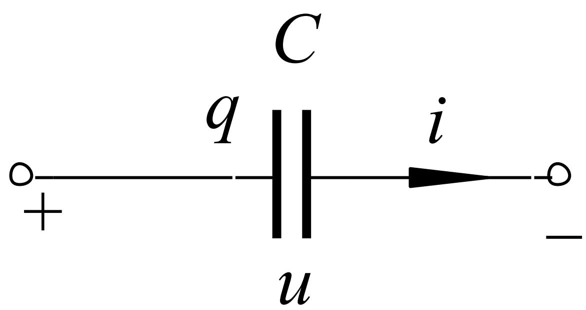
第三章 动态元件和动态电路导论

基本理论与内容

1. 电容元件
2. 电感元件
3. 耦合电感元件
4. 单位阶跃函数和单位冲激函数
5. 初始状态与开关定理
6. 动态电路的输入输出方程

§3-1 电容元件



C — 电容器

标准单位：法=库/伏　F (法拉)

通常使用：μF (微法)　$1\mu F = 10^{-6}$ F

pF (皮法)　$1pF = 10^{-12}$ F

$$q = cu \qquad i = \frac{dq}{dt}$$

$$i = c\frac{du}{dt}$$ (电容的特性方程)　　量纲：F=s/Ω

$$u = \frac{1}{c}\int idt = \frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} idt$$ (电容特性方程的另一种表示形式)

电容上的电压与电流的时间积分成比例，因此，电容在某一时刻 t_1 的电压$u(t_1)$ 由 t时刻之前的电流决定的

例： 设 C = 0.1μF 的电容上有 $u=10^5 t$ V，求 i

解： $i = c\dfrac{du}{dt} = 0.1\times10^{-6}\times\dfrac{d(10^5 t)}{dt} = 0.01A = 10mA$

例： 设 C = 0.1μF 的电容从 t=0 时刻开始以 i= I=100mA 充电，问 t = 50 μs 时的电压 u 等于多少？

(1) $u|_{t=0} = 0$，

(2) $u|_{t=0} = -16$V

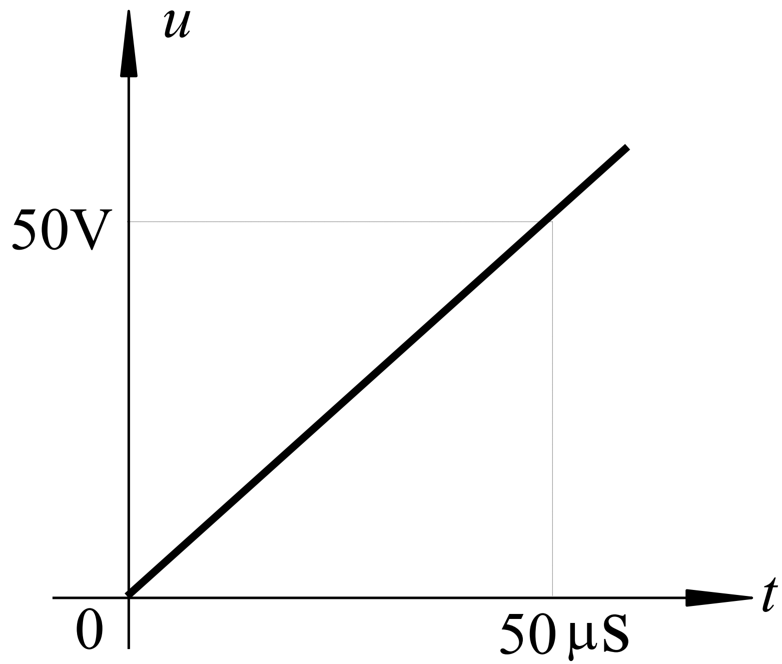
解： $u = \dfrac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} i dt$

$= \dfrac{1}{c}\int_{-\infty}^{0} i dt + \dfrac{1}{c}\int_{0}^{t} i dt$

$= \dfrac{1}{c}\int_{0}^{t} i dt + u(0)$ $u(0)$ 就是 t=0 时电容具有的电压

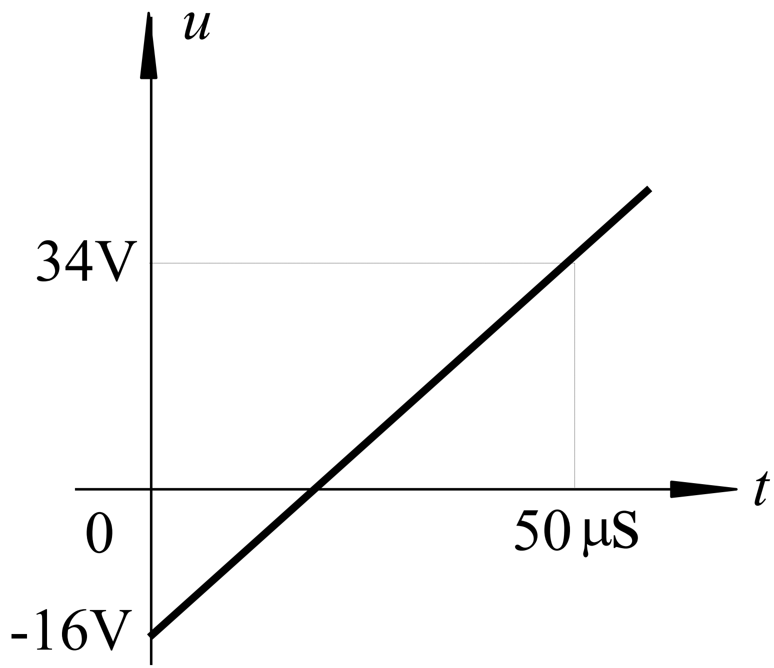
$$\therefore (1) \quad u = \frac{1}{c}\int_0^t i dt + 0 = \frac{1}{c} I t = \frac{0.1t}{0.1\times 10^{-6}} = 10^6 \cdot t \qquad (V)$$

