

1.4 多普勒频率

雷达使用多普勒频率来提取目标的径向速度(距离变化率),以及区分运动和静止目标与物体,例如杂波。多普勒现象描述了由于目标相对于辐射源的运动而引起的入射波形中心频率的偏移。根据目标运动的方向,此频移可能是正的或负的。入射到目标的波形具有以波长 λ 分隔的等相位波前。接近目标使反射的等相位波前互相更靠近(更小的波长)。相反,离开或后退目标(远离雷达运动)使反射的等相位波前扩展(更大的波长),如图 1.5 所示。

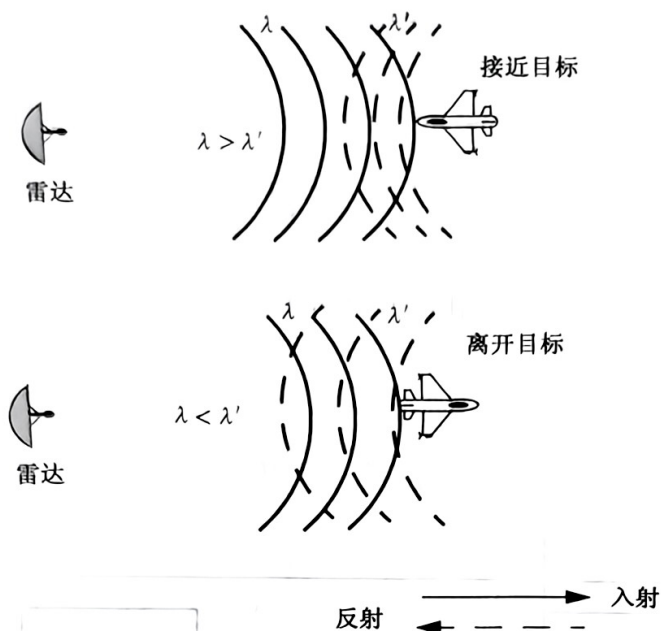


图 1.5 目标运动对反射的等相位波前的影响

考虑一个宽度为 τ (秒)的脉冲入射到一个以速度 v 向雷达运动的目标上,如图 1.6 所示。定义 d 为在间隔 Δt 内目标在脉冲内运动的距离(米),即

$$d = v\Delta t \quad (1.9)$$

其中, Δt 等于从脉冲前沿碰到目标到脉冲后沿碰到目标之间的时间。因为脉冲以光速运动,后沿运动的距离为 $c\tau - d$,所以

$$c\tau = c\Delta t + v\Delta t \quad (1.10)$$

并且

$$c\tau' = c\Delta t - v\Delta t \quad (1.11)$$

式(1.11)除以式(1.10),得到

$$\frac{c\tau'}{c\tau} = \frac{c\Delta t - v\Delta t}{c\Delta t + v\Delta t} \quad (1.12)$$

从式(1.12)的左边和右边分别消除 c 和 Δt 后,可以建立入射和反射脉冲宽度之间的如下关系式:

$$\tau' = \frac{c-v}{c+v}\tau \quad (1.13)$$

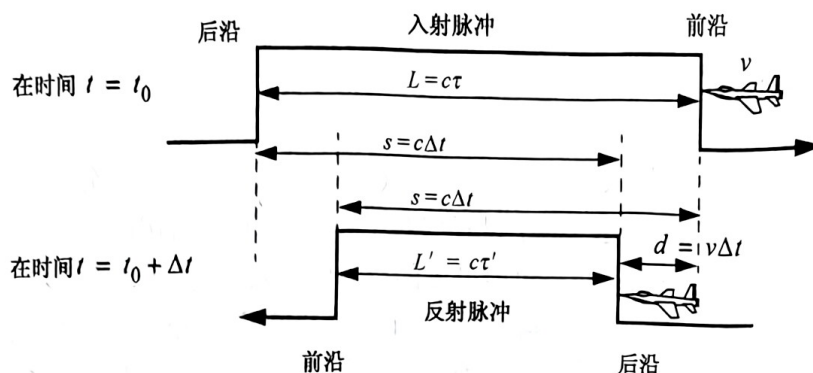


图 1.6 目标速度对单个脉冲影响的示意图

实际上,因子 $(c - v)/(c + v)$ 通常称为时间膨胀因子。注意到如果 $v = 0$, 那么 $\tau' = \tau$, 类似的方式, 对于离开目标也可以计算 τ' 。此时, 有

