自然语言处理导论

#L5-6

词性标注

袁彩霞
yuancx@bupt.edu.cn
智能科学与技术中心

主要内容

- 词性及词性标注
- 隐马尔可夫模型
  - The Forward Algorithm
  - The Viterbi Algorithm
  - The Baum-Welch (EM Algorithm)
- 其它的序列标注任务

词性(Part-of-Speech, POS)

- 词性：词语在区别（语法功能的）词类时具有的属性
  - 名词 (noun)
  - 动词 (verb)
  - 形容词 (adjective)
  - 副词 (adverb)
  - 介词 (preposition)
  - 连词 (conjuction)
  - ……

形容词(a)：
- 情状形容词(ad)
- 非谓形容词(an)
- 唯谓形容词(ap)
- 性质形容词(aq)
- 状态形容词(as)

区别词(b)

连词(c)
- 并立连词(cc)
- 从属连词(cs)

副词(d)：
- 关联副词(dc)
- 可修饰名词性成分的副词(dn)
- 程度副词(dd)

叹词(e)

方位词(f)：
- 双音节方位词(fd)
- 单音节方位词(fm)

语素字(g)：
- 形容词性语素(ga)
- 名词性语素(gn)
- 动词性语素(gv)

前接成分(h)：
- 数前接成分(hm)
- 名前接成分(hn)

习用语(i)

简称和略语(j)：
- 形容词性简称和略语(ja)
- 名词性简称和略语(jn)
- 动词性简称和略语(jv)

后接成分(k)
- 名后接成分(kn)
- 动后接成分(kv)

数词(m)：
- 基数词(mc)
- 位数词(mcw)
- 系数词(mcx)
- 序数词(mo)
- 序列词(mos)
- 数量数词(mq)
- 助数词(mu)

名词(n)：
- 普通名词(ng)
- 无量名词(ngq)
- 方位名词(nl)
- 专有名词(np)
- 人名(nph)
- 团体机构名(npi)
- 地名(npp)
- 处所名词(ns)
- 时间名词(nt)

助词(u)：
- 动态助词(ua)
- 比况助词(uc)
- 语气助词(um)
- 替代助词(ur)
- 结构助词(us)

拟声词(o)

介词(p)

量词(q)
- 名量词(qn)
- 复合量词(qnc)
- 不定量词(qni)
- 度量词(qnm)
- 个体量词(qns)
- 时量词(qt)
- 动量词(qv)

代词(r)

动词(v)：
- 趋向动词(vd)：
- 不及物动词(vi)
- 系动词(vl)
- 及物动词(vt)
- 兼语动词(vtc)
- 双宾动词(vtd)
- 形式动词(vtf)
- 体宾动词(vtn)
- 小句宾动词(vts)
- 助动词(vu)

其他(w)
- 阿拉伯数字串(wd)
- 其他符号(wo)
- 中文标点符号(wp)
- 未知词(wu)

非语素字(x)
- 语气词(y)
- 状态词(z)

为什么要研究词性

- 词性是词的一个重要属性
- 有助于其它的NLP任务 (more than you'd think)
  - Text-to-speech: record, lead
  - Lemmatization: saw[v] → see, saw[n] → saw
  - NP-chunk detection: grep {JJ | NN}* {NN | NNS}
  - Word sense disambiguation: can (noun or modal verb)

词性标注中的歧义

- 往往存在一个词具有不止一个词性的情况
  - 词的兼类
  - 词性歧义

- "Like" 可以是动词V或介词P
  - I like/V candy.
  - Time flies like/P an arrow.
- "比较"可以是动词V或副词ADV或动名词VN
  - 与国内相 比较/V ，这里的实验条件好
  - 结构 比较/ADV 特殊
  - 通过 比较/VN，可以得出结论

词性标注中的歧义

- 以英文中的Brown corpus为例：
  - 11.5%的词（word types）具有词性歧义
  - 40%的词符（tokens）具有词性歧义
- 以英文中的Penn treebank为例：
  - 不同的人类专家在进行词性标注过程中存在着3.5%的歧义
- 汉语缺乏语法形态变化，词的应用非常灵活，词的兼类现象更多，也更复杂

影响词性标注的因素

- 词本身：
  - 一些词只具有某一个特定的词性，例如：天安门
  - 一些词的词性具有歧义，例如：把，比较
  - 若一个词的某个词性比其它词性出现更多，则出现概率对判断该词的词性会有影响
    - 一个基线：为一些兼类词挑选最常用的词性，可以达到大约90%的准确率
- 上下文：
  - 两个定冠词连续出现的情况很少
  - 两个基础动词连续出现的情况很少
  - 定冠词后跟形容词或名词的可能性较大
  - ……

词性标注

- 词性标注的方法：
  - **Rule-Based (基于规则的方法)：** 人类专家根据词法及语言学知识编制的规则
    - IF(...) THEN(...)
  - **Learning-Based (基于学习的方法)**：从专家标注的语料库中学习到用于自动标注的模型
    - 统计模型：隐马尔可夫模型 (HMM)，条件随机域模型 (CRF)，神经网络模型 (NN)
    - 规则学习：基于转换的学习 (TBL)
- 重点介绍：隐马尔可夫模型

词性标注

- 学习过程：
  - 给定训练数据：(O_i, Q_i), i=1, ..., N
    - 对于词性标注任务：N为训练数据中的句子总数，O_i为训练数据中的第i个句子（词序列），Q_i为O_i对应的词性序列
  - 目标：根据训练数据，得到一个函数f(O)，完成从输入O到其标记f(O)的映射
    - 对于词性标注任务：完成从输入的词序列O到词性序列f(O)的映射

词性标注

- 标注过程：
  - 输入：句子（词序列）
    - Profits soared at Boeing Co., easily topping forecasts on Wall Street, as their CEO Alan Mulally announced first quarter results.
    - （对于中文来说，输入为切好词的句子）
  - 输出：句子中每个词的词性（词性序列）
    - Profits/N soared/V at/P Boeing/N Co./N ,/, easily/ADV topping/V forecasts/N on/P Wall/N Street/N ,/, as/P their/POSS CEO/N Alan/N Mulally/N announced/V first/ADJ quarter/N results/N ./.

词性标注

- 目标：为词序列O找到最优的词性标记序列Q

$$\arg\max_Q P(Q|O)$$

  - 即：求解使得概率P(Q|O)最大的Q

- 根据Bayes法则：

$$P(Q|O) = P(O|Q)\,P(Q)/P(O)$$

- 由于仅关心$\arg\max_Q$，可以将上式中的P(O)忽略：

$$\arg\max_Q P(Q|O) = \arg\max_Q P(O|Q)\,P(Q)$$

- 如何求解？

模型分解

$$\arg\max_Q P(Q|O) = \arg\max_Q P(O|Q)\, P(Q)$$

- P(O|Q) 可以被分解为：

$$P(O|Q) = P(o_1, \ldots, o_n | q_1, \ldots, q_n) \approx \prod_i P(o_i | q_i)$$

- P(Q) 被称为语言模型，可以通过n-gram model进行计算，例如bigram：

$$P(Q) = P(q_1, \ldots, q_n) \approx P(q_1)\, P(q_2|q_1)\, P(q_3|q_2) \ldots P(q_n|q_{n-1})$$

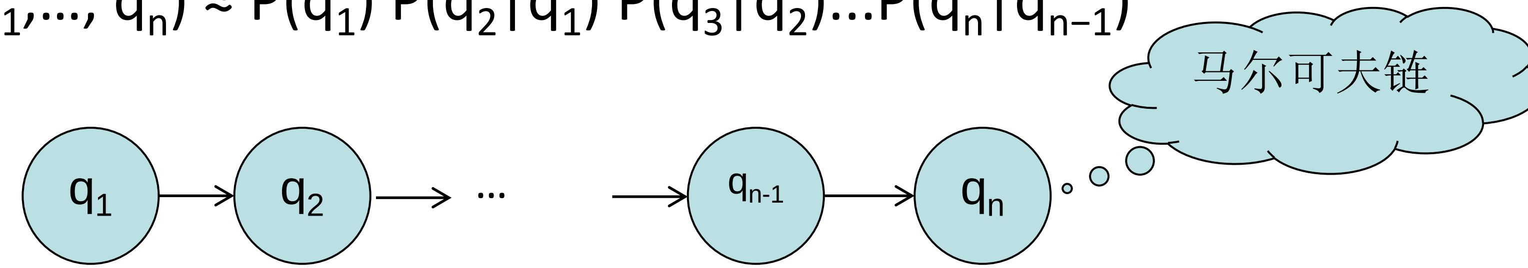
- 至此，我们已经得到了隐马尔可夫模型的雏形

模型分解

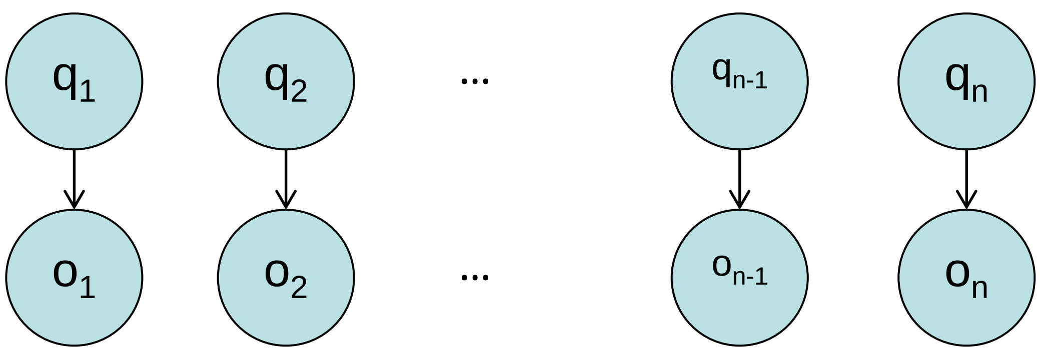
$$\arg\max_Q P(Q|O) = \arg\max_Q P(O|Q)\, P(Q)$$

