Krishna

3/07/2015

# chapter - 1.

## स्थिर वैद्युतिकी (Electrostatic)

परिभाषा :-

"भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसके अन्तर्गत बिन्दुवत व स्थिर आवेशों तथा उनके मध्य होने वाली अन्योन्य क्रियाओं का अध्ययन किया जाता है स्थिर विद्युतिकी कहलाती है।"

Note :- स्थिर आवेश विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है जबकि गतिशील आवेश विद्युत क्षेत्र के साथ-2 चुम्बकीय क्षेत्र भी उत्पन्न करता है।

घर्षण विद्युत :-

वैज्ञानिक गिलबर्ट के अनुसार विभिन्न पदार्थों में घर्षण के कारण आवेशन या विद्युतीकरण उत्पन्न होता है इसी आधार पर वैज्ञानिक फ्रैंकलीन ने आवेश को दो भागो में विभाजित किया - (i) धनावेश

(ii) ऋणावेश।

Note :- पिण्डों में या पदार्थों में आवेशन $e^-$ के स्थानान्तरण पर निर्भर करता है।

दो वस्तुओं में घर्षण कराने के पश्चात जिस वस्तु में इलेक्ट्रॉनों की अधिकता पाई गई उस पर ऋणावेशित तथा जिस वस्तु पर न्यूनता पाई ~~जाती~~ गई उसे धनावेशित माना गया। इस स्थानांतरण में द्रव्यमान में परिवर्तन नगण्य होता है इसे घर्षण विद्युत के इलेक्ट्रॉनिक सिद्धान्त के नाम से जाना जाता है।

उदा- बिल्ली की खाल से ~~फ्लिनट~~ एबोनाइट की छड रगडने पर एबोनाइट की छड ऋणावेशित जबकि बिल्लि की खाल धनावेशित मानी गई।

रेशमी कपडे से रगडी गई छड़ धनावेशित जबकि रेसमी कपड़ा ऋणावेशित माना गया।

6/07/2015

आवेश के गुणधर्मः-

- आवेश एक अदिश राशि है।

- आवेश दो प्रकार के होते हैं-

धनात्मक व ऋणात्मक।

आवेशो की योज्यता:-

"किसी वियुक्त निकाय में आवेश का कुल मान उस निकाय में उप. सभी आवेशो के बीजगणित योग के बराबर होता है"

उदाहरण -

माना किसी निकाय में धनायन $+p_e$ तथा ऋणायन $-n_e$ हो तो निकाय का कुल आवेश $= p_e - n_e$

$= (p-n)e$

(i) यदि $p > n \Rightarrow$ कुल आवेश = +ve

n = no of electron (ii) यदि $p < n \Rightarrow$ कुल आवेश = -ve

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$

P = no of Proton

आवेशो का क्वान्टीकरण -

किसी वियुक्त निकाय में आवेशो का मान सतत न होकर विविक्त (खण्डित) रूप में होता है तथा आवेश सभी सम्भव मान लेने में असमर्थ रहता है।

किसी निकाय में आवेश का मान सदैव आवेश के मुल मात्रक का पूर्ण गुणज होता है यह मात्रक e- अथवा प्रोटान के आवेश के बराबर होता है।

$Q = \pm ne$

मुल मात्रक $(e) = 1.6 \times 10^{-19}$

इले. के लिए $Q = -ne$

प्रोटॉन " " $Q = +ne$

## आवेश का संरक्षण:-

आवेश को न तो उत्पन्न किया जाता है और न ही नष्ट किया जा सकता है। आवेश के संरक्षण को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा समझाया जा सकता है

$${}_{92}U^{238} \longrightarrow {}_{2}He^{4} + {}_{90}Th^{234}$$

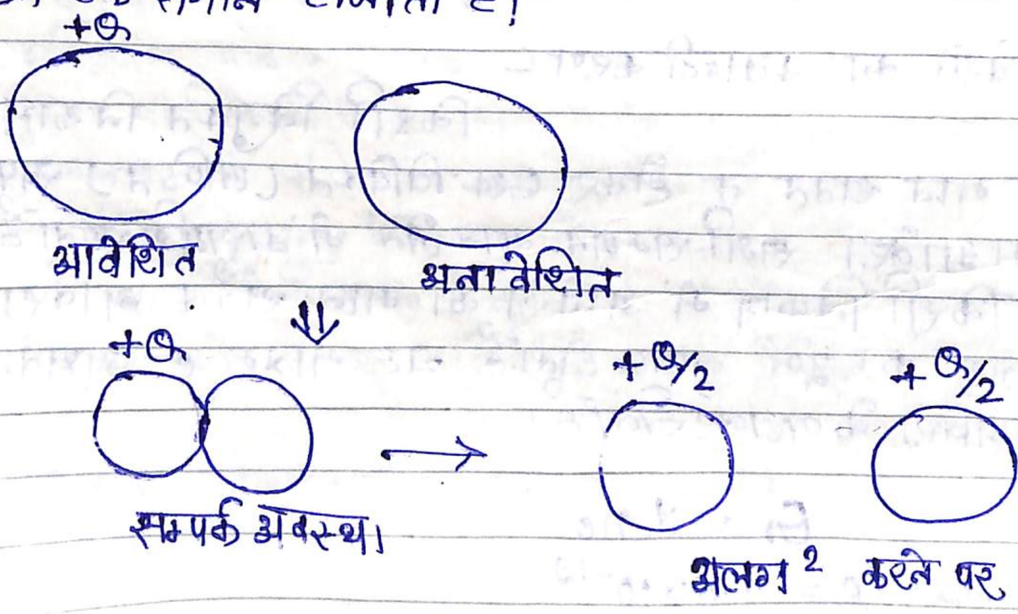
$\downarrow$

(α-कण) → He-परमाणु का नाभिक (P & n)

$Q = +92e$  $Q = +2e$  $Q = +90e$

(6) आवेशों की उपस्थिति तथा आवेश के मान का पता लगाने के लिए जिस उपकरण का प्रयोग किया जाता है उसे विद्युत दर्शी कहते हैं।

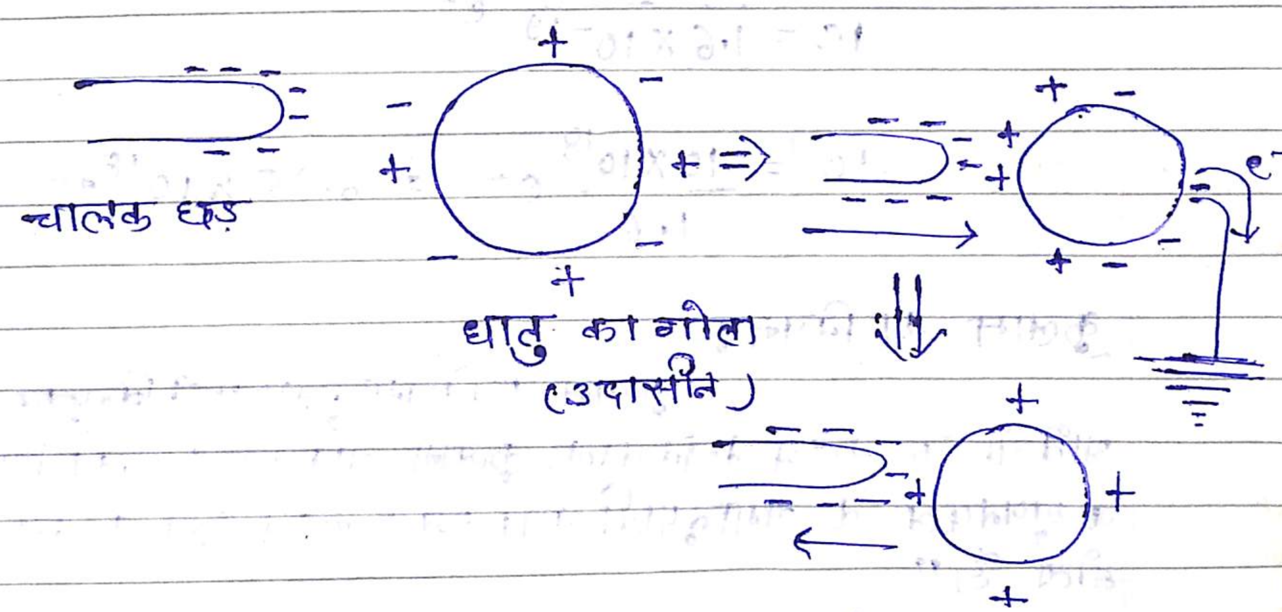
एक आवेशित वस्तु के सम्पर्क में अनावेशित वस्तु को लाकर उन दोनों वस्तुओं को अलग² कर देने पर उन पर आवेश की मात्रा एक समान हो जाती है।




## प्रेरण द्वारा आवेशन -

दो वस्तुओं के बिना सम्पर्क में आए एक

आवेशित वस्तु के कारण, दूसरी वस्तु पर विपरीत प्रकृति का आवेश उत्पन्न कर दे तो इसे प्रेरण द्वारा आवेशन कहते हैं।




आवेशों के मात्रक :-

(a) S.I पद्धति में → कुलॉम (C)

(b) C.G.S. पद्धति में :

→ e.s.u. [electrostatic unit] स्थिर वैद्युतिकी इकाई

→ e.m.u. (electromagnetic unit) विद्युत चुम्बकीय इकाई

$1C = 3 \times 10^9$ e.s.u

$1$ e.m.u $= 10C$

$1$ e.m.u $= 3 \times 10^{10}$ C

(c) आवेश का सबसे बड़ा मात्रक फैराडे होता है।

$$\boxed{1F = 96500\,C}$$

⇒ 1C आवेश में $6.25 \times 10^{18}$ $e^-$ (आयन) उपस्थित होते हैं।

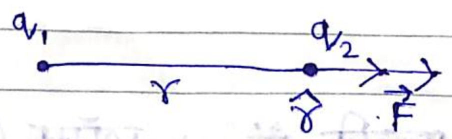
$$\boxed{1e^- \text{ या } 1P = 1.6 \times 10^{-19} C}$$

$$1C = \frac{1}{1.6 \times 10^{-19}} e^-$$

$$1C = \frac{10 \times 10^{18}}{1.6} e^- = 6.25 \times 10^{18} e^-$$

**कुलाम का नियम:-**

कुलाम के नियमानुसार "दो बिन्दुवत् व स्थिर आवेशो के मध्य लगने वाला कुलाम आकर्षण व प्रतिकर्षण दोनो आवेशो के गुणनफल के समानुपाती तथा उनके मध्य दुरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होता है।"




$$F \propto q_1 q_2$$

$$F \propto \frac{1}{r^2} \qquad \boxed{F = K \frac{q_1 q_2}{r^2}} \quad \text{—(1)}$$

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{r^2} \qquad \boxed{\vec{F} = \pm K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}} \quad \text{—(2)}$$

जहाँ $K$ = स्थिर वैद्युत नियंताक

$$K = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

$$K = \frac{[M^1 L^1 T^{-2}][L^2]}{[A^2 T^2]}$$

$$\boxed{K = [M^1 L^3 T^{-4} A^{-2}]}$$

$E_0$ = Epsilon
$E_0$ = निर्वात की विद्युतशीलता
(प्रदिशा)

$$E_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{36\pi \times 10^9}\left(\frac{C^2}{Nm^2}\right) \text{ या } \frac{\text{फैरड}}{m}$$

$$\boxed{E_0 = 8.55 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}}$$

$$E_0 = [M^{-1}L^{-3}T^4A^2]$$

k का CGS पद्धति में मान :-

$$K = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$

$1N = 10^5$ dyne
$1m = 10^2$ cm
$1C = 3 \times 10^9$ e.s.u

$$= \frac{9 \times 10^9 \times 10^5 \text{ dyne} \times 10^4 \text{ cm}^2}{(9 \times 10^{18} (e.s.u)^2}$$

$$= 1 \text{ dyne cm}^2/(e.s.u)^2$$

Imp. 1 कुलाम की परिभाषा:-

$$F = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

यदि $q_1 = q_2 = 1C$
$r = 1m$

$$* \boxed{F = K = 9 \times 10^9 N} *$$

" एक कुलाम वह आवेश है जो निर्वात में एक मीटर की दूरी पर रखे गये किसी परिमाण के सजातिय आवेश को $9 \times 10^9 N$ बल द्वारा प्रतिकर्षित करें।"