当 t=50μs 时 , $u = 10^6 \times 50 \times 10^{-6} = 50V$



$$(2)\ u = \frac{1}{c}\int_0^t i dt - 16 = 10^6 t - 16$$

当 t = 50μs 时 , $u = 10^6 \times 50 \times 10^{-6} - 16 = 34$ V



因为 电容吸收的瞬时功率 $p=u\cdot i$

所以 从 $t=t_0$ 到时间为任意 t 时刻,外部供给电容的电场能量为

$$Wc=\int_{t_0}^{t}uidt=\int_{t_0}^{t}uC\frac{du}{dt}dt=C\int_{u(t_0)}^{u(t)}udu=\frac{1}{2}Cu^2\Big|_{u(t_0)}^{u(t)}$$
$$=\frac{1}{2}C[u^2(t)-u^2(t_0)]$$

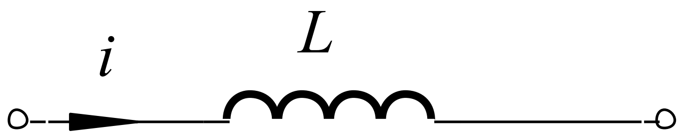
当 $u(t_0)=0$ 时,电容充电到任意电压时,外部供给的电场能量应为

$$Wc=\frac{1}{2}cu^2$$

例如上例 (2) 中 $t=50\mu s$ 时电容具有的电场能量为

$$Wc=\frac{1}{2}cu^2\Big|_{t=50uS}=\frac{1}{2}\times0.1\times10^{-6}\times34^2=578\times10^{-7}J$$