- 另外一个角度：图模型

$$P(Q) = P(q_1,\ldots, q_n) \approx P(q_1)\, P(q_2|q_1)\, P(q_3|q_2)\ldots P(q_n|q_{n-1})$$



$$P(O|Q) = P(o_1, \ldots, o_n|q_1,\ldots, q_n) \approx \prod_i P(o_i|q_i)$$



马尔可夫链（Markov chain）

- 一组状态：
  - $Q = q_1, q_2 \ldots q_N$; t时刻的状态为q_t
- 一组转移概率：
  - $A = a_{11}a_{12}\ldots a_{N1}\ldots a_{NN}$
  - 每个元素a_{ij} 表示从状态i到状态j的转移概率
  - 由a_{ij} 构成的状态转移矩阵 A

$$a_{ij} = P(q_t = j \mid q_{t-1} = i) \qquad 1 \le i, j \le N$$

$$\sum_{j=1}^{N} a_{ij} = 1; \qquad 1 \le i \le N$$

马尔可夫链（Markov chain）

- 起始状态：初始状态的概率向量 $\pi=(\pi_1, \ldots, \pi_N)$
  – 表示各状态作为初始状态的概率

- 约束：

$$\pi_i = P(q_1 = i) \qquad 1 \le i \le N$$

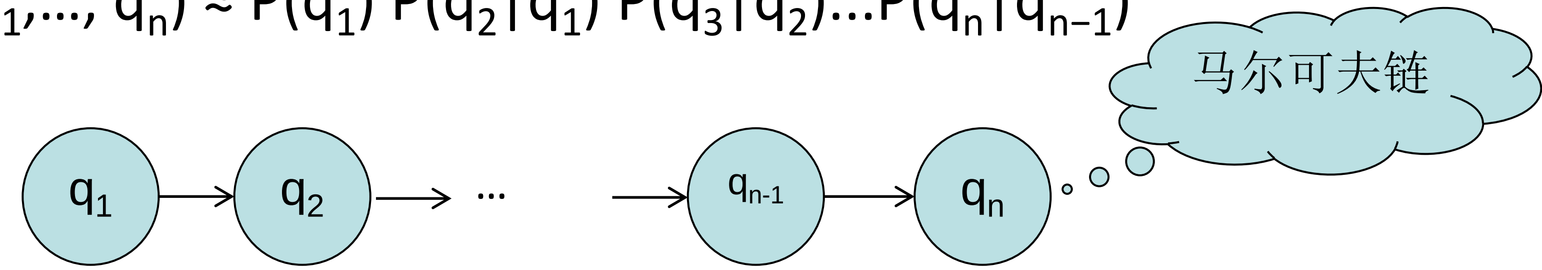
$$\sum_{j=1}^{N} \pi_j = 1$$

模型分解

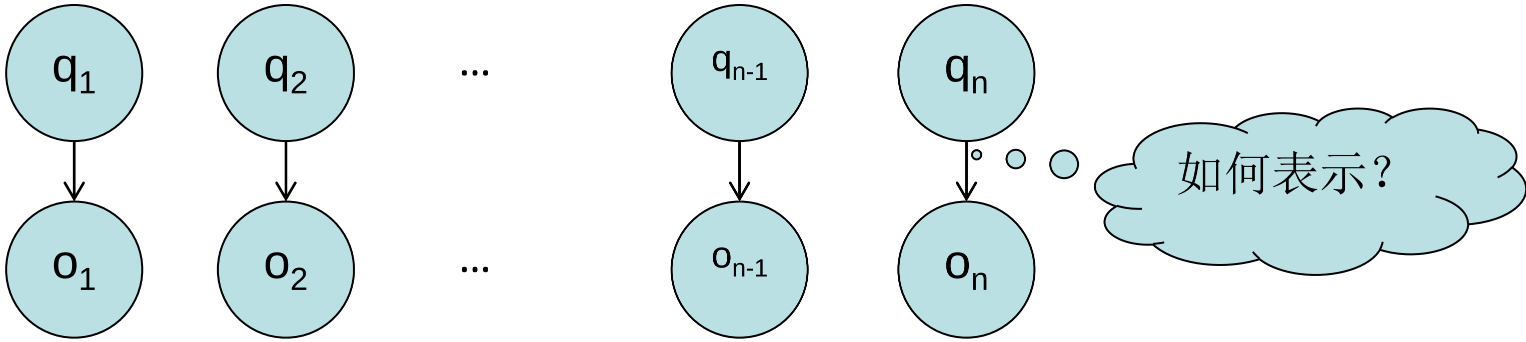
$$\arg\max_Q P(Q|O) = \arg\max_Q P(O|Q)\, P(Q)$$

- 另外一个角度：图模型

$$P(Q) = P(q_1,\ldots, q_n) \approx P(q_1)\, P(q_2|q_1)\, P(q_3|q_2)\ldots P(q_n|q_{n-1})$$

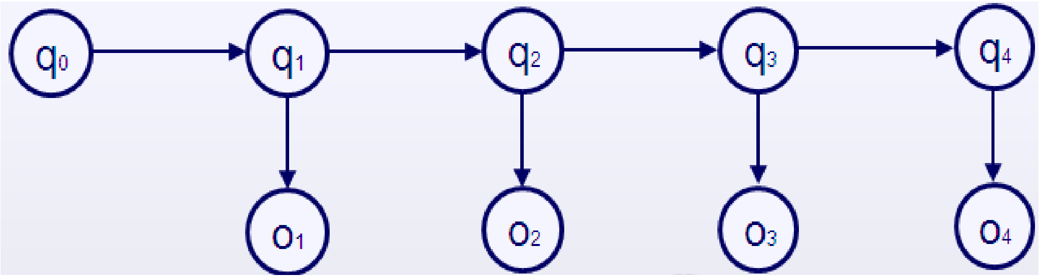


$$P(O|Q) = P(o_1, \ldots, o_n|q_1,\ldots, q_n) \approx \prod_i P(o_i|q_i)$$



隐马尔可夫模型

- 图表示：



hidden states

observed process

- 两个假设：
  - Markov假设：

$$P(q_i \mid q_1 \ldots q_{i-1}) = P(q_i \mid q_{i-1})$$

  - 输出独立性假设：

$$P(o_t \mid O_1^{t-1}, q_1^t) = P(o_t \mid q_t)$$

隐马尔可夫模型

$Q=q_1q_2\ldots q_N$	N个**状态**
$A=a_{11}a_{12}\ldots a_{1N}\ldots a_{NN}$	**状态转移矩阵A**，每个元素a_{ij}表示从状态i到状态j的转移概率，满足对于任意i，$\sum_{j=1,\ldots N}a_{ij}=1$
$O=o_1o_2\ldots o_T$	T个**观测**，每个观测都来自于词典$V=v_1, v_2, \ldots, v_{\|V\|}$
$B=b_i(o_t)$	**发射概率矩阵B**，每个元素$b_i(o_t)$表示观测的似然，即由状态i产生观测o_t的概率
q_0, q_F	**起始状态和终止状态的概率**，不和任何观测关联，从起始状态的对应的转移概率$a_{01}a_{02}\ldots a_{0N}$出发，到终止状态对应的概率$a_{1F}a_{2F}\ldots a_{NF}$结束

Ice Cream Problem

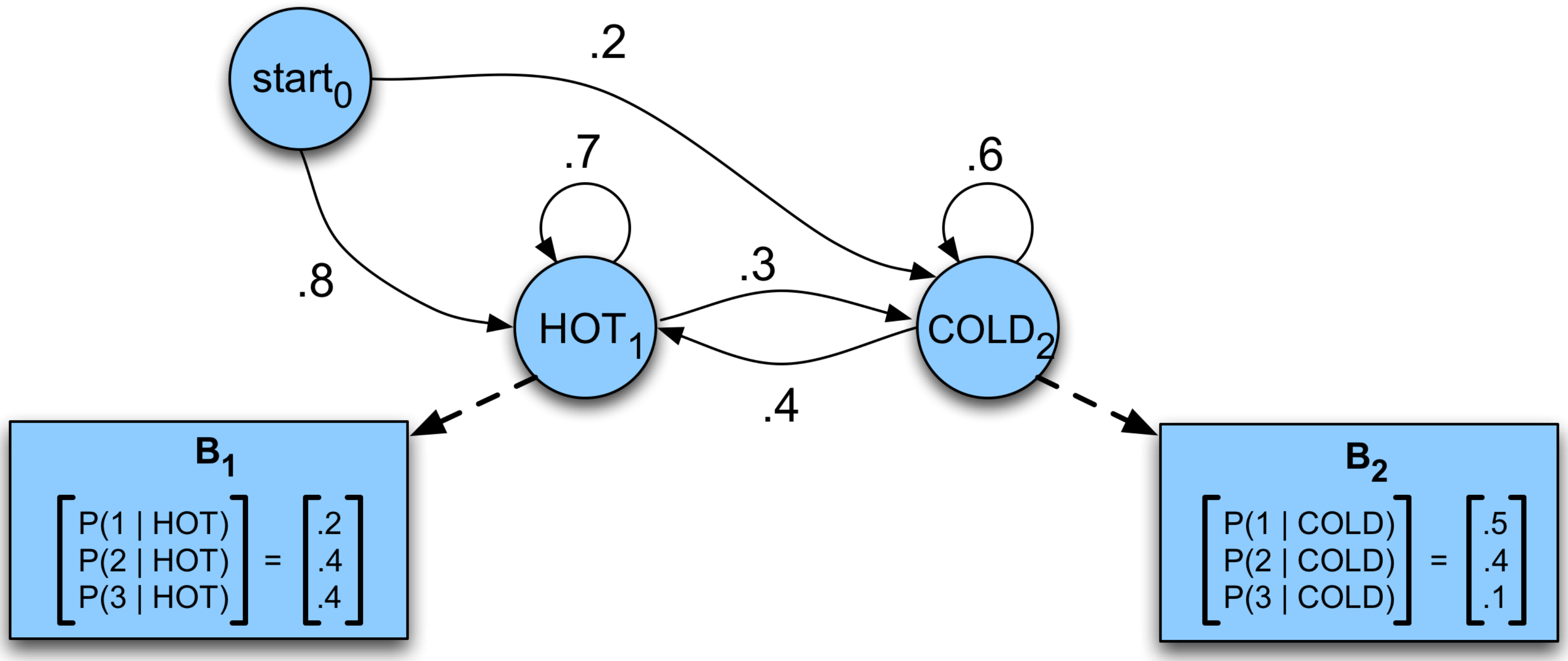
- 考察一个比词性标注任务相似但略为简单的问题
- 问题设置：
  - 假设你是一个在2217年研究气候变暖的气象学家
  - 却找不到北京2017年夏天的天气数据记录
  - 但幸运的是Mr. Lee通过日记记录了这个夏天每天吃了多少根冰淇淋
  - 你的工作：推算出这个夏天有多热
- 给定：
  - Ice Cream序列（观测）：1, 2, 3, 2, 2, 2, 3…
- 求解：
  - Weather 序列（状态）：Hot, Cold, Hot, Hot, Hot, Cold…?

