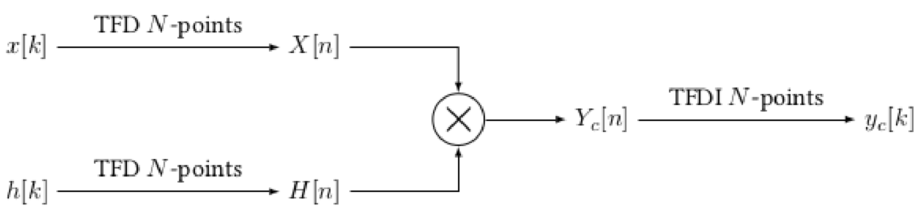
TNS : Compte rendu TP3

3ETI 2020/2021, Groupe C
FRANCOIS-CHARLOT Axel
PINCEMIN Alexis

Préparation

1. La longueur de la convolution linéaire de x[k] de longueur L et de h[k] de longueur M est L + M - 1
2. On peut obtenir la convolution circulaire yc[k] grâce à l'opération suivante : yc[k] = TFDi-N(Yc[n]]) = TFDi-N(X[n] * H[n]) = TFDi-N(TFD-N(x[k]) * TFD-N(h[k]))
   Cette opération est illustrée de manière schématique par le processus suivant :



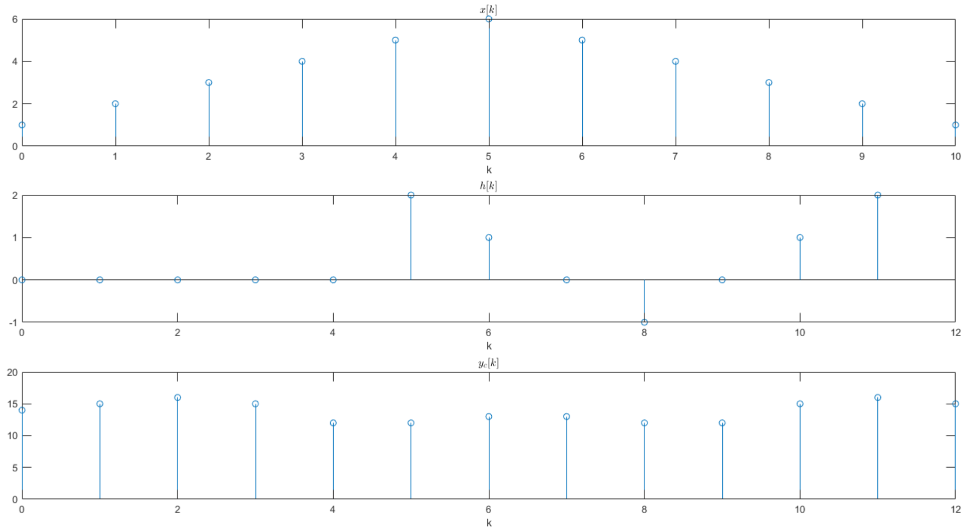
3. x[k] contient 11 valeurs, de k = 0 à k = 10
   x[k] = {1,2,3,4,5,6,5,4,3,2,1}
   h[k] contient 12 valeurs, de k = 0 à k = 11
   h[k] = {0,0,0,0,0,2,1,0,-1,0,1,2}
4. y[k] est de longueur L + M –1 = 11 + 12 – 1 = 22, ainsi y[k] possède 22 échantillons
5.