§3-2 电感元件

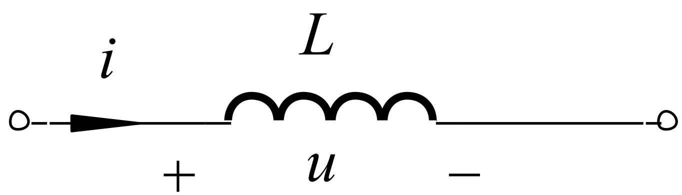


$$\psi = L \cdot i$$

L —— 线圈的电感

标准单位： H = V·s/A

当 i 变化时，ψ 也随之变化。由于电感元件电流的变化在电感元件中产生的感应电压为



$$u = \frac{d\psi}{dt}$$

当u、i为关联参考方向时，

将 $\psi = L \cdot i$ 代入上式，得

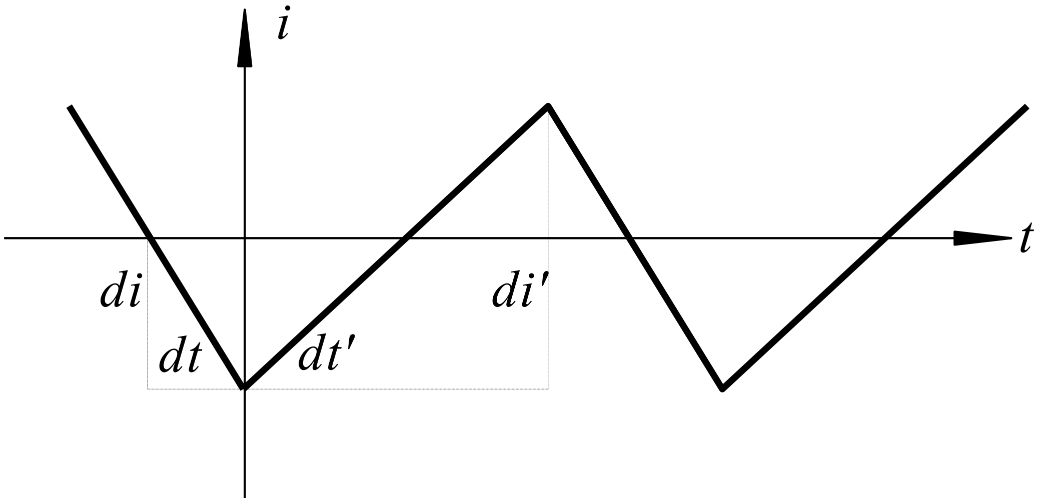
$$u = L\frac{di}{dt}$$ —— 线性电感元件的特性方程

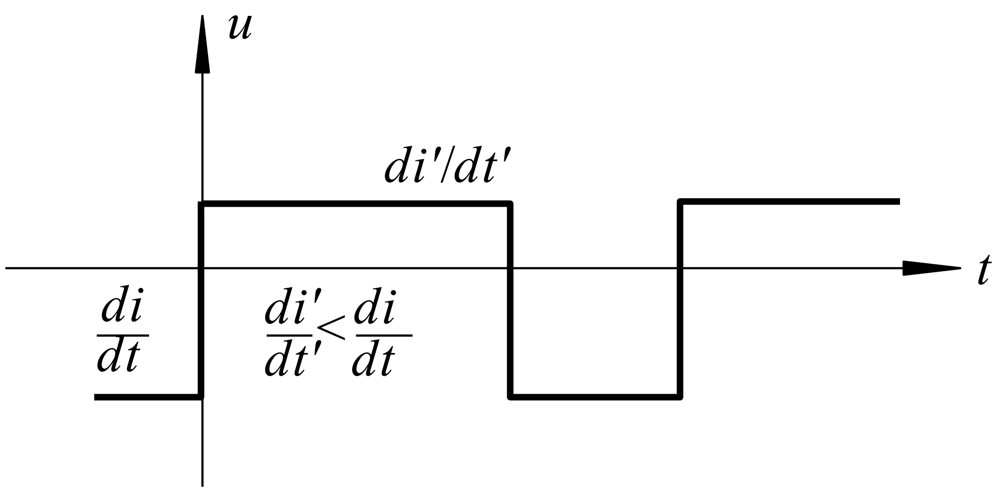
$$i = \frac{1}{L}\int u\,dt = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} u\,dt$$