HMM for ice cream

假设：

每天可以吃的冰淇淋数目可以为1、2、3 （观测集合）

天气状态为hot（状态1）或cold（状态2） （状态集合）

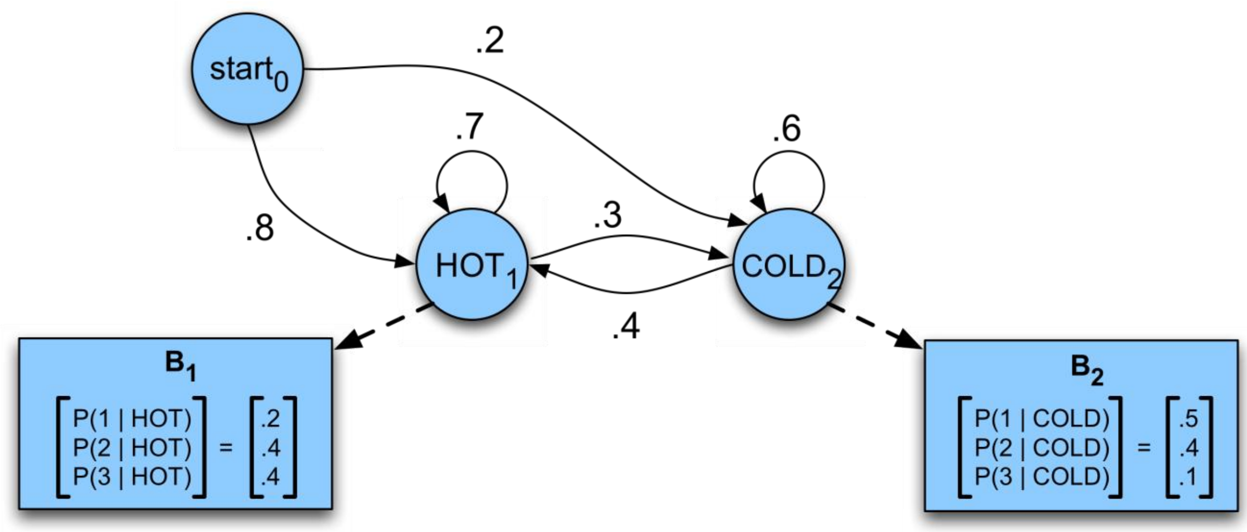


隐马尔可夫模型的三个基本问题

- Problem 1 (估算问题):
  - 给定观测序列$O=(o_1o_2...o_T)$，及HMM模型参数$\lambda=(A,B)$
  - 如何计算$P(O|\Phi)$，即计算产生某个观测序列的概率（观测的似然）
- Problem 2 (解码问题):
  - 给定观测序列$O=(o_1o_2...o_T)$，及HMM模型参数$\lambda=(A,B)$
  - 如何计算最优的状态序列$Q=(q_1q_2...q_T)$（i.e., 能最好解释观测O的状态序列）
- Problem 3 (参数学习):
  - 如何学习模型参数$\lambda=(A,B)$ 使$P(O|\lambda)$最大化

Problem 1: 计算观测的似然

- 已知如下的HMM：



- 计算观测到Ice cream序列为3-1-3的概率有多大?

计算观测的似然

- 一个简单的方法：已知

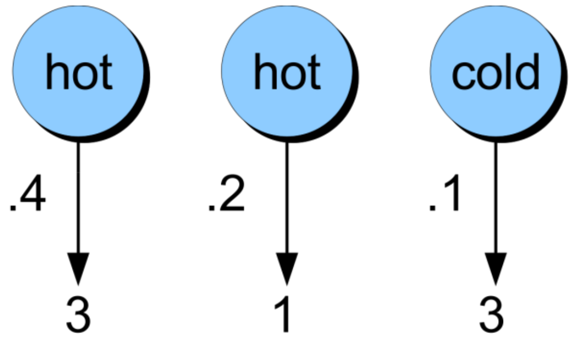
$$P(O)=\sum_{Q}P(O,Q)=\sum_{Q}P(O\mid Q)P(Q)$$

- 3-1-3背后可能的天气序列：
  - Hot hot cold
  - Hot hot hot
  - Hot cold hot
  - ....
  - 8种可能
- 进而：

$$P(313)=P(313,coldcoldcold)+P(313,coldcoldhot)+P(313,hothotcold)+\ldots$$

计算观测的似然

- 先计算某个给定状态时，观测的似然*P(O|Q)*
  - 例如：给定天气状态序列H-H-C，预测Lee吃了3-1-3个ice cream 的可能性P(313|HHC)



  - 由

$$P(O|Q)=\prod_{i=1}^{T}P(o_i|q_i)$$

  - 可得：

$$P(313|hothotcold)=P(3|hot)\times P(1|hot)\times P(3|cold)$$

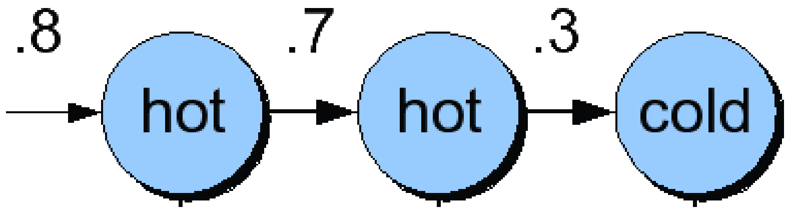
计算观测的似然

- 再计算某个给定状态的先验*P*(*Q*)
  - 例：天气状态序列为H-H-C 的可能性*P*(HHC)
  - 由

$$P(Q)=\prod_{i=1}^{T}P(q_i \mid q_{i-1})$$

  - 可得：

$$P(HHC)=P(hot \mid start)\times P(hot \mid hot)\times P(cold \mid hot)$$

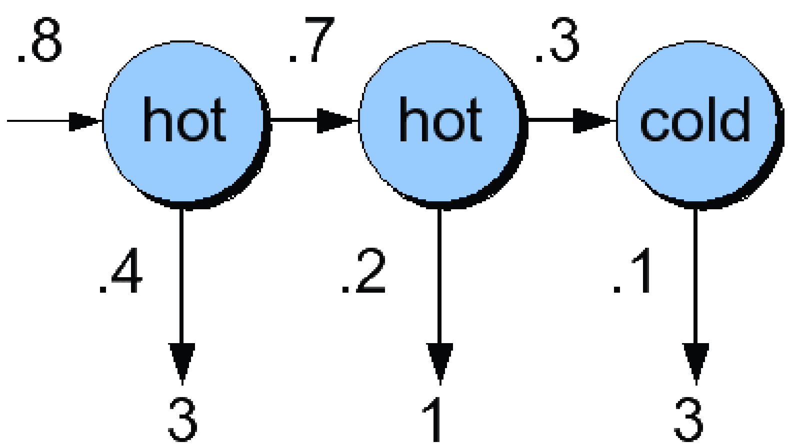


计算观测的似然

- 然后计算观测和状态序列的联合概率P(O,Q)

$$P(O,Q) = P(O \mid Q) \times P(Q) = \prod_{i=1}^{n} P(o_i \mid q_i) \times \prod_{i=1}^{n} P(q_i \mid q_{i-1})$$

$$P(313, hothotcold) = P(hot \mid start) \times P(hot \mid hot) \times P(cold \mid hot) \\ \times P(3 \mid hot) \times P(1 \mid hot) \times P(3 \mid cold)$$



计算观测的似然

- 最后计算观测的似然*P(O)*:

$$P(O)=\sum_{Q}P(O,Q)=\sum_{Q}P(O|Q)P(Q)$$

- 对所有可能的天气状态序列求和
  - Hot hot cold
  - Hot hot hot
  - Hot cold hot
  - ….

$$P(313)=P(313,coldcoldcold)+P(313,coldcoldhot)+P(313,hothotcold)+\ldots$$

- 若HMM有N个隐状态，考察的观测长度为T，则可能的隐状态序列有多少种？
- **N^T**
- 因此，不能采用简单的枚举方式
- 如何做？

一个更高效的方案：前向算法

- 前向算法（the Forward algorithm）：
  - 一种动态规划算法（ dynamic programming algorithm）
  - 采用一个表格来存储中间值

- 基本思路：
  - 通过叠加所有可能的隐状态序列，计算观测序列的似然
  - 但是，采用格栅（trellises or lattices）记录（但不重新计算）部分结果的以降低算法复杂度

前向算法

- 目标：计算

$$P(o_1,o_2,...,o_T,q_T=q_F\mid\lambda)$$

- 定义前向变量 $\alpha_t(j)$
  - 表示已知前t个时刻的观测序列，同时，在t时刻位于状态j的概率，即：

$$\alpha_t(j)=P(o_1,o_2,...,o_t,q_t=j\mid\lambda)$$

  - 该值被记录在格栅中的(s_j, t)位置

- 观测序列的概率与前向变量之间的关系：

$$P(O\mid\lambda)=\alpha_T(q_F)=P(o_1,o_2,...,o_T,q_T=q_F\mid\lambda)$$

前向算法：前向递归过程

- 初始化：

$$\alpha_1(j) = a_{0j} b_j(o_1), 1 \le j \le N$$

- 递归：

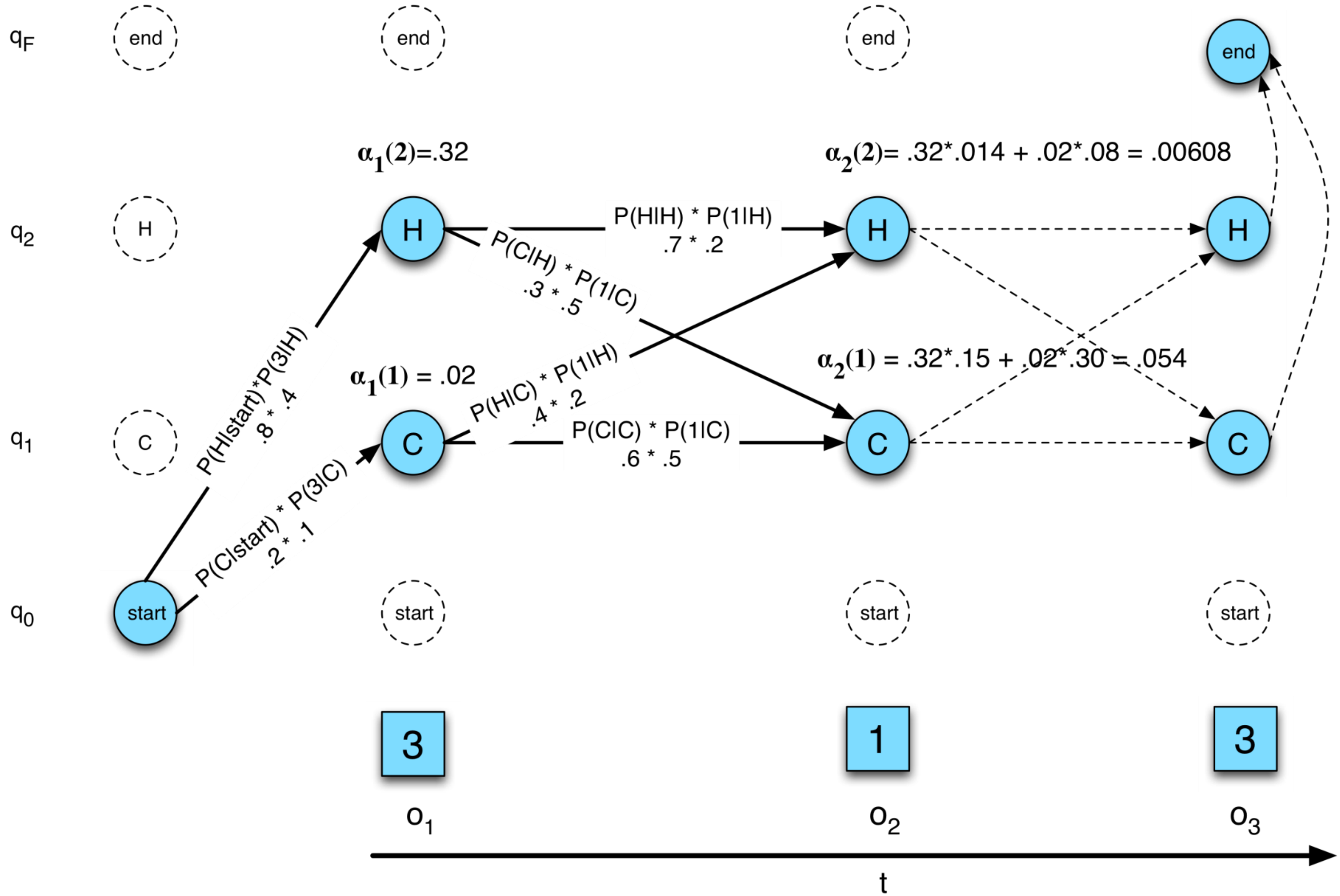
$$\alpha_t(j) = \boxed{\sum_{i=1}^{N}} \boxed{\alpha_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t),} 1 \le j \le N, 1 < t \le T$$