विद्युत शीलताओं (पैरा वैद्युतांको) में संबंध :-

$E_0$ , $E_m(E)$ , $E_r$

$E_r$ → relative (आपेक्षिक वि॰ शीलता)

↑ (पैरा वैद्युतांक)

$E_m$ ↓ medium (माध्यम) की विद्युतशीलता

निर्वात में कूलॉम बल $F_0 = \frac{1}{4\pi F_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ — ①

निर्वात में कूलॉम बल $F_m = \frac{1}{4\pi F_m} \frac{q_1 q_2}{r^2}$ — ②

$$\boxed{\frac{F_0}{F_m} = \frac{E_m}{E_0} = E_r} \quad — ③$$

$$\boxed{E_m = E_0 E_r} \quad — ④$$

परिभाषा -

माध्यम की विद्युत शीलता तथा निर्वात की विद्युत शीलता का अनुपात आपेक्षिक विद्युत शीलता अथवा पैरा वैद्युतांक कहलाता है।

अथवा

$$\boxed{F_0 = (E_r) F_m}$$

"निर्वात में ~~मैं~~ लगने वाला कुलाम बल माध्यम पर लगने वाले कुलाम बल की तुलना में जितना गुणा होता है उस पद को आपेक्षिक ~~कुलाम बल~~ विद्युतशीलता (पैरा वैद्युतांक) कहलाता है।

Date
Page

कुलाम के नियम से संबंधित महत्वपूर्ण तथ्य :-

(1) कुलाम बल आकर्षण व प्रतिकर्षण किसी भी प्रकार का हो सकता है।

Imp (2) कुलाम बल व्युत्क्रम वर्ग नियम का पालन करते है।
अर्थात् कुलाम बल केन्द्रीय बल होते है।

(3) कुलाम बल $10^{-15}m$ (एक फर्मी) से कुछ Km तक ही प्रभावी होता है।

(4) कुलाम बल क्रिया प्रतिक्रिया नियम अथवा गति का तृतीय नियम का अनुपालना करता है अर्थात् $\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}}$

(5) कुलाम बल माध्यम पर निर्भर करता है निर्वात अथवा वायु माध्यम के लिए कुलाम बल का मान सर्वाधिक होता है क्योंकि निर्वात अथवा वायु के लिए आपेक्षिक विद्युत शीलता (पैरा वैद्युतांक) का मान 1 होता है। इसके विपरित सुचालक अथवा धातु माध्यम के लिए कुलाम बल का मान शून्य होता है क्योंकि सुचालक अथवा ~~पैस~~ धातु माध्यम के लिए पैरा वैधुतांक का मान अनन्त होता है।

$$\frac{F_0}{F_m} = E_r$$

$$\boxed{F_m = \frac{F_0}{F_r}} \quad \text{—} (1)$$

निर्वात या वायु के लिए $E_r = 1$

$\boxed{F_m = F_0}$ Max

सुचालक या धातु के लिए $E_r = \infty$

$$F_m = \frac{F_0}{\infty}$$

$$\boxed{F_m = 0}$$

गुरुत्वीय नियंतांक G = $[M^{-1}L^{3}T^{-2}]$
की विमा

कुलाम बल का विद्युत क्षेत्र में वही महत्व होता है जो गुरुत्वाकर्षण का गुरुत्वीय क्षेत्र में होता है।

$$F_G = \frac{G m_1 m_2}{r^2} \qquad F_e = \frac{k q_1 q_2}{r^2}$$

G = सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \qquad k = 9 \times 10^{9} \frac{Nm^2}{C^2}$$

(1) ee- के लिए $\frac{F_G}{F_e} = \frac{G m_1 m_2}{k q_1 q_2} = \frac{G m_e^2}{k \cdot q_e^2} =$ $m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$, $q_e = 1.6 \times 10^{-19} C$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times (9.1 \times 10^{-31})^2}{9 \times 10^{9} \times (1.6 \times 10^{-19})^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 82.81 \times 10^{-62}}{9 \times 10^{9} \times 2.56 \times 10^{-38}}$$

$$= \frac{552.3427 \times 10^{-73}}{23.04 \times 10^{-29}} = 23.97 \times 10^{-43}$$

(2) pp के लिए $\frac{F_G}{F_e} = \frac{G m_p^2}{k q_p^2} =$ $m_p = 1.67 \times 10^{-27} kg$, $q_e = 1.6 \times 10^{-19} C$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times (1.67 \times 10^{-27})^2}{9 \times 10^{9} \times (1.6 \times 10^{-19})^2}$$

$$= \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 2.7889 \times 10^{-54}}{9 \times 10^{9} \times 2.56 \times 10^{-38}}$$

$$= \frac{18.601963 \times 10^{-65}}{23.04 \times 10^{-29}} = 0.807 \times 10^{-36}$$

(3) 1e- व 1p $\frac{F_G}{F_e} = \frac{G m_e m_p}{k q_e q_p} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.67 \times 10^{-27}}{9 \times 10^{9} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19}}$

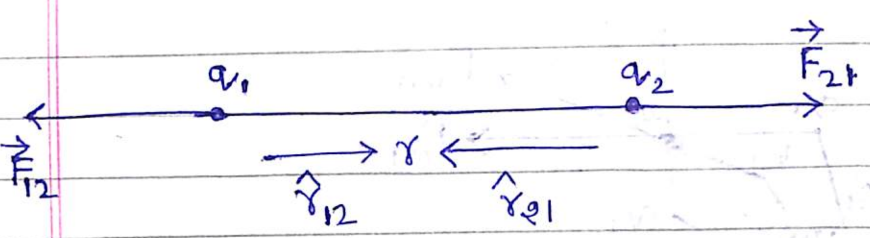
$$= \frac{101.36399 \times 10^{-69}}{23.04 \times 10^{-29}} = 4.399 \times 10^{-40}$$



कूलाम के नियम का सदिश निरूपण:-

$q_1 q_2 > 0$ → प्रतिकर्षण

$q_1 q_2 < 0$ → आकर्षण




$\vec{F}_{12}$ = आवेश $q_2$ के द्वारा आवेश $q_1$ पर लगाया गया बल

$\vec{F}_{21}$ = आवेश $q_1$ के द्वारा आवेश $q_2$ पर लगाया गया बल

$\hat{r}_{12}$ = आवेश $q_1$ से आवेश $q_2$ की ओर एकांक सदिश

$\hat{r}_{21}$ = आवेश $q_2$ से आवेश $q_1$ की ओर एकांक सदिश

कूलॉम के नियमानुसार

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{21} \quad —(1)$$

$$\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad —(2)$$

$$\because \hat{r}_{12} = -\hat{r}_{21} \quad —(3)$$

(2) व (3) से

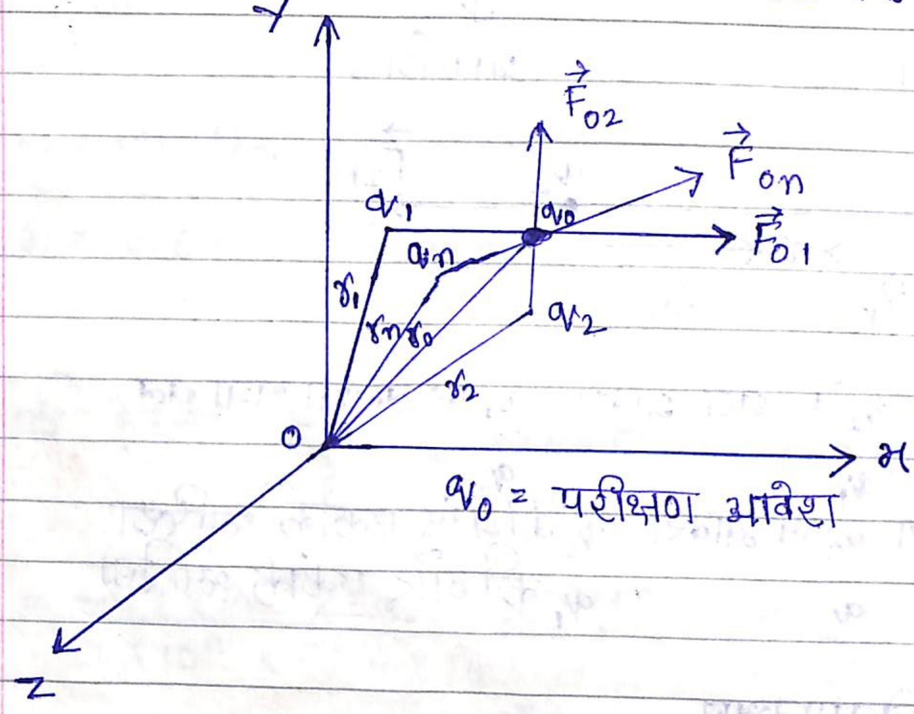
$$-\vec{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} (\hat{r}_{21}) \quad —(4)$$

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \quad —(5)$$

समी (5) से स्पष्ट है कि आवेश $q_2$ से $q_1$ पर लगाया गया बल, तथा आवेश $q_1$ के द्वारा आवेश $q_2$ पर लगाया गया बल

परिमाण में समान लेकिन दिशा में विपरित होते है।

बहुआवेशो के मध्य अध्यारोपण का सिद्धान्त :-




$q_0$ = परीक्षण आवेश

किसी निकाय में परीक्षण आवेश बल पर लगने वाला कुल परिणामी बल, निकाय में उप. प्रत्येक आवेश के कारण परीक्षण आवेश पर लगनेवाले अलग² बलों के सदिश योगफल के बराबर होता है

$$\vec{F} = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \text{-------} + \vec{F}_{0n} \quad \text{— (1)}$$

$$\vec{F}_{01} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_1}{r_{10}^2} \hat{r}_{10}$$

$$\vec{F}_{02} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q_2}{r_{20}^2} \hat{r}_{20}$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_0 q_n}{r_{n0}^2} \hat{r}_{n0}$$

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{q_1}{r_{10}^2} \hat{r}_{10} + \frac{q_2}{r_{20}^2} \hat{r}_{20} + \text{------} \frac{q_n}{r_{n0}^2} \hat{r}_{n0} \right]$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum^{n} \frac{q_i}{r_{i0}^2} \hat{r}_{i0}}$$

$$\hat{r}_{i0} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}_{i0}}{r_{i0}}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_{i0}^3} \vec{r}_{i0}}$$

सतत् आवेश वितरण:-

ऐसा वितरण जिसमें आवेश पास-पास हो या नजदीक वितरित हो, सतत् आवेश वितरण कहलाता है। यह तीन प्रकार का होता है-

(I) रेखीय आवेश वितरण

(II) पृष्ठ आवेश वितरण

(III) आयतन आवेश वितरण

(I) रेखीय आवेश वितरण:-

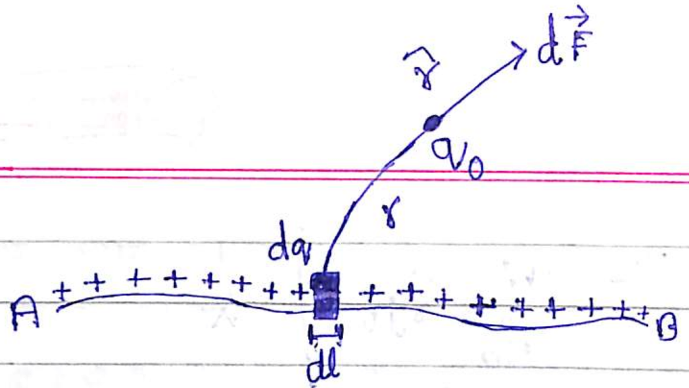
– यदि आवेश का वितरण एक रेखा पर हो तो इसे रेखीय आवेश वितरण कहते हैं।

- इस वितरण में उपयोग में आने वाला पद रेखीय आवेश घनत्व कहलाता है।

"आवेश प्रति एकांक लम्बाई रेखीय आवेश घनत्व कहलाता है।"

