составлены для электрической цепи с единичными параметрами.

Литература

1. Кирхгоф Г. О решении уравнений, к которым приводит изучение линейного распределения гальванических токов // Избранные труды Г.Кирхгоф. – М.: Наука, 1988. – С. 170 – 178.
2. Ерохов И.В. Реконструкция первого топологического метода расчета, созданного Г.Кирхгофом // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международной конф. «Континуальные алгебраические логики, исчисления и нейроинформатика в науке, технике и экономике (КЛИН – 2006). – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 76 – 83.
3. Цветкович Д., Дуб М., Захс Х. Спектры графов. Теория и применение. – Киев: Наукова думка, 1984. – 384 с.
4. Ерохов И.В. Уравнение разомкнутого пути электрической цепи // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Междунар.сб.науч. тр. /Под ред.В.В.Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып.7. – С. 87–93.
5. Хинчин А.Я. Цепные дроби. – М.: Наука, 1978.– 112с.
6. Херреро Д., Уиллонер Г. Синтез фильтров.– М.: Сов. Радио, 1971. – 232 с.
7. Владимиров В.Л. Бриллиант Золотого Сечения засверкал «эффектом бабочки» благодаря исключительному свойству числа Фидия. – «Академия тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17119, 19.12.2011.
8. Ерохов И.В. Симметрия объекта, представляющего ряд Фибоначчи. «Академия тринитаризма», М., Эл. № 77-6567, публ. 17309, 13.02.2012.
9. Ware E. Бесплатное решение алгебраических уравнений 2, 3 и 4 степени // <http://www.erichware.com/aktiv/utils/urav234.htm>.
10. Полуэмпирические методы расчета электронной структуры// под ред. Г. Сегал/ пер. с англ. Е.Л. Розенберга. – М.: Мир, 1980. – 164 с.

Ерохов Игорь Васильевич – профессор Запорожского Классического Приватного Университета (Украина), кандидат технических наук.
E-mail: yerokhov@bigmir.net

ГРАФ МНОЖЕСТВА РАЗОМКНУТЫХ ПУТЕЙ ОДНА ИЗ ФОРМ СХЕМЫ СОЕДИНЕНИЙ

И. В. Ерохов

В оригинальной работе Г.Кирхгофа [1] в качестве примера рассматривается схема моста постоянного тока. Граф схемы приведен на странице, выделенной для иллюстраций. Клише этой страницы вырезалось тогда на грушевой доске, поэтому в тексте писалось «Фигура 5, Доска 5» – такова ссылка на изображение графа электрической цепи. При переводе статьи для сборника работ Г.Кирхгофа [2] была упущена вторая иллюстрация «Fig. 4, Taf. 5». Приведем ее на рис. 1.

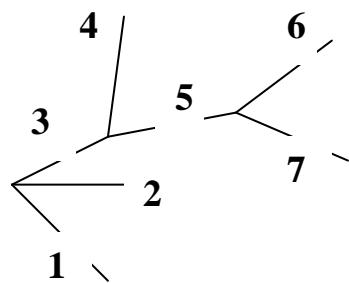


Рис. 1. Алгоритм «связывания» узловых множеств ветвей

Рассуждая о получении «сочетаний параметров», входящих в знаменатель выражения для тока, Г.Кирхгоф обращается к комбинаторике: «Пусть, например, проводники 1, 2, 3 сходятся вместе в одной точке; 3, 4, 5 – в другой; 5, 6, 7 – в третьей (фиг.4, дос.5), тогда отсутствуют все комбинации, которые

$$\begin{array}{lll} w_1 \cdot w_2 \cdot w_3, & w_3 \cdot w_4 \cdot w_5, & w_5 \cdot w_6 \cdot w_7 \\ w_1 \cdot w_2 \cdot w_4 \cdot w_5, & w_3 \cdot w_4 \cdot w_6 \cdot w_7 & \\ w_1 \cdot w_2 \cdot w_4 \cdot w_6 \cdot w_7 & & \end{array}$$

Знаменатель выражения для тока $I's$ для системы проводников, представленной на фиг.5, дос. 5, есть сумма всех комбинаций параметров w_1, w_2, \dots, w_6 по 3-и элемента в каждой, за исключением

$$w_1 \cdot w_2 \cdot w_4, \quad w_1 \cdot w_3 \cdot w_5, \quad w_2 \cdot w_3 \cdot w_6, \quad w_4 \cdot w_5 \cdot w_6 \dots$$

В первой части цитаты Г.Кирхгоф приводит абстрактный пример – есть три узловых множества ветвей [3], каждая из которых характеризуется некоторым параметром (сопротивлением). Заметим, что последняя ветвь первого узлового множества, ее параметр w_3 , заменяется двумя ветвями второго узлового множества w_4, w_5 , так как они соединены на рис. 1

общей ветвью. По алгоритму «связывания» узловых множеств их соединяют так, как это следует из исходного графа. Конечно, алгоритм предназначен, прежде всего, для более сложных графов, поэтому для простого примера

[1, 2] автор выписывает только простые запретные комбинации, которые представляют собой узловые множества схемы моста постоянного тока. Их не может быть среди комбинаций знаменателя.

Цитатой, приведенной выше, завершается статья [1]. Если бы это рассуждение отсутствовало в тексте, то содержание работы почти не пострадало. Однако автор все-таки привел иллюстрацию (фиг.4, дос.5) и некоторые пояснения к ней. Создается впечатление, что Г.Кирхгоф просто не хотел потерять какую-то очень важную мысль. По какой-то причине он ее детально не проработал и ограничился примером.

На рис.2 приведена схема моста постоянного тока

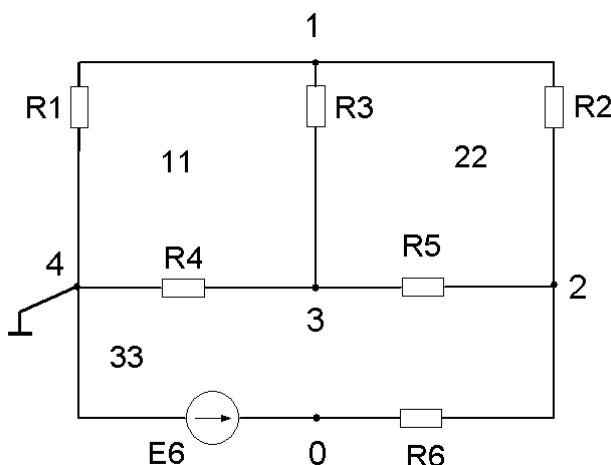


Рис. 2. Схема моста постоянного тока

Схеме рис.2 соответствует граф рис.3 (указаны направления токов ветвей).

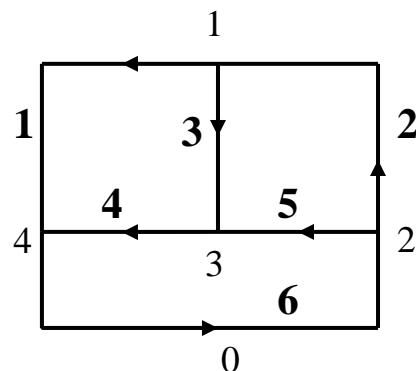


Рис.3. Граф схемы рис.1

Граф рис.3 описывается двумя матрицами: A – смежности, D – степеней (валентностей):

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad [D] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

По матрицам (1) находят матрицу (2), которая в теории цепей называется матрицей полных проводимостей [4]:

$$[C] = [D] - [A] = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 3 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Действительно, схема рис.2 может быть описана по методу узловых потенциалов и коэффициенты системы уравнений образуют «плавающую» матрицу полных проводимостей:

$$[G] = \begin{bmatrix} (g_1 + g_2 + g_3) & -g_2 & -g_3 & -g_1 \\ -g_2 & (g_2 + g_5 + g_6) & -g_5 & -g_6 \\ -g_3 & -g_5 & (g_3 + g_4 + g_5) & -g_4 \\ -g_1 & -g_6 & -g_4 & (g_1 + g_4 + g_6) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Если в матрице (3) все проводимости ветвей приравнять единице, то получим матрицу (2).

Матрица (2) является «плавающей», т.е. содержит лишние строку и столбец, соответствующие заземленному узлу схемы рис.2. После удаления этих элементов из матрицы (2) появляется возможность оценить сложность графа (количество деревьев):

$$\det \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{bmatrix} = 16.$$

Кроме оценки сложности графа рис.3, из матрицы смежности получают характеристический многочлен:

$$P_G(\lambda) = \det \{[A] - \lambda [E]\} = \lambda^4 - 6\lambda^2 - 8\lambda^1 - 3.$$

Корни многочлена имеют следующие значения [4]:

$$\lambda_1 = 3, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4 = -1.$$

Приведенные выше характеристики графа рис.3 представляют определенный интерес, но не оказывают прямого влияния на алгоритмы расчета схемы рис.2.

Построим граф путей в схеме моста постоянного тока, которые соединяют узлы 0 и 4. Построение проведем по алгоритму, предложенному Г.Кирхгофом. Для этой цели запишем узловые множества ветвей графа моста постоянного тока [3]:

$$0 \Rightarrow \{6\}; 1 \Rightarrow \{1, 2, 3\}; 2 \Rightarrow \{2, 5, 6\}; 3 \Rightarrow \{3, 4, 5\}; 4 \Rightarrow \{1, 4, 6\}. \quad (4)$$

Начнем с узлового множества узла **0**, где, кроме ветви источника ЭДС, имеется только одна ветвь **6**, ведущая к узлу **2**. Связываем узловое множество **2** с узловым множеством **0**, объединяя общую ветвь **6**. Продолжая построение графа разомкнутых путей необходимо следить за тем, чтобы каждый путь включал в себя только один раз ветви (узлы) одного номера. Такому требованию отвечают обычно электрические контуры – замкнутые пути в графе. Это требование распространяем на разомкнутые пути потому, что их уравнения отличаются только правой частью [5].

На рис.4 приведен граф разомкнутых путей в графе рис.3.

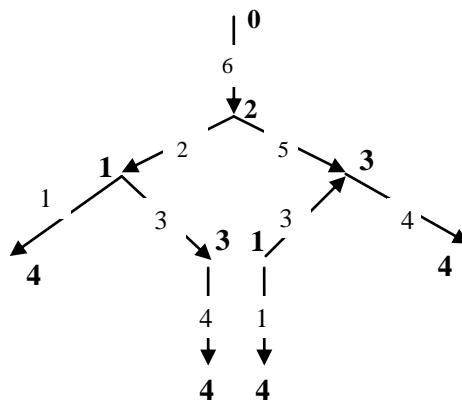


Рис. 4 . Граф множества путей между узлами 0 и 4

Рассматривая граф рис.4, можно заметить, что ветви 3 имеют разное направление в разных путях для тока. Направление ветви перенесено из графа рис.3 и свидетельствует в данном случае только о том, что ток 3 входит в уравнения узлов 1, 3 с разным знаком.

В режиме баланса мостовой схемы ток ветви 3 равен нулю, т.е. коэффициенты передачи путей, содержащих эту ветвь должны быть равными:

$$w_6 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot w_4 = w_6 \cdot w_5 \cdot w_3 \cdot w_1. \quad (5)$$

После сокращений элементов равенства (5) получаем известное условие для режима баланса схемы рис.2:

$$w_2 \cdot w_4 = w_5 \cdot w_1. \quad (6)$$

Составим уравнения равновесия каждой ветви и каждого узла для графа рис.4, используя законы Ома и Кирхгофа:

- 1) $I_6 R_6 = E_6 - \varphi_2 \Rightarrow I_6 R_6 - E_6 + \varphi_2 = 0;$
- 2) $I_2 + I_5 - I_6 = 0;$
- 3) $I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_1 \Rightarrow I_2 R_2 + \varphi_1 - \varphi_2 = 0;$
- 4) $I_3 + I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow I_3 + \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_1} - I_2 = 0;$
- 5) $I_3 R_3 = \varphi_1 - \varphi_3 \Rightarrow I_3 R_3 + \varphi_3 - \varphi_1 = 0;$
- 6) $-I_3 + I_4 - I_5 = 0 \Rightarrow -I_3 + \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_4} - I_5 = 0;$
- 7) $I_5 R_5 = \varphi_2 - \varphi_3 \Rightarrow I_5 R_5 + \varphi_3 - \varphi_2 = 0;$
- 8) $I_4 - I_3 - I_5 = 0 \Rightarrow \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_4} - I_3 - I_5 = 0;$
- 9) $I_3 R_3 = \varphi_1 - \varphi_3 \Rightarrow I_3 R_3 + \varphi_3 - \varphi_1 = 0;$
- 10) $I_3 + I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow I_3 + \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_1} - I_2 = 0.$

Ветви, токи которых приведены в уравнении 2, заканчиваются в узлах 1, 3 (не в 4), поэтому выражение оставляем в форме первого закона Кирхгофа. В уравнениях 6 и 10 токи, помеченные чертой сверху, переносим в вектор правых частей, т.к. их нет в соответствующих путях на графике рис.4. Запишем уравнения в табличной форме:

I_6	φ_2	I_2	φ_1	I_3	φ_3	I_5	
R_6	1	0	0	0	0	0	E_6
-1	0	1	0	0	0	1	0
0	-1	R_2	1	0	0	0	0
0	0	-1	g_1	1	0	0	0
0	0	0	-1	R_3	1	0	0
0	0	0	0	-1	g_4	0	I_5
0	-1	0	0	0	1	R_5	0
0	0	0	0	-1	g_4	-1	0
0	0	0	-1	R_3	1	0	0
0	0	0	g_1	1	0	0	I_2

После суммированием строк 3, 7; 4, 8; 5, 9 получаем систему уравнений с квадратной матрицей:

$$\begin{bmatrix} R_6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & R_2 & 1 & 0 & 1 & R_5 \\ 0 & 0 & -1 & g_1 & 0 & g_4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2R_3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & g_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_6 \\ \varphi_2 \\ I_2 \\ \varphi_1 \\ I_3 \\ \varphi_3 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_5 \\ I_2 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Если выбрать другую последовательность переменных, то уравнения (7) будут выглядеть по-иному:

$$\begin{bmatrix} R_6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & R_5 & 1 & 0 & 1 & R_2 \\ 0 & 0 & -1 & g_4 & 0 & g_1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2R_3 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & g_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & g_4 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_6 \\ \varphi_2 \\ I_5 \\ \varphi_3 \\ I_3 \\ \varphi_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_2 \\ I_5 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Решение этих матричных уравнений аналитическими, привычными методами затруднительно. Для нахождения неизвестных уравнений (7), (8), вероятно, следует применить один из численных методов решения.

Математическое описание схемы моста постоянного тока в пространстве разнородных переменных (7), (8) отличается от моделей схемы с однородным координатным базисом. По этой причине возникает необходимость проверить каждое уравнение указанных систем. Проделаем это на численном примере.

Пусть параметры схемы рис.2 имеют следующие значения:

$$\begin{aligned} R_1 &= 10 & R_4 &= 25 \\ R_2 &= 15; & R_5 &= 30; & E_6 &= 20. \\ R_3 &= 20 & R_6 &= 35 \end{aligned} \quad (9)$$

Сопротивления даны в Омах, а напряжение источника – в Вольтах. Решение уравнений, составленных по методу контурных токов, дает следующие значения токов ветвей [А]:

$$\begin{aligned} I_1 &= 0,268679, & I_4 &= 0,114717, \\ I_2 &= 0,259622, & I_5 &= 0,123774, \\ I_3 &= -0,009057, & I_6 &= 0,383396. \end{aligned} \quad (10)$$

Решение уравнений, составленных по методу узловых потенциалов, дает следующие значения потенциалов узлов [В]:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 2,686798, \\ \varphi_2 &= 6,581184, \\ \varphi_3 &= 2,867931. \end{aligned} \quad (11)$$

После подстановки (9), (10), (11) в уравнения (7), (8) можно убедиться в том, что они составлены правильно.

Любой путь в электрической цепи можно рассматривать как некоторую лестничную схему, каждый независимый узел которой

соединен с общим узлом несколькими ветвями. Воспользуемся этим представлением и запишем выражение для входного сопротивления схемы (со стороны источника) в виде цепной дроби:

$$R_{in} = R_6 + \frac{1}{0 + \frac{1}{R_5 + \frac{1}{g_4 + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{g_1 + \frac{1}{R_2 + \frac{1}{g_1 + \frac{1}{R_3 + \frac{1}{g_4}}}}}}}}}. \quad (12)$$

Полученное выражение (12) является ветвящейся цепной дробью [6] и отличается от простой цепной дроби [7] более сложной структурой. Значение входного сопротивления, полученное из выражения (12), будет приближенным, т.к. при выводе выражения (12) не были учтены источники тока векторе правых частей. После подстановки параметров в дробь (12) получаем величину входного сопротивления 50,139146 Ом, а по данным численного примера (9), (10) – 52,165385 Ом.

Заключение

В теории электрических цепей отсутствует понятие «подобных» электрических схем, хотя теорема о псевдомощностях [8] предполагает существование такого термина. Действительно, у электрических цепей, относительно которых выполняется эта теорема, должен быть один и тот же граф, хотя параметры ветвей могут быть разными. Напомним, что псевдомощность включает в себя ток и напряжение одной и той же ветви графа, полученные из схем с разным набором параметров.

В математике существует понятие подобных матриц [9]:

«Подобные матрицы не равны, конечно, между собой, но в геометрическом смысле равносильны в том отношении, что они осуществляют одно и то же линейное преобразование пространства, но выраженное в различных координатных системах».

Формально преобразование подобия записывается следующим образом:

$$[B] = [U][A][U]^{-1}, \quad (13)$$

где матрица $[U]$ должна обладать определителем отличным от нуля.

Если значения корней характеристического многочлена матрицы $[A]$ различны, то можно найти такую матрицу преобразования (13), которая приводит матрицу $[A]$ к диагональной форме:

$$[V]^{-1}[A][V] = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n], \quad (14)$$

где матрица преобразования составлена из координат, соответствующих векторам характеристических чисел преобразуемой матрицы. В случае,

когда характеристический многочлен имеет кратные корни, результатом преобразования (14) будет матрица квазидиагонального вида.

Итак, граф множества путей рис.4 позволяет нам получить уравнения (7), (8), которые по своей структуре напоминают математическую модель лестничной схемы [10]. Матрица системы уравнений лестничной схемы имеет ленточный вид, т.к. представляет один путь. Схемные функции такой системы уравнений могут быть записаны с помощью простой цепной дроби. В свою очередь, матрица системы уравнений графа рис.4 описывает четыре пути и имеет квазиленточный вид. Схемные функции такой системы уравнений могут быть записаны с помощью ветвящихся цепных дробей.

Литература

1. Kirchhoff G.R. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Verteilung galvanischer Ströme geführt wird.// Ann. Phys. – Leipzig: Ges. Abh., 1847, Bd.72. – S. 497 –508.
2. Кирхгоф Г. О решении уравнений, к которым приводит изучение линейного распределения гальванических токов // Избранные труды Г.Кирхгоф. – М.: Наука, 1988. – С. 170 – 178.
3. Максимович Н.Г. Методы топологического анализа электрических цепей. – Львов: Изд. ЛвГУ, 1970. – 258 с.
4. Д. Цветкович, М. Дуб, Х. Захс Спектры графов. Теория и применение. – Киев: Наукова думка, 1984. – 384 с.
5. Ерохов И.В. Уравнение разомкнутого пути электрической цепи // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Междунар.сб.науч. тр./Под ред.В.В.Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2009. – Вып.7. – С. 87–93.
6. Скоробогатько В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 312 с.
7. Хинчин А.Я. Цепные дроби. – М.: Наука, 1978. -112с.
8. Пенфилд П., Спенс Р., Дюинкер С. Энергетическая теория электрических цепей. – М.: Энергия, 1974. – 152 с.
9. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – М.: Гос. Изд. Тех.-теор. Лит., 1956. – Т. 3, Ч.1.
10. Херреро Д., Уиллонер Г. Синтез фильтров. - М.: Сов. Радио, 1971.– 232 с.

Ерохов Игорь Васильевич – профессор Запорожского Классического Приватного Университета (Украина), кандидат технических наук.
E-mail: yerokhov@bigmir.net

КЛАССИКИ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

АРТУР АБРАМОВИЧ ЛАННЭ
(31.05.1936 – 19.02.2011)



19 февраля 2011 г. после тяжёлой болезни ушел из жизни доктор технических наук, профессор Ланнэ Артур Абрамович, выдающийся учёный и педагог в области теории цифровой обработки сигналов (ЦОС), радиотехники, техники связи, основатель и руководитель первых в России научно-исследовательского Центра ЦОС и образовательной кафедры ЦОС, научно-образовательной школы ЦОС в Санкт-Петербургском государственном университете телекоммуникаций им. проф. М. А. Бонч-Бруевича.

Артур Абрамович Ланнэ родился 31 мая 1936 г. в Симферополе в семье военнослужащего. В 1954 г. окончил школу с серебряной медалью. В том же году поступил в Военную академию связи им. С. М. Будённого, которую окончил в 1959 г. по специальности военного инженера

электропроводной связи. Служил в войсках инженером узла связи (1959 – 1962 гг.).

В 1962 г. Артур Абрамович поступил в адъюнктуру Военной академии связи им. С. М. Буденного и уже в 1963 г. защитил кандидатскую диссертацию, в которой решались некоторые задачи синтеза линейных электрических цепей с заданными амплитудно- и фазо-разностными характеристиками. После защиты был оставлен преподавателем на кафедре, которую возглавлял профессор Александр Федорович Белецкий. В 1967 г. защитил докторскую диссертацию – первую в СССР работу по общей теории оптимального синтеза линейных электрических цепей, став доктором технических наук в 31 год и с 1970 г. – профессором той же кафедры.

Артур Абрамович внёс значительный вклад в инженерные методы расчёта и проектирования аналоговых ARC-схем. С 1970 г. Артур Абрамович начинает активно работать в области ЦОС и её приложений, синтеза и идентификации нелинейных цепей и систем, многокритериальной оптимизации. Под его руководством был разработан первый отечественный цифровой процессор обработки сигналов (ЦПОС) «Рената» (КМ1813-ВЕ1).

По окончании военной службы Артур Абрамович некоторое время работал заместителем генерального директора НПО «Красная заря» по науке и одновременно руководителем созданного им отдела Цифровой обработки сигналов в том же НПО, впоследствии (1990 г.) преобразованного в научно-инженерный и учебный Центр ЦОС СПбГУТ им. проф. М. А. Бонч-Бруевича. С 1991 г. по декабрь 2010 г. Артур Абрамович возглавлял первую созданную в стране кафедру цифровой обработки сигналов.

Под руководством Артура Абрамовича в Центре ЦОС было выполнено огромное количество научно-исследовательских и прикладных работ для отечественных и зарубежных фирм. Центр стал пионером в области разработки и реализации на ЦПОС линейки низкоскоростных вокодеров, параллельных модемов, речевых информационных систем и других работ в интересах развития отечественных систем цифровой связи, в том числе специального назначения. Совместно с Франс Телеком и Государственным Университетом разработан лучший на конец прошлого века вариант синтеза русской речи по тексту. В Центре разработана самая богатая в России и, вероятно, в Европе библиотека речевых кодеков – программ, обеспечивающих для различных условий и различных применений представление речи и (или) звуков (музыки) в цифровой форме в виде потока чисел. В Центре (совместно с фирмой Израиля) разработаны первые в России шлюзы для Интернет-телефонии, (совместно с НПО "Импульс") лучшие модемы для коротковолновой связи, так необходимые газовикам и нефтяникам, геологам и спасателям МЧС,

военным и МВД; модели коротковолновых каналов, использование которых позволяет сэкономить многомиллионные средства на этапах проектирования и испытаний, кодеки (приборы) для компрессии (сжатия) изображений, обеспечивающие передачу подвижных и неподвижных изображений по каналам с низкой пропускной способностью. В Центре созданы информационно-управляющие системы для железнодорожного и авиационного транспорта, с помощью которых многие жители и гости нашей страны могут слышать компьютерные объявления о событиях на вокзалах в Москве, С.-Петербурге, Ростове, Краснодаре.