（0状态和F状态不对应任何观测）

- 终止：

$$P(O \mid \lambda) = \alpha_T(q_F) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_T(i) a_{iF}$$

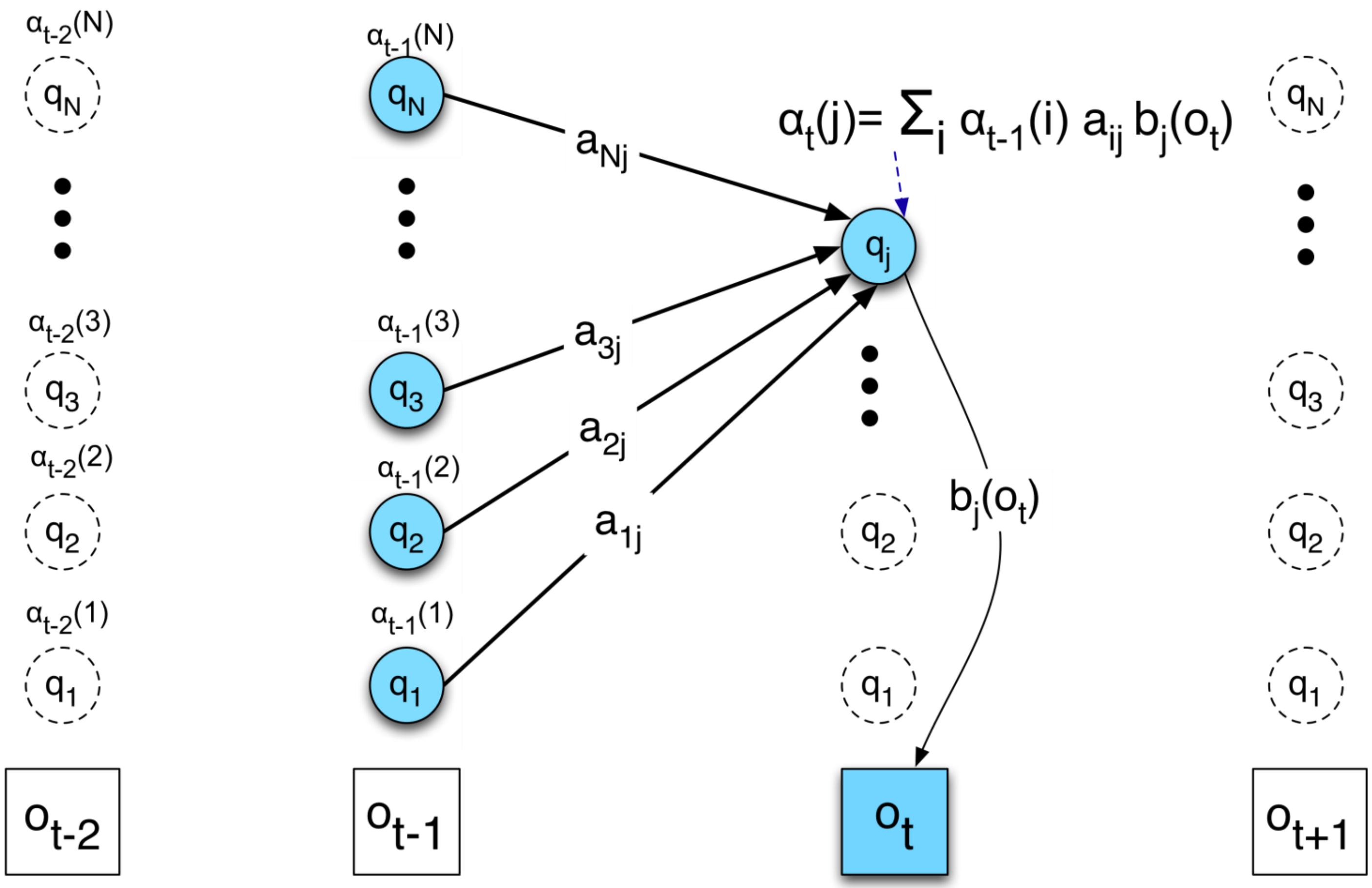
前向算法：格栅



q_F
q_2
q_1
q_0
end
H
C
start
α_1(2)=.32
α_1(1) = .02
α_2(2)= .32*.014 + .02*.08 = .00608
α_2(1) = .32*.15 + .02*.30 = .054
P(H|start)*P(3|H)
.8 * .4
P(C|start) * P(3|C)
.2 * .1
P(H|H) * P(1|H)
.7 * .2
P(C|H) * P(1|C)
.3 * .5
P(H|C) * P(1|H)
.4 * .2
P(C|C) * P(1|C)
.6 * .5
3
1
3
o_1
o_2
o_3
t

前向算法：格栅

a_{ij}：从状态i到状态j的转移概率
$b_i(o_t)$：由状态i产生观测o_t的发射概率
$\alpha_t(j)$：t时刻位于状态j的前向路径概率



前向算法

function FORWARD(*observations* of len T, *state-graph* of len N) **returns** *forward-prob*

create a probability matrix *forward[N+2,T]*
for each state s **from** 1 **to** N **do** ; initialization step
$forward[s,1] \leftarrow a_{0,s} * b_s(o_1)$
for each time step t **from** 2 **to** T **do** ; recursion step
for each state s **from** 1 **to** N **do**

$$forward[s,t] \leftarrow \sum_{s'=1}^{N} forward[s',t-1] * a_{s',s} * b_s(o_t)$$

$$forward[q_F,T] \leftarrow \sum_{s=1}^{N} forward[s,T] * a_{s,q_F}$$; termination step

return $forward[q_F,T]$

An additional remark

$$\alpha_{t+1}(j) = P(o_1 \ldots o_{t+1}, q_{t+1} = j)$$

$$= P(o_1 \ldots o_{t+1} \mid q_{t+1} = j) P(q_{t+1} = j)$$

$$= P(o_1 \ldots o_t \mid q_{t+1} = j) P(o_{t+1} \mid q_{t+1} = j) P(q_{t+1} = j)$$

$$= P(o_1 \ldots o_t, q_{t+1} = j) P(o_{t+1} \mid q_{t+1} = j)$$

$$= \sum_{i=1\ldots N} P(o_1 \ldots o_t, q_t = i, q_{t+1} = j) P(o_{t+1} \mid q_{t+1} = j)$$

$$= \sum_{i=1\ldots N} P(o_1 \ldots o_t, q_{t+1} = j \mid q_t = i) P(q_t = i) P(o_{t+1} \mid q_{t+1} = j)$$

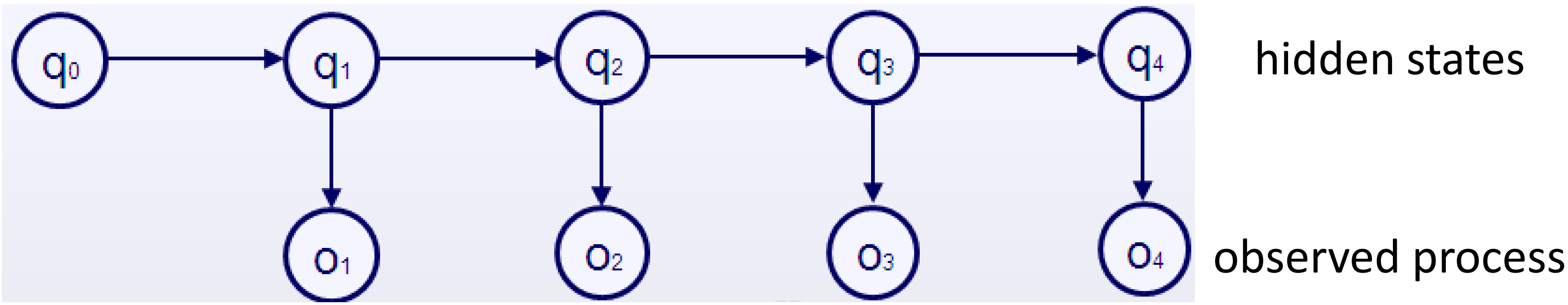
$$= \sum_{i=1\ldots N} P(o_1 \ldots o_t, q_t = i) P(q_{t+1} = j \mid q_t = i) P(o_{t+1} \mid q_{t+1} = j)$$

$$= \sum_{i=1\ldots N} \alpha_t(i) a_{ij} b_j(o_{t+1})$$

- Next lecture: HMM problem 2, 3 and its applications

- 关于作业提交
  - 邮箱：yuansassignment@163.com
  - 邮件格式：学号-姓名-作业题目（e.g., 20160910-张三-语言模型）

Recall Hidden Markov Model



- 图模型
  - 节点表示状态及观测变量
  - 箭头表示不同变量之间的概率依赖关系
- ***每个隐状态***仅依赖于它的前一个状态
- ***每个观测***仅依赖于它背后的隐状态