$(\lambda)$ रेखीय आवेश घनत्व = $\frac{\text{आवेश}}{\text{लम्बाई}} = \frac{C}{m}$

- कुलाम बल का मान रेखीय आवेश घनत्व के पदों में निम्न प्रकार से दिया जाता है-




$$d\vec{F} = \frac{1}{4\pi E_0} \frac{q_0 dq}{r^2} \hat{r} \quad \text{—} ①$$

अल्पांश के लिए $\lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \lambda dl$ — ②

$$d\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi E_0} \frac{(\lambda dl)}{r^2} \hat{r} \quad \text{—} ③$$

सम्पूर्ण रेखा AB के लिए

$$\int d\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi E_0 r^2} \int (\lambda dl) \hat{r}$$

$$* \boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi E_0 r^2} \int (\lambda dl) \hat{r}} *$$

(2) पृष्ठ आवेश वितरण:-

- यदि आवेश का वितरण एक समान क्षेत्रफल में हो तो इसे पृष्ठ आवेश वितरण कहते हैं।

- इस वितरण मे उपयोग में आने वाला पद पृष्ठ आवेश घनत्व कहते है।

"आवेश प्रतिएकांक क्षेत्रफल पृष्ठ आवेश घनत्व कहलाता है।"

$(\sigma)$ पृष्ठ आवेश घनत्व = $\frac{\text{आवेश}}{\text{क्षेत्र.}} = \frac{C}{m^2}$

- $\sigma$ के पदों में C बल का मान -

$$\boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi E_0 r^2} \int (\sigma ds) \hat{r}}$$

Date
Page

(3) आयतन आवेश घनत्व -

यदि आवेश का वितरण एक समान आयतन में हो तो इसे आयतन आवेश वितरण कहते है। इस वितरण में उपयोग में आने वाला पद आयतन आवेश घनत्व कहलाता है।

आवेश प्रति एकांक आयतन आयतन आवेश घनत्व कहलाता है।

$$(\rho)\ \text{आयतन आवेश घनत्व} = \frac{\text{आवेश}}{\text{आयतन}}$$

$$= \frac{C}{m^3}$$

आयतन आवेश घनत्व के पदों में कुलाम बल का मान -

$$* \boxed{\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}\left(\int \rho\, ds\right)\hat{r}} *$$

| | 0 | 30 | 45 | 60 | 90 | 180 | 270 | 360 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| sin | 0 | 1/2 | $1/\sqrt{2}$ | $\sqrt{3}/2$ | 1 | 0 | -1 | 0 | $\rightarrow$ -1 से +1 |
| cos | 1 | $\sqrt{3}/2$ | $1/\sqrt{2}$ | 1/2 | 0 | -1 | 0 | 1 | $\rightarrow$ -1 से +1 |
| tan | 0 | $1/\sqrt{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $\infty$ | 0 | $-\infty$ | 0 | $\rightarrow -\infty$ से $+\infty$ |

| sin, cosec = (+ve)<br>बाकी = (-ve) | $I^{st}$<br>सभी त्रिकोणमिति फलन<br>All (+ve) |
|---|---|
| tan cot = +ve | cos, sec = +ve |

90, 270

⇓

sin ⇌ cos

tan ⇌ cot

sec ⇌ cosec

sin (120)

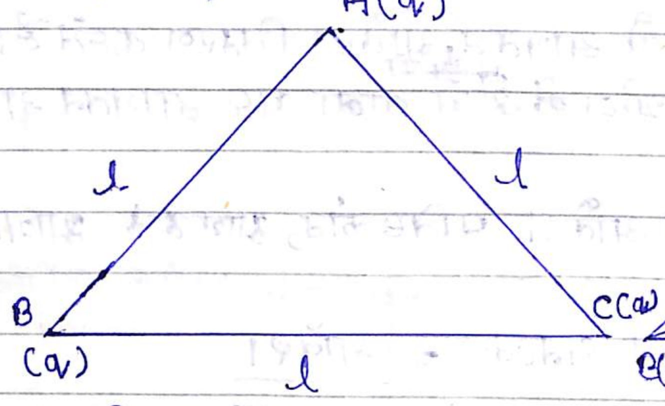
sin (90+30)

$+\cos 30 = +\frac{\sqrt{3}}{2}$

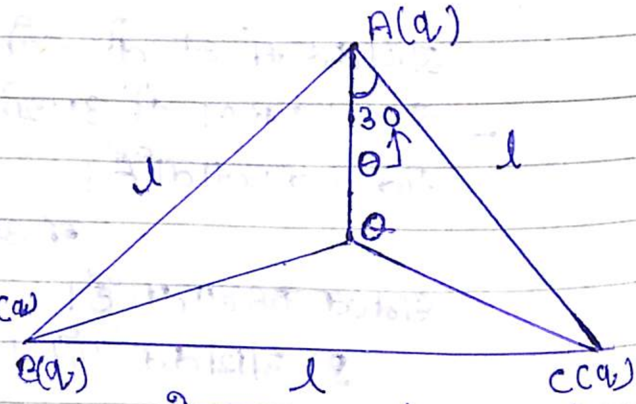
cos (120)

sec (90+30)

Q.1. दिए गए समबाहु त्रिभुज के लिए निम्नस्थितियों पर परिणामी बल की गणना किजिए ?

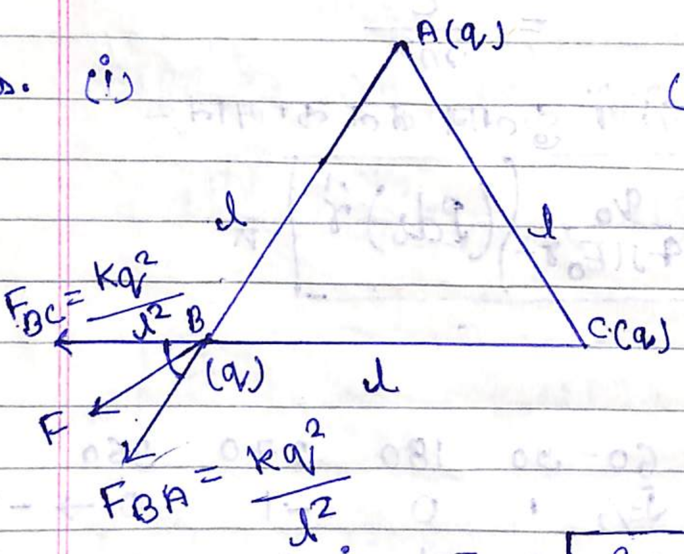



किसी एक आवेश पर

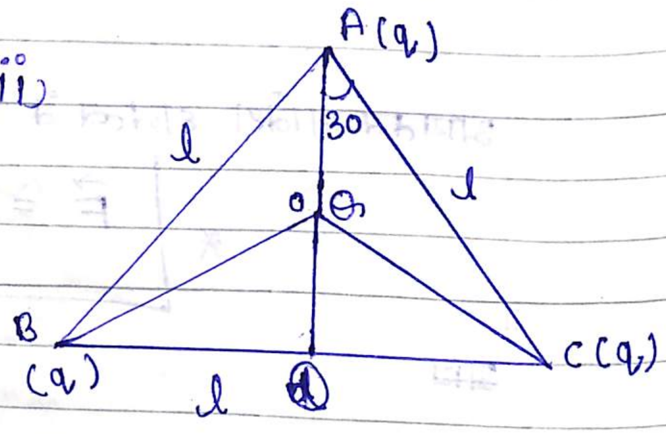



केन्द्रक पर = (E.M = 1.6)

Ans. (i)




(ii)




(i) $F = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

$F = \sqrt{F_{BC}^2 + F_{BA}^2 + 2F_{BC}F_{BA}\cos\theta}$

$= \theta = 60°$

$F = \sqrt{F_{BC}^2 + F_{BA}^2 + 2F_{BC}F_{BA}\cos 60°}$

$F = \sqrt{F_{BC}^2 + F_{BA}^2 + 2F_{BC}F_{BA}\cos\frac{1}{2}}$

$F = \sqrt{2F_{BC}^2 + F_{BC}^2}$

$F = \sqrt{3F_{BC}^2} = \sqrt{3}F_{BC} = \sqrt{3}\frac{Kq^2}{l^2}$

अतः एक आवेश पर कुल परिणामी बल का मान $\sqrt{3}\frac{Kq^2}{l^2}$ है।

(ii) $\triangle ADC$ में

$$\cos\theta = \frac{A}{K} = \frac{AD}{AC} \qquad \theta = 30^\circ$$

$$AD = AC\cos\theta$$
$$= l\cos 30$$

$$\boxed{AD = \frac{\sqrt{3}\,l}{2}} \quad \text{— (1)}$$

$$\because AO = \frac{2}{3}(AD)$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \times \left(\frac{\cancel{\sqrt{3}}\,l}{\cancel{2}}\right) \times \frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{AO = \frac{l}{\sqrt{3}} = BO = CO}$$ (सममिति से) — (2)

$$\longrightarrow F_{OA} = \frac{Kq_0 q}{(l/\sqrt{3})^2} = F_{OB} = F_{OC} \text{ --- (3)}$$

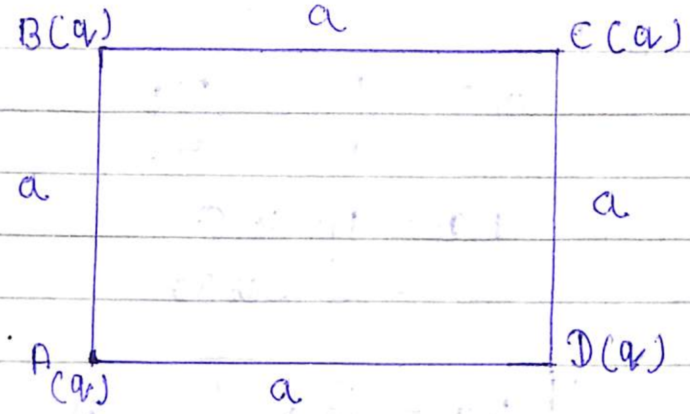
$$F_{OA} = \sqrt{F_{OB}^2 + F_{OC}^2 + 2F_{OB}F_{OC}\cos\theta}$$
$$\theta = 120^\circ$$

$$F_1 = \sqrt{2F_{OB}^2 - \cancel{2}F_{OB}^2\frac{1}{\cancel{2}}}$$

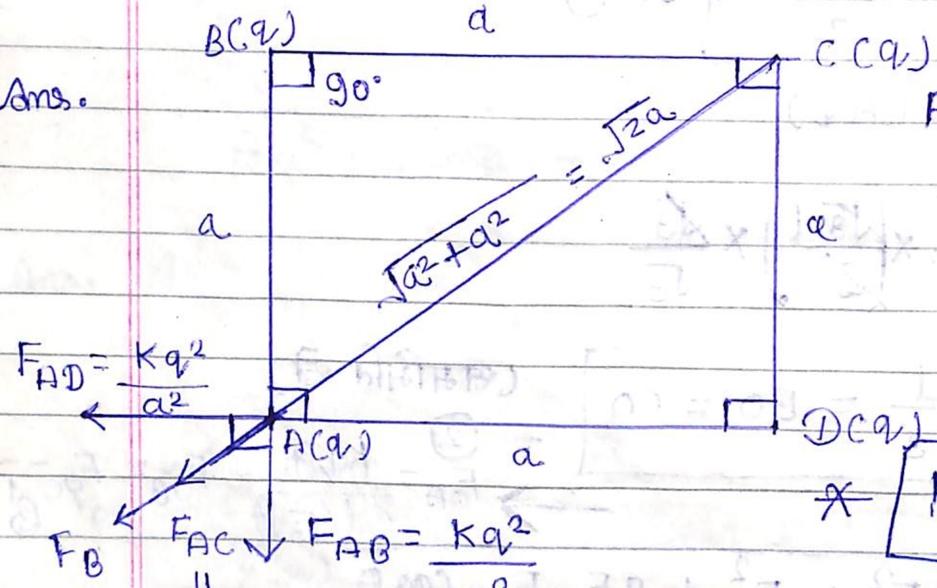
$$F_1 = \sqrt{F_{OB}^2}$$

$$F_1 = F_{OB} = F_{OA} = F_{OC} \Rightarrow \frac{Kq_0 q}{(l/\sqrt{3})^2}$$

प्र२. दिए गए ~~परिणामी~~ वर्ग कि किसी एक आवेश पर परिणामी बल की गणना कीजिए?




Ans.