Высокий уровень научных достижений подтверждался систематически проходившими в Центре ЦОС научными и научно-практическими семинарами и школами, в том числе международными.

До последних дней жизни профессор Ланнэ Артур Абрамович вёл большую научно-педагогическую работу. Он является автором и соавтором около 30 книг и более 500 статей. Среди его учеников свыше 80 кандидатов и 6 докторов технических наук, которые развивают заложенную им научную школу в различных областях радиотехники. В возглавляемом Артуром Абрамовичем Центре ЦОС подготовлено множество специалистов высокого класса, ныне работающих в ведущих отечественных и зарубежных компаниях.

Артур Абрамович являлся Почётным Членом Российского НТОРЭС им. А. С. Попова; членом редколлегий журналов «Цифровая обработка сигналов», «Известия вузов. Радиоэлектроника»; руководителем секции ЦОС на ежегодной международной научно-технической конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (г. Москва) и ежегодной научно-технической конференции СПбНТОРЭС им. А. С. Попова (г. Санкт-Петербург). Артур Абрамович награждён знаком «Изобретатель СССР» и многими правительственные наградами СССР.

В сердцах коллег и учеников навсегда останется светлая память о замечательном человеке, талантливом учёном, блестящем педагоге, **ДРУГЕ И УЧИТЕЛЕ ЛАННЭ АРТУРЕ АБРАМОВИЧЕ.**

Литература

1. Ланнэ А.А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей.– М.: Связь, 1969.– 293 с.
2. Ланнэ А.А. Оптимальный синтез линейных электронных схем/ Изд. 2-е изд.– М.: Связь, 1978.– 336 с.
3. Ланнэ А.А. Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация, идентификация.– Ленинград: ВАС, 1985.– 240 с.
4. Цифровой процессор обработки сигналов TMS32010 и его применение / Под ред. А. А. Ланнэ.– Ленинград, 1990.– 295 с.
5. Цифровые процессоры обработки сигналов TMS3201X и TMS3202X / Под ред. А. А. Ланнэ.– СПб., 1992.– 320 с.

6. Ланнэ А.А., Матюшкин Б.Д., Улахович Д.А. Лабораторный практикум по дисциплине “Основы цифровой обработки сигналов”, ч.1.– СПб.: СПбГУТ, 1994.
7. Ланнэ А.А., Матюшкин Б.Д., Улахович Д.А. Основы цифровой обработки сигналов. Учебное пособие, ч.1.– СПб: СПбГУТ, 1995.
8. Ланнэ А.А., Матюшкин Б.Д., Улахович Д.А. Основы цифровой обработки сигналов. Учебное пособие, ч.3.– СПб.: СПбГУТ, 1998.
9. Даугавет И.К., Ланнэ А.А. О полиномиальном приближении нелинейных операторов в пространстве С // Сибирский Математический Журнал.– 1985.– Т.26, № 4, С. 44–48.
10. Ланнэ А.А., Раскоснов М.А. Синтез нелинейных цифровых компенсаторов помех методами расщепления // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1989.– Т.32, № 12.– С. 46–51.
11. Иванов В.Н., Ланнэ А.А. Построение оптимальных базисов методом SIGMA-PI аппроксимации и разложение Карунена -Лоэва // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1987.– Т.30, № 12.– С. 20–27.
12. Иванов В.Н., Ланнэ А.А. Синтез алгоритмов быстрого векторного преобразования сигналов // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1989.– Т.32, № 12.– С. 28–34.
13. Даугавет И.К., Ланнэ А.А. Потенциальные оценки точности алгоритмов цифровой обработки сигналов в условиях внешних помех // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1991.– Т.34, № 12.– С. 4–12.
14. Ланнэ А.А., Улахович Д.А. Передача информации о состоянии фильтра-предсказателей с помощью спектральных пар // Радиоэлектроника и связь.– 1991.– №1.– С. 37–43.
15. Ланнэ А.А. Синтез нерекурсивных фильтров с симметричными характеристиками // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1995.– Т.38, № 3-4.– С. 38–60.
16. Ланнэ А.А., Нажди К., Семенов О.Б. Цифровые широкополосные фазовращатели и преобразователи Гильберта // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1995.– Т.38, № 5-6.– С. 26–33.
17. Загулин К.А., Ланнэ А.А. Синтез низкочастотных цифровых цепей с заданными частотными и (или) временными характеристиками по аналоговым прототипам // Электроника и Связь.– 1996.– №1.– С. 148–159.
18. Ланнэ А.А., Яфаев Я.Р. Синтез цифровых фазовых звеньев с оптимальными характеристиками // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1996.– Т.39, № 5.– С. 5–11.
19. Ланнэ А.А., Мороз Ю.Б., Семенов О.Б. Многочастотный КВ модем на цифровом сигнальном процессоре TMS320C31 // Электросвязь.– 1997.– № 6.– С. 22–24.
20. Ланнэ А.А. Загулин К.А. Аппроксимационные возможности нерекурсивных цифровых фильтров // Электросвязь.– 1998.– № 10.– С. 20–23.

21. Ланнэ А.А. Нелинейные полиномиальные цифровые фильтры // Цифровая обработка сигналов.– 1999.– № 1.– С. 18–26.
22. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Нелинейная фильтрация импульсных помех методом расщепления // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 1999.– Т.42, № 7.– С. 3–17.
23. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Построение проекторов в задачах синтеза нелинейных алгоритмов цифровой обработки сигналов // Электронное моделирование.– 1999.– Т.21, № 5.– С. 35–45.
24. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Цифровая демодуляция ЧМ сигналов методом расщепления // Электроника и связь.– 2000.– Т.1, №8.– С. 140–144.
25. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Нелинейная фильтрация изображений с импульсными помехами (основы теории) // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 2000.– Т.43, № 3.– С. 3–10.
26. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Нелинейная фильтрация изображений с импульсными помехами (примеры реализации) // Изв. вузов. Радиоэлектроника.– 2000.– Т.43, № 4.– С. 3–11.
27. Андреев И.В., Ланнэ А.А. SPTool – инструмент для расчета цифровых фильтров и спектрального анализа сигналов // Цифровая обработка сигналов.– 2000.– № 2.– С. 6–13.
28. Ланнэ А.А., Нейронные цепи, тринадцатая проблема Гильберта и задачи обработки сигналов // Вестник молодых ученых.– 2001.– № 7.– С. 3–26.
29. Ланнэ А.А., Шаптала В.С. Синтез преобразователей Гильберта // Цифровая обработка сигналов.– 2002.– № 2.– С. 23–26.
30. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Моделирование нелинейных дискретных систем на основе персептрона с расщепителем // Цифровая обработка сигналов.– 2006.– № 3.– С.2–7.
31. Ланнэ А.А., Соловьева Е.Б. Синтез нелинейных эквалайзеров для борьбы с межсимвольной интерференцией в многолучевом релеевском канале связи // Цифровая обработка сигналов.– 2007.– № 2.– С. 2–8.
32. Бабкин В.В., Ковтун В.П., Ланнэ А.А. Речевые технологии в задачах построения информационных и контролирующих систем // Современная электроника.– 2009.– № 4.– С. 8–9.

Е. Б. Соловьева

ДИСКУССИИ

Обсуждение статьи «Модели активных устройств с аномальными элементами и их применение для символьного анализа»:

Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems—I: regular papers.—2011.—Vol. 58, no. 6.—P. 1382–1395.

О СИМВОЛЬНОМ АНАЛИЗЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ТОКОВЫМИ КОНВЕЙЕРАМИ

С. А. Курганов

Применение зеркальных аномальных элементов (ЗАЭ) не дает положительного эффекта при символьном анализе цепей с токовыми конвейерами. ЗАЭ повышают сложность модели за счет введения вспомогательного нуллпора, при этом размерность формируемой системы уравнений остается такой же, как и для схемы с управляемыми источниками. Предложены схемно-алгебраические формулы, которые, в отличие от матричного метода на основе ЗАЭ, позволяют проводить анализ непосредственно по исходной принципиальной схеме и не создают избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых,

Токовые конвейеры являются базовыми элементами современной аналоговой схемотехники [1]. В статье [2] предлагается использовать для символьного анализа электрических цепей с токовыми конвейерами зеркальные аномальные элементы (ЗАЭ) напряжения и тока (*voltage and current mirrors – VM and CM*), представленные на рис. 1,а и 1,б соответственно. Сопротивления резисторов на этих схемах единичные. ЗАЭ – элементы аномальные, поскольку содержат различное число нораторов и нуллаторов, и их определители равны нулю. Для формирования уравнений схем с зеркальными аномальными элементами в [2] разработан алгоритм на основе метода узловых напряжений (МУН). С помощью этого алгоритма получены символьные выражения для передаточных функций фильтров с токовыми конвейерами $\text{ICSP}\pm$. При этом утверждается, что размерность формируемой системы уравнений

значительно меньше, чем размерность системы для схемы замещения на основе управляемых источников (УИ),

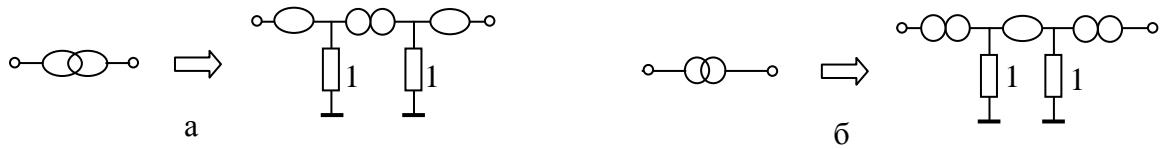


Рис. 1. Зеркальные аномальные элементы напряжения (а) и тока (б): условное графическое изображение и схемы замещения на основе нораторов и нуллаторов

Учитывая важность материала для символического анализа современных аналоговых устройств, обратим внимание на следующие аспекты применения ЗАЭ. Во-первых, на основе схемы замещения токового конвейера с УИ [3] можно сформировать, используя обобщенный узловой базис [4], систему уравнений такой же размерности, что и с помощью алгоритма на основе ЗАЭ. Во-вторых, предлагаемый алгоритм символьного анализа, как и любой другой матричный алгоритм, обладает избыточностью – при разложении матричных определителей образуются взаимно уничтожающиеся слагаемые.

Упомянутый выше обобщенный узловой базис необходим здесь для учета нерегулярных для МУН повторителей тока и напряжения, которые используются при моделировании токового конвейера [3]. Обобщенная матрица параметров формируется путем сложения столбцов матрицы узловых проводимостей, полученной без указанных УИ, и элементов матриц нерегулярных элементов. При сложении столбцов число искомых узловых напряжений уменьшается на единицу, при этом в систему вводится управляющий ток повторителя тока, и размерность формируемой матрицы остается такой же, как и в классическом МУН.

В [4] даны правила учета в обобщенной узловой матрице параметров источника тока, управляемого током (ИТУТ) и источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН). Можно использовать эти правила для формирования искомой матрицы схемы с конвейером, который содержит эти УИ. Однако число операций по формированию этой матрицы можно сократить, если вывести специальные правила.

Правила учета параметров токового конвейера в обобщенной узловой матрице. Широко используемый в [2] токовый конвейер $ICCI\pm$ представлен на рис. 2,а, его схема замещения на основе УИ – на рис. 2,б.

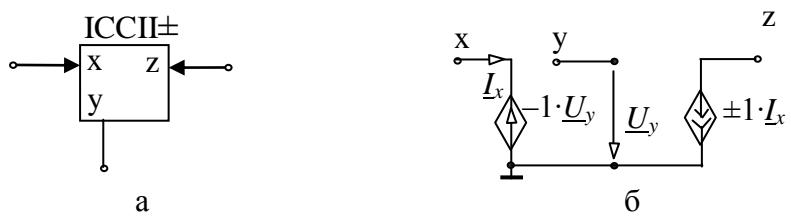


Рис. 2. Токовые конвейеры $ICCI\pm$: условное изображение (а) и схема на УИ (б) – знаки «+» и «-» в параметре ИТУТ для $ICCI+$ и $ICCI-$ соответственно

Порядок построения обобщенной узловой матрицы следующий. Во-первых, для схемы без токового конвейера, который удаляется из схемы, формируется матрица узловых проводимостей по стандартному алгоритму. Во-вторых, поскольку к полюсу x токового конвейера подключен инвертор напряжения полюса y , то напряжение полюса x равно напряжению полюса y с противоположным знаком. Поэтому из столбца, соответствующего узлу y , вычитается столбец x (рис. 3), а столбец x удаляется из матрицы. При этом число искомых узловых напряжений схемы уменьшается на единицу.

	$y-x$	z	x'
y			
z			± 1
x			1

Рис. 3. Иллюстрация правил учета параметров токового конвейера $ICCP\pm$; перед единицей используется знак, совпадающий со знаком в обозначении типа конвейера

добавляется ток этого полюса I_x (подчеркиванием обозначено его операторное изображение), который является управляющим для повторителя тока, подключенного к полюсу z . Этому току соответствует столбец x' , в ячейки $z-x'$ и $x-x'$ которого добавляются единицы (рис. 3).

Правила построения узловой матрицы для цепей с другим типом токовых конвейеров могут быть получены аналогично. Так, для конвейера $CCP\pm$ (рис. 4) первый столбец матрицы на рис. 3 получается не вычитанием исходных столбцов y и x , а их сложением, поскольку у этого конвейера отсутствует инверсия напряжения [3]. Таким образом, первый столбец на рис. 3 должен быть обозначен, как $y+x$. Все остальные правила остаются без изменения.

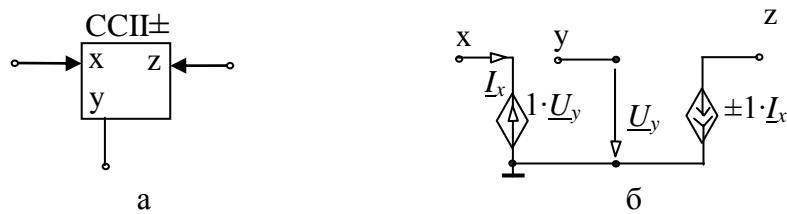


Рис. 4. Токовый конвейер $CCP\pm$: условное графическое изображение (а) и схема на УИ (б): в параметре ИТУТ для $CCP+$ и $CCP-$ выставляются знаки «+» и «-» соответственно

Обобщенный узловой анализ фильтра низких частот на токовом конвейере $ICCP+$ по схеме замещения на УИ. Исходная схема фильтра [2] дана на рис. 5,а, а схема замещения с УИ – на рис. 5,б, где $g_1=1/R_1$ и $g_2=1/R_2$. Требуется найти выражение для напряжения полюса y .

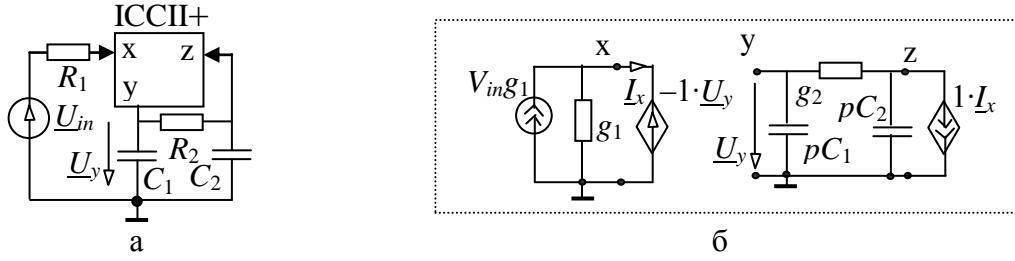


Рис. 5. Исходная схема (а) и схема замещения (б) фильтра нижних частот на токовом конвейере ICCII+:

Формирование уравнений выполняем в соответствии с изложенными выше правилами. Сначала, используя любой известный алгоритм, построим матрицу узловых проводимостей для схемы на рис. 5,б без УИ. Полученная матрица параметров имеет вид

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & y & z & x \\ \hline y & g_2 + pC_1 & -g_2 & \\ \hline z & -g_2 & g_2 + pC_2 & \\ \hline x & & & g_1 \\ \hline \end{array} .$$

В соответствии с рис. 3 вычтем почленно из столбца y столбец x , последний столбец обнулим. В результате получим

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & y & z & x \\ \hline y & g_2 + pC_1 & -g_2 & \\ \hline z & -g_2 & g_2 + pC_2 & \\ \hline x & -g_1 & & \\ \hline \end{array} . \quad (1)$$

Прибавим почленно к столбцу x в (1) столбец x' из рис. 3, все элементы которого с учетом типа конвейера имеют знак плюс. Полученная матрица является искомой обобщенной узловой матрицей параметров. Умножив ее на вектор неизвестных, который содержит напряжения узлов y и z , а также ток полюса x , получим левую часть системы уравнений по обобщенному узловому методу. Правая часть – вектор узловых токов – формируется стандартным способом. Таким образом, система обобщенных узловых уравнений имеет вид

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline pC_1 + g_2 & -g_2 & 0 \\ \hline -g_2 & pC_2 + g_2 & 1 \\ \hline -g_1 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \underline{U}_y \\ \hline \underline{U}_z \\ \hline \underline{I}_x \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline \underline{U}_{in}g_1 \\ \hline \end{array} . \quad (2)$$

Полученная система уравнений содержит 3 уравнения, как и система, сформированная в [2]. Число ненулевых элементов в (2) на единицу больше, чем в [2], то есть практически столько же. Решение уравнений для искомого напряжения полюса U имеет вид

$$\underline{U}_y = -\frac{1}{R_l R_2 C_1 C_2 p^2 + R_l (C_1 + C_2) p + 1} \underline{U}_{in}. \quad (3)$$

Это выражение совпадает с формулой, полученной в [2] по схеме замещения с ЗАЭ. Следует отметить, что при получении (3) матричными методами – как здесь, так и в [2] – требуется дополнительный алгоритм для группировки полиномов относительно степеней оператора p .

Обобщенный узловой анализ фильтра на двух токовых конвейерах ICCII+ и ICCII– по схеме замещения на УИ. Исходная схема фильтра дана на рис. 6,а. Требуется найти символьные выражения для напряжений полюсов x и z конвейера ICCII– [2].

Схема замещения с управляемыми источниками приведена на рис. 6,б, где обозначения полюсов конвейеров ICCII+ и ICCII– отличаются индексами «+» и «–» соответственно. Полюс x_+ соединен с общим полюсом, поскольку напряжение полюса y_+ равно нулю и, следовательно, напряжение УИ полюса x_+ также равно нулю. Параметры элементов схемы замещения: $g_a = 1/(R_l + R_{x-})$; $C_a = C_{y-} + C_{z+} + C_1$; $C_b = C_{z-} + C_2$; $g_b = 1/(R_2 + R_{x+})$, где R_{x-} , R_{x+} – входные последовательные сопротивления полюсов x_- и x_+ соответственно; C_{z-} , C_{z+} , C_{y-} – входные емкости соответствующих полюсов.

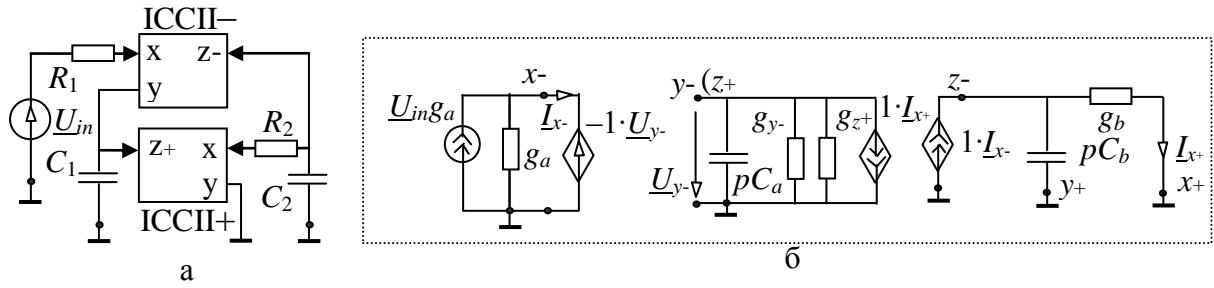


Рис. 6. Исходная схема (а) и схема замещения (б) фильтра на двух токовых конвейерах ICCII+ и ICCII–

Сформируем для схемы на рис. 6,б обобщенные узловые уравнения аналогично уравнениям (2). При этом конвейеры учитываются по правилам на рис. 3 последовательно – сначала ICCII–, затем ICCII+. В результате, уравнения получаются в виде

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline pC_a + g_{y-} + g_{z+} & g_b & 0 \\ \hline 0 & pC_b + g_b + g_{z-} & -1 \\ \hline -g_a & 0 & 1 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline U_{y-} \\ \hline U_{z-} \\ \hline I_{x-} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline U_{in} g_a \\ \hline \end{array}. \quad (4)$$

Определитель системы уравнений – знаменатель выражений искомых напряжений – получается после разложения матрицы параметров (4) и группировки слагаемых относительно степеней оператора p в виде

$$D = p^2 C_a C_b + p[C_a(g_b + g_{z-}) + C_b(g_{y-} + g_{z+})] + (g_{y-} + g_{z+})(g_b + g_{z-}) + g_a g_b. \quad (5)$$

С учетом последнего выражения формулы для искомых напряжений полюсов y и z конвейера ИССП – имеют вид соответственно

$$U_{y-} = -g_a g_b U_{in} / D; \quad U_{z-} = (pC_a + g_{y-} + g_{z+}) g_a U_{in} / D. \quad (6)$$

Выражения (6) тождественны соответствующим выражениям, сформированным с помощью ЗАЭ [2]. Система (4), полученная для схемы фильтра на двух конвейерах с использованием УИ, содержит столько же уравнений, сколько содержит соответствующая система уравнений, сформированная в [2] на основе ЗАЭ. При этом число ненулевых элементов в матрицах обеих систем совпадает.

Следует отметить, что при разложении определителя системы (2) имеет место пара взаимно уничтожающихся слагаемых g_2^2 и $-g_2^2$. Эти же избыточные слагаемые содержатся и при раскрытии определителя матрицы, сформированной с помощью ЗАЭ [2]. Такая избыточность характерна для матричных методов [5]. В сложной схеме число избыточных слагаемых может превышать число действительных слагаемых.

Чтобы избежать появления избыточных слагаемых, необходимо применять топологические методы, позволяющие получить символьное решение без построения системы уравнений. В [3] предлагается использовать для этого ориентированный безпетлевой граф. При этом ИТУТ преобразуется в ИТУН путем добавления в управляющую ветвь дополнительной проводимости, что усложняет схему.

Не требуется преобразования УИ в методе схемных определителей [6], который работает непосредственно с повторителями и инверторами напряжения и тока, входящими в схемы замещения конвейеров.

Построение передаточных функций цепей с токовыми конвейерами методом схемных определителей (МСО). МСО предполагает формирование передаточной функции в виде отношения рациональных функций числителя и знаменателя, которые получаются

путем разложения определителей соответствующих схем. Схема числителя формируется из исходной схемы путем замены источника воздействия и приемника отклика норатором и нуллатором соответственно. Схема знаменателя находится путем нейтрализации независимого источника – обнуления его параметра. Определители схем числителя и знаменателя получаются рекурсивным образом – путем выделения параметров до получения символьных выражений. Формулы выделения известны для любых линейных элементов, в том числе, для ИТУТ и ИНУН [6].

Можно исключить этап перехода от принципиальной (исходной) схемы к схеме замещения на УИ и проводить схемно-алгебраический анализ непосредственно по принципиальной (исходной) схеме цепи, как на рис. 5,а и 6,а. Такой анализ осуществляется с помощью схемно-алгебраических формул (САФ) многополюсников [7]. САФ получаются путем выделения всех элементов схемы замещения конвейера, подключенного к произвольному многополюснику. Применение САФ позволяет также сократить число операций [7].