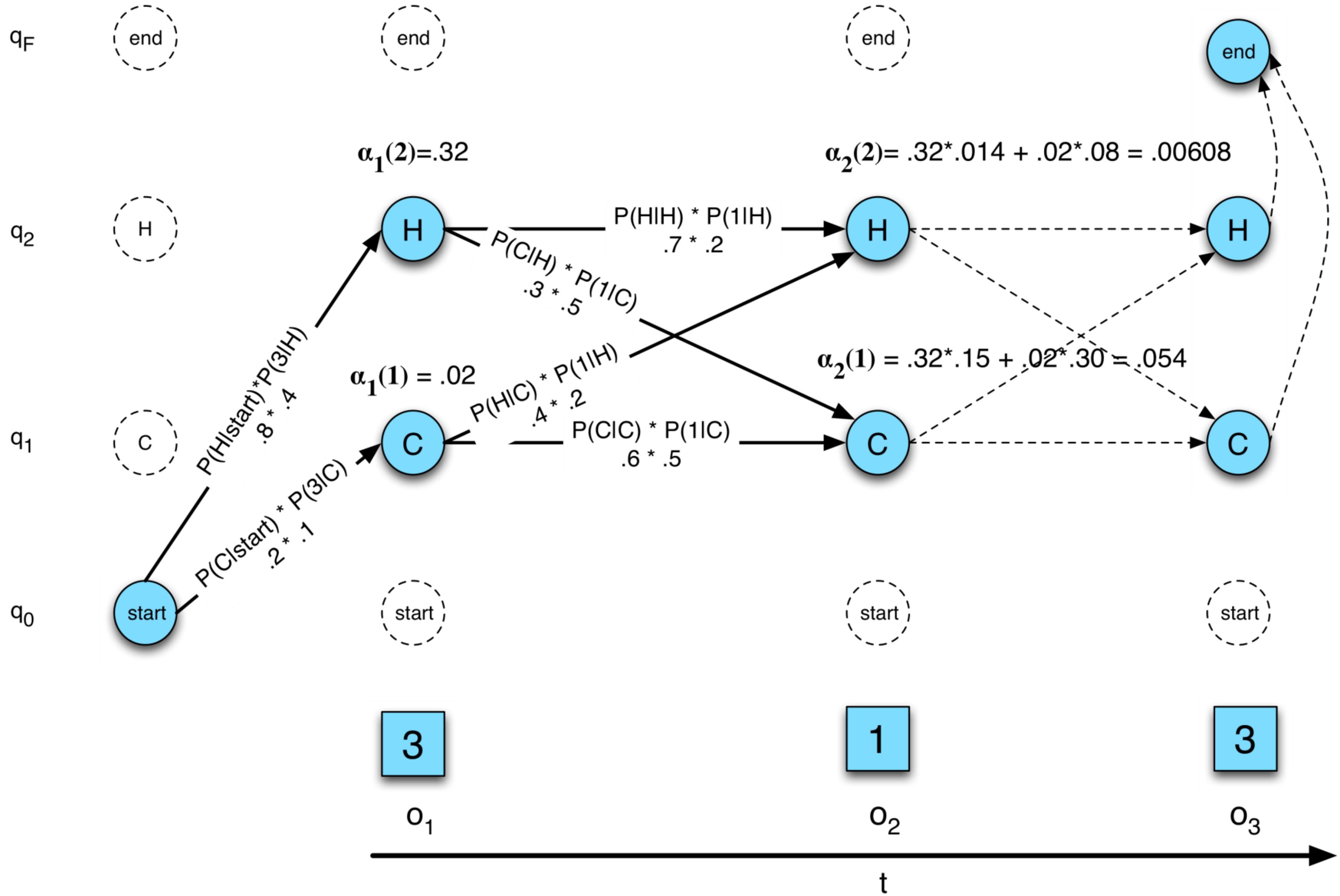
Hidden Markov Model

$Q=q_1q_2\ldots q_N$	N个**状态**
$A=a_{11}a_{12}\ldots a_{1N}\ldots a_{NN}$	**状态转移矩阵A**，每个元素a_{ij}表示从状态i到状态j的转移概率，满足对于任意i，$\sum_{j=1,\ldots N}a_{ij}=1$
$O=o_1o_2\ldots o_T$	T个**观测**，每个观测都来自于词典$V=v_1, v_2, \ldots, v_{\lvert V\rvert}$
$B=b_i(o_t)$	**发射概率矩阵B**，每个元素$b_i(o_t)$表示观测的似然，即由状态i产生观测o_t的概率
q_0, q_F	**起始状态和终止状态的概率**，不和任何观测关联，从起始状态的对应的转移概率$a_{01}a_{02}\ldots a_{0N}$出发，到终止状态对应的概率$a_{1F}a_{2F}\ldots a_{NF}$结束

HMM的三个基本问题

- Problem 1 (估算问题):
  - 给定观测序列$O=(o_1o_2...o_T)$，及HMM模型参数$\lambda = (A,B)$
  - 如何计算$P(O|\Phi)$，即产生某个观测序列的概率（观测的似然）
- Problem 2 (解码问题):
  - 给定观测序列$O=(o_1o_2...o_T)$，及HMM模型参数$\lambda= (A,B)$
  - 如何计算最优的状态序列$Q=(q_1q_2...q_T)$（i.e., 能最好解释观测O的状态序列）
- Problem 3 (参数学习):
  - 如何学习模型参数$\lambda = (A,B)$ 使$P(O|\lambda)$最大化

前向算法：格栅



q_F
q_2
q_1
q_0
end
end
end
end
H
C
start
start
start
start
H
H
H
C
C
C
$\alpha_1(2)$=.32
$\alpha_1(1)$ = .02
$\alpha_2(2)$= .32*.014 + .02*.08 = .00608
$\alpha_2(1)$ = .32*.15 + .02*.30 = .054
P(H|start)*P(3|H)
.8 * .4
P(C|start) * P(3|C)
.2 * .1
P(H|H) * P(1|H)
.7 * .2
P(C|H) * P(1|C)
.3 * .5
P(H|C) * P(1|H)
.4 * .2
P(C|C) * P(1|C)
.6 * .5
3
1
3
o_1
o_2
o_3
t

后向算法

- 同理：后向算法（backward algorithm）定义后向变量$\beta_t(i)$

$$\beta_t(i) = P(o_t, \ldots, o_T \mid q_t = i, \lambda)$$

- 即：在t时刻位于状态i时，得到t时刻后的观测的概率

后向算法

- 初始化：

$$\beta_{T+1}(i)=1, 1\le i\le N$$

- 递归：

$$\beta_t(i)=\sum_{i=1}^{N}a_{ij}b_j(o_t)\beta_{t+1}(j),\ 1\le j\le N,\ 1\le t<T$$

- 终止：

$$P(O\mid\lambda)=\sum_{i=1}^{N}\pi_i\beta_1(i)$$

后向算法

- 前向算法和后向算法结合：

$$
\begin{aligned}
P(O, q_t = i \mid \lambda) &= P(o_1, \ldots, o_T, q_t = i \mid \lambda) \\
&= P(o_1, \ldots, o_{t-1}, q_t = i, o_t, \ldots, o_T \mid \lambda) \\
&= P(o_1, \ldots, o_{t-1}, q_t = i \mid \lambda) \times P(o_t, \ldots, o_T \mid o_1, \ldots, o_{t-1}, q_t = i, \lambda) \\
&= P(o_1, \ldots, o_{t-1}, q_t = i \mid \lambda) \times P(o_t, \ldots, o_T \mid q_t = i, \lambda) \\
&= \alpha_t(i)\beta_t(i)
\end{aligned}
$$

- 因此：

$$
P(O \mid \lambda) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_t(i)\beta_t(i), 1 \le t \le T+1
$$

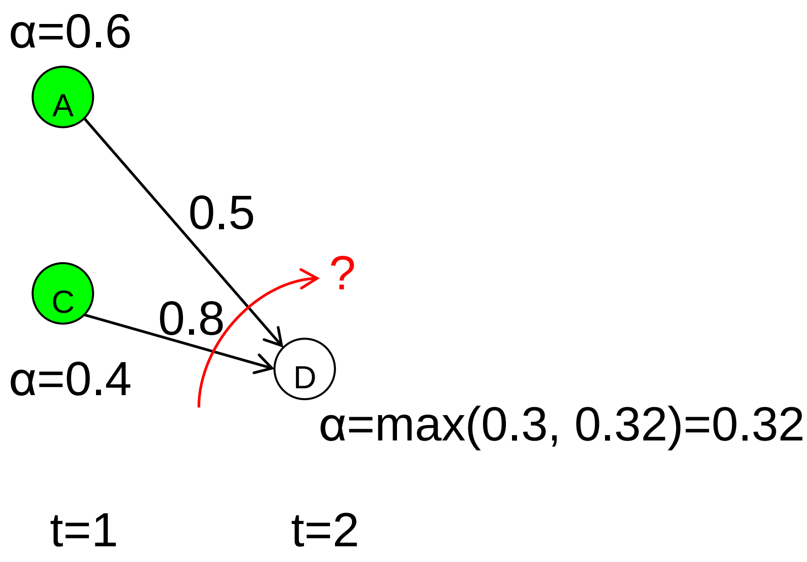
Problem 2: 解码

- **问题：** 给定观测序列$O=(o_1o_2...o_T)$，以及HMM 模型参数$\lambda=(A,B)$，计算其对应的最可能的状态序列$Q=(q_1q_2...q_T)$ (i.e., 能最好的解释观测)
- 例：已知Ice cream观测序列3-1-3，以及HMM
- 解码的任务：
  – 找到观测序列3-1-3背后最可能的天气状态序列（H-C-H? H-H-C?）

解码

- 一种可能：
  - 对于一个观测序列 O
    - E.g., 3-1-3
  - 计算P(Q|O)
    - E.g., P(HHH|313), P(HHC|313), ...
  - 从中选取一个概率最大值对应的状态序列
- Why not?
  - N^T
- 一个更高效的方法：the Viterbi algorithm
    - 也是一个线性规划算法
    - 使用同the Forward algorithm类似的格栅

Viterbi 算法：基本思路



- 直觉：
  - C 应该是到达D的最可能状态，因为
    - p(A-D)=0.6×0.5=0.3
    - p(C-D)=0.4×0.8=0.32

- 尽管没有进行全部的搜索，D已经找到它最可能的前一个状态

Viterbi 算法：基本思路

- $Q_{best} = \arg\max_Q P(Q|O)$
  $= \arg\max_Q P(Q,O)/P(O)$
  $= \arg\max_Q P(Q,O)$

  →求解观测序列及最佳状态序列的联合概率

  $= \arg\max_Q \prod_{i=1\ldots t} P(o_i|q_i,q_{i-1})P(q_i|q_{i-1})$

- 定义$v_t(j)$：t时刻到达状态j的最可能路径对应的概率

$$v_t(j) = \max_{q_0, q_1, \ldots, q_{t-1}} P(q_0, q_1, \ldots, q_{t-1}, o_1, o_2, \ldots, o_t, q_t = j \mid \lambda)$$

Viterbi 算法：基本思路

- 从左向右处理观测序列
- 将$v_t(j)$填充到对应的格子中
- 递归：

$$v_t(j)=\max_{i=1}^{N} v_{t-1}(i)a_{ij}b_j(o_t)$$

a_{ij}：从状态i到状态j的转移概率
$b_i(o_t)$：由状态i产生观测o_t的发射概率
$v_t(j)$：t时刻时到达状态j的viterbi路径的概率

Viterbi 算法：前向递归过程

- 初始化： $v_1(j) = a_{0j} b_j(o_1), 1 \le j \le N$

  $bt_1(j) = 0$

- 递归：

$$v_t(j) = \max_{i=1}^{N} v_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t), 1 \le j \le N, 1 < t \le T$$