$$y[k] = \sum_{i=0}^{L-1} x[i]h[k-i] = \sum_{i=0}^{10} x[i]h[k-i]$$

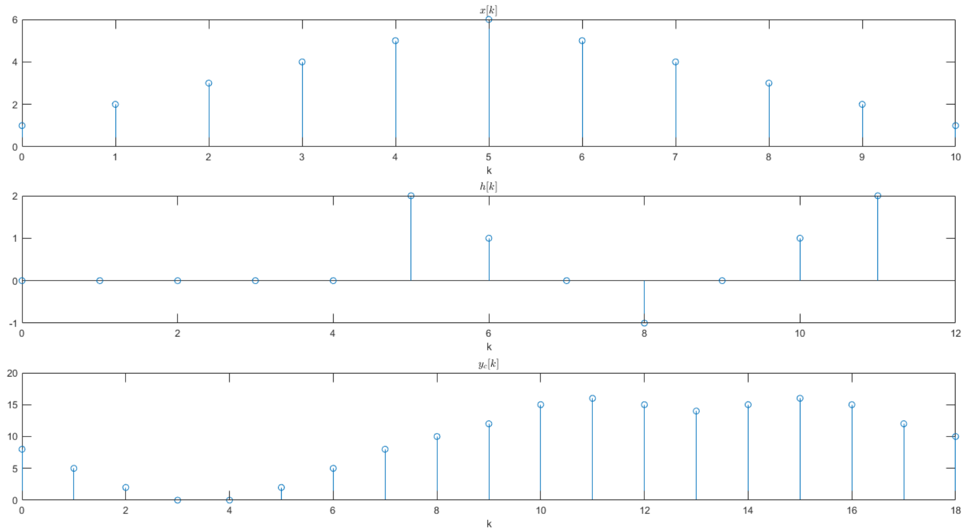
   Ainsi y[k] = {0,0,0,0,0,2,5,8,10,12,15,16,15,14,15,16,15,12,10,8,5,2}, de k = 0 à k = 22

Convolution et convolution circulaire

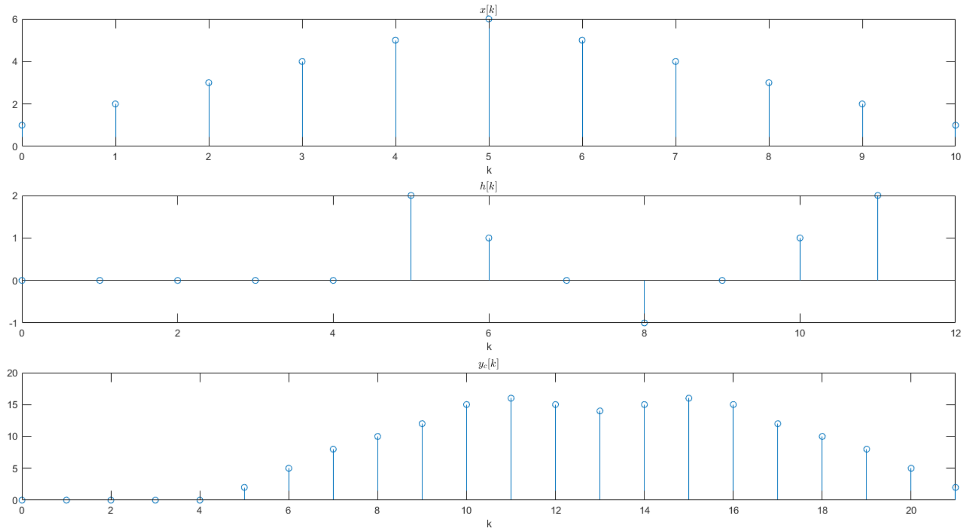
2. Nous réalisons la fonction fConvolution.m conformément à la question. Voici les résultats obtenus pour N = 13 :



N = 19 :



et N = 22 :



Si l’on compare les séquences :