САФ конвейеров тока. Сформируем САФ конвейера ICCII+, исходная схема и схема замещения которого дана на рис. 2,а и 2,б соответственно. Подключим конвейер и его схему замещения к произвольному многополюснику, запишем определитель полученной схемы

$$\Delta = \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}+ \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (7)$$

Выделим в (7) инвертор напряжения, получим

$$\Delta = (-1) \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (8)$$

В каждом из схемных миноров (8) выделим повторитель тока, получим окончательную САФ для рассматриваемого токового конвейера ICCII+ (обозначение полюсов в том же порядке, что и в (7))

$$\Delta = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (9)$$

Для получения САФ для токового конвейера ICCII – достаточно в (9) поменять знаки «плюс» на «минус» перед первым и третьим схемными минорами. Объединенная САФ для токовых конвейеров ICCII+ и ICCII– имеет вид

$$\Delta = \pm \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \right| \pm \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 5} \\ \text{Diagram 6} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 7} \\ \text{Diagram 8} \end{array} \right|, \quad (10)$$

где в первом и третьем слагаемом верхний знак – плюс – соответствует конвейеру ICCII+, а нижний – минус – ICCII–.

САФ для конвейеров CCPI± (рис. 4) получается путем умножения на (-1) первого и второго слагаемого в формуле (9). В результате определитель этого конвейера имеет вид

$$\Delta = \mp \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \right| \pm \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 5} \\ \text{Diagram 6} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 7} \\ \text{Diagram 8} \end{array} \right|, \quad (11)$$

где знаки слагаемых 1 и 3 определяются аналогично формуле (9).

Широкое распространение в схемотехнике нашел токовый конвейер DVCC второго поколения с 5-ю входами [8]. Приведем его САФ без вывода:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{c} \text{DVCC} \\ \text{Diagram 1} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 2} \\ \text{Diagram 3} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 4} \\ \text{Diagram 5} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 6} \\ \text{Diagram 7} \end{array} \right| + \\ & + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 8} \\ \text{Diagram 9} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 10} \\ \text{Diagram 11} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 12} \\ \text{Diagram 13} \end{array} \right| + \\ & + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 14} \\ \text{Diagram 15} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 16} \\ \text{Diagram 17} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 18} \\ \text{Diagram 19} \end{array} \right|. \end{aligned}$$

Подобный вид имеют САФ и для других типов токовых конвейеров [8].

Анализ фильтра нижних частот на рис. 5,а с помощью САФ выделения токового конвейера. Искомый коэффициент передачи напряжения записывается в виде отношения определителей схем числителя и знаменателя

$$K = \underline{U}_y / \underline{U}_{in} = N/D = \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_1 \\ \downarrow 1 \\ \downarrow 1 \\ \text{---} \\ pC_1 \\ pC_2 \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_1 \\ \downarrow 1 \\ \text{---} \\ pC_1 \\ pC_2 \end{array} \right|, \quad (12)$$

где схема числителя получается из схемы на рис. 5,а путем замены независимого источника напряжения и приемника напряжения норатором и нуллатором соответственно, а схема знаменателя – из той же схемы на рис. 5,а путем нейтрализации источника и приемника напряжения.

В определителе схемы числителя (12) нейтрализуем сопротивление R_1 , подключенное последовательно норатору, удалим проводимость pC_1 , параллельную нуллатору. Выделим конвейер с помощью САФ (9). Из 4-х схемных миноров (СМ) в САФ (9) ненулевым будет только один – третий, поскольку в первом, втором и четвертом схемных минорах образуются контура из нуллаторов или нораторов. После стягивания сопротивления R_2 и удаления проводимости pC_2 по аналогии с R_1 и pC_1 , взаимной замены номеров у нуллаторов и выделения двух контуров из норатора и нуллатора оказывается, что числитель имеет следующий вид

$$N = \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_2 \\ \downarrow 1 \\ \text{---} \\ pC_2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} x \\ \downarrow 1 \\ \downarrow 1 \\ \text{---} \\ R_2 \\ \downarrow 2 \\ \text{---} \\ pC_2 \\ \downarrow 2 \\ \text{---} \end{array} \right| = -1. \quad (13)$$

В знаменателе (12) выполним разложение полинома по степеням оператора p . Для этого используем алгоритм первоочередного выделения реактивных элементов [9], в соответствии с которым схемно-алгебраическое выражение знаменателя предсталяется в следующем виде

$$D = p^2 C_1 C_2 \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_1 \\ R_2 \\ \text{---} \end{array} \right| + p \left\{ C_1 \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_1 \\ R_2 \\ \text{---} \end{array} \right| + C_2 \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_1 \\ R_2 \\ \text{---} \end{array} \right| \right\} + \left| \begin{array}{c} \text{ICCI}^+ \\ x \quad z \\ y \\ R_1 \\ R_2 \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (14)$$

Выделим конвейер в каждом из слагаемых в (14) с помощью САФ (9). В первом, втором и третьем слагаемых будет только один ненулевой схемный минор из САФ (9) – с номером 4, остальные три равны нулю, поскольку в них образуются контура из нораторов или нуллаторов. В четвертом слагаемом – также один ненулевой СМ – первый. Второй, третий четвертый СМ равны нулю, поскольку содержат разомкнутый норатор, нуллатор и несвязную схему соответственно. С учетом указанных фактов получается следующее выражение знаменателя

$$D = p^2 C_1 C_2 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 2: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 3: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 4: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \end{array} \right| + p \left(C_1 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 2: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 3: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 4: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \end{array} \right| + C_2 \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 2: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 3: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 4: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \end{array} \right| \right) + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 2: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 3: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \\ \text{Diagram 4: } R_1 \text{ in series with } x, z \text{ terminals, } R_2 \text{ in parallel with } y \end{array} \right| . \quad (15)$$

Символьные выражения первого, второго и третьего схемных миноров в (15) находятся как определители схемы, разделенной на две части по одному узлу [5]. Причем в первом СМ этими частями являются контура из сопротивлений R_1 и R_2 , а во втором и третьем СМ – контур и разомкнутое сопротивление. Схема четвертого СМ приводится к разомкнутому сопротивлению путем нейтрализации сопротивления R_2 , соединенного последовательно с нуллатором и замены проводником параллельного соединения норатора и нуллатора. После выполнения указанных операций получаем символьное выражение знаменателя

$$D = p^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + p(C_1 R_1 + C_2 R_1) + 1. \quad (16)$$

Полученная передаточная функция фильтра, состоящая из числителя (13) и знаменателя (16), тождественна функциям (3) и [2], сформированным матричными методами на основе УИ и ЗАЭ соответственно.

Выводы. 1. Схемы замещения токовых конвейеров с управляемыми источниками позволяют сформировать на основе обобщенного узлового базиса систему уравнений размерностью, равной числу независимых узлов электрической цепи. Под числом узлов токового конвейера понимаются его внешние полюса. Размерность формируемой системы уравнений и

число ненулевых элементов в ней приблизительно такие же, как при использовании зеркальных аномальных элементов (ЗАЭ).

2. Символьный анализ цепей на основе матричных систем уравнений, формируемых как по схеме с ЗАЭ, так и по схеме с управляемыми источниками, является избыточным, поскольку создает взаимно уничтожающиеся слагаемые.

3. Предлагаемые схемно-алгебраические формулы (САФ) выделения токовых конвейеров позволяют проводить символьный анализ цепей непосредственно по исходной (принципиальной) схеме без введения промежуточной схемы замещения, как при анализе на основе ЗАЭ. САФ, в отличие от матричных алгоритмов, не создают избыточных взаимно уничтожающихся слагаемых, при этом полиномы числителя и знаменателя передаточной функции могут быть получены непосредственно в сгруппированном виде относительно степеней оператора p .

Литература

1. Soliman A. M. The inverting second generation current conveyors as universal building blocks // AEU-International Journal of Electronics and Communications.– 2008.– 62(2), 114–121
2. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems—I: regular papers.– 2011.– Vol. 58, no. 6.– P. 1382–1395.
3. Тутышкин А.А., Коротков А.С. Анализ цепей с токовыми конвейерами при помощи графов // Радиоэлектроника.– 2003.– № 8.– С. 58–63.
4. Сигорский В.П. Моделирование электронных цепей в обобщенном узловом базисе.– Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника.– 1981, № 6.– С. 37–46.
5. Сешу С., Рид М.Б. Линейные графы и электрические цепи.– М.: Высш. шк., 1971.– 448 с.
6. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
7. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // Электричество.– 2003.– № 6.– С. 52–65.
8. Достал Т. ARC-фильтры с новыми типами токовых конвейеров.– Радиоэлектроника.– 2002.– № 8.– С. 67–69.
9. Курганов С.А., Филаретов В.В. Схемно-алгебраический анализ, диакоптика и диагностика линейных электрических цепей: Учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2005.– 320 с.

Обсуждение статьи В.В.Филаретова

Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами // Настоящий сборник.

ЗЕРКАЛЬНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ НАПРЯЖЕНИЯ И ТОКА КАК ТРЕХПОЛЮСНИКИ

Г. В. Майко

Ниже изложены комментарии, появившиеся в результате первого чтения и анализа статьи [1].

Обозначения зеркальных элементов. Это замечание к рис. 1 и 4. Следует обратить внимание на то, что схемы замещения зеркального элемента напряжения (ЗЭН) и зеркального элемента тока (ЗЭТ) – это трехполюсные элементы. Это верно, поскольку для ЗЭТ в виде двухполюсника не будет выполняться первый закон Кирхгофа, а для ЗЭН нужен какой-то опорный узел, по отношению к которому будет выполняться соотношение напряжений $U_1 = -U_2$. В частности, это может быть земля, хотя это и не обязательно. Поэтому, наверное, имеет смысл добавить еще один вывод в условных обозначениях ЗЭН и ЗЭТ.

Еще раз повторю, что ничего не мешает в качестве этого дополнительного узла использовать и другие узлы, отличные от земли, поэтому можно ввести понятия плавающих ЗЭН и ЗЭТ. Обратите внимание, что в статьях A. Soliman эти элементы обозначаются заземленными трёхполюсниками [2–5].

Для нуллатора и норатора это не обязательно, так как для нуллатора важно напряжение между его выводами, а направления токов в нораторе и их величина соответствуют первому закону Кирхгофа.

Удаление избыточных элементов. Это замечание относится к рис.7: «проводимость, параллельная норатору или нуллатору, удаляется из схемы». Во-первых, этой проводимости нет в схеме, так как общий узел ЗЭН и ЗЭТ полностью изолирован. Во-вторых, если бы она была в схеме, то она бы не была удалена (как удаляются проводимости, включенные параллельно норратору или нуллатору). Но с выводом [1] об изменении схемы я полностью согласен.

О матричном подходе. При параллельном, да и любом другом способе подключения ЗЭТ и ЗЭН, можно воспользоваться подходом, который был описан в статье «Analysis of Active Networks Containing Second Generation Current Conveyors» David Baez-Lopez, Juan Manuel Ramirez [6], см. Rule 3. Значительно раньше этот подход, в сущности, был

описан в книге Кисель В.А. «Аналоговые и цифровые корректоры» [7, с.58], (цепи с МОУ II). При таком подходе учет ЗЭТ и ЗЭН в матрице проводимости элементарен – нужно вычесть одну строку из другой или вычесть один столбец из другого. И здесь, кстати, направление подключения важно, поскольку при реверсировании подключений ЗЭТ или ЗЭН знак определителя изменяется, хотя его модуль остается неизменным.

Следует подчеркнуть, что на основе этого матричного подхода (составляя и анализируя матрицу проводимости) были проверены все частные случаи, рассмотренные в [1], а так же пример 1 [1], и результаты полностью согласуются с выводами обсуждаемой статьи.

О гибридных идеальных элементах (ГИЭ). Представляется, что равного количества аномальных элементов одного типа (нуллаторов + ЗЭН) и другого типа (нораторов + ЗЭТ) еще недостаточно. Можно легко привести опровергающий пример. Скажем, два ГИЭ тока, включенных как токовые зеркала, входы (нуллаторы) которых включены параллельно, а выходы – нет. Практически ничто не мешает подключить входы токовых зеркал параллельно, а выходы – нет, и такая схема будет работать. А вот ее идеальная модель будет неопределенна.

Литература

1. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами // Настоящий сборник.
2. Soliman A.M., Saad R.A. On the voltage mirrors and the current mirrors // Analog Integr. Circuits signal process.– 2002.– Vol. 32, no. 1 (Jul).– P. 79–81.
3. Saad R.A. Soliman A.M. Use of mirror elements in the active device synthesis by admittance matrix expansion // IEEE Trans. on circuits and systems—I: regular papers.– 2008.– Vol. 55, no. 9.– P. 2726–2735.
4. Soliman A.M., Saad R.A. The voltage mirror-current mirror pair as a universal element // Int. J. circuit theory Appl.– 2010.– Vol. 38, no. 8 (Oct).– P. 787–795.
5. Soliman A.M. Synthesis of oscillators using limit variables and NAM expansion // Hindawi Publishing Corporation: Active and passive electronic components.– Vol. 2011.– Article ID 131546.– 13 p.
6. Baez-Lopez D., Ramirez J.M. Analysis of Active Networks Containing Second Generation Current Conveyors // IEEE Proceedings of 36th Midwest Symposium on Circuits and Systems – 1993. – P. 1241–1243.
7. Кисель В.А. Аналоговые и цифровые корректоры: справочник,– 1986.

Майко Геннадий Владимирович (Gennady Mayko), к.т.н., Broadcom Corporation Sr. Principal Engineer, Software Design. Член IEEE Circuits and Systems Society. Email private: mayko@ieee.org, email work: gennady.mayko@broadcom.com.

ОБ ОБОБЩЕНИИ МЕТОДА СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ ДЛЯ СХЕМ С ЗЕРКАЛЬНЫМИ АНОМАЛЬНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

В. В. Филаретов

К.С.Горшков полтора месяца назад показал мне статью [1], в которой обсуждались схемы токовых конвейеров в базисе зеркальных аномальных элементов (ЗАЭ). Пришлось обобщить метод схемных определителей (МСО) [2, 3] для нового элементного базиса [4]. Далее будут даны ответы на замечания Г.В.Майко к статье [4], изложенные в [5].

Об обозначениях идеальных зеркальных элементов (ИЗЭ). Рис.1 и рис.4 из [4] приведены на рис. 1 и рис. 2 соответственно. Рис. 1 иллюстрирует возможность упрощения изображения зеркального элемента напряжения (ЗЭН) и зеркального элемента тока (ЗЭТ) при формальном устраниении соединения с базисным узлом (землей). Фактически такое соединение всегда подразумевается. Нетрудно модифицировать матричную методику анализа схем с зеркальными идеальными элементами (ЗИЭ) [1] для работы с изображениями зеркальных аномальных элементов (ЗАЭ), показанных справа на рис.1,а и рис.1,б.

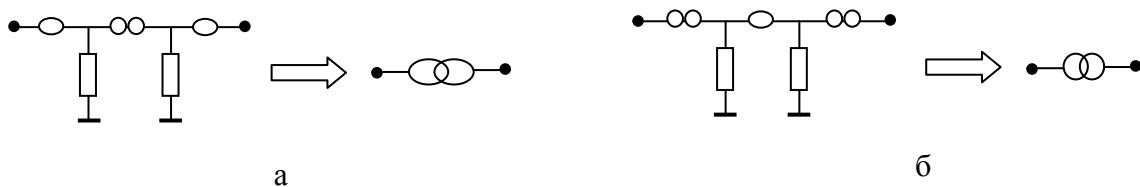


Рис. 1. Зеркальные элементы напряжения (а) и тока (б)

Рис.2 является отправной точкой статьи [4], на этих рисунках впервые представлены ориентированные ЗАЭ: ориентированный ЗЭН (рис. 2,а) и ориентированный ЗЭТ (рис. 2,б), а также соединение ЗЭН и ЗЭТ в ориентированном ЗИЭ (рис. 2,в).

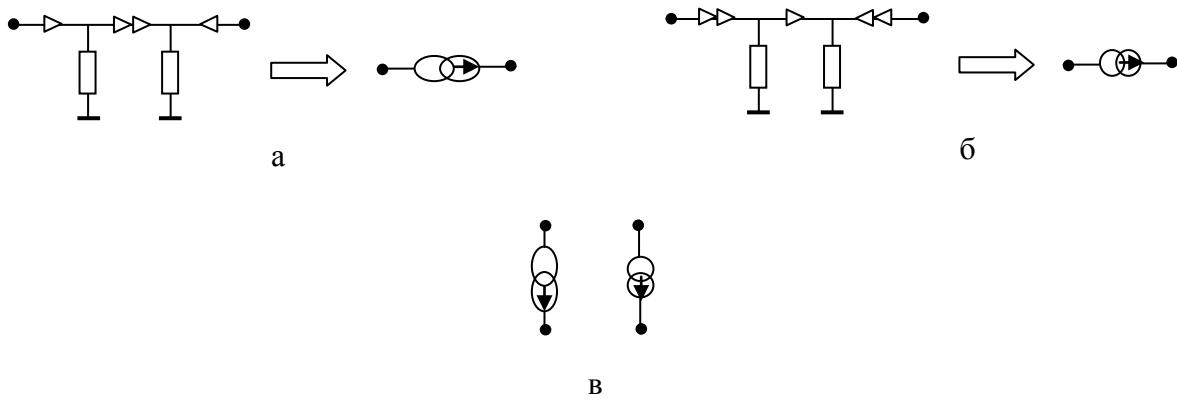


Рис. 2. Ориентированные зеркальные аномальные элементы напряжения (а) и тока (б),
их соединение в ориентированный зеркальный идеальный элемент (в)

Обобщение метода схемных определителей (МСО), предложенное в [4], непосредственно предусматривает работу с изображениями ЗЭН и ЗЭТ, показанными справа на рис.2,а и рис.2,б. Достаточно один раз сказать, что все ЗЭН и ЗЭТ заземлены, вместо того чтобы каждый раз демонстрировать это на рисунке, загромождая его.

Однако преимущество изображения ЗЭН и ЗЭТ в виде двухполюсников заключается, главным образом, не в этом. Упрощается сама схемно-алгебраическая методика анализа, рассчитанная на использование двухполюсных изображений ЗЭН и ЗЭТ. Это обусловлено прямой аналогией между зеркальными и нуллорными аномальными элементами. Подобно этому, методики анализа гибридных и унисторно-сигнальных графов многократно упрощают представление каждого заземленного трехполюсного источника напряжения, управляемого напряжением, единственной сигнальной дугой между входным и выходным полюсами [6, 7].

Сравнение матричного и схемного подходов. У большинства специалистов очевидный «крен» в пользу матричного подхода. Вот и в [1] предложена модификация узлового матричного метода, предусматривающая учет как нуллов, так и ЗАЭ. Изначальный недостаток матричного подхода заключается в том, что он позволяет найти определитель схемы с точностью до знака [8]. Поэтому по матричному определителю, в отличие от топологического или схемного определителя, нельзя судить об устойчивости схемы [9].

МСО, в отличие от матричного метода, лишен каких-либо ограничений на состав элементов линейной схемы, что можно проиллюстрировать на уровне пассивных схем, схем с нуллорами, схем с ИЗЭ и схем с УИ всех типов, а также схем, содержащих все типы упомянутых элементов одновременно. МСО реализован в программе CirSym (Circuit Symbol) [10], но задание ЗАЭ в этой программе пока не предусматривается. Программа генерирует выражения, близкие к оптимальным по сложности, предусматривает автоматическое деление схемы на подсхемы по 1, 2, 3, 4 и 5 узлам. Формально предельная сложность схем ограничивается 256 узлами, но чаще возможности программы ограничиваются слишком большим временем вычислений. Одной из самых сложных рассматриваемых тестовых схем была схема замещения операционного усилителя μ A741 (75 узлов, 190 элементов, в том числе 25 источников тока, управляемых напряжением).

Схемный подход может быть применен не только к схемам, но и матрицам. При этом матрица отображается схемой, составленной источниками тока, управляемыми напряжением, и проводимостями [11]. Число узлов схемы на единицу превышает порядок матрицы. Программа MatSym (Matrix Symbol), разработанная на основе программы CirSym

позволяет раскрывать определители высоко заполненных матриц (например, полных матриц Гильберта) до 10 порядка включительно и разреженных матриц высокого порядка (например, матрицы Гильберта 40-го порядка) [11].

Об удалении избыточных элементов. Рис. 7, упомянутый в соответствующем замечании [5], воспроизведен на рис. 3. Действительно, «проводимости, параллельной норатору или нуллатору», нет в схемах на рис. 3,а, так как общий узел ЗЭН и ЗЭТ полностью изолирован.

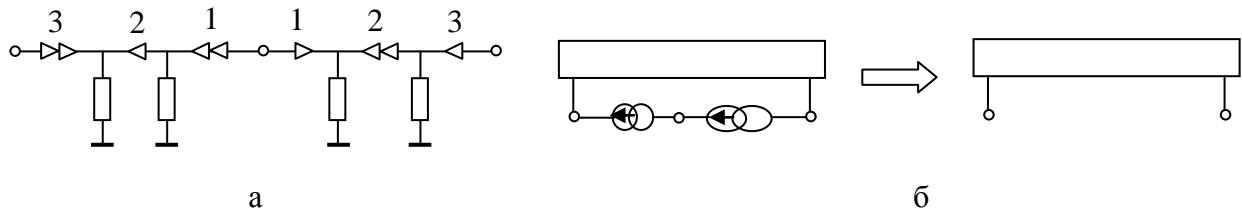


Рис. 3

Однако указанную цитату следует рассматривать в контексте всего абзаца:

«Последовательное соединение ЗАЭ при согласном включении ЗЭН и ЗЭТ показано на рис.3. Выполненные преобразования учитывают, что последовательное соединение встречно включенных норатора и нуллатора эквивалентно разомкнутой ветви, а проводимость, параллельная норатору или нуллатору, удаляется из схемы».

Здесь объясняется, каким преобразованиям необходимо подвергнуть схему на рис.3,а, чтобы получить схему, изображенную на рис.3,б. Словесная формулировка указанных преобразований иллюстрируется на рис. 4.

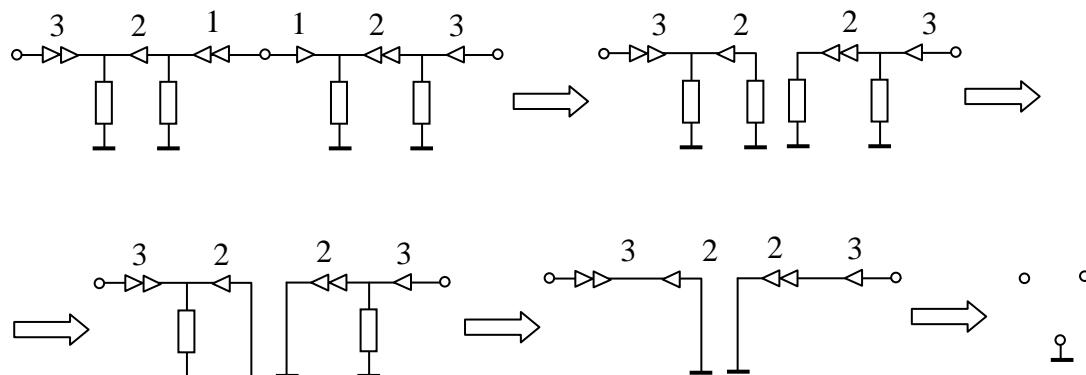


Рис. 4

Учитывая преобразования на рис.4, процитированный абзац со второго предложения следует дополнить и представить в виде: «Выполненные преобразования учитывают, что последовательное соединение встречно включенных норатора и нуллатора эквивалентно разомкнутой ветви, единичные проводимости, соединенные последовательно с норатором или нуллатором, стягиваются, а проводимости, параллельные норатору или нуллатору, удаляются из схемы».

Можно отметить, что после перечисленных преобразований образуются две нораторно-нуллаторные пары: одна с встречным включением, а другая – с последовательным. Требующаяся одна перенумерация у двух нораторов или двух нуллаторов приведет к изменению знака определителя схемы, что скомпенсируется изменением знака в результате смены ориентации у норатора или у нуллатора второй пары. В результате знак перед схемным определителем не изменится.

О критериях вырождения схемы. С замечанием о недостаточности равного количества аномальных элементов одного типа (нуллаторов + ЗЭН) и другого типа (нораторов + ЗЭТ) можно согласиться. Критерии вырождения схемы, когда схемный определитель равен нулю, этим признаком не исчерпываются.