量纲：H=Ωs

电感磁场的能量为 $W_L = \frac{1}{2}Li^2$

例： L中 i 的波形如图所示





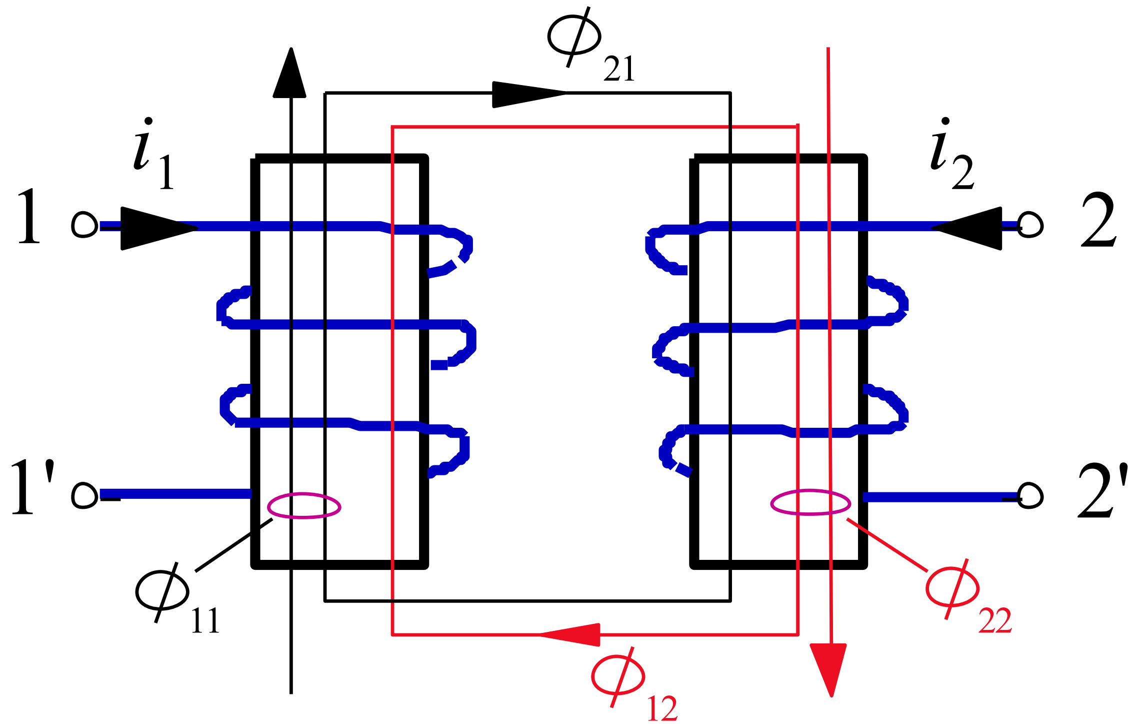
u的波形

根据 $u = L\dfrac{di}{dt}$

可知 u 的波形

电感电压与电流的变化率成比例

§3-3 耦合电感元件



ϕ_{11}(自感磁通)—施感电流i_1在自身线圈中产生的磁通。

ϕ_{22}(自感磁通)—施感电流i_2在自身线圈中产生的磁通。

ϕ_{21}(互感磁通)—ϕ_{11}中的一部分或全部交链于线圈2的磁通。

ϕ_{12}(互感磁通)—ϕ_{22}中的一部分或全部交链于线圈1的磁通。

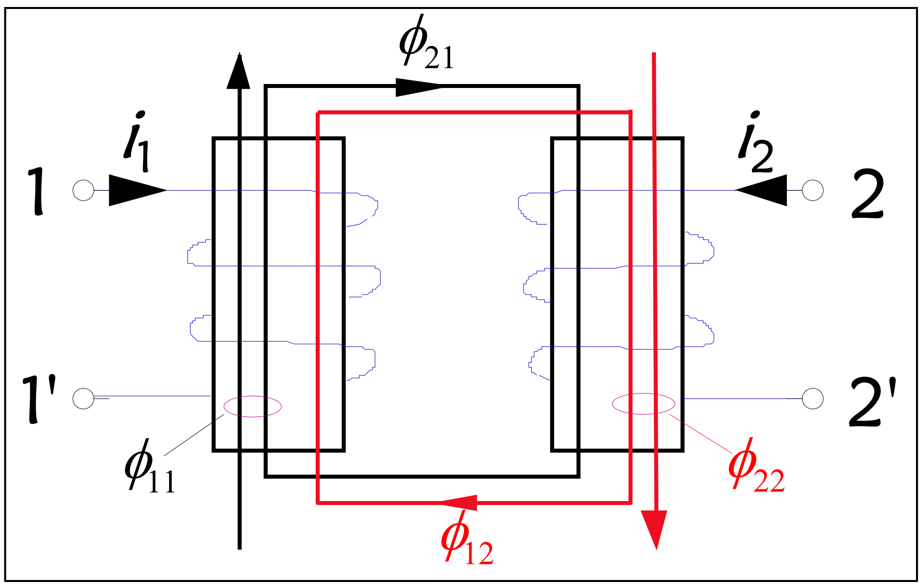
1. 线圈中的磁通

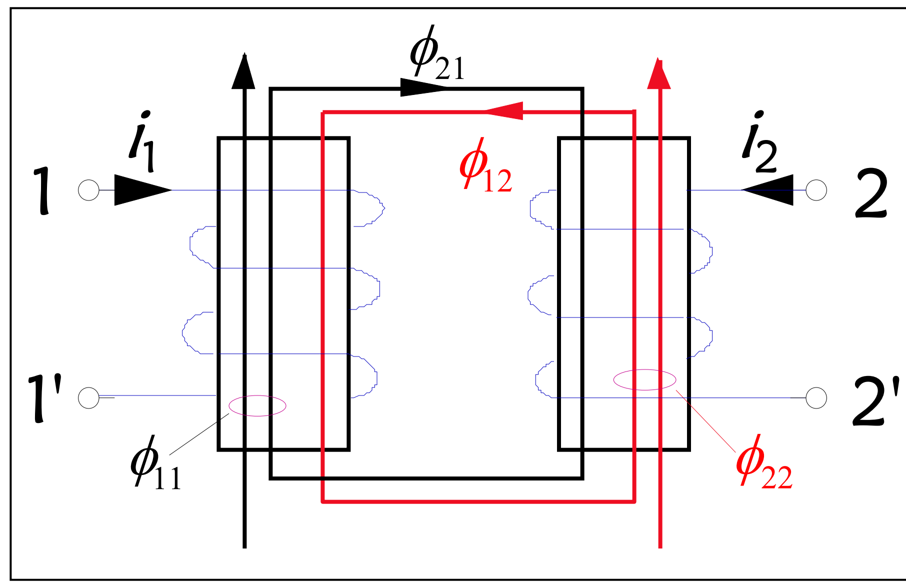
$$\phi_1 = \phi_{11} \pm \phi_{12}$$
$$\phi_2 = \phi_{22} \pm \phi_{21}$$

为什么会出现正负号呢?

ϕ_1 —线圈1中的磁通(自感磁通和互感磁通的代数和)

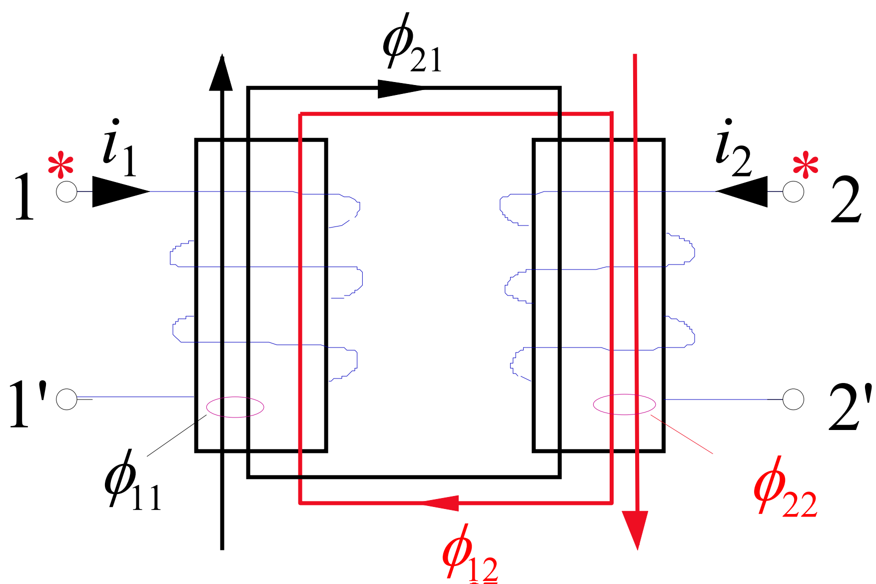
ϕ_2 — 线圈2中的磁通(自感磁通和互感磁通的代数和)

