

**Politechnika Warszawska****Wydział Elektroniki i Technik Informacyjnych****Instytut Automatyki i Informatyki Stosowanej****Laboratorium Wspomagania Decyzji (WDEC) Laboratorium****nr 3/4 - AMPL Sprawozdanie - zestaw 2.2**

Ćwiczenie polegało na przygotowaniu modelu analizy wielokryterialnej sytuacji decyzyjnej, gdzie należało opracować podział budżetu na płace.

**1. Rzeczowy model sytuacji decyzyjnej****Zmienne decyzyjne:**

- $X_i$  – płace pracowników na poszczególnych stanowiskach,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,
- $Omi^+$  – dopuszczalne odchylenie w górę względem parametru  $M_i$  (odchylenie od płacy na i-tym stanowisku w innych firmach),
- $Omi^-$  – dopuszczalne odchylenie w dół względem parametru  $M_i$  (odchylenie od płacy na i-tym stanowisku w innych firmach),
- $Opi^+$  – dopuszczalne odchylenie w górę względem parametru  $P_i$  (odchylenie od struktury referencyjnej płacy na i-tym stanowisku),
- $Opi^-$  – dopuszczalne odchylenie w dół względem parametru  $P_i$  (odchylenie od struktury referencyjnej płacy na i-tym stanowisku),
- $Z1, Z2$  – zmienne pomocnicze,
- $Y_i$  – zmienne pomocnicze związane z kryteriami,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- $A$  – zmienna pomocnicza do skalaryzacji metodą punktu odniesienia.

**Parametry:**

- $N_i$  – liczba osób pracujących na i-tym stanowisku,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,
- $P_i$  – wysokość płac na i-tym stanowisku wynikająca ze struktury referencyjnej,
- $M_i$  – wysokość płacy na i-tym stanowisku w innych firmach,
- $S_i$  – minimalna różnica płac między stanowiskami o numerach  $i$  oraz  $i+1$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ,
- $F_i$  – poziom płacy minimalnej – umownie przyjmujemy za tę wartość płacę na piątym stanowisku.

Dane wykorzystywane w zadaniu:

Stanowisko	$N_i$	$P_i$ [tys.]	$M_i$ [tys.]	$S_i$ [tys.]	$F_i$ [tys.]
1	1	12	20	3	-

2	5	8	12	2	-
3	10	6	10	2	-
4	20	4	5	2	-
5	200	2	2	-	1

#### Ograniczenia:

- $F5 \leq X_i$ ; Wszyscy pracownicy muszą zarabiać przynajmniej płacę minimalną na najgorzej opłacanym stanowisku,
- $X_i - X_{i+1} \geq S_i$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ; Zakładamy, że każde wyższe stanowisko zarabia tyle samo lub więcej niż stanowisko niższe o jeden stopień powiększone o pewną kwotę,
- $X_i = M_i + O_{mi+} - O_{mi-}$ ; Pensje na stanowiskach mają oscylować wokół pensji na tych samych posadach w innych firmach,
- $X_i = P_i + O_{pi+} - O_{pi-}$ ; Dążymy do tego, aby pensje były jak najbardziej zbliżone do preferencyjnego rozkładu pensji,
- $O_{mi+} \geq 0$ ,
- $O_{mi-} \geq 0$ , •  $O_{pi+} \geq 0$ , •  $O_{pi-} \geq 0$ .

Cztery powyższe ograniczenia dotyczą oznaczenia warunku nieujemności odchyłeń od danych wartości.

## 2. Funkcja celu (kryteria):

- Minimalizacja środków przeznaczonych na płace (Y1):

$$\sum_{i=1}^5 (N_i * X_i) \rightarrow \min$$

- Minimalizacja maksymalnego odchylenia od struktury płac wewnątrz firmy (warunek zostanie poddany skalaryzacji przy pomocy zmiennej Z1):

$$(O_{pi}^+, O_{pi}^-) \rightarrow \min$$

- Minimalizacja sumy odchyłeń od płac wewnątrz firmy (Y3):

$$\sum_{i=1}^5 (O_{pi}^+ + O_{pi}^-) \rightarrow \min$$

- Minimalizacja maksymalnego odchylenia od płac na zewnątrz firmy (warunek zostanie poddany skalaryzacji przy pomocy zmiennej Z2):

$$(O_{mi}^+, O_{mi}^-) \rightarrow \min$$

- Minimalizacja sumy odchyień od płac na zewnątrz firmy (Y5):

$$\sum_{i=1}^5 (Omi^{+} + Omi^{-}) \rightarrow \min_{i=1}$$

Skalaryzacja

kryteriów 2. i 4.:

Kryterium 2.

- $Y2 = Z1 \rightarrow \min$

Ograniczenia:

- $Z1 \geq Opi^{+}$ , ●  $Z1 \geq Opi^{-}$ .

Dla wszystkich  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

Kryterium 4.

- $Y4 = Z2 \rightarrow \min$

Ograniczenia:

- $Z1 \geq Omi^{+}$ , ●  $Z1 \geq Omi^{-}$ .

Dla wszystkich  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Ograniczenie potrzebne do skalaryzacji metodą punktu odniesienia:

$A \leq Qi - Yi$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , gdzie  $Qi$  to aspiracja.