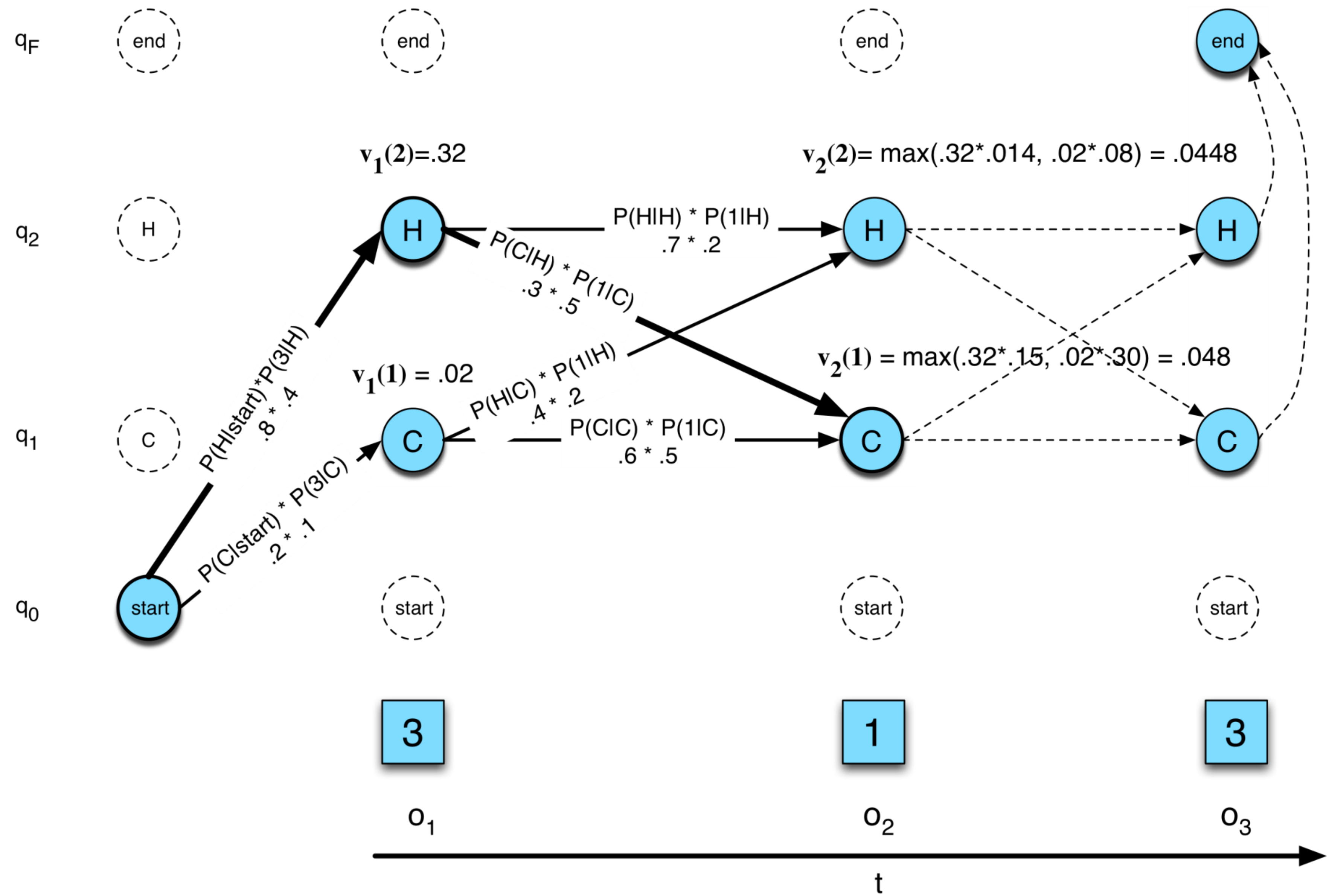
$$bt_t(j) = \arg\max_{i=1}^{N} v_{t-1}(i) a_{ij} b_j(o_t), 1 \le j \le N, 1 < t \le T$$

- 终止：

最优路径对应的概率： $P^* = v_t(q_F) = \max_{i=1}^{N} v_T(i) a_{iF}$

回退的起始状态： $q_T{}^* = bt_T(q_F) = \arg\max_{i=1}^{N} v_T(i) a_{iF}$

Viterbi 算法：格栅

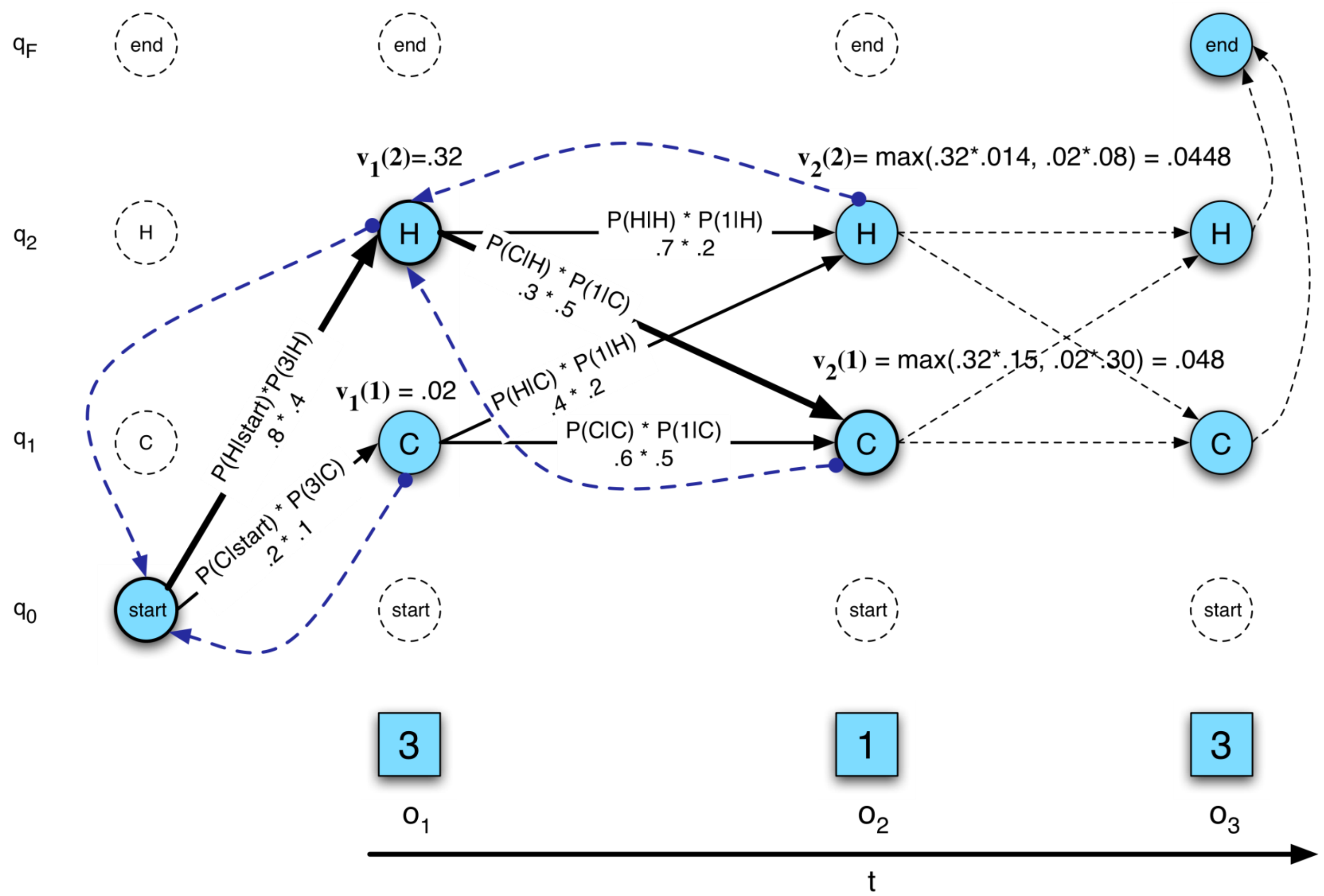


Viterbi 算法

function VITERBI(*observations* of len T, *state-graph* of len N) **returns** *best-path*

create a path probability matrix *viterbi[N+2,T]*
for each state s **from** 1 **to** N **do** ; initialization step
$$viterbi[s,1] \leftarrow a_{0,s} * b_s(o_1)$$
$$backpointer[s,1] \leftarrow 0$$
for each time step t **from** 2 **to** T **do** ; recursion step
for each state s **from** 1 **to** N **do**
$$viterbi[s,t] \leftarrow \max_{s'=1}^{N} viterbi[s',t-1] * a_{s',s} * b_s(o_t)$$
$$backpointer[s,t] \leftarrow \operatorname*{argmax}_{s'=1}^{N} viterbi[s',t-1] * a_{s',s}$$
$$viterbi[q_F,T] \leftarrow \max_{s=1}^{N} viterbi[s,T] * a_{s,q_F}$$; termination step
$$backpointer[q_F,T] \leftarrow \operatorname*{argmax}_{s=1}^{N} viterbi[s,T] * a_{s,q_F}$$; termination step
return the backtrace path by following backpointers to states back in time from $backpointer[q_F,T]$

Viterbi 算法：回退



Problem3：参数学习

- **问题：**如何找到能最好解释观测数据的模型参数λ=(A, B, Π)

$$\arg\max_{\lambda} P(O_{training} \mid \lambda)$$

- 进一步：如何从数据中自动估计模型参数？

- 一个简单的方法：极大似然估计法

参数学习

- 有监督方法：基于已知“正确答案”的数据（序列对）进行估计
  - 从数据中统计状态之间的转移，及状态到观测的发射
  - 记n=1, ..., N为有标记样本数，t=1,...,T为每个样本的序列长度，$q^i_{n,t}$为第n个序列在t时刻的状态，$o^k_{n,t}$为第n个序列在t时刻的观测

$$a_{ij}^{MLE} = \frac{\#(i \to j)}{\#(i \to *)} = \frac{\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=2}^{T} q^i_{n,t-1} q^j_{n,t}}{\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=2}^{T} q^i_{n,t-1}}$$

$$b_{jk}^{MLE} = \frac{\#(j \to k)}{\#(j \to *)} = \frac{\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} q^j_{n,t} o^k_{n,t}}{\sum_{n=1}^{N}\sum_{t=1}^{T} q^j_{n,t}}$$

