

aaaaaaaaaaaaa

## Kinematyka

### Ruch po okręgu

$$\vec{r} = R(\cos(\varphi)\vec{i} + \sin(\varphi)\vec{j})$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = R\omega(-\sin(\varphi)\vec{i} + \cos(\varphi)\vec{j}) = R\omega\left(\cos\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\vec{i} + \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right)\vec{j}\right)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -R\omega^2(\cos(\varphi)\vec{i} + \sin(\varphi)\vec{j})$$

### Ruch obrotowy

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}; \quad v = \frac{ds}{dt} = \frac{rd\varphi}{dt} = r\omega$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{\omega} \times \vec{r}) = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\varepsilon} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

(suma składnika stycznego i normalnego)

### Ruch płaski

$$B\vec{B}' = A\vec{A}' + \Delta\vec{\varphi} \times A\vec{B}$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{\omega} \times A\vec{B}$$

$$\vec{a} = \vec{a}_A + \vec{\varepsilon} \times A\vec{B} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times A\vec{B})$$

## Dynamika

### II ZDN

Ruch postępowy

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{a}m$$

Ruch obrotowy

$$\vec{M} = \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{\varepsilon}I$$

## Praca i moc

Ruch postępowy

$$dW = \vec{F} \circ d\vec{s} \Rightarrow W = \int \vec{F} \circ d\vec{s}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \circ \vec{v}$$

Ruch obrotowy

$$dW = \vec{M} \circ d\vec{\varphi} \Rightarrow W = \int \vec{M} \circ d\vec{\varphi}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{M} \circ \vec{\omega}$$

Praca w polu siły potencjalnej o potencjale  $V(\vec{r})$ , gdzie  $\vec{F} = -\text{grad}V = -\left[\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}\right]$

$$W = \int_A^B \vec{F} \circ d\vec{r} = - \int_A^B \left[ \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right] \circ [dx, dy, dz] = - \int_A^B dV = V(A) - V(B)$$

## Środek masy

$$\vec{r}_C = \frac{\int \vec{r} dm}{m}$$

## Momenty statyczne

Względem płaszczyzny YZ

$$S_x = \int x dm$$

wtedy

$$x_C = \frac{S_x}{m}$$

## Momenty bezwładności

Względem osi X

$$I_x = \int (y^2 + z^2) dm$$

Względem płaszczyzny ZY

$$I_{xx} = \int x^2 dm$$

Względem punktu O

$$I_O = \int (x^2 + y^2 + z^2) dm$$

Twierdzenie Steinera

$$I = I_C + md^2$$

Moment dewiacyjny względem płaszczyzny XY

$$I_{xy} = \int xy dm$$

## Pęd i moment pędu (kręt)

Dla bryły sztywnej w ruchu postępowym

$$\vec{p} = \int \vec{v} \, dm$$

$$\vec{K} = \int \vec{r} \times d\vec{p} = \int \vec{r} \times \vec{v} \, dm$$

W ruchu obrotowym

$$\vec{K} = I\vec{\omega}$$

## Energia kinetyczna bryły sztywnej

W dowolnym ruchu

$$E_k = \frac{1}{2} \int v^2 \, dm$$

W ruchu postępowym

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

W ruchu obrotowym

$$E_k = \frac{J\omega^2}{2}$$