$$\tau' = \frac{v + c}{c - v} \tau \quad (1)$$

为了推导多普勒频率的表达式, 考虑图 1.7 所示的图例。脉冲 2 的前沿花费 Δt 秒的时间走过 $(c/f_r) - d$ 的距离撞到目标。在相同的时间间隔内, 脉冲 1 的前沿走过相同的距离 c , 更准确的表示如下:

$$d = v\Delta t \quad (1)$$

$$\frac{c}{f_r} - d = c\Delta t \quad (1)$$

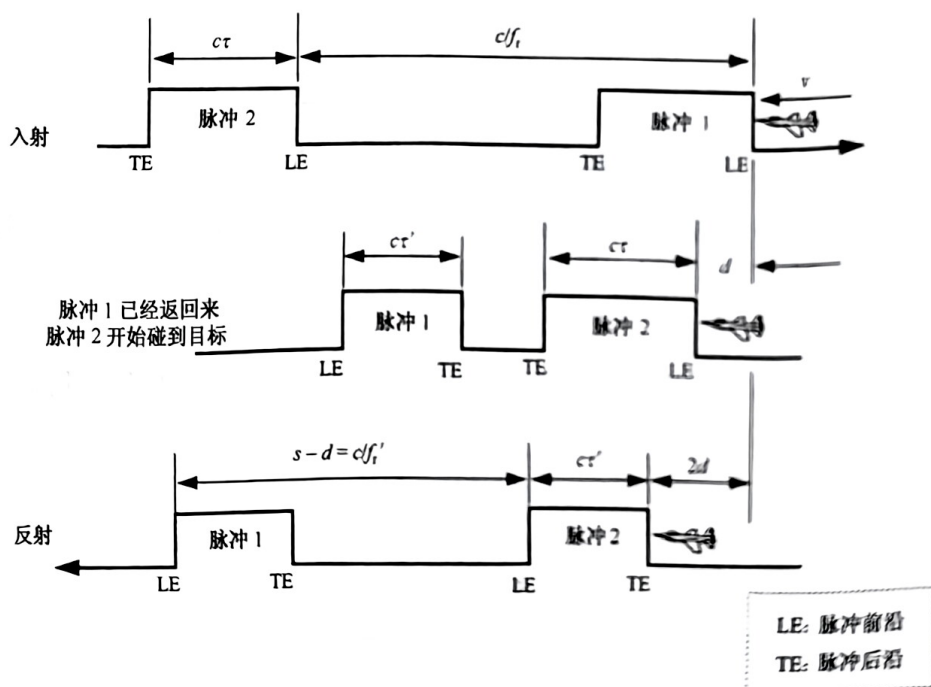


图 1.7 目标运动对雷达脉冲影响的图例

求解 Δt 得到

$$\Delta t = \frac{c/f_r}{c + v} \quad (1.1)$$

$$d = \frac{cv/f_r}{c+v} \quad (1.18)$$

现在反射脉冲的间距是 $s - d$, 新的 PRF 是 f_r' , 并且

$$s - d = \frac{c}{f_r'} = c\Delta t - \frac{cv/f_r}{c+v} \quad (1.19)$$

因此, 新 PRF 和原 PRF 的关系为

$$f_r' = \frac{c+v}{c-v} f_r \quad (1.20)$$

然而, 因为周期数不变, 反射信号的频率会升高相同的因子。将新频率表示为 f_0' , 其等于

$$f_0' = \frac{c+v}{c-v} f_0 \quad (1.21)$$

其中, f_0 是入射信号的载频。多普勒频率 f_d 定义为差频 $f_0' - f_0$ 。更准确的表示如下:

$$f_d = f_0' - f_0 = \frac{c+v}{c-v} f_0 - f_0 = \frac{2v}{c-v} f_0 \quad (1.22)$$