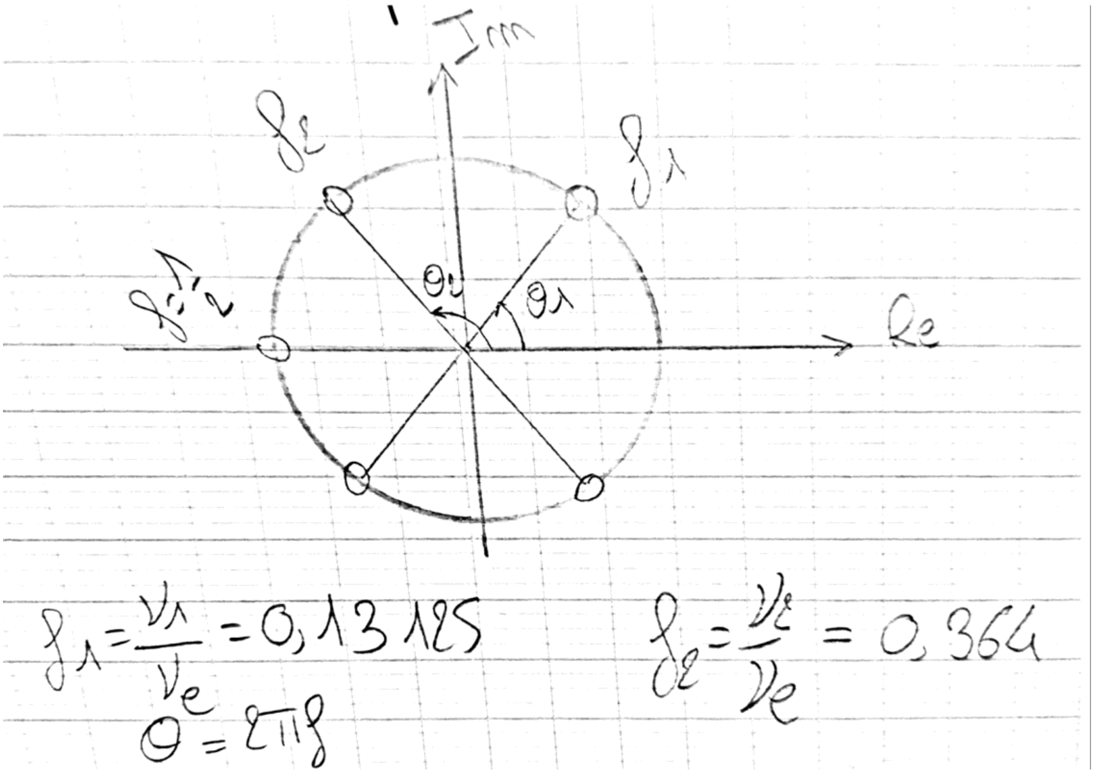
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
y[k] théorique	0	0	0	0	0	2	5	8	10	12	15	16	15	14	15	16	15	12	10	8	5	2
yc[k] pour N = 13	14	15	16	15	12	12	13	13	12	12	15	16	15									
yc[k] pour N = 19	8	5	2	0	0	2	5	8	10	12	15	16	15	14	15	16	15	12	10			
yc[k] pour N = 22	0	0	0	0	0	2	5	8	10	12	15	16	15	14	15	16	15	12	10	8	5	2

On observe que lorsque N = 22, on retrouve exactement les valeurs trouvées lors de la préparation. En revanche, pour N = 13 et N = 19, on retrouve quelques valeurs mais décalée. La séquence calculée lors de la préparation nous donne 22 valeurs, donc si on prend N < Card(y[n]) nous n'obtenons sans surprise pas les résultats attendus. Concrètement, on observe un recouvrement entre les périodes et x[k] et h[k] et de leur TFD. Ce résultat est conforme au attente du cours : pour calculer correctement une convolution linéaire par TFD, il faut réaliser les calculs des TFD sur au moins M + L – 1 points

Synthèse de filtre par positionnement de pôles et zéros

Calculs préliminaires

1.



La présence des zéros aux fréquences $-f_1$ et $-f_2$ s'explique par le fait qu'il faut conserver la symétrie hermitienne.