बाद में यह है

$$F_1 = F_{AC} + F_B$$

$$= \frac{kq^2}{2a^2} + \sqrt{2}\frac{kq^2}{a^2}$$

$$= \frac{kq^2}{a^2}\left[\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{1}\right]$$

$$\boxed{F = \frac{1+\sqrt{2}}{2}\frac{kq^2}{a^2}}$$

पहले यह है

$$F_{AD} = \frac{kq^2}{a^2} = F_{AB} = F_{CD} = F_{DA} = F_{BC}$$

$$F_B = \sqrt{F_{AD}^2 + F_{AB}^2 + 2F_{AB}F_{AD}\cos\theta}$$

$$\theta = 90°$$

$$F_B = \sqrt{\frac{k^2q^4}{a^4} + \frac{k^2q^4}{a^4} + 2\times\frac{kq^2}{a^2}\times\frac{kq^2}{a^2}\cos 90°}$$

$$F_B = \sqrt{\frac{k^2q^4}{a^4} + \frac{k^2q^4}{a^4} + 2\times\frac{kq^2}{a^2}\times\frac{kq^2}{a^2}\times 0}$$

$$\boxed{F_B = \sqrt{\frac{2k^2q^4}{a^4}} = \sqrt{2}\frac{kq^2}{a^2}}$$

$$F_{AC} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

विद्युत क्षेत्र तथा विद्युत क्षेत्र की तीव्रता :-

विद्युत क्षेत्र -

"बिन्दु आवेश अथवा आवेश समुदाय के चारों ओर का वह क्षेत्र जिसमें किसी अन्य आवेश को रखने पर वह आकर्षण अथवा प्रतिकर्षण बल का अनुभव करता है विद्युत क्षेत्र कहलाता है।"

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता -

"विद्युत क्षेत्र में रखे गए परीक्षण आवेश ($q_0$) पर लगने वाले विद्युत बल ($F_e$) तथा परीक्षण आवेश के अनुपात को विद्युत क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं।"

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}} \quad — (1)$$

विद्युत क्षेत्र की तीव्रता एक सदिश राशि है जिसकी दिशा दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश बल की दिशा में होती है।

मात्रक $\Rightarrow$ $\frac{N}{C}$ या $\frac{\text{वोल्ट}}{m}$

$$\frac{N}{C} \times \frac{m}{m} = \left(\frac{J}{C}\right) \times \frac{1}{m} = \frac{\text{विभव}}{\text{दूरी}} = \frac{Volt}{m}$$

Note - (i) वह आवेश जो विद्युत क्षेत्र उत्पन्न करता है स्त्रोत आवेश कहलाता है।

(ii) वह आवेश जो स्त्रोत आवेश के प्रभाव का परीक्षण करता है परीक्षण आवेश कहलाता है।

(iii) समी० (1) में राशि $\frac{\vec{F}}{q_0}$ एक परिमित राशि है इसलिए सूत्र को

$$\boxed{\therefore \vec{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\vec{F}}{q_0}}$$

→ उपेक्षणीय

(4) समी. 1 से यदि $q_0 = 1C$

$$* \boxed{\vec{E} = \vec{F}} *$$

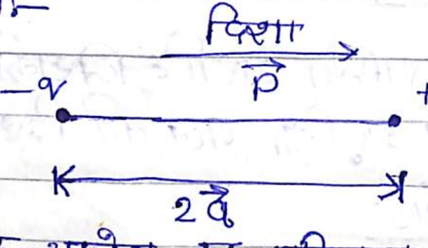
"दिक् स्थान में किसी बिन्दु पर आवेश (Q) के कारण विद्युत क्षेत्र को उस बल के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसे कोई एकांक धनावेश उस बिन्दु पर रखे जाने पर अनुभव करता है।"

विद्युत द्विध्रुव तथा द्विध्रुव आघूर्ण :- (Electric Dipole & Dipole moment)

विद्युत द्विध्रुव :-

"दो आवेश परिमाण में समान लेकिन प्रकृति में विपरीत एक दूसरे से अल्प दूरी पर स्थित हो तो आवेशों के इस युग्म को विद्युत द्विध्रुव कहते हैं।"

द्विध्रुव आघूर्ण :-



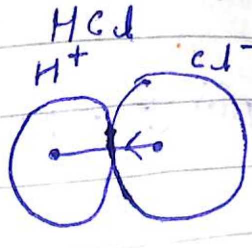

"किसी एक आवेश का परिमाण तथा दोनों आवेशों के मध्य अल्प दूरी के गुणनफल को द्विध्रुव आघूर्ण कहते हैं।"

यह सदिश राशि होती है।

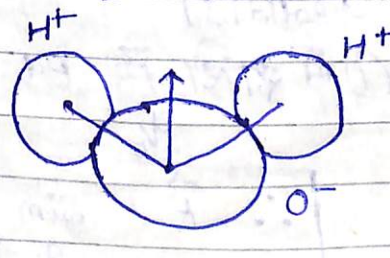
जिसकी दिशा ऋणावेश से धनावेश की ओर होती है।

$$\boxed{\vec{p} = q(2\vec{l})} = C \times m$$

Ex :- HCl

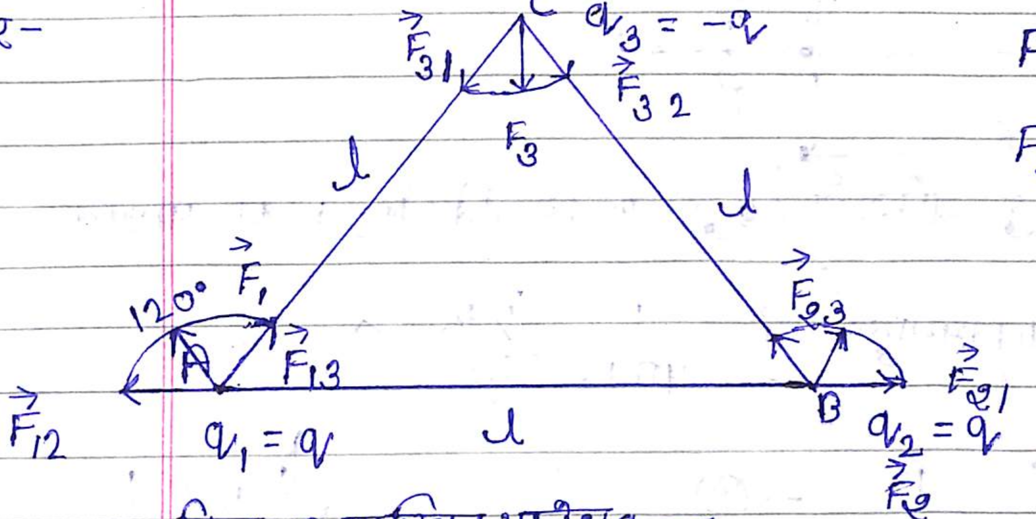



$H_2O$



प्रश्न - चित्र में दर्शाए अनुसार किसी समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित आवेशों q, q, तथा -q पर विचार कीजिए। प्रत्येक आवेश पर कितना बल लग रहा है?

उत्तर -




$F_1 = F_2 = F$

$F_3 = \sqrt{3}F$

बिन्दु A पर स्थित आवेश $q_1 = q$

बिन्दु A पर स्थित आवेश का कुल परिणामी बल

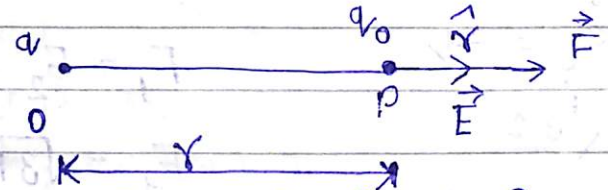
$$F_1 = F_{12} + F_{13}$$

$$F_1 = \sqrt{(F_{12})^2 + (F_{13})^2 + 2F_{12}F_{13}\cos\theta}$$

$$F_1 = \sqrt{2(F_{12})^2 + 2F_{12}^2 \times \cos 120}$$

## विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिकलन -

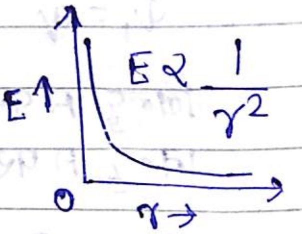
### (1) बिन्दु आवेश के कारण तीव्रता :-




चित्रानुसार बिन्दु आवेश से r दूरी पर स्थिति बिन्दु P का परिकलन करना है।

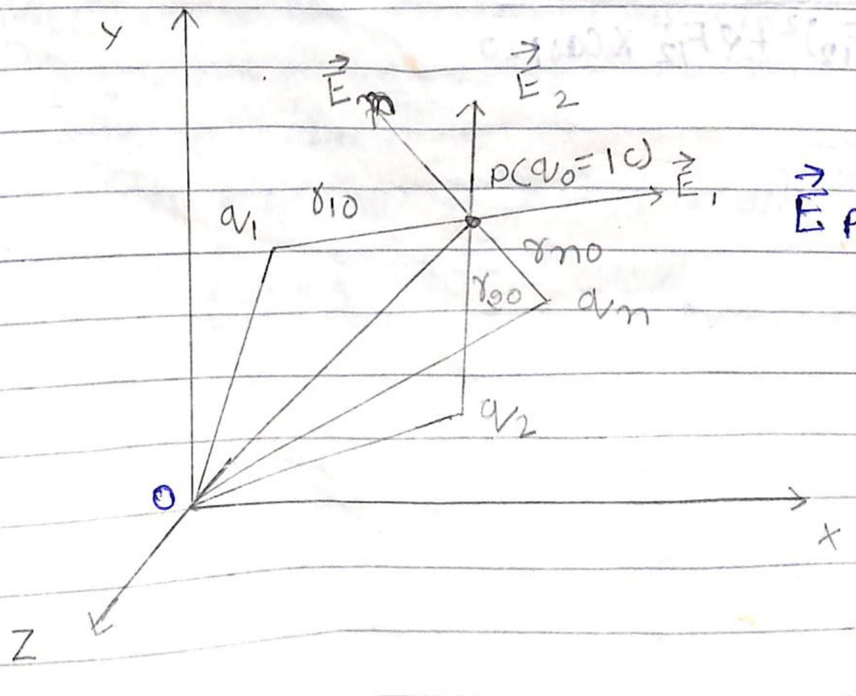
कूलाम के नियमानुसार $\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{r}$ —(1)

$\because \vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ —(2)




$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^2} \hat{r}}$$ —(3)

### (2) आवेशों के निकाय के कारण तीव्रता :-




$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n$

माना एक निकाय जिसमें $n$ आवेश उप. है इस निकाय के बिन्दु P की विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।
जिसे ज्ञात करने के लिए अध्यारोपण का सिद्धान्त उपयोग में लिया जाता है।
अध्यारोपण के सिद्धान्त अनुसार

$$\vec{E}_p = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \text{-----} \vec{E}_n \quad \text{--- (1)}$$

जहाँ $$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r_{10}^2}\hat{r}_{10}$$

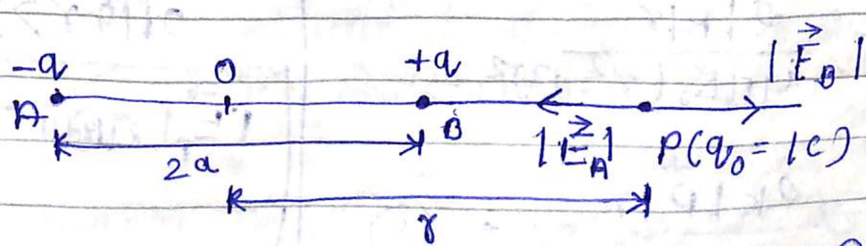
$$\vec{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{r_{20}^2}\hat{r}_{20}$$

$$\vec{E}_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_n}{r_{n0}^2}\hat{r}_{n0}$$

$$\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1}{r_{10}^2}\hat{r}_{10} + \frac{q_2}{r_{20}^2}\hat{r}_{20} + \text{------} \frac{q_n}{r_{n0}^2}\hat{r}_{n0}\right]$$

$$\boxed{\vec{E}_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{n}\frac{q_i}{r_{i0}^2}\hat{r}_{i0}}$$

(3) विद्युत द्विध्रुव के कारण तीव्रता:-
(A) द्विध्रुव की अक्षीय रेखा (Axial) पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता:-
विद्युत द्विध्रुव को मिलाने वाली रेखा के अनुदिश रेखा द्विध्रुव की अक्षीय रेखा कहलाती है।




