CR sans aucune figure ! Vous devez impérativement insérer les figures pour appuyer vos interprétations.

Bon travail sur la partie interprétation.

Signaux et Systèmes Linéaires
TP No. 1 : Transformations élémentaires des signaux

3 ETI – CPE Lyon
2020-2021
Manipulation

Noms, Prénoms : PINCEMIN Alexis, FRANCOIS Axel

Groupe : C

Date : 15/09

Synthèse et transformation du signal porte

On souhaite générer le signal porte suivant :

$$p(t) = \sqcap_T(t) = \begin{cases} 1, & -T/2 \leq t \leq T/2 \\ 0, & |t| > T/2 \end{cases}$$

Question 1. Générer un vecteur temps *t* de *N* points régulièrement espacés entre -*D* (inclus) et +*D* (exclu).
A.N. : *N* = 2000 ; *D* = 5 secondes.

```
D=5;
N=2000;
t=linspace(-D,D,N+1);
t=t(1:end-1);
```

Question 2. Synthétiser le signal (vecteur) *p* correspondant à $\sqcap_T(t)$. Fournir le code et représenter *p* en fonction de *t*.
A.N. : *T* = 2 secondes.

```
T=2;
p=t>-T/2 & t<T/2;
plot(t,p) ;
title('Porte') ;
```

Question 3. En utilisant la fonction TransFourier.m récupérées sur CPe-campus, calculer la transformée de Fourier *P(f)* de *p(t)*.

```
[TransP,f] = TransFourier(p,t);
```

a. Représenter dans deux subplot séparés, les parties réelle et imaginaire de *P(f)* en fonction du vecteur fréquence *f* rendu en sortie de la fonction TransFourier.m

```
subplot(1,2,1);
plot(f, imag(TransP))
title('Imag')
subplot(1,2,2);
plot(f, real(TransP))
title('Réelle')
```

Figures ?

b. *P(f)* est-il complexe ? Pourquoi ?

La fonction est réelle et paire, donc sa partie imaginaire est nulle.

c. Mesurer l'amplitude à l'origine de *P(f)* et la comparer à celle de *T*.

P(0) = 2 = T

d. Mesurer la période des oscillations (secondaires) de *P(f)* et comparer à la valeur de *T*. Caractériser la vitesse de décroissance de l'amplitude de *P(f)* sur ses maxima locaux. Le signal *p(t)* est-il à support compact (i.e. bande spectral finie) ?

La période des oscillations vaut 0.5 ~~= 1/2~~ =1/T Revoir
Avec les curseurs, on mesure que la décroissance est en 1/f → noter 2 ou 3 mesures

e. Tracer $\Gamma_p(f)$, la densité spectrale d'énergie de la fonction porte *p(t)*. Mesurer la largeur des lobes primaire et secondaires de $\Gamma_p(f)$. Comparer aux valeurs théoriques.

```
plot(f, abs(TransP).*abs(TransP))
title('Densité spectrale')
```

La largeur des lobes est de 0,5 (unité ?)
lesquels ? ok si ce sont les lobes secondaires

Question 4. Synthétiser le signal $p(t\text{-}t_0)$, version translatée de *p(t)* d'un retard t_0.
A.N. : t0 = 2 secondes.

```
T=2;
t0 = 2;
p2=t>-T/2+t0 & t<T/2+t0;
```

a. Représenter sur une même figure, les signaux *p(t)* et *p(t-t₀)* en fonction du temps *t*.

```
hold on
plot(t,p2,'color',[1,0,0])
plot(t,p,'color',[0,0,1])
title('p(t) & p(t-t0)')
```

Figures?

b. Calculer $P_{t0}(f)$, la transformée de Fourier de *p(t-t0)*. Représenter dans deux subplot distincts, les parties réelles de *P(f)* et de $P_{t0}(f)$ superposées, et les parties imaginaires de *P(f)* et de $P_{t0}(f)$ superposées.

```
[TransP2,f] = TransFourier(p2,t);
subplot(1,2,1);
hold on;
plot(f, imag(TransP2),'color',[1,0,0])
plot(f, imag(TransP),'color',[0,0,1])
title('Imag')
subplot(1,2,2);
hold on;
plot(f, real(TransP2),'color',[1,0,0])
plot(f, real(TransP),'color',[0,0,1])
title('Réelle')
```

Figures?

c. Pourquoi le signal $P_{t0}(f)$ n'est-il pas réel ?