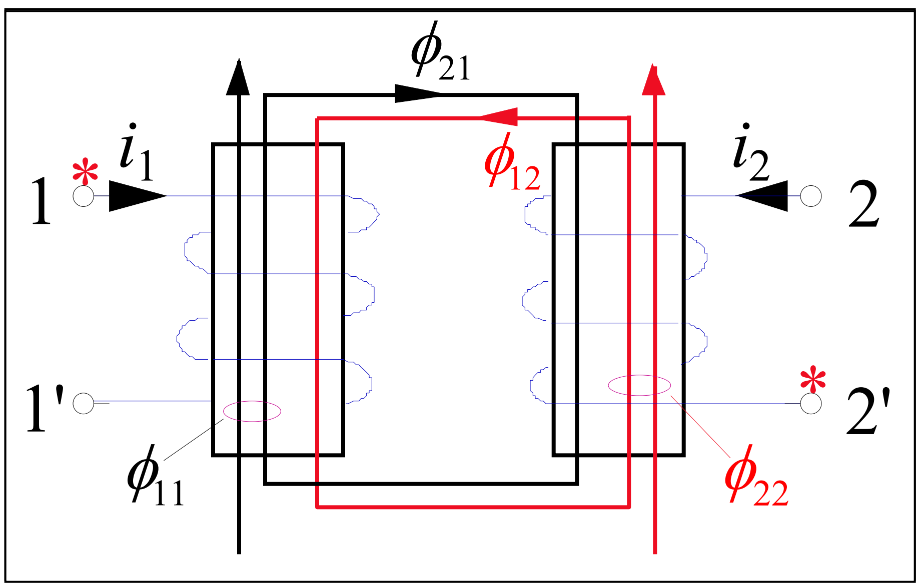




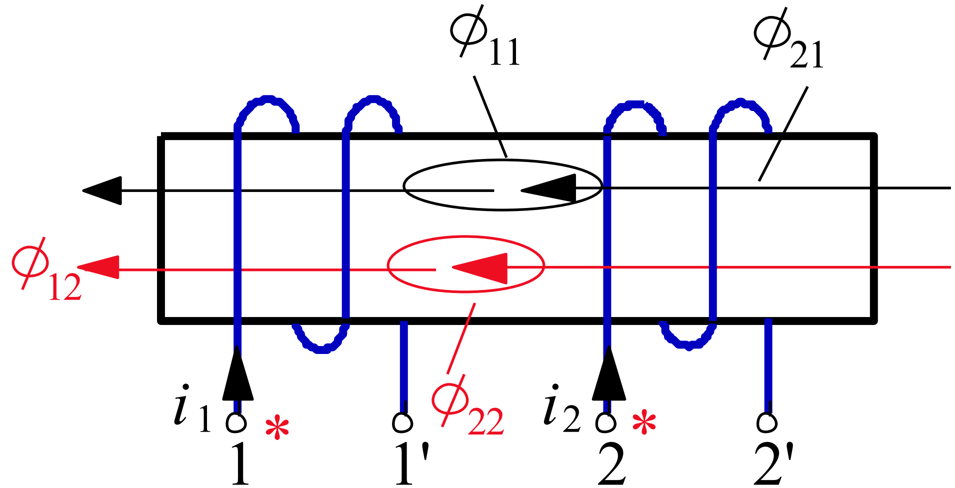
2. 同名端 （对应端）

如果两个线圈电流 i_1，i_2 分别从某两个端钮流入,使自感磁通和另一个线圈的电流所产生的互感磁通方向一致,且互相加强,则这两端钮叫做**同名端**。用 “ * ” 表示