चित्रानुसार विद्युत द्विध्रुव के मध्य बिन्दु O से बिन्दु P पर तीव्रता ज्ञात करनी है।

द्विध्रुव आघुर्ण $|\vec{P}| = q(2a)$ —— ①

$-q$ आवेश के कारण P पर तीव्रता $|\vec{E}_A| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r+a)^2}$ ② (P से अन्दर की ओर)

$+q$ आवेश के कारण P पर तीव्रता $|\vec{E}_B| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(r-a)^2}$ ③ (P से बाहर की ओर)

$\because |\vec{E}_A|$ व $|\vec{E}_B|$ सहरेखीय सदिश है लेकिन $|\vec{E}_B| > |\vec{E}_A|$

इसलिए बिन्दु ~~$|\vec{E}_p|$~~ P पर परिणामी तीव्रता :-

$$|\vec{E}_p|_{\text{अक्षीय}} = |\vec{E}_B| - |\vec{E}_A|$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{(r+a)^2 - (r-a)^2}{(r^2-a^2)^2}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{r^2+a^2+2ar-r^2-a^2+2ar}{(r^2-a^2)^2}\right]$$

$$= \frac{q(4ar)}{4\pi\epsilon_0(r^2-a^2)^2}$$

$$= \frac{2q(2a)r}{4\pi\epsilon_0(r^2-a^2)^2} \quad —— ④$$

$$= \frac{2|\vec{P}|r}{4\pi\epsilon_0(r^2-a^2)^2}$$

$$= \frac{2k|\vec{P}|r}{r^4\left[1-\frac{a^2}{r^2}\right]^2} \quad —— ⑤$$

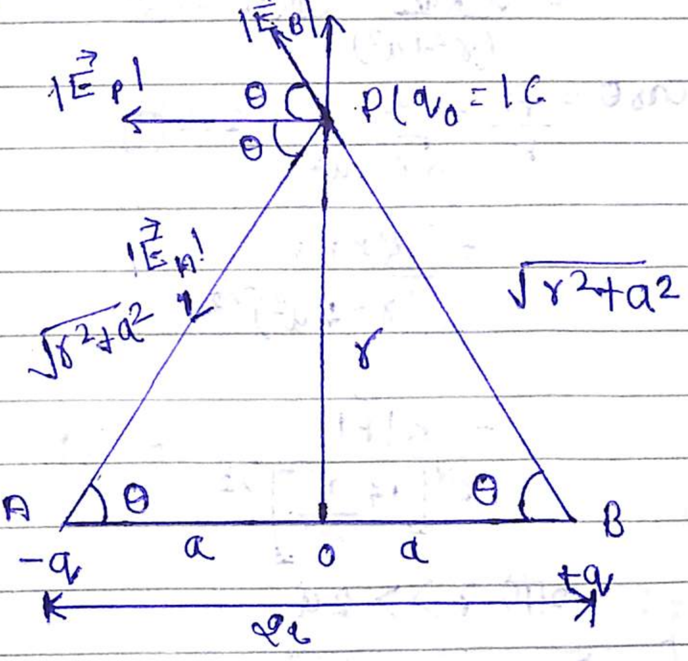
यदि $r >> 2a$

$$\boxed{|\vec{E}_p|_{\text{अक्षीय}} = \frac{2k|\vec{P}|}{r^3}} \quad —— ⑥$$

P से बाहर की ओर)

(2) निरक्षीय रेखा या विषुवतीय तल (Equitorial) विधुत क्षेत्र की तीव्रता :-

"द्विध्रुव के लम्बवत् तथा उसके मध्य बिन्दु से जाने वाली रेखा द्विध्रुव की निरक्षीय रेखा कहलाती है।"




विधुत द्विध्रुव का आघूर्ण $|\vec{P}| = q(2a)$ — (1)

$-q$ आवेश के कारण P पर तीव्रता $|\vec{E}_A| = \frac{kq}{(AP)^2} = \frac{kq}{r^2+a^2}$ — (2)

$+q$ आवेश के कारण P पर तीव्रता $|\vec{E}_B| = \frac{kq}{(BP)^2} = \frac{kq}{r^2+a^2}$ — (3)

(2) व (3) से

$$\boxed{|\vec{E}_A| = |\vec{E}_B| = \frac{kq}{r^2+a^2}} \quad — (4)$$

बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता ज्ञात करने के लिए तीव्रताओं $|\vec{E}_A|$ व $|\vec{E}_B|$ को घटकों में वियोजित किया जाता है।

उर्ध्वाधर घटक $|\vec{E}_A| \sin\theta$ व $|\vec{E}_B| \sin\theta$ बराबर व विपरीत होने के कारण एक दुसरे को निरस्त कर देते है इस प्रकार बिन्दु P पर तीव्रता क्षैतिज घटकों के योग के कारण प्राप्त होती है।

$$|\vec{E}_P|_{\text{निरक्षीय}} = |\vec{E}_A|\cos\theta + |\vec{E}_B|\cos\theta$$

$$= 2|\vec{E}_A|\cos\theta \quad -(5)$$

$$= \frac{2kq}{(r^2+a^2)}\cos\theta \quad -(6)$$

चित्रसे $\cos\theta = \frac{A}{K} = \frac{a}{\sqrt{r^2+a^2}} \quad -(7)$

$$= \frac{2kqa}{(r^2+a^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{k|\vec{P}|}{r^3\left[1+\frac{a^2}{r^2}\right]^{3/2}} \quad -(8)$$

यदि $r >> 2a$

$$\boxed{|\vec{E}|_{नि.} = \frac{k|\vec{P}|}{r^3}}$$

+ve आवेश से −ve आवेश की ओर

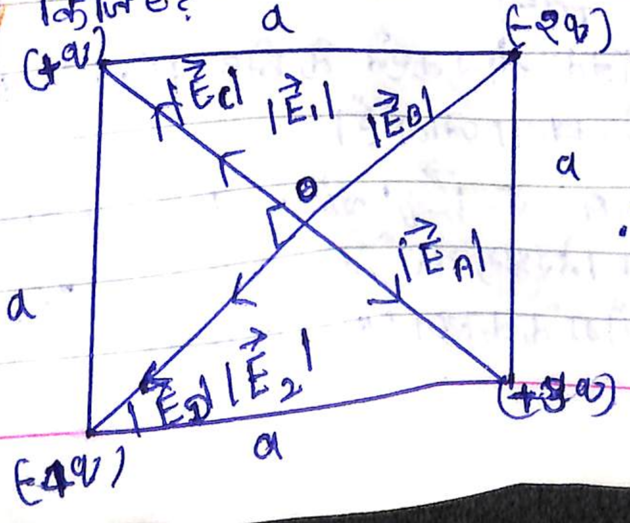
Not :- (i) $|\vec{E}|_{\text{अक्षीय}} = 2|\vec{E}|_{\text{निरक्षीय}}$

(ii) बिन्दु आवेश तथा 3 विमा के निकाय के कारण $E \propto \frac{1}{r^2}$

(iii) द्विध्रुव के कारण $E \propto \frac{1}{r^3}$

(iv) चतुर्ध्रुव के कारण $E \propto \frac{1}{r^4}$

Q. दिए गए वर्ग के केन्द्र पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिकलन किजिए?




$AC = BD = \sqrt{a^2+a^2}$

$= \sqrt{2a^2}$

$= \sqrt{2}a$

$\therefore OA = OB = OC = OD = \frac{\sqrt{2}a}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$|\vec{E}_A| = \frac{kq}{(a/\sqrt{2})^2} \quad , |\vec{E}_C| = \frac{3kq}{(a/\sqrt{2})^2}$$

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_C| - |\vec{E}_A|$$

$$= \frac{3kq}{(a/\sqrt{2})^2} - \frac{kq}{(a/\sqrt{2})^2} = \frac{2kq}{(a/\sqrt{2})^2}$$

अतः $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = |\vec{E}_0|$

$$\therefore |\vec{E}_0| = \frac{4kq}{(a/\sqrt{2})^2}$$

$$|\vec{E}_0| = \sqrt{\vec{E}_1^2 + \vec{E}_2^2 + 2|\vec{E}_1||\vec{E}_2|\cos\theta} \quad \theta = 90^\circ$$

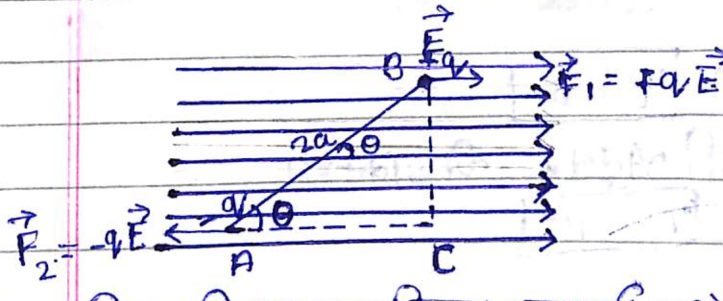
$$= \sqrt{\left(\frac{2kq}{(a/\sqrt{2})^2}\right)^2 + \left(\frac{-2kq}{(a/\sqrt{2})^2}\right)^2 + 2\frac{2kq}{(a/\sqrt{2})^2} \times \frac{-2kq}{(a/\sqrt{2})^2}\cos 90^\circ}$$

$$= \sqrt{\frac{4k^2q^2}{(a/\sqrt{2})^2} + \frac{4k^2q^2}{(a/\sqrt{2})^2} + 2 \times \frac{-4kq}{(a/\sqrt{2})^2} \times 0}$$

$$= \sqrt{\frac{4k^2q^2}{(a^2/\cancel{2})^2} + \frac{4k^2q^2}{(a^2/\cancel{2})^2}} = \sqrt{\frac{8k^2q^2}{(a^2/2)^2}} \quad \therefore \sqrt{a+a} = \sqrt{2a}$$

$$\times \boxed{\frac{4kq}{a^2}\sqrt{2}} \times$$

Imp. सम विद्युत क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण :-




विद्युत द्विध्रुव का द्विध्रुव आघुर्ण $|\vec{P}| = q(2a)$ — (1)

$+q$ आवेश पर बल $\vec{F}_1 = +q\vec{E}$ ($\vec{E}$ की दिशा में)

$-q$ आवेश पर बल $\vec{F}_2 = -q\vec{E}$ ($\vec{E}$ के विपरीत दिशा में)

$\therefore$ कुल बल $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = +q\vec{E} - q\vec{E}$

$$\boxed{\vec{F} = 0}$$

$\tau$ = टॉर्क (Torque)

इस प्रकार सम विद्युत क्षेत्र में कुल बल का मान शून्य प्राप्त होता है तथा द्विध्रुव की घूर्णन की गति बल आघूर्ण के कारण होती है।
द्विध्रुव को समविद्युत क्षेत्र में दोनों आवेशों पर लगने वाले बलों (बलयुग्म) के कारण दक्षिणावृत्त दिशा में घुमाकर विद्युत क्षेत्र के समानान्तर लाने का प्रयत्न किया जाता है जिसके फलस्वरूप बल आघूर्ण उत्पन्न हो जाता है।

बल आघूर्ण = बल का परिमाण × बलों से लम्बवत् दूरी

$\tau = qE\,(BC)$ — (2)

चित्र से $\sin\theta = \frac{L}{K} = \frac{BC}{2a}$

$BC = 2a\sin\theta$ — (3)

$\tau = qE(2a)\sin\theta$

* $\boxed{\tau = PE\sin\theta}$ * — (4) → $\boxed{N\text{-}m}$

सदिश रूप $\tau = \vec{P} \times \vec{E}$

बल आघूर्ण की दिशा मैक्सवेल के दक्षिणावृत्त पेंच नियम से ज्ञात की जाती है।

स्थिति I → जब $\theta = 0°$ ⇒ $\boxed{\tau = 0}$

स्थायी संतुलन की अवस्था

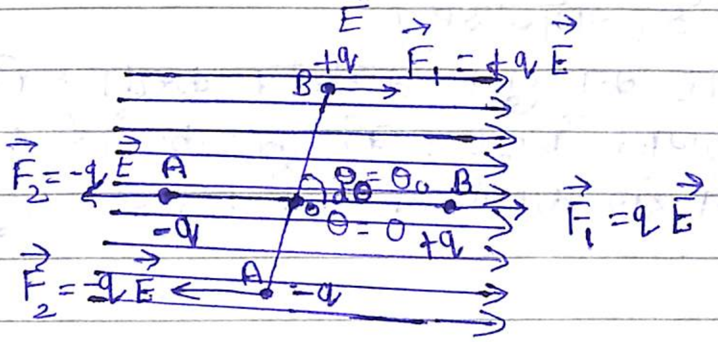
स्थिति II → जब $\theta = 90°$ ⇒ $\boxed{\tau = PE}$