参数学习

- 无监督方法： 基于无“正确答案”的数据（不完全数据）进行估计
- 采用MLE，意味着需要找到使下列概率最大的参数λ：

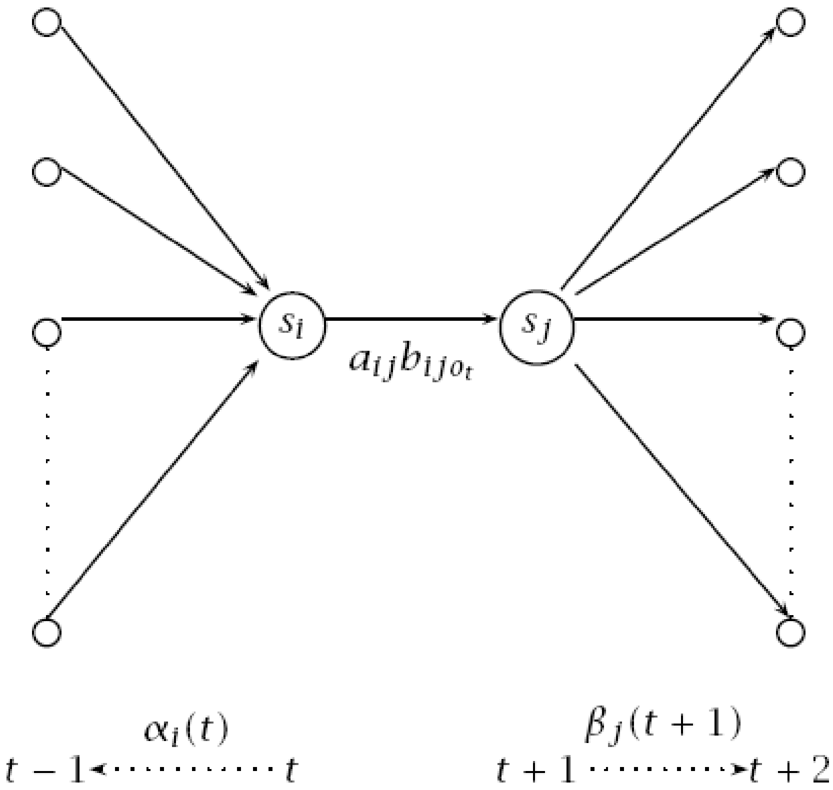
$$\arg\max_{\lambda} P(O_{training} \mid \lambda)$$

- 很难找到上式的解析解！
- 但可以通过类似于爬山算法的局部最大化方法求解 → Baum-Welch算法 or Forward-Backward算法

前向-后向算法

- 基本思想：
  - 不知道模型参数λ，但可以通过某个参数计算观测的似然概率P(O| λ‘)
    - 比如可以随机选取一个λ‘
  - 通过计算，可以看到哪些概率转移和观测发射最可能被使用到
  - 增大它们的概率，可以得到一个新的模型λ“，新的模型赋予观测序列一个更高的似然概率

前向-后向算法



$$\alpha_t(t) = P(o_1, o_2, \ldots, o_{t-1}, q_t = i \mid \lambda)$$

$$\alpha_j(t+1) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i(t) a_{ij} b_j(o_t)$$

$$\beta_j(t+1) = P(o_{t+1} \ldots o_T \mid q_{t+1} = j, \lambda)$$

$$\beta_i(t) = \sum_{j=1}^{N} a_{ij} b_j(o_t) \beta_j(t+1)$$

前向-后向算法

定义$p_t(i, j)$：

已知观测序列O，t时刻从状态i转移到状态j的概率

$$p_t(i,j) = P(q_t = i, q_{t+1} = j \mid O, \lambda)$$

$$= \frac{P(q_t = i, q_{t+1} = j, O \mid \lambda)}{P(O \mid \lambda)}$$

$$= \frac{\alpha_i(t) a_{ij} b_j(o_t) \beta_j(t+1)}{\sum_{m=1}^{N} \alpha_m(t) \beta_m(t)}$$

$$= \frac{\alpha_i(t) a_{ij} b_j(o_t) \beta_j(t+1)}{\sum_{m=1}^{N} \sum_{n=1}^{N} \alpha_m(t) a_{mn} b_n(o_t) \beta_n(t+1)}$$

定义 $\gamma_i(t)$：

已知观测序列O， t时刻位于状态i的概率

$$\gamma_i(t) = \sum_{j=1}^{N} p_t(i,j) = \frac{\alpha_t(i) \beta_t(i)}{\sum_{i=1}^{N} \alpha_t(i) \beta_t(i)}$$

前向-后向算法

- 已知观测O，对于时间叠加，可以得到：
  - **由状态i转移到状态j的次数的期望：$\sum_{t=1,\ldots,T} P_t(i,j)$**
  - **由状态i进行状态转移的次数的期望：$\sum_{t=1,\ldots,T} \gamma_i(t)$**

前向-后向算法

- 模型参数更新：

$$\begin{aligned}
\hat{\pi}_i &= \text{expected frequency in state } i \text{ at time } t = 1 \\
&= \gamma_i(1) \\
\hat{a}_{ij} &= \frac{\text{expected number of transitions from state } i \text{ to } j}{\text{expected number of transitions from state } i} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{T} p_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T} \gamma_i(t)} \\
\hat{b}_{ijk} &= \frac{\text{expected number of transitions from } i \text{ to } j \text{ with } k \text{ observed}}{\text{expected number of transitions from } i \text{ to } j} \\
&= \frac{\sum_{\{t: o_t = k, 1 \le t \le T\}} p_t(i,j)}{\sum_{t=1}^{T} p_t(i,j)}
\end{aligned}$$

前向-后向算法

- 初始化：给模型一个初始值 $\lambda=(A, B, \pi)$
- 迭代：
  – 采用当前的模型通过O估计参数期望（期望）
  – 更新模型参数：极大似然估计法（最大化）
- 收敛：重复以上过程，直至模型收敛到一个最优值 $\lambda*=(A*, B*, \pi*)$
  – Baum证明了模型的收敛性，即：

$$P(O|\lambda*) \geq P(O|\lambda) \square$$

前向-后向算法

- 期望最大化算法(Expectation Maximization (EM))的一个特例

- 通过迭代可以改进模型参数

- 但这种参数迭代计算的过程不保证能找到参数的最优解

HMM应用于POS Tagging

- Part-of-speech tagging
  - 8 个常用的英文词性类别
    - N : noun , *chair, bandwidth, pacing*
    - V : verb , *study, debate, munch*
    - ADJ : adj , *purple, tall, ridiculous*
    - ADV : adverb , *unfortunately, slowly,*
    - P : preposition , *of, by, to*
    - PRO : pronoun , *I, me, mine*
    - DT : determiner , *the, a, that, those*

HMM应用于POS Tagging

WORD	tag
the	**DT**
koala	**N**
put	**V**
the	**DT**
keys	**N**
on	**P**
the	**DT**
table	**N**

HMM应用于POS Tagging

- 给定句子（观测词序列）
  - *Secretariat is expected to race tomorrow*
  - *She promised to back the bill*
- 如何求解最能解释当前观测的tag序列？
- 从概率模型的角度：
  - 考察所有可能的tag序列
  - 从中选取“给定词序列，最可能的tag序列”，即给定观测的词$w_1 \ldots w_n$序列，找到其对应的最可能的tag序列$t_1 \ldots t_n$，使得$P(t_1 \ldots t_n | w_1 \ldots w_n)$最大：

$$\hat{t}_1^n = \arg\max P\left(t_1^n \mid w_1^n\right)$$

HMM应用于POS Tagging

- 由Bayes法则：

$$P(x \mid y) = \frac{P(y \mid x)P(x)}{P(y)}$$

- 得：

$$\hat{t}_1^n = \arg\max_{t_1^n} P(t_1^n \mid w_1^n)$$

$$= \arg\max_{t_1^n} \frac{P(w_1^n \mid t_1^n)P(t_1^n)}{P(w_1^n)} = \arg\max P(w_1^n \mid t_1^n)P(t_1^n)$$

Likelihood和prior

$$\hat{t}_1^n = \arg\max_{t_1^n} \overbrace{P\left(w_1^n \mid t_1^n\right)}^{likelihood} \overbrace{P\left(t_1^n\right)}^{prior}$$

$$P\left(w_1^n \mid t_1^n\right) \approx \prod_{i=1} P\left(w_i \mid t_i\right)$$

$$P\left(t_1^n\right) \approx \prod_{i=1}^{n} P\left(t_i \mid t_{i-1}\right)$$

$$\hat{t}_1^n = \arg\max_{t_1^n} P\left(t_1^n \mid w_1^n\right) \approx \arg\max_{t_1^n} \prod_{i=1}^{n} P\left(w_i \mid t_i\right) P\left(t_i \mid t_{i-1}\right)$$

两类概率 (1)

- Tag之间的转移概率$p(t_i|t_{i-1})$
  - 例：冠词后*DT*面接形容词*JJ*和名词*NN*的概率
    - *That/DT flight/NN*
    - *The/DT yellow/JJ hat/NN*
  - 极大似然估计法：通过有标记语料估计 P(NN|DT)

$$P(t_i \mid t_{i-1}) = \frac{C(t_{i-1}, t_i)}{C(t_{i-1})}$$

$$P(NN \mid DT) = \frac{C(DT, NN)}{C(DT)} = \frac{56{,}509}{116{,}454} = .49$$

两类概率 (2)

- 词的似然概率：$p(w_i|t_i)$
  - 系动词VBZ 为"is"的概率
  - 极大似然估计法：通过有标记语料估计P(is|VBZ)

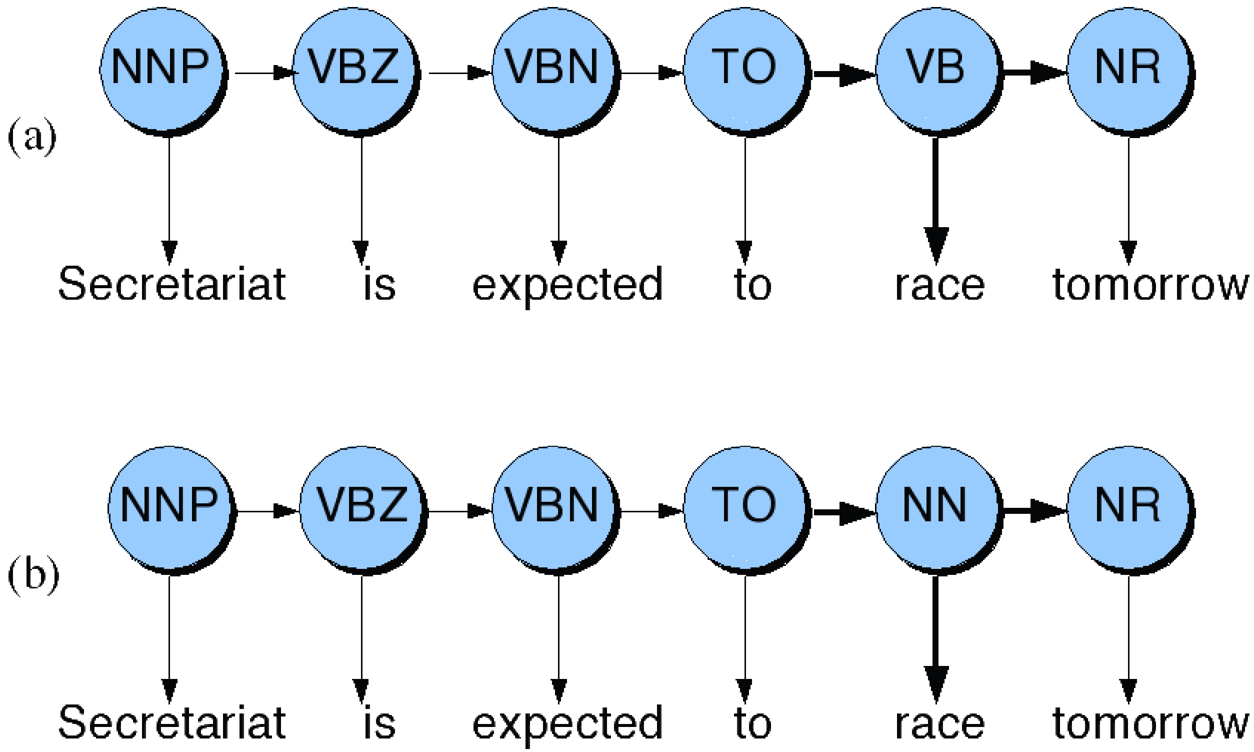
$$P(w_i \mid t_i) = \frac{C(t_i, w_i)}{C(t_i)}$$

$$P(is \mid VBZ) = \frac{C(VBZ, is)}{C(VBZ)} = \frac{10{,}073}{21{,}627} = .47$$

一个例子：the verb "race"

