Signaux et Systèmes Linéaires  
TP No. 1 : Transformations élémentaires des signaux

3 ETI – CPE Lyon

2020-2021

Manipulation

Noms, Prénoms : PINCEMIN Alexis, FRANCOIS Axel

Groupe : C

Date : 15/09

Synthèse et transformation du signal porte

On souhaite générer le signal porte suivant :



1. Générer un vecteur temps *t* de *N* points régulièrement espacés entre *-D* (inclus) et *+D* (exclu).

A.N. : *N* = 2000 ; *D* = 5 secondes.

D=5;

N=2000;

t=linspace(-D,D,N+1);

t=t(1:end-1);

1. Synthétiser le signal (vecteur) *p* correspondant à ∏T(t). Fournir le code et représenter *p* en fonction de *t*.

A.N. : *T* = 2 secondes.

T=2;

p=t>-T/2 & t<T/2;

plot(t,p) ;

title('Porte') ;

1. En utilisant la fonction TransFourier.m récupérées sur CPe-campus, calculer la transformée de Fourier *P(f)* de *p(t)*.

[TransP,f] = TransFourier(p,t);

* 1. Représenter dans deux subplot séparés, les parties réelle et imaginaire de *P(f)* en fonction du vecteur fréquence *f* rendu en sortie de la fonction TransFourier.m

subplot(1,2,1);

plot(f, imag(TransP))

title('Imag')

subplot(1,2,2);

plot(f, real(TransP))

title('Réelle')

* 1. *P(f)* est-il complexe ? Pourquoi ?

La fonction est réelle et paire, donc sa partie imaginaire est nulle.

* 1. Mesurer l’amplitude à l’origine de *P(f)* et la comparer à celle de *T*.

P(0) = 2 = T

* 1. Mesurer la période des oscillations (secondaires) de *P(f)* et comparer à la valeur de *T*. Caractériser la vitesse de décroissance de l’amplitude de *P(f)* sur ses maxima locaux. Le signal *p(t)* est-il à support compact (i.e. bande spectral finie) ?

La période des oscillations vaut 0.5 = 1/2 =1/T

Avec les curseurs, on mesure que la décroissance est en 1/f

* 1. Tracer *p(f)*, la densité spectrale d’énergie de la fonction porte *p(t)*. Mesurer la largeur des lobes primaire et secondaires de *p(f)*. Comparer aux valeurs théoriques.

plot(f, abs(TransP).\*abs(TransP))

title('Densité spectrale')

La largeur des lobes est de 0,5

1. Synthétiser le signal *p(t-t0)*, version translatée de *p(t)* d’un retard *t0*.  
   A.N. : t0 = 2 secondes.

T=2;

t0 = 2;

p2=t>-T/2+t0 & t<T/2+t0;

* 1. Représenter sur une même figure, les signaux *p(t)* et *p(t-t0)* en fonction du temps *t*.

hold on

plot(t,p2,'color',[1,0,0])

plot(t,p,'color',[0,0,1])

title('p(t) & p(t-t0)')

* 1. Calculer *Pt0(f)*, la transformée de Fourier de *p(t-t0)*. Représenter dans deux subplot distincts, les parties réelles de *P(f)* et de *Pt0(f)* superposées, et les parties imaginaires de *P(f)* et de *Pt0(f)* superposées.

[TransP2,f] = TransFourier(p2,t);

subplot(1,2,1);

hold on;

plot(f, imag(TransP2),'color',[1,0,0])

plot(f, imag(TransP),'color',[0,0,1])

title('Imag')

subplot(1,2,2);

hold on;

plot(f, real(TransP2),'color',[1,0,0])

plot(f, real(TransP),'color',[0,0,1])

title('Réelle')

* 1. Pourquoi le signal *Pt0(f)* n’est-il pas réel ?

Le signal *p(t-t0)* n’est pas pair donc, d’après les propriétés du cours sur les transformée de Fourier, *Pt0(f)* est forcément pas un réel pur.

1. Synthétiser le signal *pa(t)* correspondant au changement d’échelle de *p(t)* d’un facteur *a* :   
   *pa(t) = p(at)*   
   A.N. : a = 2.

T=2;

a=2;

p3=t>-T/(2\*a) & t<T/(2\*a);

* 1. Représenter dans deux subplots distincts, pa(t) superposée à p(t) et *pa(f)* superposée à *p(f)*.

T=2;

a=2;

p3=t>-T/(2\*a) & t<T/(2\*a);

subplot(1,2,1);

hold on

plot(t,p3,'color',[0,1,0])

plot(t,p,'color',[0,0,1])

title('pa(t) (vert)')

[TransP3,f] = TransFourier(p3,t);

subplot(1,2,2);

hold on

plot(f, abs(TransP).\*abs(TransP),'color',[0,1,0])

plot(f, abs(TransP3).\*abs(TransP3),'color',[0,0,1])

title('Densité spectrale pa(t) (vert)')

* 1. Que peut-on dire des produits *durée* x *bande équivalentes* des fonctions *p(t)* et *pa(t)* (on assimilera la bande équivalente de *p(t)* (resp. *pa(t)*) à la largeur du lobe principal de *p(f)* (resp. *p(f)*) ) ?

Pour *p(t)* : durée x bande équivalentes = 2 \* 2 = 4

Pour *pa(t)*: 1 \* 1 = 1

* 1. Quel principe ce produit illustre-t-il ?

Ce produit illustre la dénition du changement d’échelle.

1. Synthétiser le signal *s(t) = p(t) x [A cos(2f0t)]*  
   A.N. : *A* = 3 ; *f0* = 20.

A = 3;

f0 = 20;

s=[];

for i = linspace(1,N,N);

s = [s,p(1,i) \* A\*cos(2\*pi\*f0\*t(1,i))];

endfor

* 1. Afficher *s(t)* en fonction du temps *t*.

plot(t,s)

title('S(t)')

* 1. Calculer *S(f)*, la transformée de Fourier de *s(t)*. Afficher sur le même graphique, les parties réelles et imaginaires de *S(f)*.

[TransS,f] = TransFourier(s,t);

subplot(4,4,14);

hold on

plot(f, imag(TransS),'color',[1,0,0])

plot(f, real(TransS),'color',[0,0,1])

title('Imag : rouge, Réelle : bleu')

* 1. *S(f)* est-il complexe ? Pourquoi ? Comparer la fonction *S(f)* obtenue à l’expression trouvée en préparation.

S(f) n’est pas complexe car il s’agit d’une fonction paire car définie avec le cos.

On constate des pics en f = -20 et f = 20. D’après l’étude théorique, ces pics sont censé être des diracs. On vois que ces pics sont « bruité », cela s’explique par le pas de calcul de nos fonctions et le fait qu’on utilise la fonction porte pour « échantillonner » la fonction *A cos(2f0t)*

* 1. Calculer numériquement l’énergie du signal *s* à partir de sa représentation temporelle *s(t)*, puis à partir de sa représentation fréquentielle *S(f)*. Comparer les deux valeurs obtenues. Quel théorème ce résultat illustre-t-il ?

On obtient EnergieSt= EnergieSf = 0.00044775

Ce résultat illustre la formule de Parseval-Plancherel

1. **D’un point de vue très général**, quel est l’intérêt pour l’analyse des signaux physiques, d’avoir étudié la porte rectangulaire ∏T(t) ?

L’intérêt de la porte rectangulaire est d’échantillonner un signal pour pouvoir lui appliquer la transformée de Fourier.