स्थिति III → जब $\theta = 180°$ ⇒ $\boxed{\tau = 0}$

(अस्थायी संतुलन की अवस्था)

Note: यदि विद्युत क्षेत्र असमान हो तो द्विध्रुव पर बल तथा बल आघूर्ण दोनों विद्यमान होते हैं।

समविद्युत क्षेत्र में द्विध्रुव को घुमाने में किया गया कार्य :-




$d\theta = (\theta_0 - 0) = \theta_0$

चित्रानुसार द्विध्रुव को स्थाई संतुलन की अवस्था से $\theta = \theta_0$ तक घुमाने में किया गया कार्य

$$dw = \tau d\theta \quad -(1)$$

$$\because \tau = PE \sin\theta \quad -(2)$$

$$dw = PE \sin\theta \, d\theta \quad -(3)$$

$$\int dw = \int_0^{\theta_0} PE \sin\theta \, d\theta$$

$$w = PE \int_0^{\theta_0} \sin\theta \, d\theta$$

$$= PE(-\cos\theta)_0^{\theta_0}$$

$$= -PE[\cos\theta_0 - \cos 0]$$

$$= -PE[\cos\theta_0 - 1]$$

$$\boxed{w = PE[1 - \cos\theta_0]} \quad -(4)$$

स्थिति I → जब $\theta_0 = 0$

$\boxed{w = 0}$ min

II → जब $\theta_0 = 90°$

$\boxed{w = PE}$

III जब $\theta_0 = 180°$

$\boxed{w = 2PE}$ max

Q: शुष्क बालों में फेरी गई कंघी (आवेशित कंघी) कागज के छोटे टुकडो को आकर्षित करती है? समझाइए।

कागज पैरावैद्युतांक का गुण प्रदर्शित करता है जिसके फलस्वरूप आवेशित कंघी कागज के टुकड़ो को ध्रुवित कर देती है जिसके कारण कागज के टुकड़ी में क्षेत्र की दिशा में नेट विद्युत आघूर्ण प्रेरित होजाता है।

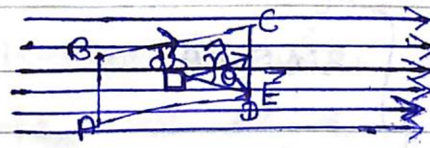
विद्युत फ्लक्स तथा गाउस का नियम -

→ फ्लक्स को ऐसे क्षेत्रो के लिए प्रयुक्त किया जाता है जिन्हे बल रेखाओं द्वारा निरूपित किया जा सके।

"विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी क्षेत्रफल अल्पांश के अभिलंबवत गुजरने वाली बल रेखाओ की संख्या विद्युत फ्लक्स कहलाती है।"

गणितीय परिभाषा:-

"



"विद्युत क्षेत्र में स्थित किसी क्षेत्रफल अल्पांश से निर्गत विद्युत फ्लक्स विद्युत क्षेत्र की तीव्रता तथा क्षेत्रफल अल्पांश के अदिश गुणनफल के बराबर होती है।"

अदिश राशि है। $\boxed{d\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{ds}}$ — ①

$\boxed{d\phi_E = E\,ds\cos\theta}$ — ②

स्थिति I → $\theta = 0 \Rightarrow \vec{E} \parallel \vec{ds}$

$\boxed{d\phi_E = E\,ds}$ max निर्गत फ्लक्स

II ⟹ $\theta = 90° \Rightarrow$ ~~E~~ $\vec{E} \perp \vec{ds}$

$$\boxed{d\phi_E = 0}$$

मात्रक $\Rightarrow \frac{N}{C} \times m^2 = \frac{[M^1L^1T^{-2}][L^2]}{[A^1T^1]}$

$= [M^1L^3T^{-3}A^{-1}]$

या

$\frac{V}{m} \times m^2 = V \times m$

III $\Rightarrow \theta = 180°$

$$\boxed{d\phi_E = -E\,ds}$$ $\Rightarrow$ प्रवेशित फ्लक्स

सम्पूर्ण पृष्ठ से निर्गत फ्लक्स –

$$\boxed{\phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s}}$$

2016

V. Imp.

गाउस का नियम –

गाउस के नियमानुसार "निर्वात अथवा वायु में स्थित विद्युत क्षेत्र में बन्द पृष्ठ से निर्गत विद्युत फ्लक्स का मान उस पृष्ठ से परिबद्ध आवेश ($\Sigma q$) अथवा धनात्मक या $\frac{1}{\varepsilon_0}$ के गुणाफल के बराबर होता है"

$$\boxed{\phi_E = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}}$$

गणितीय रूप –

$$\boxed{\phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{\Sigma q}{\varepsilon_0}}$$

V. V. Imp.

महत्वपूर्ण तथ्य –

(1) गाउस का नियम केवल उन्हीं क्षेत्रों के लिए लागू होता है जो व्युत्क्रम नियम का नियम पालन करते हैं

(2) गाउस का नियम निर्वात अथवा माध्यम दोनों के लिए लागू होता है

(3) गाउस के नियम की सहायता से विद्युत क्षेत्र की सहायता एक पृष्ठ तीव्रता ज्ञात करने के लिए

की कल्पना की जाती है जिसे गाउसीय पृष्ठ कहा जाता है यह पृष्ठ किसी भी आकृति का हो सकता है।

(4) गाउसीय पृष्ठ से परिबद्ध आवेश का अर्थ उस पृष्ठ में उपस्थित आवेशों के बीजगणितीय योग से होता है।

(5) गाउसीय पृष्ठ से पृष्ठ के आकार, आकृति, आवेशों के वितरण तथा उनके मध्य दूरियों पर निर्भर नहीं करता है।

(6) गाउसीय पृष्ठ से निर्गत फ्लक्स आवेश की मात्रा तथा आवेश की प्रकृति पर निर्भर करती है।

(7) यदि गाउसीय पृष्ठ के अन्दर आवेश की मात्रा शुन्य हो तो निर्गत फ्लक्स का मान भी शुन्य होता है।

(9) यदि कोई आवेश गाउसीय पृष्ठ के बाहर स्थित हो तो उसका निर्गत फ्लक्स में कोई योगदान नहीं होता है।

(10) गाउसीय पृष्ठ में प्रवेशित फ्लक्स में ऋणात्मक जबकि निर्गत फ्लक्स धनात्मक लीया जाता है।

(11) यदि आवेश किसी सममित वस्तु (घन) में आवेश रखा जाए तो उससे निर्गत फ्लक्स निम्न होती है।

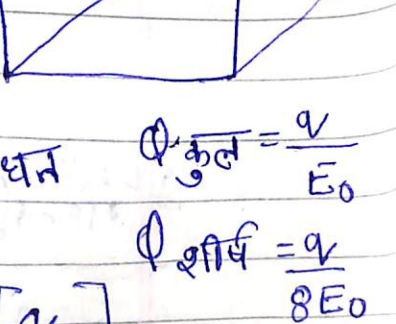
घन के लिए निर्गत कुल फ्लक्स $= \frac{q}{6\epsilon_0}$

(A)

$\phi_{कुल} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$\phi_{फलक} = \frac{q}{6\epsilon_0}$

(B)

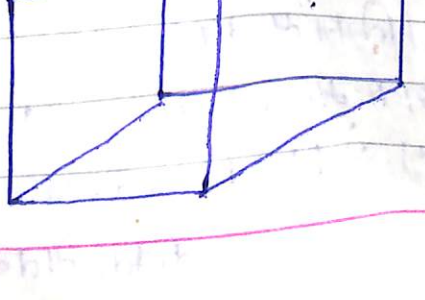


$\phi_{घन}$

$\phi_{कुल} = \frac{q}{\epsilon_0}$

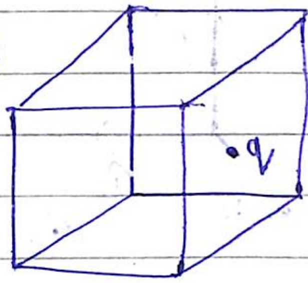
$\phi_{शीर्ष} = \frac{q}{8\epsilon_0}$

(C)



$\phi_{कुल} = \frac{q}{\epsilon_0}$

$\phi_{भुजा} = \frac{q}{12\epsilon_0} = \frac{1}{4}\left[\frac{q}{3\epsilon_0}\right]$

(1) 

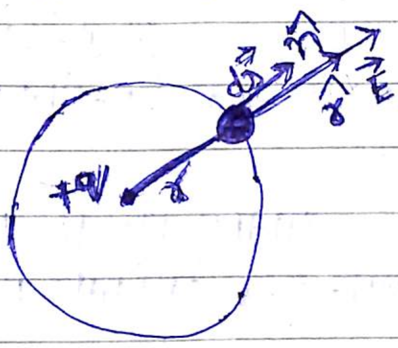

$$\phi_{कुल} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

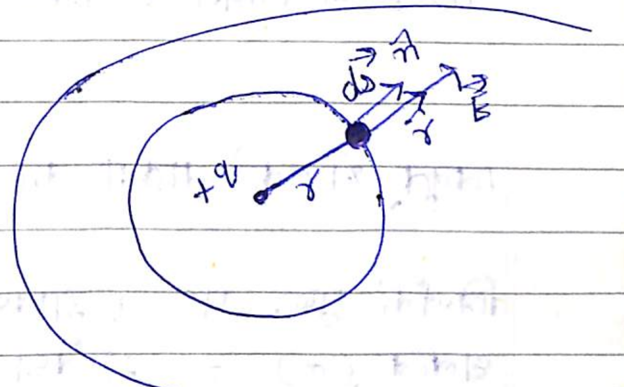
$$\phi_{फलक} = \frac{q}{10\epsilon_0} = \frac{1}{5}\underbrace{\left[\frac{q}{2\epsilon_0}\right]}_{\phi_{घन}}$$

20 July 2015

M. Imp.

गाउस के नियम की उत्पत्ति :-




कूलॉम के नियमानुसार

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r} \quad -(1)$$ [त्रिज्यदिशा में या लम्बवत् बाहर की ओर]

$$d\vec{s} = \hat{n}\,ds \quad -(2) \quad \left[\hat{n} = \frac{d\vec{s}}{|d\vec{s}|} = \frac{d\vec{s}}{ds}\right]$$

(1) व (2) का अदिश गुणनफल करने पर

$$\vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\,ds\,(\hat{r}\cdot\hat{n}) \quad -(3)$$

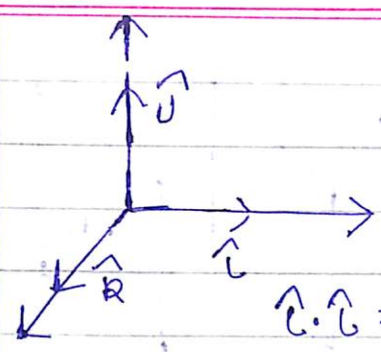
$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\oint_S ds\,(\hat{r}\cdot\hat{n}) \quad -(4)$$

$$[\hat{r}\cdot\hat{n} = |\hat{r}||\hat{n}|\cos\theta]$$

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\oint_S ds \quad -(5)$$

जहाँ $\oint_S ds = 4\pi r^2$

$$\boxed{\oint_S \vec{E}\cdot\vec{ds} = \frac{q}{\epsilon_0} = \phi_E}$$




$\hat{i}\cdot\hat{i} = |\hat{i}||\hat{i}|\cos 0$
$= 1\cdot 1\cdot 1 = 1$
$\hat{j}\cdot\hat{j} = 1$
$\hat{k}\cdot\hat{k} = 1$
$\hat{i}\cdot\hat{j} = \hat{j}\cdot\hat{k} = \hat{k}\cdot\hat{i} = 0$