但是, 因为 $v \ll c$ 和 $c = \lambda f_0$, 所以

$$f_d \approx \frac{2v}{c} f_0 = \frac{2v}{\lambda} \quad (1.23)$$

式(1.23)表明多普勒频移与目标速度成比例, 因此可以从距离变化率提取 f_d , 反之亦然。

式(1.23)的结果也可以使用下面的方法推导。图 1.8 显示了一个以速度 v 接近的目标。设 R_0 表示在时间 t_0 (时间参考) 时的距离, 那么在任意时间 t 到目标的距离为

$$R(t) = R_0 - v(t - t_0) \quad (1.24)$$

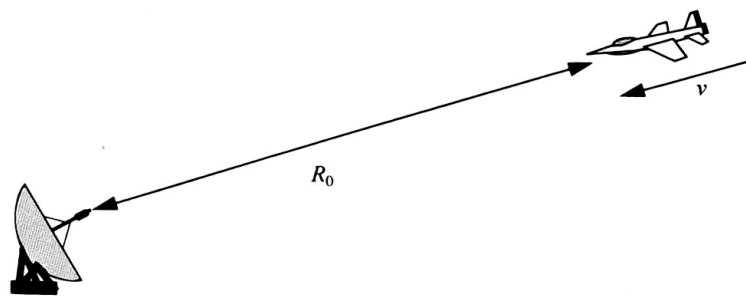


图 1.8 以速度 v 接近的目标

雷达接收到的信号为

$$x_r(t) = x(t - \psi(t)) \quad (1.25)$$

其中, $x(t)$ 是发射信号, 并且

$$\psi(t) = \frac{2}{c}(R_0 - vt + vt_0) \quad (1.26)$$

将式(1.26)代入式(1.25), 并且合并同类项得到

$$x_r(t) = x\left(\left(1 + \frac{2v}{c}\right)t - \psi_0\right) \quad (1.27)$$

其中, 常数相位 ψ_0 为

$$\psi_0 = \frac{2R_0}{c} + \frac{2v}{c} t_0 \quad (1.28)$$

定义压缩或尺度因子 γ 为

$$\gamma = 1 + \frac{2v}{c} \quad (1.28)$$

注意到对于后退目标,尺度因子为 $\gamma = 1 - (2v/c)$ 。使用式(1.29)重写式(1.27)为

$$x_r(t) = x(\gamma t - \psi_0) \quad (1.29)$$

式(1.30)是静止目标($v=0$)回波的时间压缩版本。因此,根据傅里叶变换的尺度属性,接收信号的谱会在频率上以因子 γ 扩展。

考虑当

$$x(t) = y(t) \cos \omega_0 t \quad (1.31)$$

时的特殊情况,其中 ω_0 是以弧度每秒为单位的雷达中心频率。那么接收信号 $x_r(t)$ 为

$$x_r(t) = y(\gamma t - \psi_0) \cos(\gamma \omega_0 t - \psi_0) \quad (1.32)$$

式(1.32)的傅里叶变换为

$$X_r(\omega) = \frac{1}{2\gamma} \left(Y\left(\frac{\omega}{\gamma} - \omega_0\right) + Y\left(\frac{\omega}{\gamma} + \omega_0\right) \right) \quad (1.33)$$

其中为了简化,常数相位 ψ_0 的影响在式(1.33)中被忽略。因此,接收信号的通带谱现在的中心在 $\gamma \omega_0$ 而不是 ω_0 。这两个数值之间的差对应于目标运动引起的多普勒频移,