Кроме непарности аномальных элементов (нуллаторов и нуллаторов, ЗЭН и ЗЭТ, нуллаторов+ЗЭН и нораторов+ЗЭТ), произвольная ЛЭС является вырожденной при выполнении хотя бы одного из трех топологических условий: 1) схема несвязна; 2) в схеме имеется хотя бы один контур, образованный исключительно генераторами напряжения и ГНУИ или исключительно приемниками тока и ПНУИ; 3) схема содержит сечение, включающее только генераторы тока и ГНУИ или только приемники напряжения и ПНУИ [2, 3].

В заключение хочется отметить, что зеркальные аномальные элементы – ЗЭН и ЗЭТ – гармонично дополнили нуллорные аномальные элементы – нуллатор и норатор, что проявилось в простоте обобщения метода схемных определителей для новых элементов.

Литература

1. Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D. Pathological element-based active device models and their application to symbolic analysis // IEEE Trans. on circuits and systems–I: regular papers.– 2011.– Vol. 58, no. 6.– P. 1382–1395.
2. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.– С. 43–52.
3. Филаретов В.В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: Методические указания к практическим занятиям по электротехнике и электронике.– Ульяновск: УлГТУ, 2001.– 40 с.

4. Филаретов В.В. Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами // Настоящий сборник.
5. Майко Г.В. Зеркальные элементы напряжения и тока как трехполюсники // Настоящий сборник.
6. Филаретов В.В. Разложение определителя гибридного графа схемы с усилителями напряжения методом удаления и стягивания сигнальных дуг // Электрон. моделирование.– 1990.– № 3.– С. 38–44.
7. Филаретов В.В. Унисторно-сигнальный граф электронной схемы и его анализ // Электричество.– 1989.– № 9.– С. 48–55.
8. Хайнлейн В.Е., Холмс В.Х. Активные фильтры для интегральных схем.– М.: Связь, 1980.– 656 с.
9. Hoang S. About the stability of frequency-independent networks // IEEE Transactions on circuits and systems.– 1985.– Vol. CAS–32, N 9.– P. 970–973.
10. Филаретов В.В. Программа символьного анализа CIRSYM: история создания, структура и функции // Настоящий сборник.
11. Филаретов В.В. Генерация компактных формул для матричных определителей // Настоящий сборник.

Обсуждение статьи С.А.Курганова и В.В.Филаретова:

ОБОБЩЕННЫЙ МЕТОД СХЕМНЫХ МИНОРОВ ДЛЯ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПО ЧАСТИЯМ

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

Метод схемных миноров обобщен на подсхемы с нуллорными связями между ними, что позволило: 1) исключить трудоемкий комбинаторный перебор и сортировку пар миноров подсхем; 2) уменьшить размерность схемных миноров; 3) применить простую процедуру нахождения знака слагаемых. Метод позволяет многократно сократить затраты на формирование символьных функций электрических цепей. Ключевые слова: символьная схемная функция, подсхема, диакоптическая формула, нуллор, схемный минор.

The generalized method has several features: 1) to expel laborious combining and sorting pairs of subnetwork minors; 2) to decrease scale of circuit minors; 3) to use simple procedure for finding of sign. The method is able to repeatedly reduce time and space complexity in symbolic generation of network functions. Key words: symbolic network functions, subnetwork, diacoptic formula, nullor, circuit minor.

Среди методов символьного анализа линейных электрических цепей по частям [1–5] наиболее эффективным по вычислительным характеристикам является метод схемных миноров (МСМ) [3–5], который использует, в отличие от традиционных топологических методов [1, 2], безызбыточные схемные модели – схемы числителя и знаменателя. Схема знаменателя получается из исходной схемы путем удаления независимого источника тока и замены источника напряжения идеальным проводником. Схема числителя формируется путем замены источника норатором, а ветви отклика – нуллатором. Схемная функция цепи находится в виде отношения определителей этих схем.

Определителем схемы называется символьное выражение, тождественное определителю матрицы параметров, составленной по законам Кирхгофа, но не содержащее избыточных пар слагаемых с противоположными знаками. Это выражение получается в результате рекурсивного применения формул выделения параметров [6]. В МСМ определители схем числителя и знаменателя формируются из *схемных миноров* – определителей подсхем с подключенными к их полюсам аномальными элементами, которые называются *минорообразующими*.

Для увеличения сложности анализируемых схем предлагается усовершенствование МСМ путем устранения следующих его недостатков [4]: 1) при нахождении слагаемых диакоптической формулы выполняется трудоемкий перебор всех пар миноров объединяемых подсхем и проводится сортировка слагаемых по минорам объединенной схемы; 2) используется сложная процедура нахождения знаков слагаемых диакоптических формул, которая учитывает как число перестановок при упорядочении позиций двоичных векторов (ДВ) объединяемых подсхем, так и число инверсий в ДВ, образованном для общих полюсов подсхем.

Для совершенствования МСМ используем решение задачи объединения двух подсхем с нуллорными связями между ними [5]. Подсхемы имеют *нуллорную связь*, если элементы нуллорной пары находятся в разных подсхемах и число нораторов в каждой из них оказывается на единицу больше (меньше) числа нуллаторов. Такие связи возникают при подключении нуллоров к подсхемам для образования вспомогательных миноров, используемых в выражениях для миноров объединенной схемы.

Объединение подсхем с одной нуллорной связью между ними. В [7] предложена формула для числителя схемной функции при делении схемы по двум узлам

$$\Delta = \left| \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 1' \\ \text{---} \\ 2' \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 1' \\ \text{---} \\ 1 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 2' \\ \text{---} \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| , \quad (1)$$

где цифрами 1 и 2 обозначены подсхемы с нуллорной связью между ними; парой вертикальных линий – определитель соответствующей схемы или схемный минор подсхемы; одинарной и сдвоенной укрупненной стрелкой – направленные нумерованные нуллатор и норатор соответственно. Схемные миноры подсхем 1 и 2 называются *неравновесными* [5], поскольку они образованы неравным числом нораторов и нуллаторов.

Формула (1) для развязки одной нуллорной связи обобщена в [5] на подсхемы, разделенные по произвольному числу узлов. Например, при трехузловом сечении эта формула имеет вид

$$\left| \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 1' \\ \text{---} \\ 2' \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 1' \\ \text{---} \\ 2' \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 2' \\ \text{---} \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 1' \\ \text{---} \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 2' \\ \text{---} \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 1 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 1' \\ \text{---} \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 2 \\ \downarrow \\ \text{---} \\ 2' \\ \text{---} \\ 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \right| .$$

Объединение подсхем с произвольным числом нуллорных связей между ними. Формулы вида (1)–(2) можно обобщить на подсхемы с числом нуллорных связей между ними $\delta \leq n$, где n – число полюсов подсхем без базисного полюса (рис. 1,а). Обобщенная диакоптическая формула выводится аналогично формулам вида (1) и (2) [5]. Однако для этого в схему вводится не один, а δ фиктивных узлов и такое же число пар соединенных последовательно нуллаторов и нораторов, которые не оказывают влияния на схему. Причем нуллатор (норатор) каждой пары относится к подсхеме, в которой имеется недостаток нуллаторов (нораторов).

Это приводит к подсхемам, содержащим одинаковое число нораторов и нуллаторов. Последующая перенумерация нуллаторов (нораторов) с учетом изменения знака определителя [6] позволяет развязать все δ нуллорных связей между подсхемами 1 и 2, разделенными по $(n+1+\delta)$ полюсам (рис. 1,б).

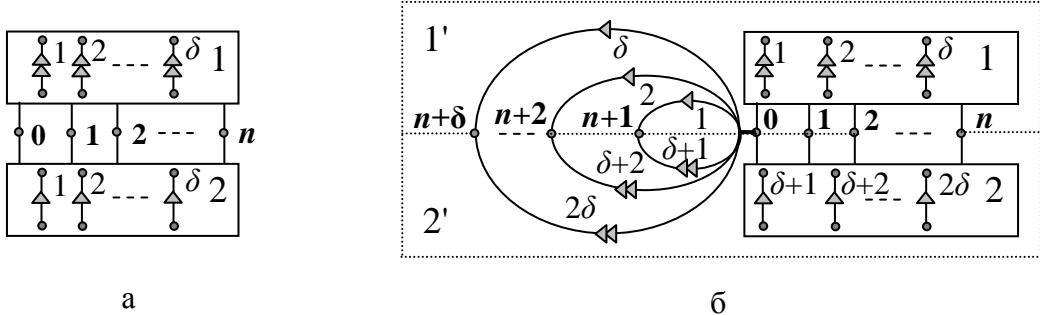


Рис. 1. Схема, разделяемая на две подсхемы 1 и 2 с δ связями между ними (а); эквивалентная схема с подсхемами 1' и 2' без нуллорных связей между ними (б)

Теперь для объединения полученных подсхем можно использовать *равновесные схемные миноры* (образованные одинаковым числом нораторов и нуллаторов), лежащие в основе формулы по МСМ [4]

$$\Delta = \sum_{i=1}^{\psi_q} (-1)^{\zeta} \Delta_1^i(V_i) \Delta_2^i(\bar{V}_i), \quad (3)$$

где $\Delta_1^i(V_i)$ и $\Delta_2^i(\bar{V}_i)$ – i -й минор первой и второй подсхемы, соответствующий ДВ V_i и \bar{V}_i ; $V_i = [x_1 x_2 \dots x_n x_{n+1} x_{n+2} \dots x_{n+\delta} y_1 y_2 \dots y_n y_{n+1} y_{n+2} \dots y_{n+\delta}]$; $x_1, x_2, \dots, x_{n+\delta}, y_1, y_2, \dots, y_{n+\delta}$ – двоичные переменные; $[x_1 x_2 \dots x_n x_{n+1} x_{n+2} \dots x_{n+\delta}]$, $[y_1 y_2 \dots y_n y_{n+1} y_{n+2} \dots y_{n+\delta}]$ – нораторный и нуллаторный подвекторы соответственно, ζ – параметр, определяющий знак слагаемого и равный сумме номеров ненулевых позиций ДВ V_i или \bar{V}_i ; ψ_q – число ДВ первой и второй подсхем; $q=n+1+\delta$ – число узлов, общих для подсхем 1' и 2' на рис. 1,б. По определению ДВ $x_j=1$ ($y_j=1$), если к j -му полюсу подключен норатор (нуллатор), а $x_j=0$ ($y_j=0$), если у j -го полюса норатор (нуллатор) отсутствует; \bar{V}_i – двоичный вектор, дополняющий вектор V_i .

так, что если в позиции вектора V_i находится единица (ноль), то в соответствующей позиции вектора \bar{V}_i – ноль (единица).

Из всей совокупности ψ_q слагаемых в формуле (3) ненулевыми будут лишь те, в которых миноры первой (второй) подсхемы образованы подключением нораторов (нуллаторов) к полюсам $(n+1), (n+2), \dots, (n+\delta)$, и в тоже время к этим полюсам не подсоединенены нуллаторы (нораторы) [6]. Это означает, что переменные $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+\delta}$ имеют единичные значения, а переменные $y_{n+1}, y_{n+2}, \dots, y_{n+\delta}$ равны нулю. Если учесть это обстоятельство и удалить из ДВ V_i и \bar{V}_i позиции $(n+1), (n+2), \dots, (n+\delta)$ с заведомо известными значениями, то из формулы (3) получится обобщенная диакоптическая формула

$$\Delta = \sum_{l=1}^{\psi_q^\delta} (-1)^{\xi_l} \Delta_1(V_l^\delta) \Delta_2(\bar{V}_l^\delta), \quad (4)$$

где $\Delta_1(V_l^\delta)$ и $\Delta_2(\bar{V}_l^\delta)$ – схемный минор первой и второй подсхемы, соответствующий ДВ V_l^δ и \bar{V}_l^δ , содержащий нораторов (нуллаторов) на δ меньше, чем нуллаторов (нораторов); ψ_q^δ – число ДВ первой и второй подсхем, имеющих δ связей между ними; $V_l^\delta = [x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n]$; \bar{V}_l^δ – ДВ, дополняющий вектор V_l^δ ; ξ_l – параметр, равный сумме номеров ненулевых позиций ДВ V_l^δ или \bar{V}_l^δ и чисел $(n+1), (n+2), \dots, (n+\delta)$, которые являются номерами ненулевых позиций в ДВ формулы (3); $q = (n+1)$ – число общих полюсов для подсхем на рис. 1,а.

Формула (4) отображает *обобщенный MCM*, применимый для произвольных подсхем, как с нуллорными связями (при $\delta \neq 0$), так и без них (при $\delta = 0$). Число ДВ в ней ψ_q^δ находится по формуле, аналогичной формулам для $\delta = 0$ [4] и $\delta = 1$ [5],

$$\psi_q^\delta = \sum_{i=0}^n C_n^{i-\delta} C_n^i, \quad (5)$$

где i – индекс суммирования, равный числу нораторов (нуллаторов), если их больше, чем нуллаторов (нораторов); C_a^b – число сочетаний из a по b . Расчеты по формуле (5) сведены в табл. 1.

Как видно, число неравновесных ДВ (строки с $\delta = 1, 2, \dots, n$), меньше числа равновесных ДВ (строка при $\delta = 0$). При этом число неравновесных ДВ значительно уменьшается при возрастании числа нуллорных связей δ между подсхемами. Число схемных миноров минимально и равно 1, если подсхемы содержат $\delta = n$ связей между ними.

Таблица 1. Число ψ_q^δ неравновесных и равновесных схемных миноров подсхемы в зависимости от числа полюсов $q = n + 1$ и числа связей δ с другими подсхемами

$\delta \backslash q$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	2	6	20	70	252	924	3432	12870	48620
1		1	4	15	56	210	792	3003	11440	43758
2			1	6	28	120	495	2002	8008	31824
3				1	8	45	220	1001	4368	18564
4					1	10	66	364	1820	8568
5						1	12	91	560	3060
6							1	14	120	816
7								1	16	153
8									1	18
9										1
2^{2n}	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144

В последней строке табл. 1 приведено общее число ДВ с $2n$ разрядами, равное сумме всех равновесных и неравновесных ДВ. При сложении число неравновесных ДВ удваивается с учетом двух типов ДВ, в которых преобладают или нораторы, или нуллаторы. Суммарное число ДВ равно числу $2n$ -разрядных двоичных чисел.

Объединение подсхем с двумя нуллорными связями. Формулы (1) и (2) для одной нуллорной связи между подсхемами наглядны и удобны для применения. Для построения аналогичных формул, содержащих произвольное число нуллорных связей между подсхемами, используется формула (4). Каждое l -е слагаемое в ней формируется на основе двух подсхем с заданным числом полюсов путем подключения к ним нораторов и нуллаторов в соответствии с ДВ V_l^δ и \bar{V}_l^δ . Нумерация нораторов (нуллаторов) в получающихся при этом схемных минорах начинается с собственных нораторов (нуллаторов) подсхем и заканчивается минорообразующими нораторами (нуллаторами).

В случае схемы, разделяемой по 3-м узлам на две подсхемы с двумя нуллорными связями между ними, в соответствии с табл. 1 имеется только одна пара сопряженных ДВ $V_1^2 = \{0011\}$ и $\bar{V}_1^2 = \{1100\}$. Подставляя их в (4), получим формулу, аналогичную выражению (1) для подсхем с двумя общими полюсами,

$$\left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{2} \\ \text{1} \end{array} \right|, \quad (6)$$

где нумерация минорообразующих нораторов (нуллаторов) осуществляется в порядке следования единиц в ДВ, начиная с номера 1.

В формуле для схемы, разделяемой по 4-м узлам на две подсхемы с двумя нуллорными связями между ними, учитывается шесть неравновесных ДВ (табл. 1)

$$V^2 = \{000110; 000101; 000011; 100111; 010111; 001111\} \quad (7)$$

и такое же количество соответствующих им дополняющих ДВ

$$\bar{V}^2 = \{111001; 111010; 111100; 011000; 101000; 110000\}. \quad (8)$$

В результате подстановки (7) и (8) в формулу (4), а также замещения параллельного соединения одноименных норатора и нуллатора идеальным проводником [6] получается искомая формула

$$\begin{aligned} \Delta = & \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \\ = & \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\ + & \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\ + & \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \boxed{2} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| . \quad (9) \end{aligned}$$

Формулы (6), (9) и (4) могут использоваться по аналогии с (1)–(2) для анализа цепей методом рекурсивного деления схем, при котором схемная функция получается в виде отношения единых выражений числителя и знаменателя [5]. При этом число необходимых для построения символьного выражения схемных миноров сокращается в число раз, равное отношению равновесных и неравновесных схемных миноров (табл. 1). Большой эффект эти формулы дают при иерархическом объединении подсхем [4].

Особенности реализации обобщенного метода схемных миноров.

Объединение двух подсхем состоит в построении диакоптических формул для всех миноров объединенной схемы, которые составляются из миноров объединяемых подсхем. Эти формулы можно получить и без трудоемкого перебора пар – декартова произведения параметров подсхем, которое требуется не только в МСМ [3–5], но и во всех известных топологических методах [1, 2]. Для этого необходимо использовать выражение (4), допускающее непосредственное нахождение миноров объединенной схемы.

Перед делением схемного минора объединенной схемы осуществляется взаимная замена номеров у одноименных нораторов (нуллаторов), относящихся к разным подсхемам с тем, чтобы одноименные нораторы и нуллаторы оказались в одной подсхеме. При этом может измениться знак минора объединенной схемы, который определяется по нумерованному ДВ [4]. Такой ДВ формируется из исходного ДВ путем порядковой нумерации единиц в нораторной и нуллаторной части. Если сумма позиций обеих частей ДВ, относящихся к первой или второй подсхеме, является нечетным числом, то знак минора объединенной подсхемы меняется на отрицательный, иначе остается положительным.

Преимуществом формулы (4) является использование сокращенных ДВ подсхем, содержащих только позиции с номерами полюсов, общих для объединяемых подсхем. Собственные (внешние) для подсхем полюсы с подключенными к ним нораторами и нуллаторами влияют только на тип используемых ДВ подсхем. Если число минорообразующих нораторов и нуллаторов в первой (второй) схеме равно, то для построения диакоптической формулы применяется равновесный тип ДВ, иначе – неравновесный с коэффициентом δ .

Число слагаемых в формируемой диакоптической формуле равно числу ДВ ψ_q^δ из (5). Ненулевых слагаемых в формуле может быть меньше, если некоторые общие для подсхем полюсы являются внешними, поскольку при этом могут образоваться контуры из нораторов (нуллаторов) [6]. Это имеет место, если в одноименных позициях ДВ объединенной схемы и ДВ одной из подсхем оказываются единицы.

Алгоритм получения диакоптических формул для миноров объединенной схемы сводится к последовательному перебору двоичных чисел с $2n$ разрядами. Из всех 2^{2n} слагаемых в формуле для минора объединенной схемы ненулевыми будут только равновесные или неравновесные миноры подсхем в зависимости от числа нуллорных связей между подсхемами δ (табл. 1). Остальные слагаемые оказываются вырожденными [6]. Объединение подсхем осуществляется попарно иерархическим способом до получения всей схемы и множества миноров, необходимых для формирования искомых схемных функций.

Объединение двух четырехполюсных подсхем при наличии внешних узлов (рис. 2,а). Объединенная подсхема в соответствии с табл. 1 (при $q = 3$ и $\delta = 0$) обладает 6-ю схемными минорами, которые характеризуются равновесными ДВ (с номерами позиций 3434): 1) 0000; 2) 0101; 3) 0110; 4) 1001; 5) 1010; 6) 1111. Для получения формул, соответствующих этим шести ДВ, достаточно только два раза обратиться к формуле (4) – один раз для ДВ 1, 2, 5 и 6, не образующих нуллорную связь между подсхемами, и второй раз для ДВ 3 и 4, образующих одну нуллорную связь между подсхемами.

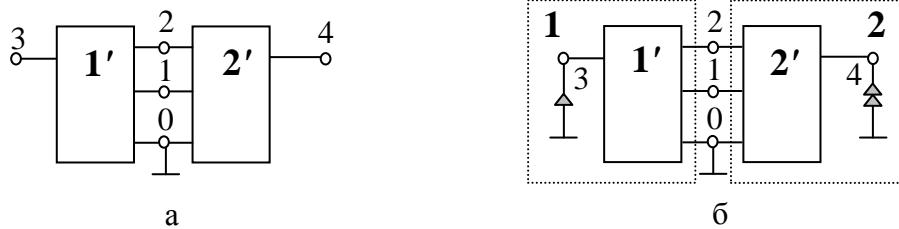


Рис. 2. Объединение двух четырехполюсных подсхем (а);
несимметричный схемный минор объединенной подсхемы с ДВ 0110 (б)

Применим к схемному минору 1 (рис. 2,а) формулу деления (4), получим

$$\Delta[0000] = \Delta_1[0000]\Delta_2[1111] + \Delta_1[0101]\Delta_2[1010] - \Delta_1[0110]\Delta_2[1001] - \\ - \Delta_1[1001]\Delta_2[0110] + \Delta_1[1010]\Delta_2[0101] + \Delta_1[1111]\Delta_2[0000], \quad (10)$$

где Δ , Δ_1 , Δ_2 – миноры объединенной схемы, первой и второй подсхем соответственно; тип минора подсхем определяется по сокращенным ДВ, приведенными в скобках с позициями 1212; знак первого слагаемого – положительный, поскольку сумма ненулевых позиций первого или второго ДВ число четное – 0 или 6; остальные знаки найдены аналогично.

Формула для миноров объединенной схемы с ДВ 3 и 4 (схема с ДВ 3 – на рис. 2,б) находится в отличие от (10), на основе неравновесных ДВ

$$\Delta[0110] = -\Delta_1[0100]\Delta_2[1011] + \Delta_1[1000]\Delta_2[0111] + \\ + \Delta_1[1101]\Delta_2[0010] - \Delta_1[1110]\Delta_2[0001], \quad (11)$$

где отрицательный знак первого слагаемого найден по нечетности суммы (2+2+1), знаки остальных слагаемых находятся аналогично.

При использовании формул (10) и (11) для ДВ 1, 2, 5, 6 и 3, 4 соответственно необходимо учитывать различное состояние полюсов 3 и 4 объединенной схемы. Формулы (10)–(11) соответствуют аналогичным формулам по МСМ [4], но их всего две вместо шести и они (в составе 32-х слагаемых) сформированы, минуя перебор 400 пар ДВ подсхем и трудоемкую сортировку слагаемых по ДВ объединенной схемы.

Избыточность традиционного подхода к объединению подсхем. В табл. 2 приведены показатели трудоемкости для объединения

многополюсных подсхем, подобных подсхемам на рис. 2,а, то есть имеющих один собственный полюс. Как видно, избыточность перебираемых пар ДВ растет комбинаторно с увеличением числа полюсов.

Таблица 2. Количество исследуемых пар ДВ и слагаемых в диакоптических формулах

Число полюсов у подсхем	3	4	5	6	7	8	9	10
Число общих полюсов	2	3	4	5	6	7	8	9
Число исследуемых пар ДВ по МСМ	36	400	4900	63504	853776	$11,8 \cdot 10^6$	$166 \cdot 10^6$	$2,39 \cdot 10^9$
Число слагаемых в формулах	10	32	110	392	1428	5280	19734	74360

Декартово произведение параметров подсхем, полвека назад положенное в основу символьной диакоптики [2], существенно затрудняет анализ практических цепей, например операционного усилителя $\mu A741$ (<http://www.eng.uts.edu.au/~benr/symbolic>). 76-узловая схема замещения $\mu A741$ содержит 115 резисторов, 76 конденсаторов и 26 источников тока, управляемых напряжением. Эта схема образована 26-ю подсхемами, и 25 подсхем получаются в процессе объединения начальных подсхем до формирования исходной схемы. Подсхемы в количестве 4, 19, 21 и 7 штук имеют по 2, 3, 4 и 5 полюсов соответственно. Одиннадцать пар объединяемых подсхем имеют по 2 и четырнадцать пар – по 3 общих полюса. Таким образом, при комбинаторном методе объединения требуется проверить на совместность 6448 пар ДВ! В то же время *обобщенный метод схемных миноров* позволяет получить непосредственно (то есть без проверки и сортировки) все 672 искомые пары совместных схемных миноров, необходимые для построения коэффициента передачи напряжения.