### 3. Model w AMPL:

Plik .mod: # parametry param N{1..5} >= 0; # liczba pracowników na danym stanowisku param P{1..5} >= 0; # płaca referencyjna na i-tym stanowisku param M{1..5} >= 0; # płaca na zewnątrz firmy na podobnym stanowisku do i-tego param S{1..5-1} >= 0; # minimalna różnica płac między stanowiskami i oraz i+1 param Q{1..5}; # aspiracje dla poszczególnych kryteriów  
# zmienne var X{1..5} >= 0; # płaca na poszczególnych stanowiskach var G{1..4, 1..5} >= 0; # macierz z wartościami  $Opi^{+}$ ,  $Opi^{-}$ ,  $Omi^{+}$  oraz  $Omi^{-}$  var Z{1..2}; # zmienne do skalaryzacji kryteriów var A; # zmienna pomocnicza przy skalaryzacji metodą punktu odniesienia var Y{1..5}; # zmienne pomocnicze do kryteriów

```

# ograniczenia subject to placa_minimalna: X[5] >= 1; subject to
placa_referencyjna {i in 1..5}: X[i] = P[i] + G[1,i] - G[2,i]; subject
to placa_zewnetrzna {i in 1..5}: X[i] = M[i] + G[3,i] - G[4,i];
subject to roznica_plac {i in 1..4}: X[i] - S[i] >= X[i+1]; subject to
Z1_1 {i in 1..5}: Z[1] >= G[1,i]; subject to Z1_2 {i in 1..5}: Z[1] >=
G[2,i]; subject to Z2_1 {i in 1..5}: Z[2] >= G[3,i]; subject to Z2_2 {i
in 1..5}: Z[2] >= G[4,i]; subject to Y1: Y[1] = sum{i in 1..5}
X[i]*N[i]; subject to Y2: Y[2] = Z[1]; subject to Y3: Y[3] = sum{i in
1..5} (G[1,i] + G[2,i]); subject to Y4: Y[4] = Z[2]; subject to Y5:
Y[5] = sum{i in 1..5} (G[3,i] + G[4,i]); subject to skalaryzacja {i in
1..5}: (Q[i] - Y[i]) >= A;

```

```

# funkcja celu maximize f_celu: Z + (0.0001/5)*(sum{i in
1..5} (Q[i] - Y[i]));

```

```

Data: param
n:=
1 1
2 5
3 10
4 20
5 200; param p:=
1 12
2 8
3 6
4 4 5 2;
param m:=
1 20
2 12
3 10
4 5
5 2;

```

```

param s:= 1
3
2 2
3 2
4 2;
param q:= 1
400
2 200
3 100
4 0

```

5 0;

## 4. Wyniki i analiza

Tabela obliczonych wypłat X wygląda następująco.

X:

Stanowisko [nr]	Płaca [ tys. zł]
1	20
2	12
3	6
4	4
5	2

Macierz odchyłeń G:

G					
Opi+	8	4	0	8	7.25e-10
Opi-	0	0	-7.25e-10	8	0
Omi+	0	0	107.5	0	7.25e-10
Omi-	0	0	111.5	1	0

Zmienne skalaryzacji Z:

Z	
1	8
2	111.5

Parametr A = -220

Zmienne pomocnicze kryteriów Y:

Y	
1	620
2	8
3	28
4	111.5
5	220

Utopijnymi wartościami płac są wartości z tabeli poniżej:

Stanowisko [nr]	Płaca [ tys. zł] <sup>†</sup>
1	20
2	12
3	10
4	5
5	2

Jest to zasadniczo tabela płac referencyjnych w innych firmach, czyli algorytm obliczania wartości dąży do tego, aby wypłacić jak najwyższe pensje jednocześnie zachowując resztę parametrów, ale nie więcej niż w innych firmach. Teoretycznie przy pozbywaniu się kolejnych ograniczeń możemy dążyć do jak największych wypłat, ale akurat w tym przypadku interesuje nas nieprzekraczanie płacy w innych firmach. Aby obliczyć punkty utopijne, pozbywamy się ograniczeń płacy referencyjnej, minimalnej i różnic.

Tabela z nadirowymi wartościami wypłat:

Stanowisko [nr]	Płaca [ tys. zł] <sup>†</sup>
1	10
2	7
3	5
4	3
5	1

W przypadku wypłat nadirowych ignorujemy dążenie do wypłat referencyjnych oraz do wypłat z innych firm. Wychodzi na to, że jedynymi ograniczeniami są płaca minimalna i różnica wypłat. Oczywiście możemy też je ignorować, ale zadanie wtedy nie ma sensu analitycznego.

## 5. Wnioski:

Wykonana analiza jest przykładem analizy wielokryterialnej, gdzie nasze wypłaty są ograniczony z dołu i góry przez pewne wartości. Widać, że minimalne wartości wypłat są związane z minimalizacją, różnicą płac i płacą minimalną. Dalsze ingerowanie w dolne ograniczenia daje wyniki typu [1, 1, 1, 1, 1), które nie mają żadnej analitycznej wartości. Z drugiej strony mamy wartości utopijne, które chcielibyśmy osiągnąć. Pomijamy przy tym wartości referencyjne wewnątrz firmy, a skupiamy się tylko na wartościach z zewnętrznych firm i różnicy płac.

W przypadku modelu AMPL osiągnięcie wartości utopii oraz nadiru zostało poprzez wykluczenie niektórych ograniczeń kluczowych dla tych wartości.