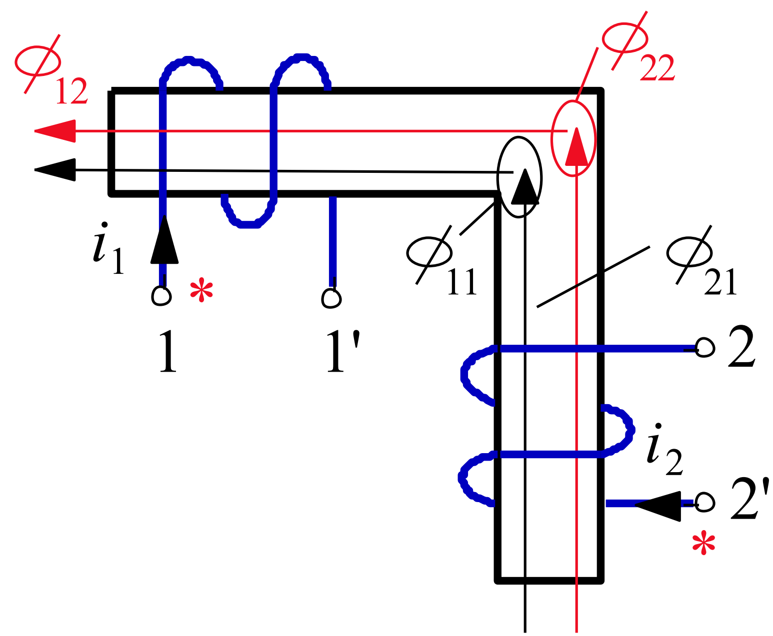




例：



ϕ_{11}
ϕ_{21}
ϕ_{12}
ϕ_{22}
i_1
*
1
1'
i_2
*
2
2'



ϕ_{12}
ϕ_{22}
i_1
*
1
1'
ϕ_{11}
ϕ_{21}
2
i_2
2'
*

3. 线圈中的磁通链

$$\psi_1 = \psi_{11} \pm \psi_{12}$$
$$\psi_2 = \psi_{22} \pm \psi_{21}$$

式中 $\psi_{11} = \varphi_{11} \mathrm{N}_1 \qquad \psi_{12} = \varphi_{12} \mathrm{N}_1$

$\psi_{22} = \varphi_{22} \mathrm{N}_2 \qquad \psi_{21} = \varphi_{21} N_2$

N_1— 线圈 1 的匝数

N_2— 线圈 2 的匝数

ψ_1— 线圈 1 中的磁通链

ψ_2— 线圈 2 中的磁通链

$$\psi_1 = L_1 i_1 \pm M_{12} i_2$$

$$\psi_2 = L_2 i_2 \pm M_{21} i_1$$

$$\boxed{\begin{aligned}\psi_1 &= \psi_{11} \pm \psi_{12} \\ \psi_2 &= \psi_{22} \pm \psi_{21}\end{aligned}}$$

式中 $L_1 = \dfrac{\psi_{11}}{i_1}$ 线圈1的自感（自感系数）

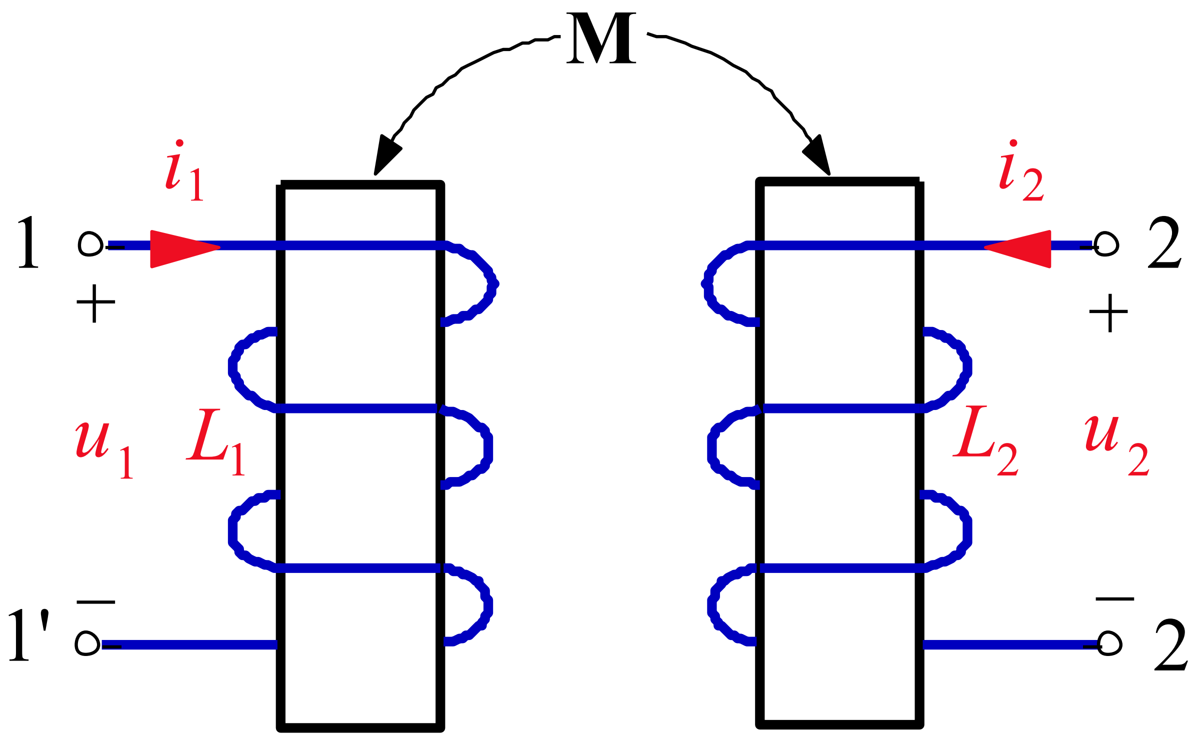
$L_2 = \dfrac{\psi_{22}}{i_2}$ 线圈2的自感（自感系数）