Выводы

1. *Обобщенный метод схемных миноров* позволяет проводить символьный анализ цепей путем деления их на части как без управляющих связей, так и с нуллорными связями между ними. В последнем случае значительно уменьшается число слагаемых в диакоптических формулах.

2. Предлагаемый метод исключает при объединении подсхем как традиционный перебор пар миноров объединяемых подсхем, так и сортировку слагаемых диакоптических формул, что обеспечивает нахождение только заданных миноров и многократно сокращает число операций при формировании схемных функций. Размерность миноров и их число зависят лишь от числа общих полюсов подсхем, что упрощает нахождение знака слагаемых и уменьшает объем вычислений.

Литература

1. Дмитришин Р.В., Шаповалов Ю.И. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ // Автоматизация проектирования в электронике. – Киев: Техника, 1975. – Вып. 12. – С. 42–46.
2. Starzyk, J. A., Konczykowska A. Flowgraph analysis of large electronic networks // IEEE Transactions on circuits and systems. – 1986. – Vol. CAS-33, N 3. – P. 302–315.
3. Chang S.M., Wierzba G.M. Circuit level decomposition of networks with nullors for symbolic analysis // IEEE Transactions on circuits and systems – 1: Fundamental theory and applications.– 1994.– Vol. 41.– P. 699–711.
4. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.–2001.–№ 8.– С. 33–42.
5. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных векторов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 106–116.
6. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.– 1998.– № 5.– С. 43–52.
7. Hoang S. Direct topological rules for analysis of networks without magnetic couplin // Archiwum elektrotechniki.– 1974.– Т. 23, z. 2.– S. 387–405.

Курганов Сергей Александрович – д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение» Ульяновского государственного технического университета (УлГТУ); служебный тел. 77-81-05; e-mail: sak@ulstu.ru

Далее приводится ответ авторов на рецензию академика АЭН РФ, доктора технических наук, профессора **Мансура Акмеловича Шакирова** (Санкт-Петербургский государственный политехнический университет). Фрагменты рецензии цитируются курсивным уменьшенным шрифтом. Номера замечаний выделены жирным шрифтом. Материал носит общий характер и представляет интерес для специалистов по теории цепей, является ярким примером научной полемики с известной долей юмора.

ОБ ОБОБЩЕНИИ МЕТОДА СХЕМНЫХ МИНОРОВ: ОТВЕТ НА РЕЦЕНЗИЮ М. А. ШАКИРОВА

С. А. Курганов, В. В. Филаретов

В предыдущей рецензии содержалось 14 замечаний. После ответа на них и доработки статьи осталось 10 замечаний (3-е, 5-е, 8-е и 12-е замечания согласно заключению Рецензента были устраниены). После дословного приведения каждого из оставшихся 10 замечаний Рецензента (выделены курсивом и уменьшенным шрифтом) следует ответ авторов. Нумерация замечаний сохранена.

1. Так и нет разъяснения, чем отличается «метод схемных миноров» от метода схемных определителей, если в последнем также используются схемные миноры? Ссылка на программу CirSym не корректна, т.к. эта программа делает серьезные ошибки, что подтверждилось результатами получения с ее помощью вариантов схем с операционными усилителями в прежней работе В.В. Филаретова и его аспиранта (5 ошибок в схеме из 5-ти узлов).

В текст новой редакции статьи добавлено разъяснение, что метод схемных определителей (МСО) как развитие схемного подхода Фойснера [1, 2] включает в себя метод схемных миноров (названный первоначально методом двоичных векторов [3]). Аналогично этому программа CirSym, основанная на МСО и разработанная Филаретовым В.В., содержит подпрограмму, реализующую метод схемных миноров.

Эта программа символьного анализа свободно распространяется и совершенствуется более 10 лет (<http://intersyn.narod.ru>). Аналоги этой программы по сложности анализируемых схем (до сотен узлов и элементов) в России отсутствуют. Программа CirSym не предназначена для порождения эквивалентных схем, поэтому утверждение Рецензента о наличии в ней ошибок такого рода лишено основания.

2. Представленное в тексте на стр. 2 определение «схемного определителя» как «матрицы параметров, составленной по законам Кирхгофа» – свидетельство полной беспомощности, которой возраст, используя слова ОТВЕТА, более 10 лет. Настал момент, когда подобным студенческим ответам на троичку следует положить конец. И открыто признать, что Авторы этого не знают, открыв дорогу для обсуждения этого вопроса.

Этой «беспомощности» не 10, а 165 лет. «Беспомощным троичником» следует назвать и Кирхгофа, который первым в 1847 году фактически ввел именно такое понятие схемного определителя, избежав традиционного решения системы уравнений [4]. Первый топологический метод Кирхгофа позволяет находить решение непосредственно по исходной схеме и без взаимно уничтожающихся слагаемых. «Безызбыточность» – центральное свойство схемного определителя, которое отличает его от матричного определителя [4].

Более емкой и краткой трактовки схемного определителя, чем предлагается в нашей статье, на сегодняшний день не существует: «*Определителем схемы* называется символное выражение, тождественное определителю матрицы параметров, составленной по законам Кирхгофа, но не содержащее избыточных пар слагаемых с противоположными знаками».

Например, в известном учебнике [5, с.239] дано частное определение: «определитель схемы Δ – узловой определитель схемы, получаемой при исключении вольтметра и источника тока или коротком замыкании амперметра и источника эдс».

Данное замечание Рецензента учтено ссылкой на работу [4].

4. Ответ на 4-е замечание несостоятелен, поскольку в 4-м замечании речь идет об обычных управляющих связях, а не об их предельных вариантах, ассоциируемых с аномальными элементами. Приходится повторить: задача получения схемной функции цепи с обычными управляющими связями между ее подсхемами на основе диакоптики к данной работе не имеет отношения! Таким образом, эта неточность должна быть устранена.

В Ответе авторов на замечание 4 предыдущей рецензии отмечалось: «Нет препятствий для учета «обычных» управляющих связей между подсхемами. Для этого достаточно перед использованием предложенного в статье обобщенного метода схемных миноров применить формулу выделения параметра «обычной» управляющей связи (т.е. управляемого источника)». Поэтому нельзя говорить, как утверждает Рецензент, что «задача получения схемной функции цепи с обычными управляющими связями между ее подсхемами на основе диакоптики к данной работе не имеет отношения». Учитывая повторное замечание Рецензента, это пояснение внесено в текст статьи.

6. Ответ на 6-е замечание не состоятелен, поскольку, как было сказано в 6-м замечании, «Авторы сами отдельно такую подсхему нигде не изображают, дополняя ее недостающим числом аномальных элементов в месте расчленения исходной схемы»!

С этим замечанием по-прежнему нельзя согласиться. В формулах (1), (2), (6) и (9) все, изображенные (прямоугольниками) подсхемы, являются неравновесные – содержат неравное число нораторов и нуллаторов. При этом минорообразующие нораторы и нуллаторы, находящиеся за пределами прямоугольников, не принадлежат подсхемам – навешиваются извне для уравновешивания неравновесных подсхем.

Это разъяснение внесено в текст статьи.

7. Ответ на замечание 7 – отговорка. Приходится повторить: «в представленном виде выражение (6) не аналогично ни (1), ни (2), потому что не содержит входных полюсов». Ссылка на экономию места (в 5 мм) не состоятельна!

Согласны. В новой редакции статьи формулы (1) и (2) приведены к виду формул (6) и (9), чтобы читателю не казалось, что узлы подключения аномальных элементов являются входными узлами схемы.

9. Ответ на 9 замечание неприемлем! «Сакральные» темы и рисунки читателей не интересуют! Читателей интересуют ясные определения, понятные иллюстрации, четкие доказательства. Схема на рис. 1 не является «ключевой» и не несет «никакого обобщения», кроме бессмыслицы.

Схемы на рис. 1 являются ключевыми для вывода предлагаемых формул (1), (2), (6) и (9) с неравновесными схемными минорами. При этом схема на рис. 1, а всего лишь обобщает схемы, использованные в левых частях формул (1), (2), (6) и (9). На схеме рис. 1, б повторяется схема рис. 1, а. К ней добавляется **δ** новых узлов (половина от числа аномальных элементов **2δ**). Чтобы новые узлы были общими для обеих подсхем, к этим узлам подключаются нораторы и нуллаторы так, как показано на рис. 1, б.

Добавленные аномальные элементы уравновешивают каждую подсхему по числу нораторов и нуллаторов, что делает их равновесными и позволяет применять известные формулы на основе равновесных миноров для вывода формул (1), (2), (6) и (9) с неравновесными минорами.

Новые узлы и новые аномальные элементы, с одной стороны, можно рассматривать как части исходных подсхем 1 и 2, а с другой стороны, эти новые узлы и новые аномальные элементы образуют отдельную подсхему, поскольку соединены с исходной схемой в единственном узле 0. Определитель этой подсхемы равен +1 или -1, что порождает соответствующий знак слагаемых в правых частях формул (1), (2), (6) и (9).

Вот и весь «сакральный» смысл рис. 1. Эта схема действительно является ключевой, хотя с этим не соглашается Рецензент. Приведенные выше пояснения добавлены в текст новой редакции статьи.

10. Ответ на замечание 10 неприемлем. «Символьный анализ» основан на работе с определителями уравнений электрических цепей и, следовательно, неминуемо связан с их разложением по элементам соответствующего определителя или с использованием обобщенного разложения по нескольким столбцам или строкам определителя (разложение Лапласа). Утверждение, будто бы разложения не используются – свидетельство непонимания смысла процедур «Символьного анализа». Относительно термина ДВ ответ невнятен и действительно путает читателя!

Рецензент неоправданно сводит мировой опыт символьного анализа к работе с определителями уравнений электрических цепей и разложению Лапласа [1, 2]. При этом игнорируется направление исследований, связанное с топологическими методами, которое обогатило теорию электрических цепей и вошло в практику расчетов. Вершиной развития топологического анализа является метод схемных определителей [4].

Следует признать, что наряду с теорией матричных определителей существует более общая теория схемных определителей. Согласно этой теории каждый элемент матрицы представляется источником тока, управляемым напряжением [6]. Это позволило Филаретову В.В. «усечением» программы CirSym реализовать ряд программ разложения матричных определителей и решения систем линейных алгебраических

уравнений в аналитическом виде. Эти программы используются в математических расчетах, не связанных с электрическими цепями.

Бесполезно искать plagiat в методе схемных определителей. В этом методе не только «не найти концов» разложения Лапласа, а само это разложение и другие формулы разложения матричных определителей легко получаются на основе аппарата схемных определителей. Метод схемных определителей позволяет развивать теорию электрических цепей на собственно схемной основе, минуя применение матричных, графовых и теоретико-множественных представлений.

Замечание Рецензента учтено добавлением ссылки на работу [6].

11. Ответ на 11 замечание вызывает недоверие, потому что один из Авторов (В.В.Филаретов) уличен в серьезном нарушении научной этики в связи с присвоением себе преобразования переноса то с помощью других названий элементов ИТУН и др., то обесцениванием идеи общей теории преобразования схем и утверждением, что перенос зависимых источников был якобы известен (а не является озарением, сошедшим на их Автора), то объявления переноса переключением, то применением переноса в синтезе (делая вид, что ему неизвестен синтез в Электричестве, 1981, № 5), и т.д. Фраза «голословное утверждение» в ОТВЕТЕ принадлежит В.В.Филаретову, не смогшему опровергнуть утверждения в замечании, что все формулы встречались в прежних работах Авторов.

Ответ на утверждение, что «все формулы встречались в прежних работах Авторов», имеется в пункте 13.

Филаретов В.В. никогда не стремился «обесценить идеи общей теории преобразования схем». У этой теории есть своя «ниша» применения. Однако в рамках этой теории никогда не ставилась задача порождать эквивалентные схемы с одинаковым числом элементов, что было впервые предложено в работах [7, 8]. Это важно для структурного синтеза электрических цепей, вопросы которого «общая теория преобразований» не охватывает [2].

Этого уважаемый Рецензент признать не хочет, концентрируя внимание и строя свои обвинения на малосущественных деталях, которые не могут составить предмета научного приоритета. Поэтому называть «серьезным нарушением научной этики» публикацию статей [7, 8] все равно, что обвинять в plagiatе Фойснера за пионерское развитие топологического метода своего учителя Кирхгофа [1].

Следовательно, обвинение Филаретова В.В. в нарушении авторских прав М.А.Шакирова безосновательно.

13. Ответ на замечание 13 несостоителен. Именно только вслед за Хуангом [6] могла появиться и рассматриваемая работа. Поэтому именно [6] является фундаментальной, и термин «обобщенный метод схемных миноров» как объединяющий случаи образования подсхем с неуравновешенными и уравновешенными числами аномальных элементов представляется надуманным. Повторяем, по крайней мере, Автор фундаментальной работы [6] этого не делал.

Не вызывает сомнения, что Рецензент не читал статьи Хуанга [6] ([9] в прилагаемом списке). Ее цель – не формула (1). В фундаментальных по тому или иному вопросу работах даются доказательства. В работе [9] формула (1) (для деления схемы по двум узлам) представлена без какого-либо обоснования, как один из способов разложения числителя схемной функции.

Именно в нашей статье формула (1) получена как частный случай в результате обобщения метода схемных миноров. Это классический пример предельного обобщения научного результата (см. рис.1). А «фундамента» работы [9] не хватило даже на то, чтобы получить формулу (2) (для деления схемы по трем узлам) в течение 30 лет! [10].

Таким образом, замечание 13 оставлено без удовлетворения.

14. *Ответ на замечание 14 – есть нагромождение фраз, которые не ясны самому отвечающему – специалисту по избыточным и дублирующим понятиям, что напрямую вытекает из п. 11 настоящего отзыва. Теперь новый вариант есть не что иное как формирование схемных функций по двум частям в новой терминологии объединение двух подсхем с нуллорными связями между ними (стр. 2).*

Упомянутое «нагромождение» вполне конкретно, вот оно:
«Безусловно, науку не следует засорять избыточными и дублирующими понятиями. Вместе с тем нельзя ограничивать развитие понятийного аппарата, препятствуя развитию самой науки.

С продолжением замечания также согласиться нельзя, поскольку Рецензент понимает задачу объединения подсхем в узком смысле. Задача формирования схемных функций является частью задачи объединения подсхем, в результате которой получается полное множество схемных миноров, достаточное как для нахождения любой схемной функции, так и для включения объединенной схемы в любую другую схему. Таким образом, задача объединения двух подсхем является глобальной задачей символьной диакоптики».

Справедливость сказанного очевидна каждому, кто рассматривал результат работы программы символьного анализа через объединение подсхем. После добавления последней подсхемы мы получаем параметры исходной схемы относительно внешних узлов. Каждый этап символьного анализа связан с обработкой (объединением) только двух подсхем. Увеличение числа подсхем, объединяемых одновременно, приводит к увеличению объема выкладок и сложности формируемых выражений. Поэтому этот случай объединения двух подсхем является важным и обсуждается в нашей статье.

Рецензент не различает понятия «формирование схемных функций по двум частям» и «объединение двух подсхем». Первое (предлагаемое им понятие) некорректно, поскольку исходная схема может содержать более двух подсхем.

Второе понятие, используется почти 40 лет [11, 12] и представляет собой часть (один этап) процедуры формирования схемной функции

(функций) исходной схемы. Можно, конечно, сказать, что объединяя две подсхемы, мы формируем схемные функции объединенной схемы, но они нас не интересуют, поскольку стоит задача получения схемных функций исходной схемы.

В решении примера новой редакции статьи мы постарались подчеркнуть это обстоятельство.

Вывод. ОТВЕТЫ показывают, что 2-й вариант есть повторенный прежний вариант с незначительными изменениями, в которых замечания Рецензента, имевшими, несмотря на доброжелательность, принципиальный характер, практически оставлены без внимания. В представленном виде работа не может быть рекомендована к печати, поскольку из 14 замечаний учтены только 3-е, 5-е, 8-е и 12-е замечания.

Не только данные выше наши ответы, но и сам Рецензент по существу признает, что обсуждение не носит принципиального характера, то есть не затрагивает основ излагаемого в статье метода.

Дальнейший диалог по данной работе в связи с полной утратой доверия к В.В. Филаретову (см. п. 11) и весьма странными его рассуждениями о «сакральном» (см. п. 9) может быть только через уважаемого автора С.А. Курганова с его единственной подписью (подпись В.В.Филаретова не требуется).

Такой вывод непонятен, а замечания в п. 11 и п. 9 отвергнуты выше как несостоятельные. Поэтому подпись второго автора в Ответе сохраняется.

Нам кажется полезным проведенное обсуждение. Надеемся, что публикация в журнале «Электричество» новой редакции статьи, подготовленной с учетом повторных замечаний Рецензента, окажется возможной.

Литература

1. Горшков К.С., Филаретов В.В. Схемный подход Вильгельма Фойснера и метод схемных определителей / Под ред. В.В.Филаретова.– Ульяновск: Изд-во УлГТУ, 2009.– 189 с.
2. Горшков К.С., Филаретов В.В. Синтез электрических цепей на основе схемного подхода. – LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2011. – 242 с.
3. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // Электричество.– 2001.– № 8.– С. 33–42.
4. Курганов С.А., Филаретов В.В. Топологические правила и формулы для анализа электрических цепей без избыточности.– Ульяновск: УлГТУ, 2010.– 109 с.
5. Теоретические основы электротехники: В 2 т. Т. 1. Основы теории линейных цепей / П.А.Ионкин, А.И.Даревский, Е.С.Кухаркин, В.Г.Миронов, Н.А.Мельников.– М.: Высш. шк., 1976.– 544 с.

6. Горшков К.С., Филаретов В.В. Реализация структурных схем электрических цепей на основе транскондуктивных усилителей // Электричество.– 2009.– №1.– С. 32–40.
7. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования электрических цепей переносом управляющих ветвей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международный сборник научных трудов / Под ред. В.В. Филаретова. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 46–56.
8. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В. В. Использование переноса ветвей для порождения схем с одинаковым числом элементов // Электричество.–2011.–№ 5.–С. 62–66.
9. Hoang S. Direct topological rules for analysis of networks without magnetic couplin // Archiwum elektrotechniki.– 1974.– T. 23, z. 2.– S. 387–405.
10. Курганов С.А., Филаретов В.В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных векторов // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005.– Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 106–116.
11. Дмитришин Р.В., Шаповалов Ю.И. Диакоптический алгоритм анализа сложных линейных цепей на ЭВМ // Автоматизация проектирования в электронике. – Киев: Техника, 1975. – Вып. 12. – С. 42–46.
12. Starzyk, J. A., Konczykowska A. Flowgraph analysis of large electronic networks // IEEE Transactions on circuits and systems. – 1986. – Vol. CAS-33, N 3. – P. 302–315.

Обсуждение статьи В. Г. Захарова:

МОДИФИЦИРОВАННЫЕ ПРАВИЛА КИРХГОФА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

В. Г. Захаров

При расчете линейных электрических цепей широко используют методы контурных токов и узловых потенциалов с составлением и решением системы уравнений, что представляет собой известные трудности с усложнением электрической цепи.

Известна теорема Кирхгофа (1882) о нахождении тока I_λ ветви λ из контурного определителя I электрической цепи с источниками напряжений без составления и решения системы уравнений [1].

«Es sei m die Anzahl der vorhandenen Kreuzungspunkte, d. h. der Punkte, in denen zwei oder mehrere Drähte zusammenstossen, und es sei $\mu = n - m + 1$, dann ist der gemeinschaftliche Nenner aller Grössen I die Summe derjenigen Combinationen von $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ zu je μ Elementen $\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_\mu}$, welche die Eigenschaft haben, dass nach Fortnahme der Drähte k_1, k_2, \dots, k_μ *kaine* geschlossene Figur übrig bleibt, und es ist der Zähler von I_λ die Summe derjenigen Combinationen von $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ zu je $\mu - 1$ Elementen, $\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_{\mu-1}}$, welche die Eigenschaft haben, dass nach Fortnahme von $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$, *eine* geschlossene Figur übrig bleibt, und dass in dieser λ vorkommt; eine jede Combination multiplizirt mit der Summe der elektromotorischen Kräfte, welche sich auf der zugehörigen geschlossenen Figur befinden. Die elektromotorischen Kräfte sind hierbei in der Richtung als positiv zu rechnen, in der I_λ als positiv gerechnet ist.»

В переводе эта теорема звучит так [2]:

«Пусть m – число пересечений, т.е. точек, в которых сходятся два или более проводника, и пусть $\mu = n - m + 1$. Тогда общий знаменатель всех величин I равен сумме сочетаний из $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ по μ элементов $\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_\mu}$, обладающих тем свойством, что после исключения проводников k_1, k_2, \dots, k_μ в них не остается *ни одной* замкнутой фигуры.

Числитель величины I_λ равен сумме сочетаний из $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ по $\mu - 1$ элементов $\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_{\mu-1}}$, обладающих тем свойством, что после исключения проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ остается *одна* замкнутая фигура и, кроме того, она содержит проводник λ ; каждое сочетание умножается на

сумму электродвижущих сил, которые приложены к проводникам, образующим соответствующую замкнутую фигуру. При этом электродвижущие силы считаются положительными в том же направлении, что и I_λ , т.е. можно записать

$$I_\lambda = \frac{\sum_{h=1}^h (\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_{\mu-1}})_h E_h}{\sum_{i=1}^i (\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_\mu})_i},$$

где h – число сочетаний $\omega_{k_1} \cdot \omega_{k_2} \cdots \omega_{k_{\mu-1}}$ по $\mu - 1$ элементов; E_h – сумма электродвижущих сил соответствующей замкнутой фигуры; i – число сочетаний из $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ по μ элементов (число слагаемых в контурном определителе цепи).

В теореме Кирхгофа раскрывается свойство слагаемых контурного определителя цепи, но какие сочетания из знаменателя входят в числитель тока I_λ остается неизвестным.

В настоящее время на основе топологической формулы Мэзона [3] доказано, что в числитель тока I_λ входят слагаемые контурного определителя, содержащие сомножителем сопротивление проводника λ , но записанные без этого сопротивления [4], что отражено в нижеприведенном правиле 7.

В [4] сформулировано четыре правила для символьных схемных функций в базисе проводимостей исходя из узлового определителя цепи

$$D_g = G_1 + G_2 + \cdots + G_m,$$

и четыре – в базисе сопротивлений, исходя из контурного определителя цепи

$$D_r = A_1 + A_2 + \cdots + A_m.$$

Систему из восьми правил назовем модифицированными правилами Кирхгофа.

Правила в базисе проводимостей.

Правило 1. Выражение для потенциала j -го узла, обусловленного источниками ЭДС E_k , записывается в виде дроби

$$\varphi_j = (G_1 \sum E_{k1} + G_2 \sum E_{k2} + \cdots + G_m \sum E_{km}) / D_g,$$

знаменателем которой является узловой определитель схемы, а числителем – сумма произведений слагаемых узлового определителя на суммарную ЭДС пути от j -го узла к базисному узлу, созданного в схеме проводимостями, входящими сомножителями в слагаемые узлового определителя; ЭДС ветвей пути записываются в суммарную ЭДС со знаком плюс, если они направлены к j -му узлу, и со знаком минус – в противном случае.

