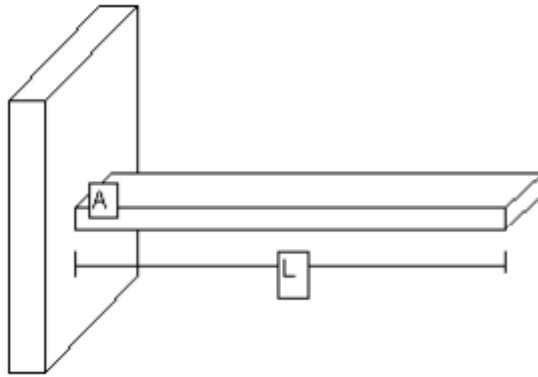


Skilaverkefni 1 í tölulegri greiningu

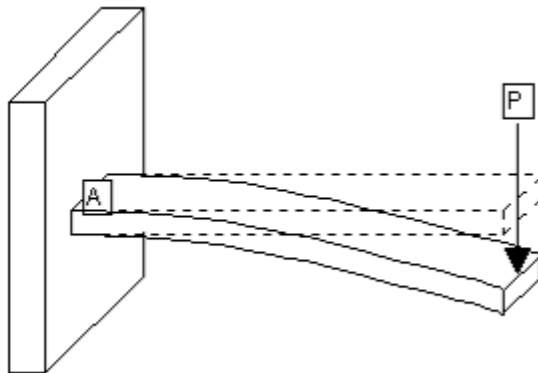
Gildir 15 % af lokaeinkunn.

Inngangur

Í þessu verkefni skoðum við sveiflanir í stöng úr áli sem er föst í öðrum enda stangarinnar (*e: cantilever beam*), sjá mynd:



Stöng með lengd L er haldið fastri í punktinum A . Sett er álag P á endapunkt stangarinnar þ.a. hægri enda er ýtt niður um δ .



Stönginni er síðan sleppt og við höfum áhuga á að finna tíðni sveiflanna hennar í kjölfarið. Hægt er að leiða út að tíðnin ω uppfyllir jöfnuna

$$k^4 = \frac{\omega^2 \lambda}{EI}$$

þar sem λ er massaþéttleiki stangarinnar, EI er stífistuðull (*e: flexural rigidity*) og $k > 0$ uppfyllir jöfnuna

$$\cos(kL) \cosh(kL) = -1 \quad (1)$$

þ.s. L er lengd stangarinnar. \cosh er breiðbogakósinus sem er skilgreint sem

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Það er hægt að sýna að hreyfing stangarinnar sem fall af staðsetningu og tíma er lýst með jöfnunni

$$y(x, t) = A(x)B(t)$$

þar sem

$$A(x) = \cosh(kx) - \cos(kx) + \frac{\cos(kL) + \cosh(kL)}{\sin(kL) + \sinh(kL)} (\sin(kx) - \sinh(kx))$$

og

$$B(t) = \frac{\delta}{A(L)} \cos(\omega t)$$

Aftur er hér L lengd stangarinnar og δ upphafsfrávik frá láréttri stöðu. Stuðlarnar k og ω eru lausnir á jöfnunum sem koma fram á fyrstu síðunni.

Verkefni

Við gefum okkur að lengd stangarinnar er $L = 30 \text{ mm}$, massaþéttleiki stangarinnar er $\lambda = 0.8 \text{ g/mm}$ og stífniðuðull er $EI = 1.09 \times 10^{10} \text{ Pa} \cdot \text{mm}^2$.

1. Plottið graf fallsins $f(x) = \cos(x) \cosh(x) + 1$ á bilinu $[0, 10]$ svo að þrjár rætur sjáist vel. Við viljum finna rót f skv. jöfnunni (1).
2. Notið helmingunaraðferð til að finna minnstu jákvæðu rót fallsins f með 4 réttum aukastöfum. Reiknið í kjölfarið tíðni ω_1 sem samsvarar þessu gildi.
3. Hve margar ítranir af helmingunaraðferð nægja til að fá 4 rétta aukastafi í lið 2? Sýnið fræðilega útreikninga og sannreynið með teljara inni lykkjunni.
4. Jafnan (1) hefur í raun óendanlega margar lausnir. Notið aðferð Newtons til að finna næst minnstu jákvæðu rót f með 4 réttum aukastöfum. Rökstyðjið val á upphafsgildinu. Reiknið í kjölfarið næst minnstu sveiflutíðni ω_2 .
5. Notið aðferð að eigin vali til að reikna tuttugu minnstu sveiflutíðnir stangarinnar. Hér þarf bæði að ganga úr skugga um að engin lausn hafi gleymst eða verið tvítalin.
6. Við notum gildi á ω og k sem hafa verið reiknuð í lið 4. Búið til hreyfimynd af stönginni. Hér má endilega hafa skjölin **hreyfi.m** og **hreyfi.py** á Canvas sem fyrirmynd.

Heimildir

Útleiðsla á jöfnunni (1) má finna á þessari síðu ásamt meira áhugaverðu efni.

Voltera, E., Zachmanoglou, E. C. Dynamics of Vibrations. Columbus, Charles E. Merrill Books, Inc., 1965.