- 训练数据：
  - People/NNP continue/VB to/TO inquire/VB the/DT reason/NN for/IN the/DT **race**/NN for/IN outer/JJ space/NN
  - They/NNS
    'll/MD never/ADV be/VBZ able/ADJ to/TO stop/VB using/VBG
    / the/DT word/NN **race**/NN as/PP
    a/DT cultural/ADJ determinant/NN.
  - Two/QU scientists/NNP **race**/VB for/PP the/DT prize/NN
  - …
- 任务：
  - Secretariat will race tomorrow.
  - I want to race.
  - Do you know how much energy you will burn up during the relay race?
  - …

词性的歧义


(a)
NNP
VBZ
VBN
TO
VB
NR
Secretariat
is
expected
to
race
tomorrow
(b)
NNP
VBZ
VBN
TO
NN
NR
Secretariat
is
expected
to
race
tomorrow

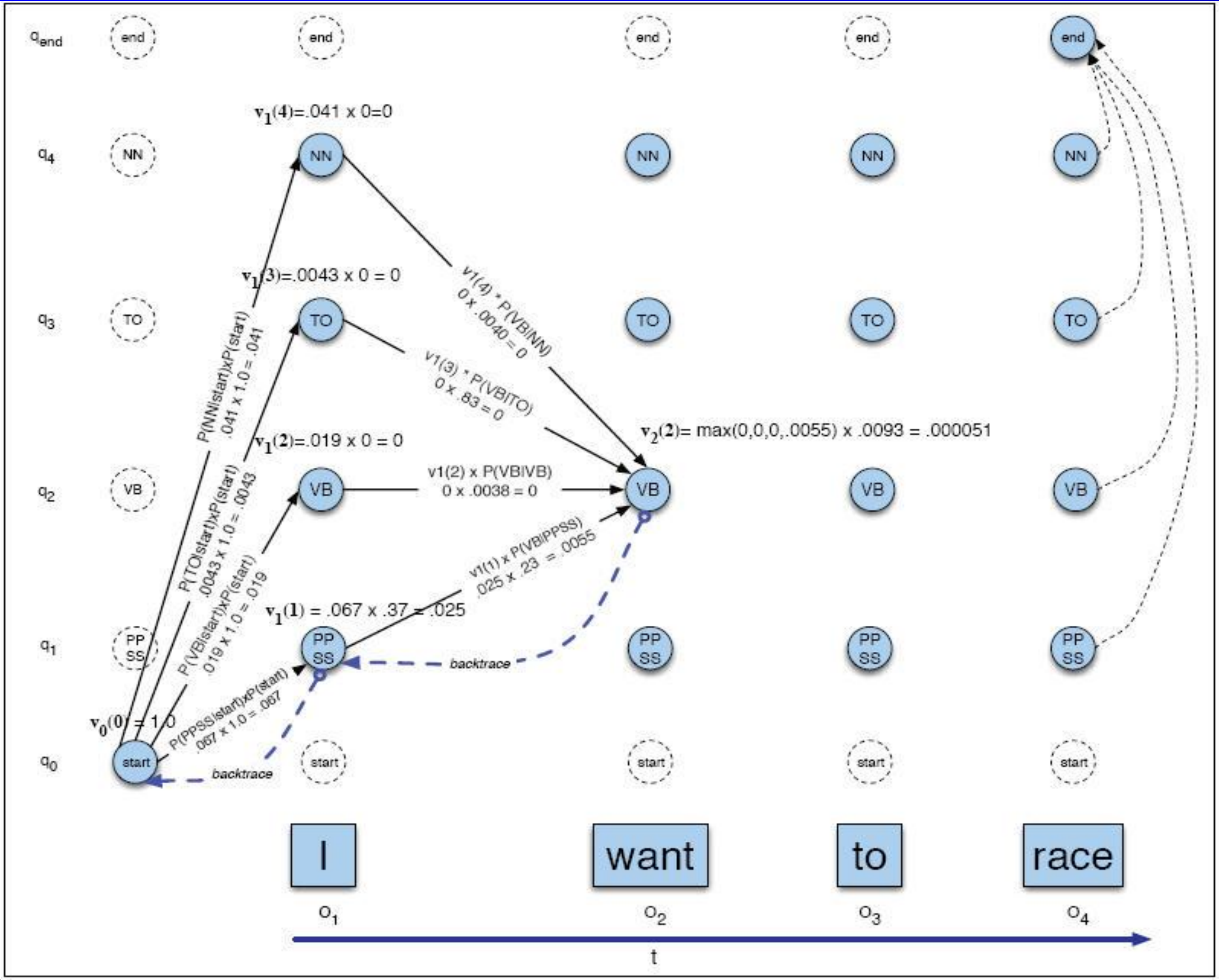
A矩阵

	VB	TO	NN	PPSS
<s>	.019	.0043	.041	.067
VB	.0038	.035	.047	.0070
TO	.83	0	.00047	0
NN	.0040	.016	.087	.0045
PPSS	.23	.00079	.0012	.00014

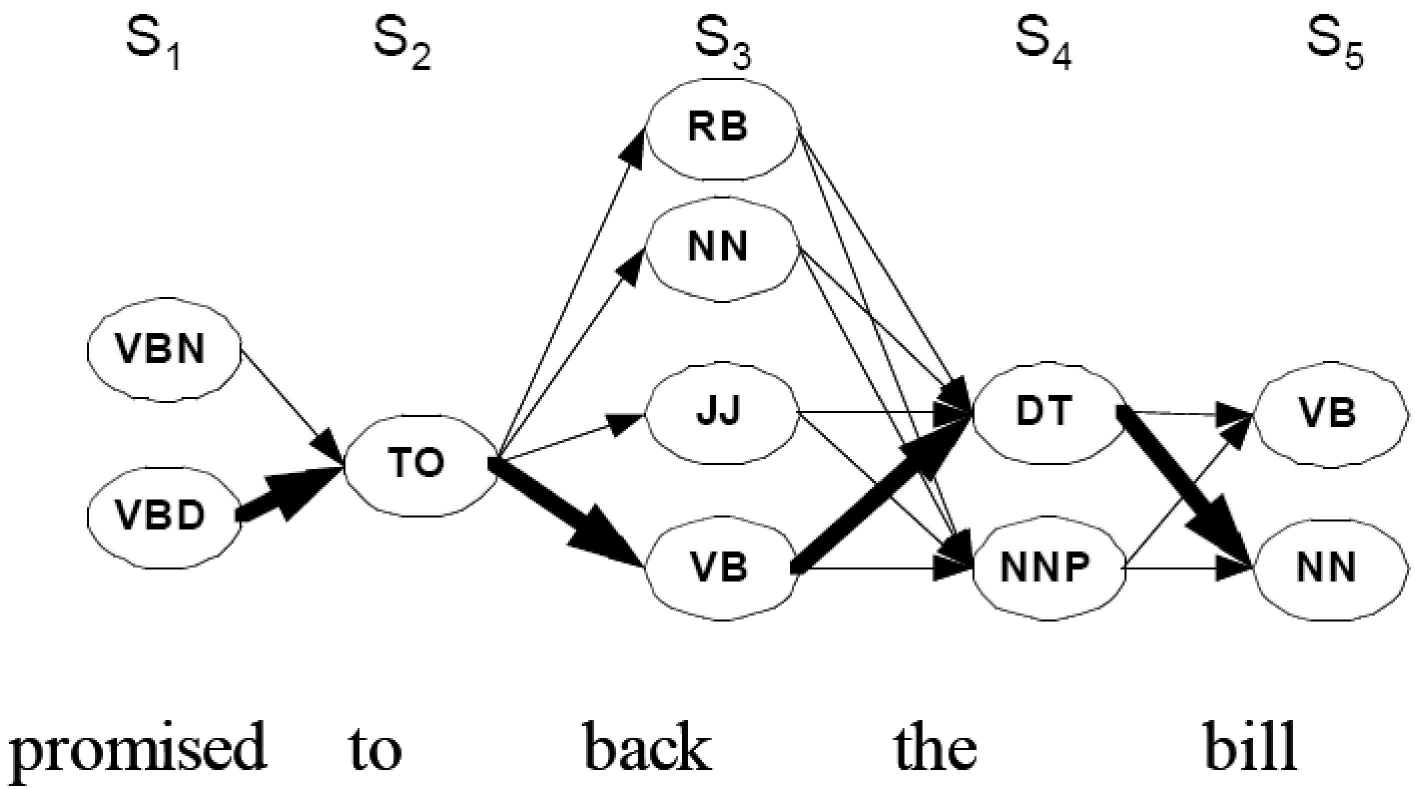
B矩阵

	I	want	to	race
VB	0	.0093	0	.00012
TO	0	0	.99	0
NN	0	.000054	0	.00057
PPSS	.37	0	0	0

Viterbi 算法：寻找最优的“路径”



Viterbi 算法：寻找最优的“路径”



其它的序列标注任务

- 分词：
  - INPUT:富士山和涩谷风景是日本的重要标志
  - OUTPUT:富/B 士/I 山/E 和/S 涩/B 谷/E 风/B 景/E 是/S 日/B 本/E 的/S 重/B 要/E 标/B 志/E
- ……

其它的序列标注任务

- 命名实体识别 (Named Entity Recognition, NER)
  - INPUT: Profits soared at Boeing Co., easily topping forecasts on Wall Street, as their CEO Alan Mulally announced first quarter results.
  - OUTPUT: Profits soared at [Company Boeing Co.], easily topping forecasts on [Location Wall Street], as their CEO [Person Alan Mulally] announced first quarter results.

  - 如何将其转化为序列标注任务？
  - OUTPUT: Profits/O soared/O at/O Boeing/B-C Co./I-C ,/O easily/O topping/O forecasts/O on/O Wall/B-L Street/I-L , /O as/O their/O CEO/O Alan/B-P Mulally/I-P announced/O first/O quarter/O results/O . /O

主要内容

- 词性及词性标注
- 隐马尔可夫模型
  - The Forward Algorithm
  - The Viterbi Algorithm
  - The Baum-Welch (EM Algorithm)
- 其它的序列标注任务

Next Lecture

- 句法分析： Context-free grammar and Parsing
- Ref.: Christopher D. Manning, Ch 11, 12