Пример 1. Определить потенциал φ_1 на рис.1 из узлового определителя схемы

$$D_g = g_1 + g_2 + g_3.$$

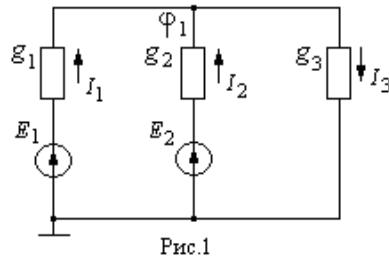


Рис.1

Решение. По правилу 1 находим

$$\varphi_1 = (g_1 E_1 + g_2 E_2) / D_g.$$

Правило 2. Выражение для тока j -й ветви, обусловленного источниками тока J_1, J_2, \dots, J_m с соответствующими параллельно подключенными проводимостями g_1, g_2, \dots, g_m , записывается в виде дроби

$$I_j = [(G_1(J_1 + J_2 + \dots + J_m) + G_2(J_1 + J_2 + \dots + J_m) + \dots + G_m(J_1 + J_2 + \dots + J_m)] / D_g,$$

знаменателем которой является узловой определитель схемы, а числителем – сумма произведений слагаемых узлового определителя, содержащих сомножителем проводимость j -й ветви, на сумму токов, замыкающих в схеме по контурам через проводимость j -й ветви и проводимости, входящие сомножителями в слагаемые узлового определителя; источники тока записываются в сумму токов со знаком плюс, если их направление совпадает с направлением тока j -й ветви, и со знаком минус – в противном случае.

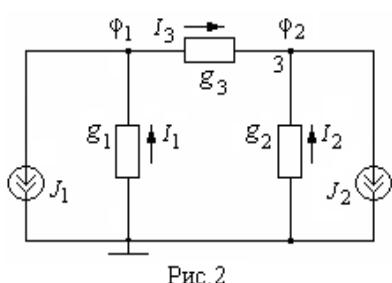


Рис.2

Пример 2. Определить токи I_1, I_2, I_3 на рис. 2 из узлового определителя схемы

$$D_g = g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3.$$

Решение. По правилу 2 находим

$$I_1 = [(g_1 g_2 J_1 + g_1 g_3 (J_1 + J_2)) / D_g;$$

$$I_2 = [(g_1 g_2 J_2 + g_2 g_3 (J_1 + J_2)) / D_g;$$

$$I_3 = (g_1 g_3 J_2 - g_2 g_3 J_1) / D_g.$$

Правило 3. Выражение для тока j -й ветви, обусловленного источниками ЭДС E_k , записывается в виде дроби

$$I_j = g_j (G_1 \sum E_{k1} + G_2 \sum E_{k2} + \dots + G_m \sum E_{km}) / D_g,$$

знаменателем которой является узловой определитель схемы, а числителем – проводимость g_j j -й ветви, умноженная на сумму произведений слагаемых узлового определителя, не содержащих сомножителем проводимость j -й ветви, на суммарную ЭДС контура, замыкающегося в схеме через проводимость j -й ветви, и через проводимости, входящие

сомножителями в указанные слагаемые узлового определителя; ЭДС ветвей записываются в суммарную ЭДС со знаком плюс, если их направление совпадает с направлением тока j -й ветви, и со знаком минус – в противном случае.

Пример 3. Определить токи I_1, I_2, I_3 на рис.1 из узлового определителя схемы

$$D_g = g_1 + g_2 + g_3.$$

Решение. По правилу 3 находим

$$I_1 = g_1[g_2(E_1 - E_2) + g_3E_1]/D_g;$$

$$I_2 = g_2[g_1(E_2 - E_1) + g_3E_2]/D_g;$$

$$I_3 = g_3(g_1E_1 + g_2E_2)/D_g.$$

Правило 4. Выражение для потенциала j -го узла, обусловленного источниками тока J_1, J_2, \dots, J_m с соответствующими параллельно подключенными проводимостями g_1, g_2, \dots, g_m , записывается в виде дроби

$$\begin{aligned} \varphi_j = & [G_1^{(1)}J_1 + G_1^{(2)}J_2 + \dots + G_1^{(m)}J_m + \\ & + G_2^{(1)}J_1 + G_2^{(2)}J_2 + \dots + G_2^{(m)}J_m + \dots + G_m^{(1)}J_1 + G_m^{(2)}J_2 + \dots + G_m^{(m)}J_m]/D_g, \end{aligned}$$

знаменателем которой является узловой определитель схемы, а числителем – сумма слагаемых узлового определителя, в которых указанные проводимости заменены соответствующими источниками тока, входящие в путь от j -го узла к базисному узлу схемы; источники тока записываются со знаком плюс, если они направлены к j -му узлу, и со знаком минус – в противном случае. Здесь в слагаемых $G_1^{(1)}, G_2^{(2)}, \dots, G_m^{(m)}$ проводимости g_1, g_2, \dots, g_m заменены соответствующими источниками тока J_1, J_2, \dots, J_m .

Пример 4. Определить потенциалы φ_1, φ_2 на рис.2 из узлового определителя схемы

$$D_g = g_1g_2 + g_1g_3 + g_2g_3.$$

Решение. По правилу 4 находим

$$\varphi_1 = (-J_1g_2 - J_1g_3 - J_2g_3)/D_g;$$

$$\varphi_2 = (-g_1J_2 - J_1g_3 - J_2g_3)/D_g.$$

Правила в базисе сопротивлений.

Правило 5. Выражение для потенциала j -го узла, обусловленного источниками ЭДС E_k , представляет собой дробь

$$\varphi_j = (A_1 \sum E_{k1} + A_2 \sum E_{k2} + \dots + A_m \sum E_{km})/D_r,$$

знаменателем которой является контурный определитель схемы, а числителем – сумма произведений слагаемых контурного определителя на суммарную ЭДС пути от j -го узла к базисному узлу, созданного в схеме при удалении сопротивлений, входящих сомножителями в слагаемые контурного определителя; ЭДС ветвей записываются в суммарную ЭДС со знаком плюс, если они направлены к j -му узлу, и со знаком минус – в противном случае.

Пример 5. Определить потенциал φ_1 на рис.3 из контурного определителя схемы

$$D_r = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3.$$

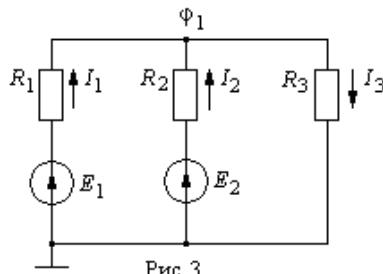


Рис.3

Решение. По правилу 5 находим

$$\varphi_1 = (R_1R_3E_2 + R_2R_3E_1) / D_r;$$

Правило 6. Выражение для тока j -й ветви, обусловленного источниками тока J_1, J_2, \dots, J_m с соответствующими параллельно подключенными сопротивлениями R_1, R_2, \dots, R_m , записывается в виде дроби

$$I_j = [(A_1(J_1 + J_2 + \dots + J_m) + A_2(J_1 + J_2 + \dots + J_m) + \dots + A_m(J_1 + J_2 + \dots + J_m)] / D_r,$$

знаменателем которой является контурный определитель схемы, а числителем – сумма произведений слагаемых контурного определителя, не содержащих сомножителем сопротивление j -й ветви, на сумму токов, замыкающихся через j -ю ветвь по контурам, созданным в схеме при удалении сопротивлений, входящих сомножителями в указанные слагаемые контурного определителя; источники тока записываются в сумму токов со знаком плюс, если их направление совпадает с направлением тока j -й ветви, и со знаком минус – в противном случае.

Пример 6. Определить токи I_1, I_2, I_3 на рис.4 из контурного определителя схемы

$$D_r = R_1 + R_2 + R_3,$$

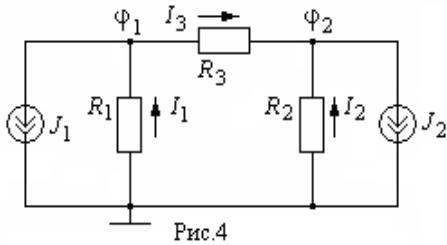


Рис.4

Решение. По правилу 6 находим

$$I_1 = (R_2(J_1 + J_2) + R_3J_1) / D_r;$$

$$I_2 = (R_1(J_1 + J_2) + R_3J_2) / D_r;$$

$$I_3 = (-R_1J_1 + R_2J_2) / D_r.$$

Правило 7. Выражение для тока j -й ветви, обусловленного источниками ЭДС E_k , представляет собой дробь

$$I_j = [A_1^{(j)} \sum E_{k1} + A_2^{(j)} \sum E_{k2} + \dots + A_m^{(j)} \sum E_{km}] / D_r,$$

знаменателем которой является контурный определитель схемы, а числителем – сумма произведений слагаемых контурного определителя, содержащих сомножителем сопротивление j -й ветви и взятых без этого сопротивления, на суммарную ЭДС контура, созданного в схеме при удалении оставшихся сопротивлений в указанных слагаемых контурного определителя; ЭДС ветвей записываются в суммарную ЭДС со знаком плюс, если их направление совпадает с направлением тока j -й ветви, и со знаком минус – в противном случае. Здесь в слагаемых $A_1^{(j)}, A_2^{(j)}, \dots, A_m^{(j)}$ исключено j -е сопротивление.

Пример 7. Определить токи I_1, I_2, I_3 на рис.3 из контурного определителя схемы

$$D_r = R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3.$$

Решение. По правилу 7 находим

$$I_1 = [E_1R_2 + (E_1 - E_2)R_3] / D_r;$$

$$I_2 = [E_2R_1 + (E_2 - E_1)R_3] / D_r;$$

$$I_3 = [E_2R_1 + E_1R_2] / D_r.$$

Правило 8. Выражение для потенциала j -го узла, обусловленного источниками тока J_1, J_2, \dots, J_m с соответствующими параллельно подключенными сопротивлениями R_1, R_2, \dots, R_m , представляет собой дробь

$$\varphi_j = [(A_1(J_1R_1 + J_2R_2 + \dots + J_mR_m) + A_2(J_1R_1 + J_2R_2 + \dots + J_mR_m) +$$

$$+ \dots + A_m(J_1R_1 + J_2R_2 + \dots + J_mR_m)] / D_r,$$

знаменателем которой является контурный определитель схемы, а числителем – сумма произведений слагаемых контурного определителя на

сумму, состоящую из произведений источников тока на соответствующие им сопротивления, которые входят в путь от j -го узла к базисному узлу, созданный в схеме при удалении сопротивлений, входящих сомножителями в слагаемых контурного определителя; источники тока записываются в сумму со знаком плюс, если они направлены к j -му узлу, и со знаком минус – в противном случае.

Пример 8. Определить потенциалы φ_1 , φ_2 на рис.4 из контурного определителя схемы

$$D_r = R_1 + R_2 + R_3.$$

Решение. По правилу 8 находим

$$\varphi_1 = [-R_1(J_2R_2) - R_2(J_1R_1) - R_3(J_1R_1)]/D_r;$$

$$\varphi_2 = [-R_1(J_2R_2) - R_2(J_1R_1) - R_3(J_2R_2)]/D_r.$$

Выводы: 1. Модифицированные правила Кирхгофа позволяют определить ток ветви или потенциал узла электрической цепи в символьном виде без составления и решения системы уравнений.

2. Ток ветви или потенциал узла определяется в виде алгебраической суммы составляющих, обусловленных действием каждого источника напряжения или источника тока в отдельности, т.е. в контурный (узловой) определитель электрической цепи заложен принцип наложения.

Литература

1. Kirchhoff G. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galwanischer Ströme deführt wird. Gesammelte Abhandlungen, Leipzig: Johann Ambrosius Barth, 1882. S. 22–33.
2. Кирхгоф Г.Р. Избранные труды. М.: Наука, 1988.
3. Теоретические основы электротехники. Т.1. Основы теории линейных цепей. Под ред. П.А. Ионкина. Учебник для электротехн. вузов. Изд. 2-е. М.; Высш. шк. 1976. 544 с.
4. Белов Г.А., Захаров В.Г. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей // Электричество. 2003.– №8.– С. 34 – 41.

Захаров Валерий Григорьевич – к.т.н., доцент кафедры компьютерных технологий Чувашского госуниверситета им. И.Н. Ульянова.
E-mail: v-g-zakharov@yandex.ru.

О НАХОЖДЕНИИ ЧИСЛИТЕЛЯ СХЕМНОЙ ФУНКЦИИ ПО ЗНАМЕНАТЕЛЮ

В. В. Филаретов

В статье обсуждаются топологические правила для нахождения откликов напряжения и тока в линейных электрических цепях, не содержащих взаимных индуктивностей и управляемых источников. Предлагаются правила для нахождения токов и напряжений в электрических схемах с независимыми источниками тока или напряжения по узловому или контурному определителю.

Что сделал Г.Р.Кирхгоф, а что В.Г.Захаров. Автор учел критику, высказанную в ряде рецензий на предыдущие работы – в обсуждаемую статью не только включена ссылка на основополагающую статью Кирхгофа [1], в которой он предложил топологическую формулу для нахождения тока в схеме, состоящей из сопротивлений и источников ЭДС. На полутора страницах текста помещены цитата на языке оригинала из переиздания статьи [1] через 35 лет [2] и ее перевод. В этом нет необходимости, поскольку имеется полный перевод статьи на русский язык [3].

Замеченная Автором опечатка очевидна, и не снижает качества перевода. Однако в рецензируемой статье топологическая теорема Кирхгофа ошибочно относится к 1882 (году переиздания статьи [1]), а не к 1847 году, что фактически имеет место.

Несмотря на цитирование приоритетной статьи Кирхгофа, Автор допускает извращение научных фактов, утверждая на с.2, что «в теореме Кирхгофа раскрывается свойство слагаемых контурного определителя цепи, но какие сочетания из знаменателя входят в числитель тока I_λ остается неизвестным».

На самом деле Кирхгоф предложил два топологических правила для нахождения числителя отклика: первое из них цитируется на с.1 рецензируемой статьи, а о существовании второго правила Автор не догадывается, поскольку не дочитал статью Кирхгофа до конца и не заметил продолжения теоремы [3, с.177].

Небрежное отношение к первоисточнику привело к публикации Автором в 2003 году статьи по этому вопросу [4]. Так В.Г.Захаров стал «правообладателем» второго топологического правила Кирхгофа и уверенно констатирует на с.2, что «в настоящее время на основе топологической формулы Мэзона доказано, что в числитель тока I_λ входят слагаемые контурного определителя, содержащие сомножителем сопротивление проводника λ , но записанные без этого сопротивления [4].

Серьезные упущения и низкий научный уровень статьи [4] пять лет назад вызвали бурную дискуссию в научной печати [5–8], в том числе на страницах журнала «Электричества» [9].

Однако говорить о том, что В.Г.Захаров умышленно приписал себе достижение Кирхгофа нельзя, поскольку В.Г.Захаров распространяет свой «приоритет» лишь на часть упомянутого «второго правила Кирхгофа». Второе правило для нахождения числителя является третьим по порядку следования топологических правил в оригинале [3, с.177]:

«Если упорядочить члены числителя величины I_λ по величинам E_1, E_2, \dots, E_n , то коэффициент при E_k окажется суммой взятых частью со знаком «плюс», частью со знаком «минус» сочетаний из w_1, w_2, \dots, w_n по $\mu-1$ тех элементов, которые входят в знаменатель величин I , умноженные как на w_λ , так и на w_k . Именно эти сочетания $w_{k_1}, w_{k_2}, \dots, w_{k_{\mu-1}}$ обладают тем свойством, что после размыкания проводников $k_1, k_2, \dots, k_{\mu-1}$ остается один контур, и что в этот контур входят и проводник λ , и проводник k ».

Как видно, Кирхгоф при выборе слагаемых числителя из знаменателя опирается не только на ветвь с искомым током λ , но и на ветвь, в которую помещен источник напряжения k . Это позволяет найти искомые слагаемые числителя как пересечение соответствующих подмножеств знаменателя. Таким образом, задача выбора из контурного определителя слагаемых, формирующих числитель отклика, Кирхгоф дал математически строгое решение. Автору рецензируемой статьи следует соблюсти научную этику и отметить это в начале статьи. Нужно учитывать, что после разработки принципа дуальности [10], двойственные формулировки положений, правил и теорем в теории цепей потеряли эвристическое значение.

Новизна в статье. Что же остается «за Автором» в материалах обсуждаемой статьи? Совместное применение двух топологических правил Кирхгофа! Такого рода развитие этих правил не является актуальным ввиду непригодности для анализа сложных схем и простейшего состава элементов, но обладает теоретической новизной. Относительно редким представляется неявное использование принципа наложения [11], когда каждое слагаемое числителя является реакцией не одного, а нескольких независимых источников [1–3].

Замечания к формулировкам правил. Автор попытался сформулировать правила, сочетающие в себе оба правила Кирхгофа для нахождения числителя, но эту попытку следует признать неудачной по следующим причинам.

1. При формулировке 8 правил, охватывающих возможные сочетания типов источников и откликов, нельзя руководствоваться «трафаретом», представленным в [4] для случаев схем с одним независимым источником. Прежде всего, некорректно говорить о «сумме токов, замыкающихся в схеме по контурам» [с.3, с.6]. По контурам распределяются напряжения, а

токи распределяются по сечениям в соответствии с первым и вторым законами Кирхгофа. Следовательно, неточны формулировки правил 2 и 6.

2. Некорректных формулировок было бы больше, если бы Автор не избавлялся искусственно от источников тока, предусматривая параллельное подключение к ним сопротивлений или проводимостей. Вместе с тем введение такого рода ограничений уменьшает привлекательность методики, и без того не имеющей практического значения. Таким образом, с правил 2, 4, 6 и 8 должны быть сняты указанные ограничения.

3. Правила 1, 4, 5 и 8 требуют просмотра всех слагаемых знаменателя, увеличивая более чем вдвое трудоемкость анализа. К тому же эти четыре правила предусматривают нахождение только потенциала узла, что ограничивает их применение. Желательна замена этих правил более общими правилами для нахождения напряжений на проводимостях или сопротивлениях. При необходимости будет проще устремить параметр разомкнутой ветви к бесконечности или к нулю.

Использование понятие пути в указанных правилах для нахождения потенциалов узлов некорректно, поскольку фактически требуется нахождение контура, который образуется замыканием пути разомкнутой ветвью, обозначающей потенциал узла.

4. Правила 4 и 8 не выдерживают критики и потому, что решения примеров после этих правил верны лишь формально. На самом деле не все слагаемые узлового и контурного определителей порождают соответствующие слагаемые числителя.

5. Следует добиться большей общности и дуальности правил, сделав их понятными и легко запоминающимися, используя дуальные понятия: напряжение \Leftrightarrow ток, сопротивление \Leftrightarrow проводимость, контур \Leftrightarrow сечение, контурный определитель \Leftrightarrow узловой определитель.

6. Для облегчения формализации в статье используется представление узлового и контурного определителя в виде суммы слагаемых $D_g = G_1 + G_2 + \dots + G_m$ и $D_r = R_1 + R_2 + \dots + R_m$ соответственно. Логично обозначать параметры элементов на схеме строчными буквами «*g*» и «*r*», поскольку эти параметры являются сомножителями слагаемых определителя, обозначенных прописными буквами «*G*» и «*R*».

О новой формулировке правил. С учетом работы [12] обсуждаемым восьми правилам В.Г.Захарова можно дать более компактные, строгие и эффективные в применении формулировки. Предпоследнее предложение каждого нового правила «Причем каждая из сумм...» снимет ореол непонятности и сложности использования топологических правил. Теперь эти правила может применять каждый, кто знает законы Кирхгофа. Важно, что при этом не потребуется специального нахождения знаков, предусматриваемого в известных топологических правилах и обсуждаемых правилах В.Г.Захарова.

Последнее предложение каждого нового правила «Просмотру подлежат...» избавит от необходимости проверять все слагаемые узлового или контурного определителя, ограничиваясь слагаемыми, которые содержат или не содержат в качестве сомножителя параметр ветви j . Оставление или удаление оставшихся слагаемых не образует контура или сечения, поэтому соответствующий второй множитель в числителе равен нулю.

Физический смысл указаний «является или не является проводимость ветви j » (правила 1–4) заключается в том, что при нахождении напряжения эта ветвь должна отсутствовать (чтобы не образовывать дополнительный контур с разомкнутой ветвью напряжения), а при нахождении тока, наоборот, присутствовать (чтобы создавать путь току).

Указания «является или не является сопротивление ветви j » (правила 5–8) относятся к дуальному – контурному определителю, для слагаемых которого наличие того или иного сомножителя означает его отсутствие в проверяемой схеме. Поэтому обсуждаемые указания становятся противоположными, что видно из сравнения правил 1–4 с правилами 5–8.

При использовании однородных действий и откликов (правила 1 и 2, 5 и 6) слагаемые числителя являются подмножеством слагаемых знаменателя. Точно так же как слагаемые симметричного алгебраического дополнения Δ_{ii} включают слагаемые несимметричного – Δ_{ik} . Именно это свойство лежит в основе топологических правил нахождения числителя по знаменателю.

Таким образом, правила 3 и 4 являются производными от правил 1 и 2, а правила 7 и 8 – производными от правил 5 и 6. Поэтому в формулах (3), (4), (7) и (8) появляются параметры проводимости или сопротивления ветви с искомым напряжением или током.

Как видно, при проверке слагаемых узлового определителя образующие эти слагаемые ветви-сомножители оставляются в схеме, а не ставшие сомножителями ветви удаляются из схемы. При проверке слагаемых контурного определителя, наоборот, образующие эти слагаемые ветви-сомножители удаляются из схемы, а не ставшие сомножителями ветви оставляются в схеме.

Следует подчеркнуть, что как правила В.Г.Захарова, так и усовершенствованные правила, предназначены для анализа очень простых схем. Если символный определитель образован, например, двадцатью слагаемыми, то решение является утомительным и велика вероятность ошибки.

Другим серьезным ограничением методики Кирхгофа является необходимость приведения параметров всех элементов схемы к одному типу – сопротивлению или проводимости. Для нахождения соответствующего определителя с помощью преобразований параллельных и последовательных соединений выполняется приведение

схемы к единственному элементу с параметром в виде дробного выражения. Если это сопротивление, то его контурный определитель равен ее знаменателю. В случае проводимости узловым определителем является числитель дроби.

Итак, исходным для каждого из восьми правил является символное выражение узлового или контурного определителя. Для простейших схем его можно получить как знаменатель или числитель входного сопротивления или проводимости. Именно так обычно находят в курсе ТОЭ характеристический полином. Важно, что при этом не потребуется обучать студентов правилам разложения схемных определителей, например формулам Фойснера для выделения параметров.

Таким образом, использование правил 1–8 не будет связано с овладением специальными понятиями, которые обусловливают недостаточную популярность топологических методов в практических курсах ТОЭ и смежных дисциплинах. Методическую ценность методики придает обстоятельство, что в основе решения лежит анализ схем с одним контуром или одним сечением по законам Кирхгофа.

Другим полезным качеством методики является единообразное выполнение решений. Например, решения примеров 1–4 будут полностью дуальными соответствующим решениям примеров 5–8. Основу правил составляют правила 1 и 2, 5 и 6. Эти правила опираются на первый и второй законы Кирхгофа: напряжение можно найти только в контуре, а ток – в сечении.

Числители выражений, реализующих основные правила (если не принимать во внимание сомножителей из эдс или токов источников) включают те же слагаемые, которые содержатся в узловом или контурном определителе. В этом проявляется симметрия выражений (1), (2), (3) и (4), особенно, если записать числители с нулевыми сомножителями из эдс или токов источников.

Пары правил 3 и 4, 7 и 8 являются производными от основных правил и позволяют найти ток или напряжение опосредованно, то есть по закону Ома через напряжение и ток соответственно. Поэтому формируемые выражения числителя и знаменателя не являются симметричными.

Недостатком выражений (1)–(8) следует назвать повторное участие в числителе сомножителей эдс или токов источников. На слишком простых примерах, которые рассмотрены выше эта особенность не проявляется. Однако в случае более сложных схем вынесение за скобки одинаковых сомножителей эдс или токов источников обеспечивает многократное сокращение объема выкладок и сложности формируемых выражений.

Утомительное рассмотрение слагаемых знаменателя на предмет их вхождения в числитель целесообразно заменить перечислением всех контуров (сечений), в которых содержится ветвь с искомым напряжением

(током) и источники напряжения (тока) [12]. При этом каждый активный контур или сечение будет находиться единственный раз, а не многократно.

Вместе с тем несомненным преимуществом усовершенствованных (как предлагается выше) правил 1–8, по крайней мере, для учебного процесса, является их прозрачность – ясный физический смысл. Эти правила можно аналитически наглядно представить и быстро объяснить, не вводя дополнительные понятия, после изложения законов Кирхгофа и простейших эквивалентных преобразований.