$M_{12} = \dfrac{\psi_{12}}{i_2}$ 耦合线圈的互感（互感系数）

$M_{21} = \dfrac{\psi_{21}}{i_1}$ 耦合线圈的互感（互感系数）

$$M_{12} = M_{21}$$

4. 互感方程



设 L_1, L_2 的端口电压,电流分别为 u_1, i_1, u_2, i_2, 且均为关联参考方向

则有
$$u_1 = \frac{d\psi_1}{dt} = \pm L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}$$
$$u_2 = \frac{d\psi_2}{dt} = \pm L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt}$$

自感电压与互感电压极性的记忆方法

(1)自感电压的极性

u, i 为关联参考方向时，自感电压为“+”

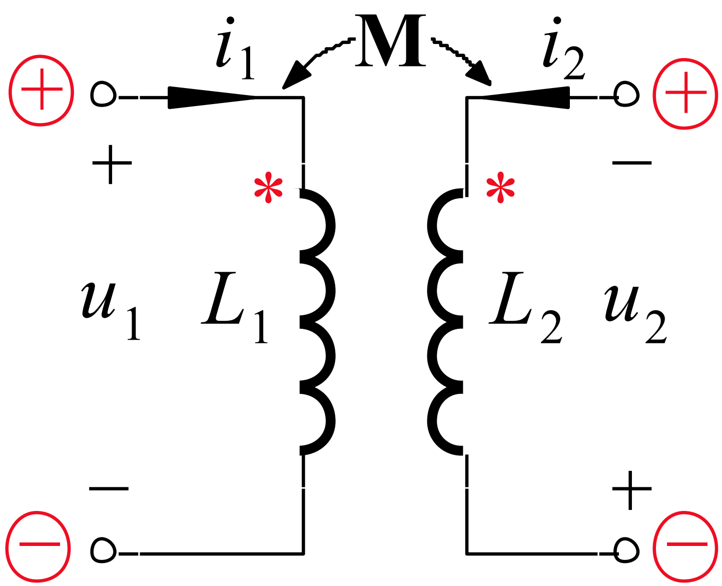
u, i 为非关联参考方向时，自感电压为“-”

(2)互感电压的极性

产生互感电压的施感电流从同名端流入，互感电压的正极应在同名端。当此极性与端电压极性一致时，互感电压为正，否则为负

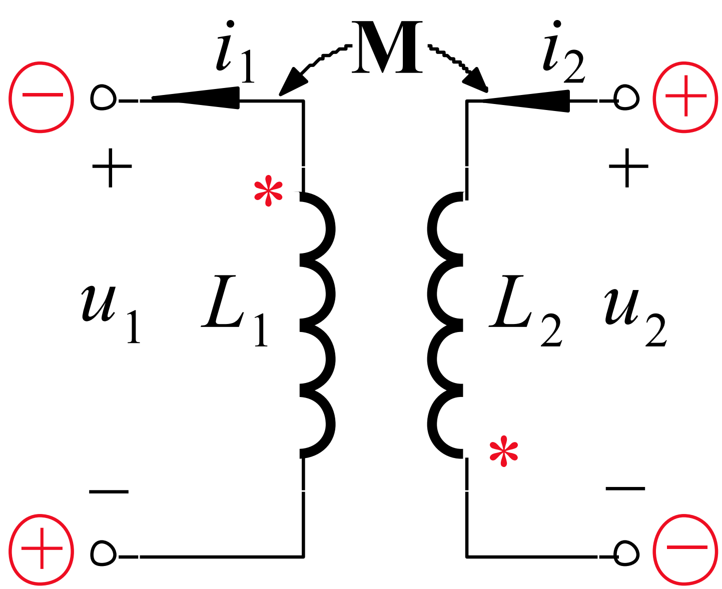
同理，产生互感电压的施感电流从非同名端流入，互感电压的正极应在非同名端。当此极性与端电压极性一致时，互感电压为正，否则为负

例：



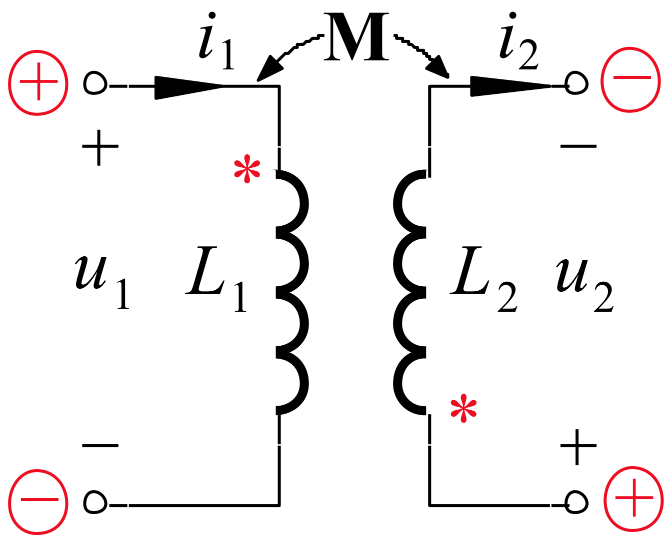
$$u_1 = + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$