$$\omega_d = \omega_0 - \gamma \omega_0 \quad (1.34)$$

ω_d 是以弧度每秒为单位的频移。替换式(1.34)中的 γ 并且利用 $2\pi f = \omega$, 得到

$$f_d = \frac{2v}{c} f_0 = \frac{2v}{\lambda} \quad (1.35)$$

结果与式(1.23)相同。可以证明,对于后退目标,多普勒频移为 $f_d = -2v/\lambda$ 。这种情况在图 1.9 中说明。

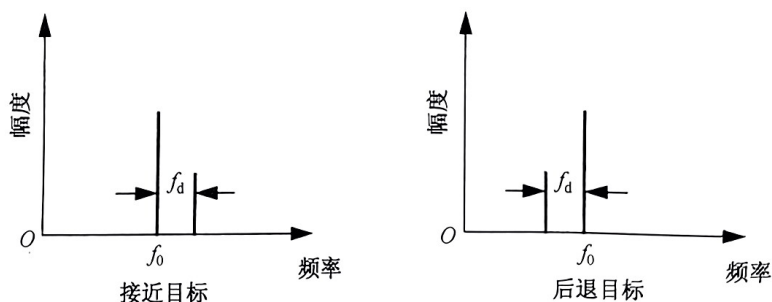


图 1.9 说明多普勒频移的接收信号频谱

在式(1.35)和式(1.23)中,相对于雷达的目标径向速度都等于 v ,但并不总是如此。实际上,多普勒频移的大小依赖于在雷达方向上的目标速度分量(径向速度)。图 1.10 显示了都有速度 v 的三个目标:目标 1 具有零多普勒频移;目标 2 具有在式(1.35)中定义的最大多普勒频移;目标 3 的多普勒频移的大小是 $f_d = 2v \cos \theta / \lambda$, 其中 $v \cos \theta$ 是径向速度, θ 是雷达视线与目标之间的总角度。

因此,考虑到雷达与目标之间的总角度, f_d 的更一般的表达式为

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} \cos \theta \quad (1.36)$$

对于远离目标,有

$$f_d = \frac{-2v}{\lambda} \cos \theta \quad (1.37)$$

其中, $\cos \theta = \cos \theta_e \cos \theta_a$ 。角度 θ_e 和 θ_a 分别是俯仰角和方位角,如图 1.11 所示。

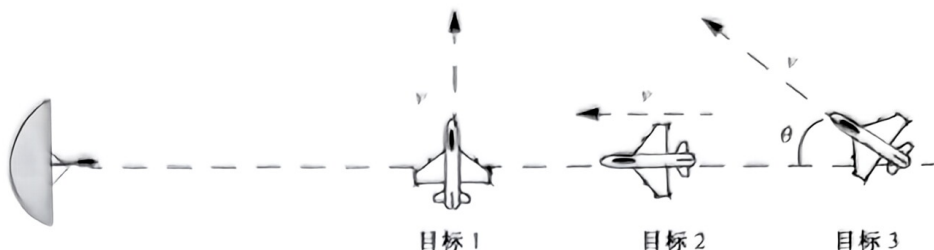


图 1.10 目标 1 产生零多普勒频移;目标 2 产生最大多普勒频移;目标 3 在两者之间

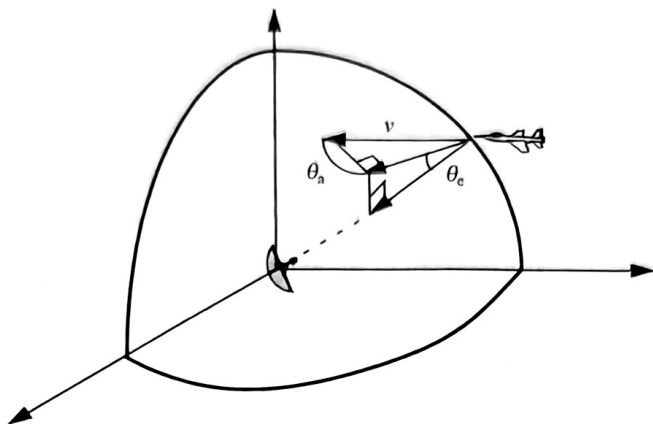


图 1.11 径向速度与方位角和俯仰角成比例

1.5 雷达方程

考虑具有全向天线(向所有方向均匀辐射能量的天线)的雷达。因为这种类型的天线具有球形辐射模式,所以可以定义空间任意点的峰值功率密度(单位面积的功率)如下:

$$P_D = \frac{\text{峰值发射功率}}{\text{球面积}} \quad (\text{W/m}^2) \quad (1.38)$$

距离雷达 R 处的功率密度(假定没有损耗的传播介质)为

$$P_D = \frac{P_t}{4\pi R^2} \quad (1.39)$$

其中, P_t 是峰值发射功率, $4\pi R^2$ 是半径为 R 的球的表面积。为了增加在某个方向的功率密度,雷达系统使用有方向性的天线。有方向性的天线通常用天线增益 G 和天线有效孔径 A_e 表征。它们的关系是

$$G = \frac{4\pi A_e}{\lambda^2} \quad (1.40)$$

其中, λ 是波长。天线有效孔径 A_e 与物理孔径 A 的关系为