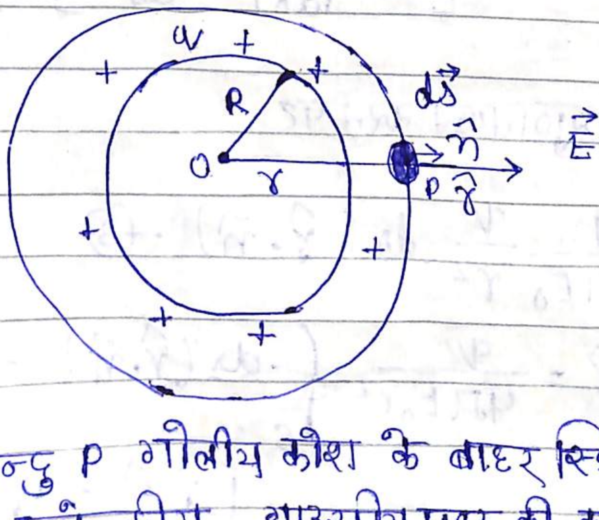
गाउस के नियम के अनुप्रयोग :-

(1) समरूप आवेशित गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिकलन :-

माना R त्रिज्या का एक गोलीय कोश जिसके पृष्ठ पर q आवेश एकसमान रूप से वितरित है, का पृष्ठ आवेश घनत्व $(\sigma)$ = $\frac{\text{आवेश}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{q}{4\pi R^2}$ — (1)

गोलीय कोश के कारण तीव्रता का परिकलन निम्न स्थितियों में किया जाता है -

(A) जब $r > R$ [ बिन्दु कोश के बाहर स्थित हो ]




जब बिन्दु P गोलीय कोश के बाहर स्थित होता है तो तीव्रता ज्ञात करने के एक संकेन्द्रीय गाउसीय पृष्ठ की कल्पना की जाती है जिसके प्रत्येक बिन्दु पर तीव्रता का मान एकसमान तथा दिशा त्रिज्यदिशा में या लम्बवत् बाहर की ओर होती है।

Date ______
Page ______

गाउसीय पृष्ठ से निर्गत फ्लक्स :-

$$\oint_S \vec{E}\cdot\vec{ds} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad —(2)$$

$$\oint_S E\,ds\cos\theta = \frac{q}{\epsilon_0} \quad —(3)$$

$\vec{E} \parallel \vec{ds}$ $\therefore$ $\theta = 0 \Rightarrow \cos 0 = 1$

$$\oint_S E\,ds = \frac{q}{\epsilon_0} \quad —(4)$$

$$E_{out}\oint_S ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E_{out}(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E_{out} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}} \quad —(5) \Rightarrow \boxed{E \propto \frac{1}{r^2}}$$

$$\boxed{\vec{E}_{out} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}}$$

$\sigma$ के पदों में → समी० (1) से $\frac{q}{4\pi} = \sigma R^2$ समी० (5) में

$$\star \; \boxed{E_{out} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}} \; \star$$

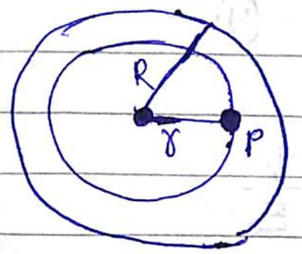
(B) जब $r = R$ [बिन्दु कोश के पृष्ठ पर स्थित है]

$$E_{पृष्ठ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2} \quad \text{—— (6)}$$

सदिश $$\boxed{\vec{E}_{पृष्ठ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\hat{r}}$$

$\sigma$ के पदों में $$\boxed{\vec{E}_{पृष्ठ} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

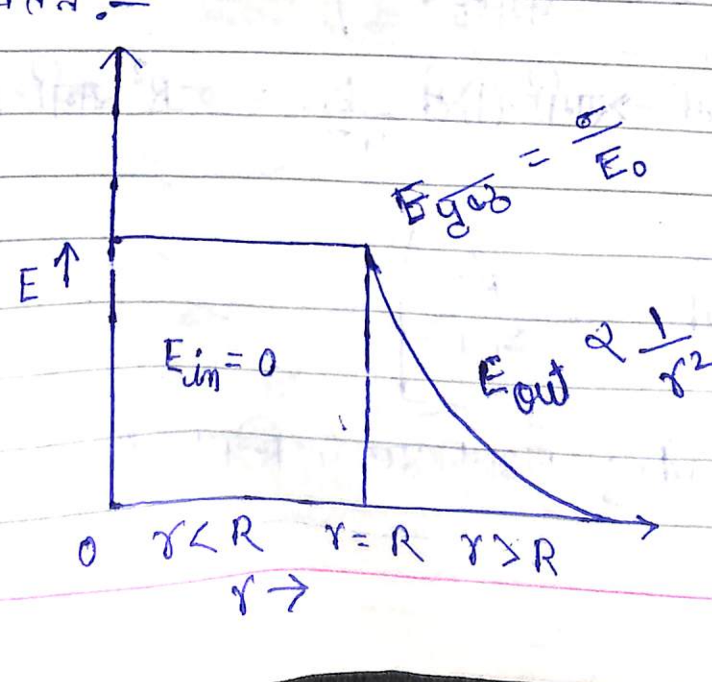
(c) जब $r < R$ (जब बिन्दु P गोलीय कोश के अन्दर हो)




जब बिन्दु P गोलीय कोश के अन्दर स्थित होता है तो गाउसीय पृष्ठ से परिबद्ध आवेश $\Sigma q = 0$ होने के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का मान भी शून्य होता है।

$$\therefore \boxed{E_{in} = 0}$$

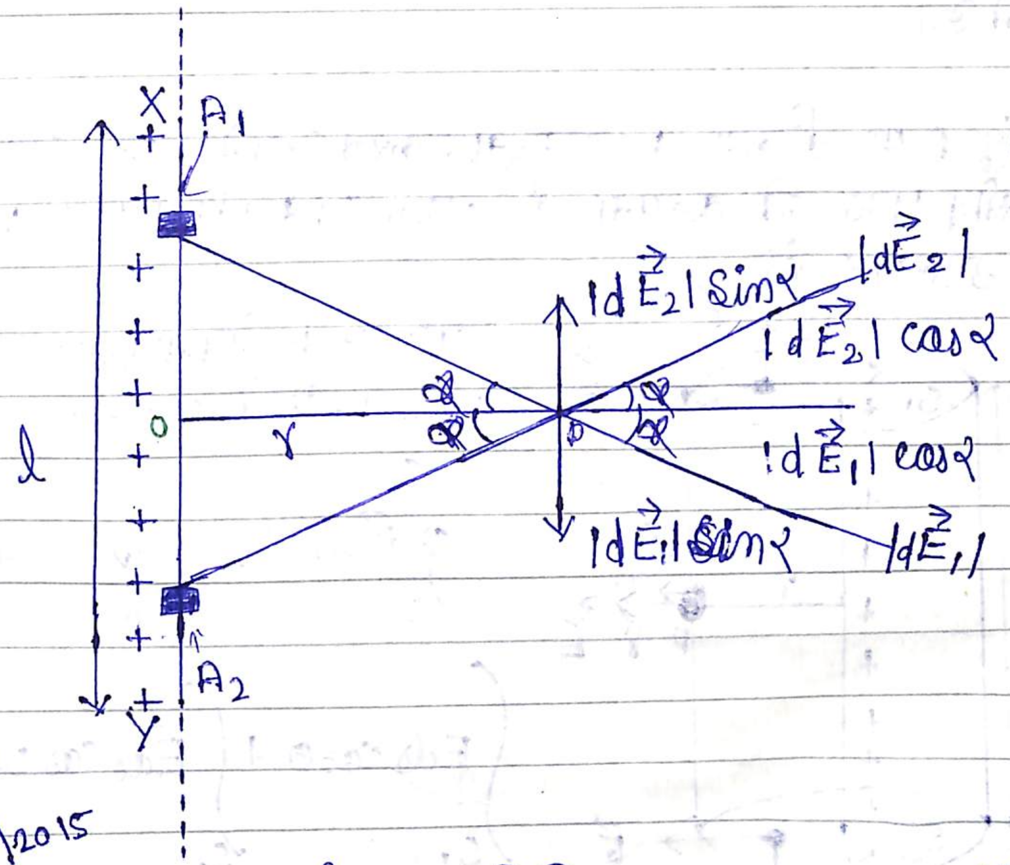
⇒ गोलीय कोश के कारण तीव्रता का दूरी के सापेक्ष ($r$) के साथ परिवर्तन :-



Note :- चालक गोला अथवा खोखला गोला हो तो तीव्रता का परिकलन गोलीय कोश वाला ही होता है।

Imp.

अनन्त रेखीय आवेशीत तार के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता:-




21/July/2015

माना XY अनन्त रेखिए आवेशित तार का एक भाग है जिस पर एक समान आवेश वितरित है का रेखिय आवेश धनत्व λ है, के मध्य बिन्दु O से r दुरी पर स्थित बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

इस बिन्दु पर तीव्रता ज्ञात करने से पहले तीव्रता की दिशा का निर्धारण किया जाता है।

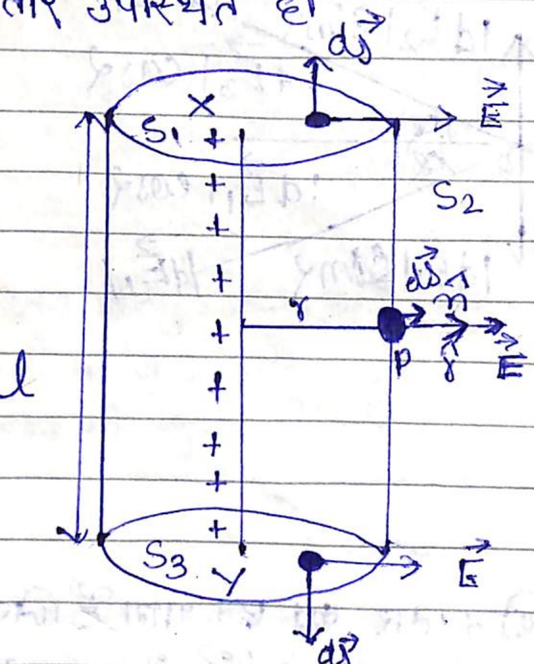
बिन्दु P पर दिशा ज्ञात करने के लिए XY तार के मध्य बिंदु O से बराबर दुरी पर दो अल्पांश क्रमश: $A_1$ व $A_2$ लेते है।

$A_1$ के कारण बिन्दु P पर तीव्रता $|d\vec{E}_1|$ ($A_1$ से P की ओर) $A_2$ के कारण बिन्दु P पर तीव्रता $|d\vec{E}_2|$ ($A_2$ से P की ओर) होती है।

$\because |d\vec{E}_1| = |d\vec{E}_2|$

इसलिए इन तीव्रताओं के उर्ध्वाधर घटक $|d\vec{E}_1|\sin\theta$ व $|d\vec{E}_2|\sin\theta$ बराबर व विपरीत होने के कारण एक दूसरे से नीरस्त हो जाते हैं इस प्रकार बिन्दु P पर परिणामी तीव्रता क्षैतिज घटकों की दिशा में होती है।

बिंदु P पर तीव्रता का मान ज्ञात करने के लिए एक ऐसे बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ की कल्पना की जाती है जिसकी अक्ष पर आवेशित तार उपस्थित हो




गाउस के नियमानुसार गाउसीय पृष्ठ से निर्गत फ्लक्स

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\Sigma q}{E_0} = \frac{q}{E_0} \quad \text{—(1)}$$

$$\int_{S_1} E\,ds\cos\theta + \int_{S_2} E\,ds\cos\theta + \int_{S_3} E\,ds\cos\theta = \frac{q}{E_0}$$