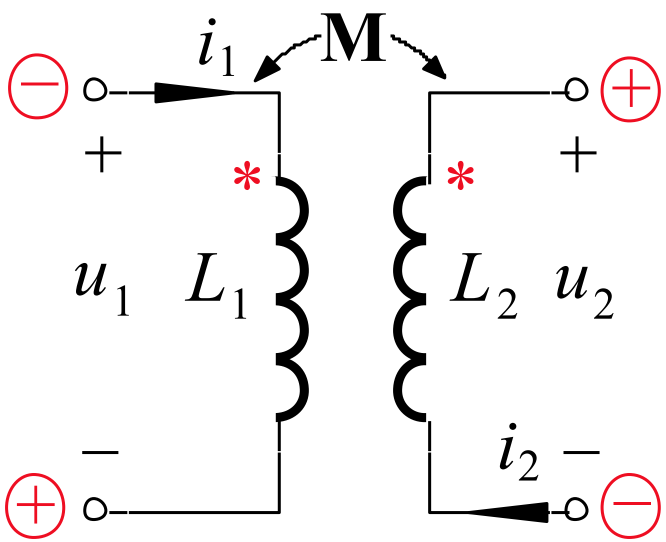
$$u_1 = - L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$



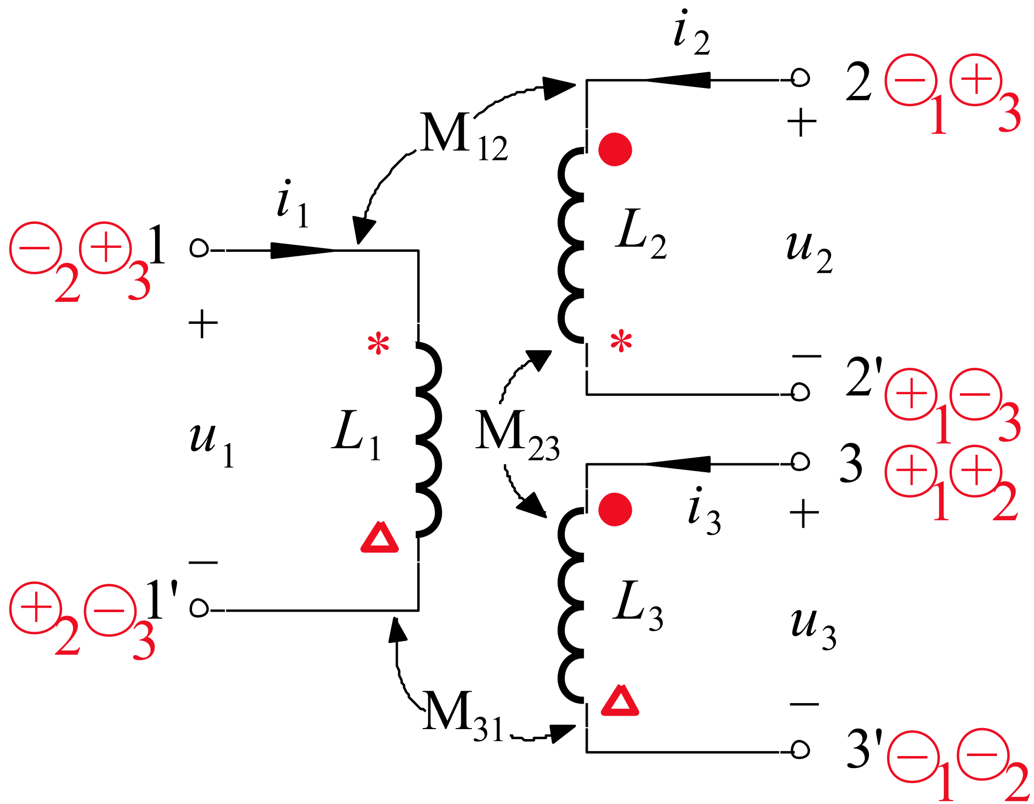
$$u_1 = +\ L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = +\ L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$



$$u_1 = +\ L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = -\ L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$



$$u_1 = +L_1\frac{di_1}{dt} - M_{12}\frac{di_2}{dt} + M_{31}\frac{di_3}{dt}$$

$$u_2 = +L_2\frac{di_2}{dt} - M_{12}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_3}{dt}$$

$$u_3 = +L_3\frac{di_3}{dt} + M_{31}\frac{di_1}{dt} + M_{23}\frac{di_2}{dt}$$

作业：

3-1-1 电容

3-2-2 电感

3-3-1 耦合电感

3-3-2 耦合电感

3-14 耦合电感

3-17 耦合电感