Le signal *p(t-t0)* n'est pas pair donc, d'après les propriétés du cours sur les transformée de Fourier, $P_{t0}(f)$ est forcément pas un réel pur.

Question 5. Synthétiser le signal $p_a(t)$ correspondant au changement d'échelle de *p(t)* d'un facteur *a* :

$p_a(t) = p(at)$

A.N. : a = 2.

```
T=2;
a=2;
p3=t>-T/(2*a) & t<T/(2*a);
```

a. Représenter dans deux subplots distincts, pa(t) superposée à p(t) et $\Gamma_{pa}(f)$ superposée à $\Gamma_p(f)$.

```
T=2;
a=2;
p3=t>-T/(2*a) & t<T/(2*a);
subplot(1,2,1);
hold on
plot(t,p3,'color',[0,1,0])
plot(t,p,'color',[0,0,1])
title('pa(t) (vert)')
```

Figures?

```
[TransP3,f] = TransFourier(p3,t);
subplot(1,2,2);
hold on
plot(f, abs(TransP).*abs(TransP),'color',[0,1,0])
plot(f, abs(TransP3).*abs(TransP3),'color',[0,0,1])
title('Densité spectrale pa(t) (vert)')
```

b. Que peut-on dire des produits *durée* x *bande équivalentes* des fonctions *p(t)* et $p_a(t)$ (on assimilera la bande équivalente de *p(t)* (resp. $p_a(t)$) à la largeur du lobe principal de $\Gamma_p(f)$ (resp. $\Gamma_p(f)$)) ?

Pour *p(t)* : durée x bande équivalentes = 2 * 2 = 4
Pour $p_a(t)$: 1 * 1 = 1

c. Quel principe ce produit illustre-t-il ?

Ce produit illustre la dénition du ~~changement d'échelle~~.

Question 6. Synthétiser le signal $s(t) = p(t) \times [A \cos(2\pi f_0 t)]$
A.N. : $A = 3$; $f_0 = 20$.

```
A = 3;
f0 = 20;
s=[];
for i = linspace(1,N,N);
  s = [s,p(1,i) * A*cos(2*pi*f0*t(1,i))];
endfor
```

a. Afficher *s(t)* en fonction du temps *t*.

```
plot(t,s)
title('S(t)')
```

Figure ?

b. Calculer *S(f)*, la transformée de Fourier de *s(t)*. Afficher sur le même graphique, les parties réelles et imaginaires de *S(f)*.

```
[TransS,f] = TransFourier(s,t);
subplot(4,4,14);
hold on
plot(f, imag(TransS),'color',[1,0,0])
plot(f, real(TransS),'color',[0,0,1])
title('Imag : rouge, Réelle : bleu')
```

Figure ?

c. *S(f)* est-il complexe ? Pourquoi ? Comparer la fonction *S(f)* obtenue à l'expression trouvée en préparation.

S(f) n'est pas complexe car il s'agit d'une fonction paire car définie avec le cos.

On constate des pics en f = -20 et f = 20. D'après l'étude théorique, ces pics sont censé être des diracs. On voit que ces pics sont « bruité », cela s'explique par le pas de calcul de nos fonctions et le fait qu'on utilise la fonction porte pour « ~~échantillonner~~ » la fonction $A \cos(2\pi f_0 t)$

limiter en temps

d. Calculer numériquement l'énergie du signal *s* à partir de sa représentation temporelle *s(t)*, puis à partir de sa représentation fréquentielle *S(f)*. Comparer les deux valeurs obtenues. Quel théorème ce résultat illustre-t-il ?

On obtient EnergieSt= EnergieSf = ~~0,00044775~~
Ce résultat illustre la formule de Parseval-Plancherel

Question 7. **D'un point de vue très général**, quel est l'intérêt pour l'analyse des signaux physiques, d'avoir étudié la porte rectangulaire $\prod_T(t)$?

L'intérêt de la porte rectangulaire est d'~~échantillonner~~ un signal pour pouvoir lui appliquer la transformée de Fourier.