Правила 1–8, сформулированные на основе работы [12], получаются по единому «трафарету». Поэтому, используя дуальные соответствия, можно получить, например, из правила 1 все остальные правила. Это облегчит запоминание и применение правил.

В заключение следует отметить, что название рецензируемой статьи не является содержательным, отражающим суть излагаемого материала, в котором рассматривается нахождение числителя по знаменателю при топологическом анализе электрических цепей. Первый вывод статьи, как и название, не содержит никаких признаков, отличающих предлагаемую методику топологического анализа от других известных методик. Второй вывод не относится к данной статье, поскольку в нем утверждается, что «ток ветви или потенциал узла определяется в виде алгебраической суммы составляющих, обусловленных действием каждого источника напряжения или источника тока в отдельности».

Литература

1. Kirchhoff G. R. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galvanischer Ströme geführt wird // Annalen der Physik.– 1847.– Bd. 72.– S. 498–508.
2. Kirchhoff G. R. Ueber die Auflösung der Gleichungen, auf welche man bei der Untersuchung der linearen Vertheilung galvanischer Ströme geführt wird // Gesammelte Abhandlungen.– Leipzig: Johann Ambrosius Barth, 1882.– S. 22–33.
3. Кирхгоф Г.Р. Избранные труды.– М.: Наука, 1988.– 428 с.
4. Белов Г.А., Захаров В.Г. Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей // Электричество.– 2003.– № 8.– С. 34–41.
5. Королев Ф.А., Филаретов В.В. О символьно-топологическом анализе схем (по поводу статьи Г. А. Белова и В. Г. Захарова в журнале «Электричество») // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск: УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 76 – 80.
6. Белов Г.А., Захаров В.Г. Ответ на критику статьи «Применение символьных схемных функций для расчета электрических цепей» // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез,

анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск : УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 214–216.

7. Миланцей Т., Филаретов В.В. Правило Кирхгофа для нахождения числителя и знаменателя схемной функции по ее знаменателю (по поводу статьи Г.А. Белова и В.Г. Захарова в журнале «Электричество») // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск : УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 217–220.

8. Королев, Ф.А., Филаретов В.В. О методе замещения управляемых источников независимыми источниками (по поводу статьи Г. А. Белова и В. Г. Захарова в журнале «Электричество») // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 220–230.

9. Королев Ф.А., Филаретов В.В. Сравнение методов получения схемных функций для электрических цепей с управляемыми источниками // Электричество.– 2008.– №5.– С. 42–53.

10. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях //Электричество.– 2005.– № 1.– С. 32–43.

11. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд-во АН СССР, 1951. – 336 с.

12. Филаретов В.В. Наложение воздействий активных контуров и сечений в электрических цепях // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр.– Ульяновск: УлГТУ, 2010. – Вып. 8. – С. 64–78.

13. Ерохов И.В. Реконструкция первого топологического метода расчета электрических цепей, созданного Г.Кирхгофом // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика : Тр. международ. конф. КЛИН–2006. – Ульяновск: УлГТУ, 2006. – Т. 3. – С. 76–83.

Обсуждение монографии И. В. Ерохова

Главная теорема общей теории цепей / И.В. Ерохов.– Запорожье: Классический приватный ун-т, 2011. – 88 с.

Теорема Теллегена – одно из главных достижений теории электрических цепей – нашла применение в различных отраслях знания. Чтобы читатель, не знакомый с книгой, получил о ней представление, ниже публикуется расширенная аннотация этой книги, подготовленная самим автором.

О ТЕОРЕМЕ ЗЕЛЯХА

И. В. Ерохов

Закон сохранения энергии является фундаментальным для всех отраслей знания. В теории электрических цепей он реализуется в виде баланса мощностей. В начале 50-х годов 20-го столетия закон сохранения мощности получил дальнейшее развитие. Новая трактовка закона вошла в теорию под названием теоремы Теллегена, хотя впервые эти свойства баланса мощностей были доказаны в СССР профессором Зеляхом Э.В.

Сравним формулировки главной теоремы теории электрических цепей (Зелях Э.В.):

Сумма мгновенных мощностей, доставляемых действующими в схеме с источниками, равна сумме мгновенных мощностей, потребляемых или запасаемых остальными элементами схемы

$$\begin{aligned} [\bar{E}]^t [\bar{I}] &= [\bar{U}_0]^t [\bar{I}], \\ [\bar{J}]^t [\bar{U}] &= [\bar{I}_0]^t [\bar{U}], \end{aligned} \tag{1}$$

где $[\bar{E}]$ – вектор источников ЭДС; $[\bar{J}]$ – вектор источников тока; $[\bar{U}_0]$, $[\bar{I}_0]$ – вектора напряжений и токов элементов ветвей; $[\bar{U}]$, $[\bar{I}]$ – вектора напряжений и токов ветвей.

Другая формулировка (Б.Теллеген):

В цепи произвольной конфигурации предположим существование токов ветвей i таких, что для каждого узла выполняется равенство $\sum i = 0$, предположим существование напряжений ветвей v таких, что для каждого контура выполняется равенство $\sum v = 0$ и для каждой ветви определим

положительное направление тока. Тогда выполняется уравнение $\sum i \cdot v = 0$, где суммирование проведено по всем ветвям цепи.

$$\sum i \cdot v = 0 \quad (2)$$

В монографии показано, что обе формулировки теоремы представляют закон сохранения мощности, а выражение (1) является развернутой формой уравнения (2). Теоремы доказаны только с использованием законов Кирхгофа.

Итак, баланс мощностей в матричной форме следует записать как

$$[\bar{I}^b]^t [\bar{U}^b] = 0, \quad (3)$$

где $[\bar{I}^b]$, $[\bar{U}^b]$ – вектора токов и напряжений ветвей.

После преобразований векторов уравнения (3) токи ветвей заменяются контурными, а напряжения ветвей записываются с помощью потенциалов:

$$[\bar{I}^b]^t \cdot [\bar{U}^b] = [\bar{I}^k]^t \cdot [B_f] \cdot [A_f]^t \cdot [\bar{\varphi}] = 0. \quad (4)$$

Выражение (4) может равняться нулю только в том случае, если

$$[B_f] \cdot [A_f]^t = [0]. \quad (5)$$

Таким образом, равенство (5) можно считать формальной формой записи закона сохранения мощности в электрической цепи.

Привычное электротехникам выражение в матричной форме (1) является балансом мощностей на элементах электрической цепи. Выражение (2) также

является балансом мощностей, но не на элементах, а на *ветвях* графа электрической цепи. Справедливость выражений (1) и (2) доказана только с помощью законов Кирхгофа. Это еще один признак сходства утверждений.

Понятие мгновенной мощности в (1) предполагает наличие векторов токов и напряжений с *мгновенными* значениями. Нигде не сказано о запрете брать эти вектора в разные моменты времени. Да, Теллеген ввел понятие состояния электрической цепи и показал, как можно сочетать переменные этих состояний в уравнении (2). Этого формально нет у Зеляха, но есть доказательство справедливости уравнения (1), в котором не используется закон Ома.

Во многих публикациях о теореме применяют численные примеры. Зададим конкретные параметры модельной схеме на рис. 1 и запишем уравнение баланса

$$-E_1 I_1 - E_3 I_3 + E_5 I_5 + E_6 I_6 = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2 + R_6 I_6^2, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 20, & R_2 &= 30, & R_3 &= 40, & E_1 &= 10, \\ R_4 &= 50, & R_5 &= 60, & R_6 &= 70. & E_3 &= 20, \\ &&& [Ом] &&& E_5 &= 30, \\ &&& &&& E_6 &= 40. \end{aligned}$$

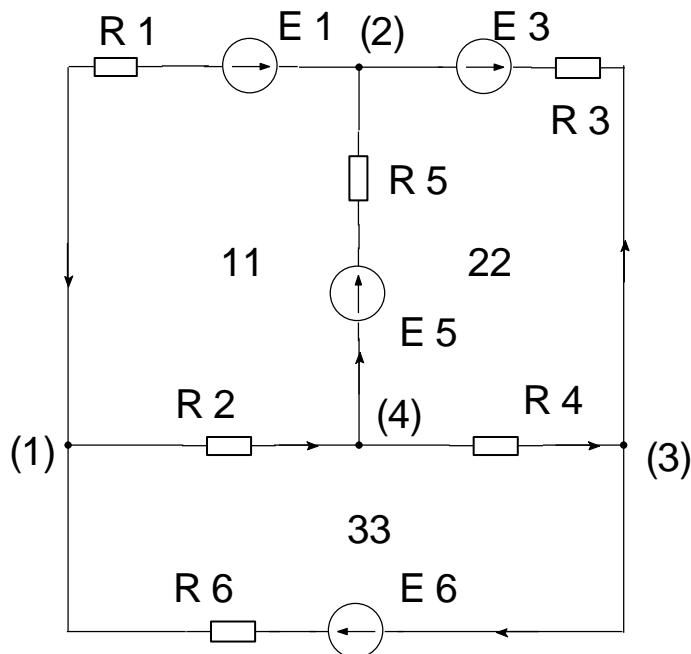


Рис. 1. Схема для иллюстрации теорем Зеляха и Теллегена

Токи ветвей (для указанных параметров) будут иметь следующие значения

$$\begin{aligned} I_1^b &= -0,315985; & I_2^b &= 0,227509; & I_3^b &= -0,640892; \\ I_4^b &= -0,097398; & I_5^b &= 0,324907; & I_6^b &= 0,543494. \end{aligned}$$

Изменим номинал источника в шестой ветви. Примем его новое значение $-E'_6 = 20$ В, остальные параметры оставим без изменений.

Определим значения токов для новых параметров цепи

$$I_1^b = -0,204460; I_2^b = 0,147212; I_3^b = -0,532342; \\ I_4^b = -0,18067; I_5^b = 0,327882; I_6^b = 0,351672.$$

Запишем уравнение (6) в несколько измененной форме

$$\begin{aligned} & -E_1 I_1 - E_3 I_3 + E_5 I_5 + E_6 I_6 = \\ & = R_1 I_1 I_1 + R_2 I_2 I_2 + R_3 I_3 I_3 + R_4 I_4 I_4 + R_5 I_5 I_5 + R_6 I_6 I_6. \end{aligned} \quad (7)$$

В уравнение баланса (7) введены символы токов – значений результатов разных решений. Подставим в (4) значения токов из двух множеств **первого** и **второго** решений (их обозначения даны курсивом и прямым шрифтом соответственно).

В левой части (после проведения алгебраических операций) получим 36,59478 Вт, а в правой части – 36,594761 Вт. Баланс (1) сохраняется для случая, когда берутся значения переменных из двух цепей (состояний) одного графа.

Баланс в форме (1) и в форме (2) справедлив всегда, и ключом к этому является понятие **мгновенной мощности**, которое только предполагается у Теллегена (у Зеляха предполагаются мгновенные напряжения и токи). Однако это понятие введено не в Голландии, а в СССР.

Литература

1. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд. АН СССР, 1951. – 336 с.
2. Tellegen B.D.H. A general network theorem, with applications// Philips Res. Rept.– Vol.7 (August).– P. 259–269.

Ерохов Игорь Васильевич – профессор Запорожского Классического Приватного Университета (Украина), кандидат технических наук.
E-mail: yerokhov@bigmir.net

ТЕОРЕМА ЗЕЛЯХА И ТЕОРЕМА ТЕЛЛЕГЕНА

В. В. Филаретов

Несомненно, что справедливость теорем Э.В.Зеляха [1] Бернарда Теллегена [2] доказана только с помощью законов Кирхгофа (без использования закона Ома) и это признак сходства утверждений. Да, понятие мгновенной мощности в выражении Э.В.Зеляха предполагает наличие векторов токов и напряжений с мгновенными значениями.

Но в статье Э.В.Зеляха нигде не сказано, что нельзя брать эти вектора в разные моменты времени, как и не сказано, что можно брать. Это грань познания, которую не перешел Эдуард Вульфович. Теллеген ввел понятие «состояния электрической цепи» и показал, как можно сочетать переменные этих состояний в уравнении (2). Этого формально нет у Зеляха, но есть доказательство справедливости уравнения баланса мощности без использования закона Ома.

И.В.Ерохов утверждает, что Теллеген доказал ту же теорему, что и Э.В.Зелях только на том основании, что оба при доказательстве не использовали закон Ома.

Из использования только законов Кирхгофа безусловно, следует, что можно рассматривать разные схемы с одним и тем же графом, взяв напряжения в одной схеме, а токи – в другой. Можно взять напряжения и токи в одной и той же схеме, но в разные моменты времени. Однако об этом сказал Теллеген, а не Э.В.Зелях, который после опубликования своей выдающейся монографии многие десятилетия продолжал работать в области теории цепей. Странно, что Элизар Вульфович больше не возвращался к этому своему результату, чтобы как-то развить его? Соответствующие публикации нам неизвестны, следовательно, Э.В.Зелях никогда не вставал на точку зрения Теллегена и всегда рассматривал свою теорему применительно к одной и той же схеме в один и тот же момент времени. Это может служить дополнительным обоснованием того, что И.В.Ерохов неправ, когда игнорирует различие между результатами [1] и [2], а также называет различные результаты одной теоремой, приписывая ее Э.В.Зеляху.

Ученый всегда должен сомневаться. Несколько лет назад я принял точку зрения И.В.Ерохова на теорему Теллегена. Теперь полагаю, что пусть в научном обиходе будет две теоремы: теорема о балансе энергии в электрической цепи Э.В.Зеляха и универсальная теорема Бернарда Теллегена. Как энергетический баланс Теллеген не сможет «отсудить» у Зеляха [1], так универсальность «энергетического» состояния одной схемы в разные моменты времени или двух различных схем в один момент времени открыта Теллегеном и никем более [2]. Тем более что сам И.В.Ерохов справедливо указывает на то, что понятие *мгновенной*

мощности только предполагается у Теллегена, а у Зеляха явно используются **мгновенные напряжения и токи**.

Выводы. Баланс мощности, формализованный и обоснованный Э.В.Зеляхом, лежит в основе всего, что, так или иначе, связано с электрическими напряжениями и токами. Универсальная теорема получила применения в различных областях, кроме электротехники, например в механике и химии. Эта теорема имеет значение для любой науки, которая опирается на структурные свойства соответствующих объектов, то есть свойства, которые могут быть представлены графами. Аппарат теории графов является еще более универсальным и находится на более высокой степени абстракции, чем теорема Теллегена, в основе которой лежат два закона Кирхгофа и которая ближе к теории электрических цепей.

В этом смысле теорему Теллегена можно назвать, по выражению И.В.Ерохова, «главной теоремой общей теории цепей», то есть цепей, в которых действуют оба закона Кирхгофа (будь-то электротехника или механика). А теорема Э.В.Зеляха (баланс мощностей), наряду с законами Ома и Кирхгофа, составляет фундамент теории электрических цепей. И это не менее почетное положение.

Литература

1. Зелях Э.В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М.: Изд. АН СССР, 1951. – 336 с.
2. Tellegen B.D.H. A general network theorem, with applications// Philips Res. Rept.– 1952.– Vol.7 (August).– P. 259–269.
3. Ерохов И.В., Филаретов В.В. Теорема Зеляха-Теллегена // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: международ. сб. науч. тр. – Ульяновск : УлГТУ, 2008. – Вып. 6. – С. 308–316.

ЭТИКА НАУКИ

ПЛАГИАТ КАК БЕСПОЧВЕННЫЕ ПРИТЯЗАНИЯ НА АВТОРСТВО

В. В. Филаретов

Понятие научного приоритета является центральным в научной деятельности, поскольку желание быть первым является стимулом к научному творчеству. Воздание должного предшественникам на научной стезе является неотъемлемым элементом этики ученого [1].

Два типа плалиата. Обычно под плалиатом понимают недобросовестное заимствование, когда некто сознательно публикует чужой материал под своим именем, не делая ссылок на первоисточник. Предшествующее появление первоисточника делает бессмысленным оспаривание авторства, чем, естественно, плалиатор не занимается.

Поэтому существование первоисточника плалиаторы, как правило, стремятся сохранить в тайне. Случай цитирования первоисточников с последующим повторением известных результатов и выдачей их за свои в данном обсуждении можно не принимать во внимание. Это является свидетельством научного непрофессионализма, но не предмета плалиата.

Второй тип плалиата является оборотной стороной первого, когда псевдоплалиатор становится обиженной стороной, которая обвиняется в недобросовестном заимствовании якобы ущемленным псевдоавтором. Этой формой плалиата являются беспочвенные притязания на авторство, когда по каким-то внешним признакам начинают утверждать, что та или иная публикация другого лица или лиц является плалиатом на некоторое произведение или ряд произведений научного творчества.

Распознавание плалиата второго типа. Характерным для второго типа плалиата является то, что плалиаторы, претендую на авторство чужих произведений, выставляют в качестве прототипа, точнее, объекта заимствования, свои результаты, которые были опубликованы раньше. Таким образом, в случае второго типа плалиата научная общественность заинтересованным лицом (лицами) заранее осведомляется о существовании, как предполагаемого объекта заимствования (первоисточника), так и предполагаемого плалиата – вторичного источника.

Распознать плалиат первого типа обычно бывает более просто, поскольку плалиатором осуществляется прямое заимствование интеллектуальной собственности – с сохранением формы изложения (текста, формул, рисунков и т.д.). Причиной возникновения плалиата

второго типа является либо нежелание объективно и глубоко разбираться в тонкостях нововведений, голословно рассматриваемых как плагиат, либо некомпетентность лиц, огульно приписывающих те или иные результаты себе или третьим лицам.

Для распознавания плагиата второго типа могут потребоваться серьезные интеллектуальные усилия, нередко стать арбитрами, то есть выяснить «откуда растут ноги» того или иного научного результата, могут только узкие специалисты, работающие в данной области. Установление приоритета на получаемые результаты является одним из основных стимулов к научной деятельности и важнейшим элементом этики ученого, поэтому «клеймо плагиатора» считается самым неприятным для исследователя.

Плагиат второго типа может выступать в виде заведомо ложного обвинения в научной недобросовестности. Если не принимать во внимание возможность клеветы, то плагиатор второго типа является псевдоплагиатором, поскольку искренне заблуждается в том, что его результаты были кем-то воспроизведены заново без ссылки на автора.

Пример спорного обвинения в научной недобросовестности. В качестве примера обсуждаемого типа плагиата можно рассмотреть выдержку из рецензии [2]:

«11. Ответ на 11 замечание вызывает недоверие, потому что один из Авторов (В.В.Филаретов) уличен в серьезном нарушении научной этики в связи с присвоением себе преобразования переноса, то с помощью других названий элементов ИТУН и др., то обесцениванием идеи общей теории преобразования схем и утверждением, что перенос зависимых источников был якобы известен (а не является озарением, сошедшим на их Автора), то объявления переноса переключением, то применением переноса в синтезе (делая вид, что ему неизвестен синтез в Электричестве, 1981, № 5), и т.д.».

В цитате констатируется научная недобросовестность («уличен в серьезном нарушении научной этики в связи с присвоением себе преобразования переноса»). Предполагаемый плагиатор рассматривает преобразование переносом элементов в качестве объекта своей интеллектуальной собственности. Для отражения обвинений в научной недобросовестности и формулирования встречного обвинения в плагиате второго типа необходимо выявить признаки развития и показать признаки несовершенства известных научных результатов.

Выявление признаков развития научных результатов. Субъективная точка зрения, с серьезным научным обвинением, не отражена ни в каких опубликованных источниках. Этую точку зрения представители научной общественности могут услышать лично или найти в рецензиях на статьи для журнала «Электричество». Одна из таких рецензий цитируется в [2]. Другую точку зрения можно найти, например, в

обзорной статье, посвященной переносу элементов в анализе и синтезе электрических цепей [3]. Ниже приведены выводы этой статьи [3, с. 190] (ссылки на литературу опущены):

«1. Классические правила переноса источника напряжения через сечение и источника тока по контуру, непосредственно вытекающие из законов Кирхгофа, играли вспомогательную роль при анализе электрических цепей.

2. Классические правила переноса были дополнены М.А.Шакировым правилами переноса источника тока через сечение и источника напряжения по контуру, а также правилами переноса сопротивления по контуру и проводимости по сечению.

3. Перенос элементов не получил распространения в синтезе электрических цепей, поскольку при переносе в общем случае происходит усложнение схемы. Избежать увеличения числа элементов схемы позволил учет условий взаимной нейтрализации дуальных элементов, использованных ранее в рамках метода схемных определителей.

4. Преобразование электрических цепей переключением активных ветвей, то есть переносом управляемого напряжения и управляемого тока через сечение, а также переносом управляемого тока и управляемого напряжения по контуру, совместно с условиями сохранения числа элементов, является эффективным инструментом для порождения полного класса эквивалентных схем с одинаковым числом элементов, что важно при структурном синтезе и оптимизации электрических цепей».

Обратим внимание на третий вывод: «Перенос элементов не получил распространения в синтезе электрических цепей, поскольку при переносе в общем случае происходит усложнение схемы». Этим предложением критикуется то, что было сделано ранее в работах по классическому переносу элементов [4], а также в работах по его развитию [5–7] и др.

Второе предложение третьего вывода прямо указывает на вклад лица, обвиняемого в плагиате: «Избежать увеличения числа элементов схемы позволил учет условий взаимной нейтрализации дуальных элементов, использованных ранее в рамках метода схемных определителей».

Четвертый вывод базируется на третьем, то есть на результаты, отраженные в выводах 3 и 4, не может претендовать никто, кроме авторов [8–10]. Утверждение в приведенной выше цитате из [2], что в «Электричестве, 1981, № 5» опубликован такой же «синтез», несостоительно, что следует уже из названия статьи [11], посвященной частным видам преобразований.

Структурный синтез, как порождение неизоморфных схем с одинаковым числом элементов [8–10], никогда ранее не был отражен в опубликованных работах. Неклассический перенос элементов [6] не получил распространения в синтезе электрических цепей, поскольку при таком переносе в общем случае происходит усложнение схемы.

Признаки несовершенства известных научных результатов.

Арбитром в рассматриваемом научном споре выступил журнал РАН «Электричество», который опубликовал статью [12]. Ниже воспроизводятся ключевые (для установления приоритета) абзацы.

«Традиционный «перенос» источников напряжения через сечение или источников тока по контуру [5], строго говоря, не является переносом, поскольку элемент, «исчезая» (путем нейтрализации стягиванием или удалением) из одного места, появляется одновременно в нескольких других местах схемы. Таким образом, элемент не переносится, а «размножается» и (частично) «растворяется» при объединении с соседними элементами. «Переносом» было бы логичнее назвать такое преобразование, при котором один и тот же элемент с одним и тем же параметром меняет положение (переносится) из одного места схемы в другое, а число элементов схемы сохраняется».

Как можно обвинять авторов в недобросовестном заимствовании, если в [12] явно указывается на недостатки сложившейся терминологии. Более того, в [12] выявлено сохранение числа элементов в простейшем случае, который «не желая этого» иллюстрируется в [6], причем это не только не скрывается, а особо подчеркивается [12, с. 62]:

«Появление только одной «копии» элемента с таким же параметром возможно, когда другие «копии» нейтрализуются соседними элементами схемы. Например, в работе [6] для доказательства нетрадиционного преобразования переносом независимого источника тока через узел используется перенос источника напряжения через узел, как показано на рис. 1. В этом случае сохраняется количество элементов схемы, поскольку в одной из ветвей перенесенный источник напряжения нейтрализуется источником тока».

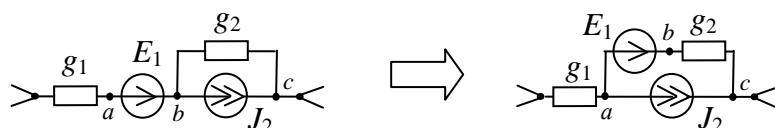


Рис. 1. Перенос источника напряжения при сохранении числа элементов схемы

Таким образом, в [12] установлено, что М.А. Шакировым был впервые использован простейший случай переноса с сохранением числа элементов. Однако сам Мансур Акмелович не только не выделил новый вид преобразования в качестве результата своей статьи [6], но и «глубоко запрятал» его как вспомогательный материал, не осознав или посчитав бесперспективным дальнейшее развитие этого важного для структурного синтеза специального вида преобразований переносом.