भाग $S_1$ व $S_3$ के लिए

$\vec{E} \perp d\vec{s} \therefore \theta = 90^\circ \Rightarrow \cos 90 = 0$

भाग $S_2$ के लिए

$\vec{E} \parallel d\vec{s} \therefore \theta = 0^\circ \Rightarrow \cos 0 = 1$

$$\therefore \int_{S_2} E\,ds = \frac{q}{E_0}$$

$$E\int_{S_2} ds = \frac{q}{E_0} \quad \text{—— ②}$$

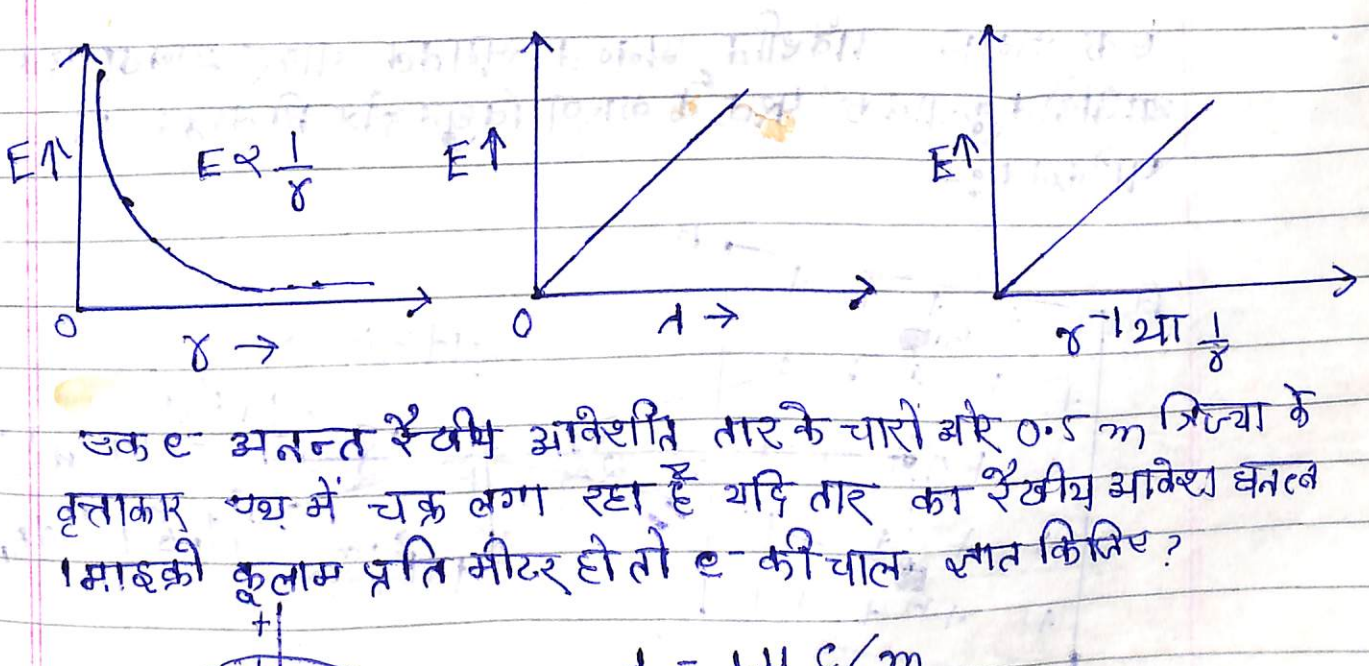
जहाँ $\int_{S_2} ds = 2\pi r l$ (बेलन के वक्रीय पृष्ठ का क्षे॰)

$$\lambda = \frac{q}{l} \Rightarrow q = \lambda l$$

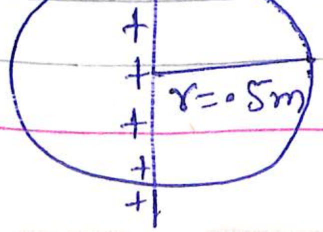
$$E[2\pi r l] = \frac{\lambda l}{E_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi E_0 r}} \quad \text{या} \quad \boxed{E = \frac{2K\lambda}{r}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi E_0 r}\hat{r}}$$




Q. 1. एक $e^-$ अनन्त रैखीय आवेशित तार के चारों ओर 0.5 m त्रिज्या के वृत्ताकार पथ में चक्र लगा रहा है यदि तार का रैखीय आवेश घनत्व 1 माइक्रो कूलाम प्रति मीटर हो तो $e^-$ की चाल ज्ञात किजिए?




$$\lambda = 1\mu C/m$$
$$\lambda = 10^{-6}\ C/m$$

$v \propto \frac{1}{\lambda}$

अभिकेन्द्रीय बल = विद्युत बल

$\frac{mv^2}{r} = eE$ —— (1)

$\because E = \frac{2K\lambda}{r}$ —— (2)

$\frac{mv^2}{\cancel{r}} = e\left(\frac{2K\lambda}{\cancel{r}}\right)$

$v^2 = \frac{2ke\lambda}{m}$

$v = \sqrt{\frac{2ke}{m}}\sqrt{\lambda}$

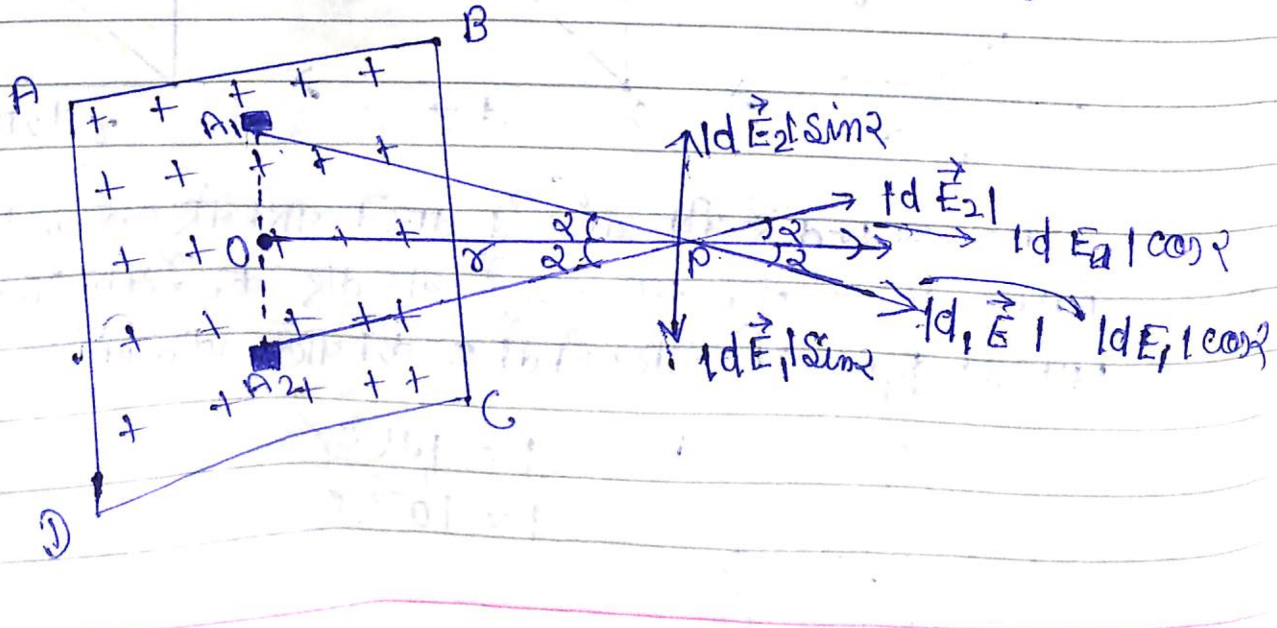
$K = 9 \times 10^9 \, Nm^2/C^2$

$m = 9.1 \times 10^{-31} kg$

$e = 1.6 \times 10^{-19} C$

$v = \sqrt{\frac{2 \times 9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}}\sqrt{10^{-6}}$

एक समान आवेशित अनन्त समतल चादर अथवा एक समान आवेशित कुचालक परत के कारण विद्युत क्षेत्र की तीव्रता का परिकलन :-



Date ______
Page ______

माना ABCD अनन्त पृष्ठ रैखिक आवेशित परत का एक भाग है जिस पर एक समान आवेश वितरित है; का पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है के मध्य बिन्दु O से r दुरी पर स्थित बिन्दु P की विद्युत क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

इस बिन्दु पर तीव्रता ज्ञात करने से पहले तीव्रता की दिशा का निर्धारण किया जाता है।

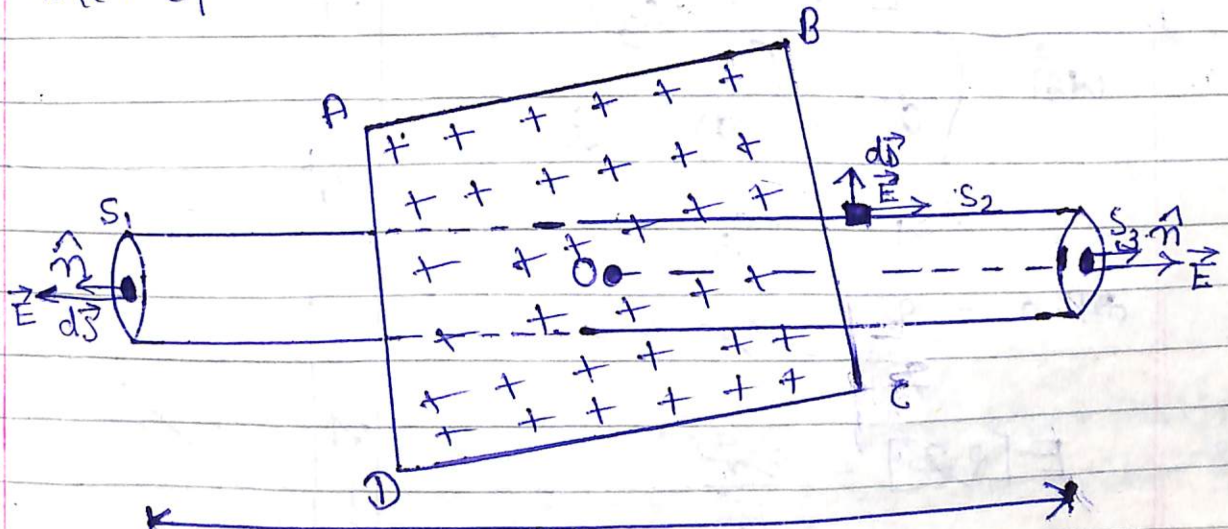
बिन्दु P पर दिशा ज्ञात करने के लिए ABCD परत के मध्य बिंदु O से बराबर दुरी पर दो अलपांश क्रमश: $A_1$ व $A_2$ लेते है

$A_1$ के कारण बिन्दु P पर तीव्रता $|d\vec{E}_1|$ ($A_1$ से P की ओर) $A_2$ के कारण बिन्दु P पर तीव्रता $|d\vec{E}_2|$ ($A_2$ से P की ओर) होती है।

$$\because |d\vec{E}_1| = |d\vec{E}_2|$$

इसलिए इन तीव्रताओं के उर्ध्वाधर घटक $|d\vec{E}_1|\sin r$ व $|d\vec{E}_2|\sin r$ बराबर व विपरित होने के कारण एक दुसरे से नीरस्त हो जाते है इस प्रकार बिन्दु O पर परिणामी तीव्रता क्षैतिज घटकों की दिशा में होती है।

बिन्दु P पर तीव्रता ज्ञात करने के लिए एक 2r लंबाई के ऐसे बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ की कल्पना करते है जिसे परत दो बराबर भागों में विभाजित करती है।




गाऊस के नियमानुसार गाउसीय पृष्ठ से

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad \text{—} \ (1)$$

$$\int_{S_1} E\,ds\cos\theta + \int_{S_2} E\,ds\cos\theta + \int_{S_3} E\,ds\cos\theta = \frac{q}{\epsilon_0}$$

भाग $S_2$ के लिए

$\cancel{\vec{E} \perp}$ $\vec{E} \perp \vec{ds}$ $\therefore \theta = 90^\circ \Rightarrow \cos 90 = 0$

भाग $S_1$ व $S_3$ के लिए

$\vec{E} \parallel \vec{ds}$ $\therefore \theta = 0^\circ \Rightarrow \cos 0^\circ = 1$

$$\int_{S_1} E\,ds + \int_{S_3} E\,ds = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E\left[\int_{S_1} ds + \int_{S_3} ds\right] = \frac{q}{\epsilon_0}$$

जहाँ $\int_{S_1} ds = \int_{S_3} ds = A$

तथा $\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow q = \sigma A$

$$E[2\cancel{A}] = \frac{\sigma \cancel{A}}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}} \qquad \boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{r}}$$