Затем авторами [12], «присвоившими себе преобразования переноса», критикуется путь, выбранный для обобщения классического переноса элементов [12, с. 61]:

«Дальнейшее развитие теории двинулось по пути переноса пассивных элементов [6], что нашло применение в анализе, но не в структурном синтезе схем, поскольку перенос пассивных элементов сопровождается появлением, как избыточных двухполюсников, так и избыточных управляемых источников. В ходе экспериментов с программой SymSyn [9], предназначеннной для восстановления полного множества схем, было установлено, что в классе схем из двухполюсников не существует неизоморфных схем, эквивалентных по ССФ. Поэтому перенос двухполюсников не может привести к порождению новых структур при сохранении числа элементов, а источником новых схемных решений являются активные элементы».

Отсюда следует, что «плагиаторы» на самом деле являются новаторами. Далее в [12] указывается, что разработка новых преобразований вовсе не требует использования общей теории преобразования [6, 7], а базируется на простейшем классическом переносе независимых источников: «Раздельный перенос управляемых и управляющих ветвей зависимых источников выполняется аналогично классическому переносу ветвей независимых источников и является прямым следствием законов Кирхгофа».

Усовершенствование терминологии. В цитате, приводимой в [2], критикуется за введение нового термина – «переключение», но этот шаг объясняется в следующем абзаце [12, с. 63]:

«В работах [8, 10] рассмотрены общие случаи преобразования на рис.1, в которых число элементов сохраняется за счет нейтрализации избыточных ветвей в результате параллельного или последовательного соединения с дуальными элементами или нуллорами. При этом переносимый элемент оказывается не в нескольких, а в одной ветви, то есть переключается, поэтому, чтобы дистанцироваться от классического переноса, новое преобразование названо *преобразованием переключения*».

Преобразование на рис. 1 изначально не предназначалось для порождения новых схем, и не было обобщено в последующих работах [6, 7] на перенос по контуру, большее число ветвей в сечении и перенос элементов различных типов.

Целью цитируемой выше статьи [12] является «вывод общих условий выполнения преобразований переносом без изменения числа элементов и разработка алгоритма порождения эквивалентных схем с одинаковым числом элементов», что нельзя рассматривать в качестве объекта интеллектуальных притязаний.

Установление незакрепляемого «приоритета». Обвинение в научной недобросовестности строится на том, что перенос зависимых источников был якобы неизвестен и «явился сошедшим озарением» [2]. Зависимые источники действительно переносятся в примерах первой работы по неклассическим преобразованиям переноса [5], однако это

делается без формулировки каких-либо правил, как само собой разумеющееся. О зависимых источниках ничего не говорится во введении и в заключительных выводах [5, с. 1175]:

«1. Полученные в настоящей работе правила переноса источников ЭДС по контуру и источников тока через узел в дополнение к правилам переноса источников ЭДС через узел и источников тока по контуру, сформулированным в [4], делают метод переноса источников удобным для практического применения, исключая необходимость дополнительных преобразований источников напряжения в эквивалентные источники тока и наоборот. 2. Методы переноса источников электрической энергии рекомендуются для получения схем замещения, которые могут оказаться более удобными для анализа, расчета или моделирования линейных электрических цепей в установившихся и переходных режимах».

Судя по материалам статьи [5] и процитированным выводам, для рассматриваемых методов переноса совершенно неважно, является источник независимым или управляемым. Специфика проявляется только в том, является источником током или источником напряжения. Действительно, в [5] без какого-либо дополнительного обоснования (оно не требуется!) предложенные методы переноса применяются в схемах замещения активных элементов (рис.3, а–г, вывод 2).

Таким образом, все понимают, что в качестве научных достижений нельзя рассматривать тривиальные, очевидные положения. В частности, это подтверждают процитированные выше выводы, которые содержат новые научные положения.

Формальным основанием претензий является использование термина «перенос элемента». Однако переносить можно по-разному и для различных целей, а само понятие переноса элемента использовалось уже в [4], задолго до начала неклассических исследований в этом направлении [5]. В любом случае научный термин не является объектом авторского права, а использование термина не равнозначно недобросовестному заимствованию. Незакрепляемые «приоритеты» – псевдоприоритеты – составляют основу научной коммуникации, не могут быть объектами заимствования и иметь правообладателей. Попытка обвинить в недобросовестном заимствовании в этом случае является противоправной. «Правообладание» истца в этом случае абсурдно.

Выводы

1. Логика развития диктует неизбежность обесценения любых идей и даже теорий, претендующих на общность. Они развиваются, дополняются и обобщаются в ходе последующих исследований. Законченность той или иной научной продукции – понятие относительное. Абсурдно обвинять в научной недобросовестности и ставить в неловкое положение каждого, кто развивает и углубляет ваши результаты, дает им новые приложения и т.д.

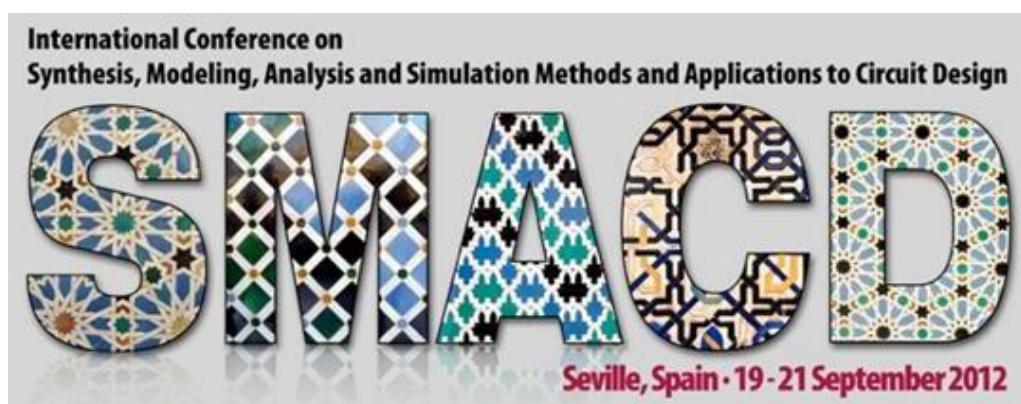
2. При распознавании плагиата нельзя ограничиваться формальными признаками сходства, проявлять посягательство на псевдоприоритет и подчиняться авторским эмоциям. Плагиатором не может быть тот, кто усматривает несовершенства в известных результатах, подвергает их развитию и обобщению, вскрывает недостатки существующей терминологии.

Литература

1. Филаретов В.В. Приоритеты в науке, или еще об одном слагаемом успеха // Электричество.– 1994.– № 12.– С. 63–64.
2. Курганов С.А., Филаретов В.В. Об обобщении метода схемных миноров: ответ на рецензию М. А. Шакирова // Настоящий сборник.
3. Горшков К.С., Филаретов В. В. Применение переноса элементов в анализе и синтезе электрических цепей // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр.–Ульяновск: УлГТУ, 2010.– Вып.8.– С.179–193.
4. Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники: в 3 т.– Т. 1. Линейные электрические цепи.– М.:Энергия, 1966.– 320 с.
5. Шакиров М.А. Применение метода переноса источников для расчёта и анализа линейных электрических цепей // Изв. вузов. Электромеханика. – 1973. – №11.– С. 1171–1175.
6. Шакиров М.А. Преобразования и диакоптика электрических цепей.- Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1980.– 196 с.
7. Шакиров М. А. Теоретические основы электротехники : новые идеи и принципы : схемоанализ и диакоптика.–СПб.: СПбГТУ, 2001. – 212 с.
8. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Эквивалентные преобразования электрических цепей переключением активных элементов: Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр.–Ульяновск: УлГТУ, 2008.–Вып.6.– С.46–56.
9. Горшков К. С., Токарев Ю. В., Филаретов В. В. Анализ и структурный синтез электрических цепей методом схемных определителей: учебное пособие.– Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 240 с.
10. Горшков К.С., Филаретов В.В. Преобразование электрических цепей переносом активных элементов через сечения и контуры с нуллорами // Синтез, анализ и диагностика электронных цепей: Международ. сб. науч. тр.–Ульяновск: УлГТУ, 2009.– Вып.7.–С.38–45.
11. Шакиров М.А. Преобразование звезды и контура электрической цепи в непрерывно-эквивалентные подсхемы // Электричество, 1981.– №5.– С.8–14.
12. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В. В. Использование переноса ветвей для порождения схем с одинаковым числом элементов // Электричество.– 2011.– № 5.– С. 62–66.

КОНФЕРЕНЦИИ

МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО СИНТЕЗУ, МОДЕЛИРОВАНИЮ И АНАЛИЗУ В СХЕМОТЕХНИЧЕСКОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ (SMACD–2012)



С 19 по 21 сентября в городе Севилья (Испания) прошла очередная международная научно-техническая конференция по синтезу, моделированию, анализу в схемотехническом проектировании SMACD-2012 («Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design»). Конференция проводится с 1991 года с периодичностью раз в два года и является форумом по обсуждению вопросов, касающихся методов и средств проектирования аналоговых, смешанных, СВЧ, наноэлектронных, оптоэлектронных, интегральных схем и систем. В течение 2008-2010 годов проходила под измененным названием «Международная конференция по символным и численным методам, моделированию и практическим приложениям в схемотехническом проектировании».

В качестве организаторов конференции выступили: Институт Микроэлектроники Севильи (IMSE), Национальный Исследовательский Совет Испании (CSIC), а также Университет Севильи (US). Большую помощь в проведении и организации конференции оказал Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE).

В этот раз в программу конференции были включены более 80 докладов от представителей 23 стран мира. Страны-участницы SMACD-2012: Австралия, Бельгия, Египет, Германия, Индия, Иордания, Иран,

Ирландия, Испания, Италия, Мексика, Польша, Португалия, Россия, Румыния, Словения, США, Тайвань, Тунис, Турция, Франция, Южная Корея, Япония.

Каждая присланная на Конференцию работа получала экспертную оценку от троих рецензентов, членов Интернационального Научного Комитета SMACD-2012, состоящего из 70 экспертов. Примечательно, что в состав Научного Комитета вошло несколько ученых, получивших широкую известность благодаря своим работам в области символьных методов анализа и синтеза электрических цепей: это Георг Жилен (Бельгия) – создатель эффективных символьно-топологических методов анализа электрических цепей, популяризатор символьного направления в ТОЭ (рис. 1, а); Франциско Фернандес (Испания) – автор современного подхода к аппроксимации результатов символьного анализа (рис. 1, б), Бен Родански (Австралия) – разработчик первой электронной библиотеки тестовых схем для программ символьного анализа, а также Агнешка Кончиковска (Франция), известная специалистам по иерархическому восходящему анализу электронных схем и тестовой схеме Стажика–Кончиковской.



а



б

Рис. 1. Представитель УлГТУ Горшков К.С. вместе с Ф. Фернандесом (а)
и Г. Жиленом (б)

Особенный интерес представляли пленарные доклады. Так, д-р С. Нассиф из IBM рассказал о новом перспективном направлении применения современных методов теории цепей для исследований в области лучевой терапии злокачественных опухолей. Профессор Университета Иллинойса Р. Рутенбар выполнил анализ текущего состояния индустрии разработки и создания аналоговой электронной аппаратуры. Ф. Фернандес изложил результаты многолетних исследований своего коллектива о специфике применения в процессе разработки

электронных схем метода наихудшего случая, использующегося при решении различных задач проектирования.

На конференции большое внимание уделялось проблеме синтеза аналоговых электрических цепей. Были предложены алгоритмы и их компьютерные реализации, обеспечивающие автоматизацию различных этапов схемотехнического проектирования. Так, например, американские ученые К. Ферент, С. Монтано и А. Доболи в докладе «A Prototype Framework for Conceptual Design of Novel Analog Circuits» [1] представили новую методику выбора оптимальных схем из множества эквивалентных. В другом докладе «A Case Study: Automatic Topology Synthesis for Analog Circuit from an ASDeX Specification» [2] специалисты из Германии М. Майсснер, Л. Хендрик продемонстрировали результаты работы своей программы автоматизированного синтеза, использующей преимущества ASDeX-формата описания электрических схем.

В докладе российских ученых *К.С. Горшкова, А.А. Михеенко и В.В. Филаретова* «A circuit synthesis technique based on network determinant expansion» [3] обсуждается возможность использования схемного подхода для синтеза электрических цепей (рис. 2). Предложен алгоритм структурного синтеза линейных цепей по заданной полиномиальной схемной функции, реализованный в программе InterSym. Метод не имеет ограничений на вид функции передачи и тип используемых элементов.



Рис. 2. Выступление А. Михеенко

Доклад привлек внимания участников конференции, число слушателей значительно превышало число докладчиков сессии. В ходе

развернувшейся после выступления дискуссии обсуждались вопросы сравнительной характеристики эффективности предложенного алгоритма синтеза электрических цепей относительно известных методов и подходов, аспекты практического применения алгоритма в схемотехническом проектировании, возможности расширения методики синтеза на другие классы электрических цепей (нелинейные цепи и цепи с распределенными параметрами).

Другой доклад отечественных ученых Д. Осипова и Ю. Бочарова «Frequency analysis of switched capacitor circuits» [4] посвящен численному моделированию электрических цепей на переключаемых конденсаторах. В нем была предложена новая методика частотного анализа дискретно-аналоговых схем. Проведено сравнение разработанного метода с известным подходом реализованным в программе SPECTRERF фирмы Cadence, позволившее выявить преимущества и недостатки обеих методик и установить задачи, для которых целесообразно их применение.

Символьные методы анализа электрических цепей традиционно вызывают большой интерес среди участников конференции SMACD. Не стала исключением и прошедшее мероприятие. Интернациональный румыно-французский коллектив, состоящий из М. И. Ионита, М. Йордаш, Л. Димитру и Д. Кордеу, представил сразу два доклада посвященных символьному анализу осцилляторов на основе модифицированного метода переменных состояния «Generation of the Coupling Circuit Parameters for the Coupled Oscillators Used in Antenna Arrays» [5] и «A CAD Tool for Automatic Formulation of Symbolic State Equations of Oscillator Circuits» [6]. Особенностью предложенного подхода является возможность получения символьных или численно-символьных выражений, как для линейных, так и для нелинейных схем, со всеми типами управляемых источников.

Другим интересным выступлением по теме символьного анализа стал доклад бельгийских специалистов Й. Вербругге, Б. Майнеклай и Й. Баувелинка «Implementation of the Dissection Theorem in Cadence Virtuoso» [7], в котором предлагался новый подход к автоматизации вычислительных процедур при анализе схем по «Теореме Экстра Элемента» известного американского специалиста Р. Д. Миддлбука (подробнее о методе на русском языке можно прочитать в работе [8]).

По итогам Международной Конференции SMACD–2012 был издан сборник трудов в электронном виде (номер каталога CFP1210S-CDR, ISBN: 978-1-4673-0684-3).

Литература

1. Ferent C., Montano S., Doboli A. Prototype Framework for Conceptual Design of Novel Analog Circuits // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD). – Seville, Spain. – Sept. 2012. – P. 13–16.

2. Ma M., Meissner M., Hedrich L. A Case Study: Automatic Topology Synthesis for Analog Circuit from an ASDeX Specification // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– Sept. 2012.– P. 9–12.
3. Filaretov V., Gorshkov K., Mikheenko A. A circuit synthesis technique based on network determinant expansion // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– Sept. 2012.– P. 293–296.
4. Osipov D., Bocharov Y. Frequency analysis of switched capacitor circuits // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– Sept. 2012.– P. 209–212.
5. Ionita M. I., Iordache M., Dumitriu L., Cordeau D., Paillot J.-M. Generation of the Coupling Circuit Parameters for the Coupled Oscillators Used in Antenna Arrays // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– Sept. 2012.– P. 237–240.
6. Ionita M. I., Iordache M., Dumitriu L., Cordeau D., Paillot J.-M. A CAD Tool for Automatic Formulation of Symbolic State Equations of Oscillator Circuits // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– Sept. 2012.– P. 289–292.
7. Verbrughe J., Moeneclaey B. Implementation of the Dissection Theorem in Cadence Virtuoso // Proc. of International Conference on Synthesis, Modeling, Analysis and Simulation Methods and Applications to Circuit Design (SMACD).– Seville, Spain.– Sept. 2012.– P. 145–148.
8. Горшков К.С., Филаретов В.В. Обобщение метода символьного анализа Миддлброка для расчета допусков электрических цепей // Электроника и связь: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – Киев, 2010.– №5. – С. 60–64.

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Синтез электронных цепей</i>		
Кузнецов А.М.	Синтез параметров и допусков элементов электрических цепей	3
Токарев Ю.В.	Применение генетических алгоритмов для синтеза электрических схем	14
Токарев Ю.В.	Определение изоморфизма электрических схем	23
<i>Анализ и оптимизация электронных цепей</i>		
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Формирование уравнений состояния линейных электрических цепей с управляемыми источниками на основе независимых переменных	28
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Формирование уравнений для операторно-рекуррентного метода анализа нелинейных электрических цепей	46
Филаретов В.В.	Правила нахождения числителя по знаменателю при топологическом анализе электрических цепей	55
Филаретов В.В.	Топологический анализ электрических цепей с зеркальными аномальными элементами	66
<i>Диакоптика электронных цепей</i>		
Бодряков Е.Р., Курганов С.А.	Символьный анализ линейных электрических цепей на основе независимых схемных миноров и схемно-алгебраической редукции	93
Бондаренко А.В., Курганов С.А., Филаретов В.В.	Формирование уравнений многополюсников на основе схемных определителей.	105
<i>Матричный анализ</i>		
Дмитришин Р.В.	О вычислении меры обусловленности матрицы	113
Филаретов В.В.	Генерация компактных формул для матричных определителей	121
<i>Диагностика электронных цепей и электрических сетей</i>		
Гришкевич А.А., Гришкевич М.А.	Интервальные оценки вероятностей состояний на основе всевозможных комбинаций граничных значений интервалов исходных данных	134
<i>Цифровая электроника</i>		
Соловьева Е.Б., Дорофеев К.И.	Классификация операторных методов нелинейной компенсации	140
Соловьева Е.Б., Зубарев А.В.	Нерекурсивный фильтр для борьбы с импульсным шумом в речевых сигналах	146
<i>Системы автоматизированного проектирования</i>		
Токарев Ю.В.	Подсистема визуализации электрических схем	152
Филаретов В.В.	Программа символьного анализа CIRSYM: история создания, структура и функции	158

Теория электромагнитного поля		
Меньшов Е.Н.	О коррекции уравнений Максвелла	172
Из опыта работы		
Ягуп В.Г., Ягуп Е.В.	К формированию характеристического уравнения электрической системы топологическим методом	179
Из истории открытий		
Ерохов И.В.	Схема соединений есть граф электрической цепи	186
Ерохов И.В.	Граф множества разомкнутых путей – одна из форм схемы соединений	196
Классики теории цепей		
Соловьева Е.Б.	Артур Абрамович Ланнэ	205
Дискуссии		
Статья Sanchez-Lopez C., Fernandez F.V., Tlelo-Cuautle E., Tan S.X.-D.		
Курганов С. А.	О символном анализе электрических цепей с токовыми конвейерами	210
Статья В. В. Филаретова		
Майко Г.В.	Зеркальные элементы напряжения и тока как трехполюсники	221
Филаретов В.В.	Об обобщении метода схемных определителей для схем с зеркальными аномальными элементами	223
Статья С. А. Курганова и В. В. Филаретова		
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Обобщенный метод схемных миноров для символного анализа электрических цепей по частям	228
Курганов С.А., Филаретов В.В.	Об обобщении метода схемных миноров: ответ на рецензию М. А. Шакирова	238
Статья В. Г. Захарова		
Захаров В.Г.	Модифицированные правила Кирхгофа для расчета электрических цепей	245
Филаретов В.В.	О нахождении числителя схемной функции по знаменателю	252
Монография И.В.Ерохова		
Ерохов И.В.	О теореме Зеляха	259
Филаретов В.В.	Теорема Зеляха и теорема Теллегена	263
Этика науки		
Филаретов В.В.	Плагиат как беспочвенные притязания на авторство	265
Конференции		
Горшков К.С.	Международная научно-техническая конференция по синтезу, моделированию и анализу в схемотехническом проектировании (SMACD–2012)	272

TABLE OF CONTENTS

<i>Network synthesis</i>		
Kuznetsov A.M.	Synthesis of parameters and tolerances for electric network	3
Tokarev Yu.V.	Application of genetic algorithms for electric network synthesis	14
Tokarev Yu.V.	Determination of isomorphism for electric networks	23
<i>Circuit analysis and optimization</i>		
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	Formation the equations of state for linear electronic networks with dependent sources by means of independent variables	28
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	Formation of operator recurrent equations for nonlinear electric networks	46
Filaretov V.V.	Finding rules of a numerator by the denominator for topological network analysis	55
Filaretov V.V.	Topological analysis of electrical networks with mirror singular elements	66
<i>Diacoptic of electronic networks</i>		
Bodryakov E.R., Kurganov S.A.,	Symbolic analysis of linear electrical networks by means of independent circuit minors and circuit algebraic reduction	93
Bondarenko A.V., Kurganov S.A., Filaretov V.V.	Formation of multiport equations by means of circuit determinants	105
<i>Matrix analysis</i>		
Dmytryshyn R.V.	On calculation of conditionality matrix	113
Filaretov V.V.	Generation of compact formulae for matrix determinants	121
<i>Diagnostics of electronic networks and electric system</i>		
Grishkevich A.A., Grishkevich M.A.	Interval estimations of probability states by means of every possible combinations of interval limit values for original data	134
<i>Digital electronics</i>		
Solovieva E.B., Dorofeev K.I.	Classification of nonlinear compensation operational methods	140
Solovyeva E.B., Zubarev A.V.	The nonrecursive filter for impulse noise suppression of voice signals	146
<i>Computer-aided design</i>		
Tokarev Yu.V.	Subsystem of visualization for electrical networks	152
Filaretov V.V.	CIRSYM program of symbolic analysis: creation history, structure and functions	158

<i>Electromagnetic field theory</i>		
Menshov E.N.	On correction of Maxwell' equations	172
<i>Research experience</i>		
Yagup V.G., Yagup E.V.	On topological formation of characteristic equation for electrical system	179
Erokhov I.V.	The connection circuit is graph of electrical network	186
Erokhov I.V.	The graph of open path graph is a form of the connection circuit	196
<i>Classics of the circuit theory</i>		
Solovyeva E.B.,	Artur Abramovich Lanne	205
<i>Polemics</i>		
<i>The paper of C.Sanchez-Lopez, F.V.Fernandez, E.Tlelo-Cuaute, S.X.-D. Tan</i>		
Kurganov S.A.	On symbolic analysis of electrical network with current conveyer	210
<i>The paper of V. V. Filaretov (included)</i>		
Mayko G.V.	Mirror singular elements as three-ports	221
Filaretov V.V.	On general circuit determinant method for mirror singular elements	223
<i>The paper of S. A. Kurganov, V. V. Filaretov (included)</i>		
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	General method of circuit minors for hierarchical symbolic analysis of electrical networks	228
Kurganov S.A., Filaretov V.V.	On generalization of circuit minor method: The answer to M.A.Shakirov' review	238
<i>The paper of V. G. Zakharov (included)</i>		
Zaxarov B.Г.	Modification Kirchhoff' rules for calculation of electrical network	245
Filaretov V.V.	The finding of a numerator on the network function denominator	252
<i>The book of I. V. Erokhov</i>		
Erokhov I.V.	On Zelyach' theorem	259
Filaretov V.V.	Zelyach' theorem and Tellegen' theorem	263
<i>Ethics of science</i>		
Filaretov V.V.	The plagiarism as groundless pretension to authorship	265
<i>Conferences</i>		
Gorshkov K.S.	International conference on synthesis, modeling, analysis and simulation methods and application to circuit design (SMACD–2012)	272