2. $H(z) = G(z - e^{i\theta_1})(z - e^{-i\theta_1})(z - e^{i\theta_2})(z - e^{i\theta_2})(z + 1)$
3. Il s'agit d'un système tout-zéros donc

$$H(z) = \sum_{l=0}^{M} b_l z^{-l}$$

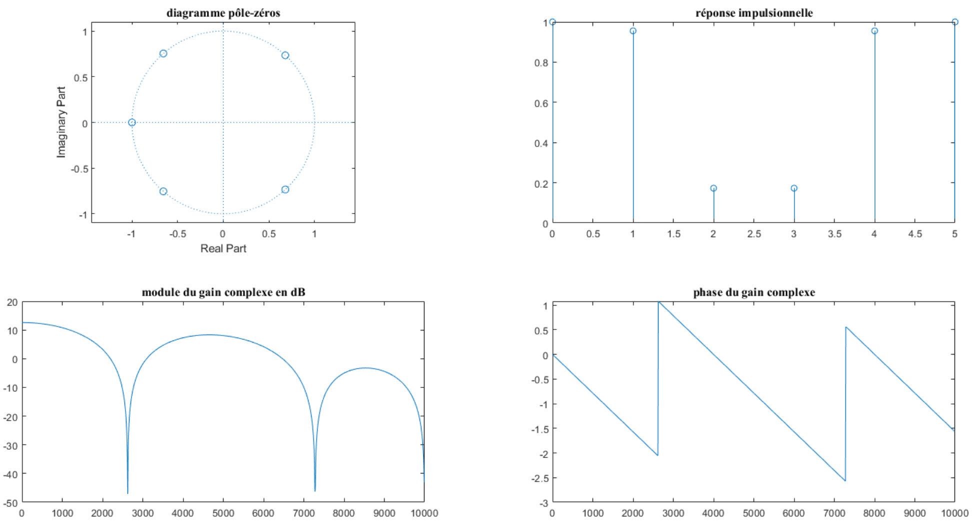
On peut identifier les coefficients de la réponse impulsionnelle avec les coefficients b_l

4. A f = 0 donc z = 1 on veut $H(z) = 1$. Donc

$$G = \frac{1}{2(1 - e^{i\theta_1})(1 - e^{-i\theta_1})(1 - e^{i\theta_2})(1 - e^{i\theta_2})}$$

Synthèse du filtre

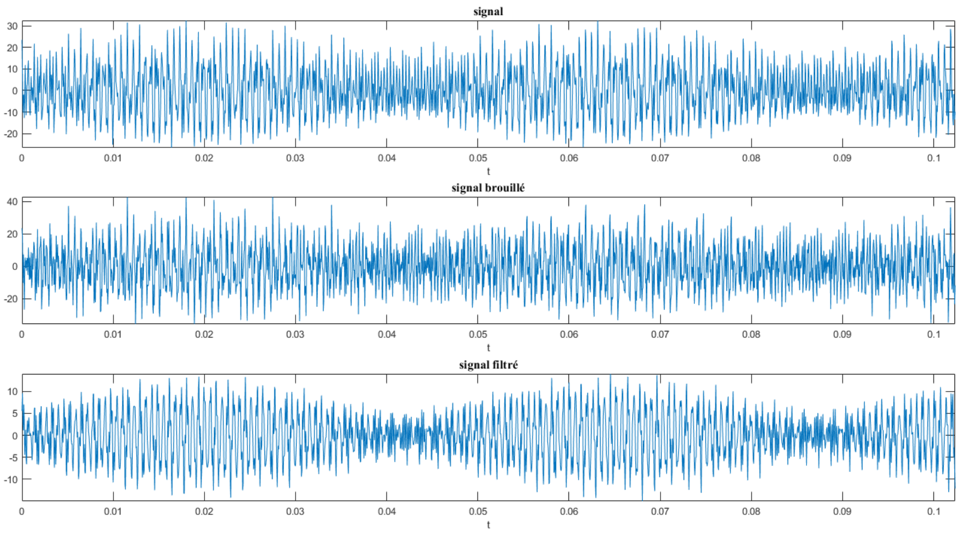
Suite à la création du programme, nous obtenons les courbes de caractérisation du filtre suivante :

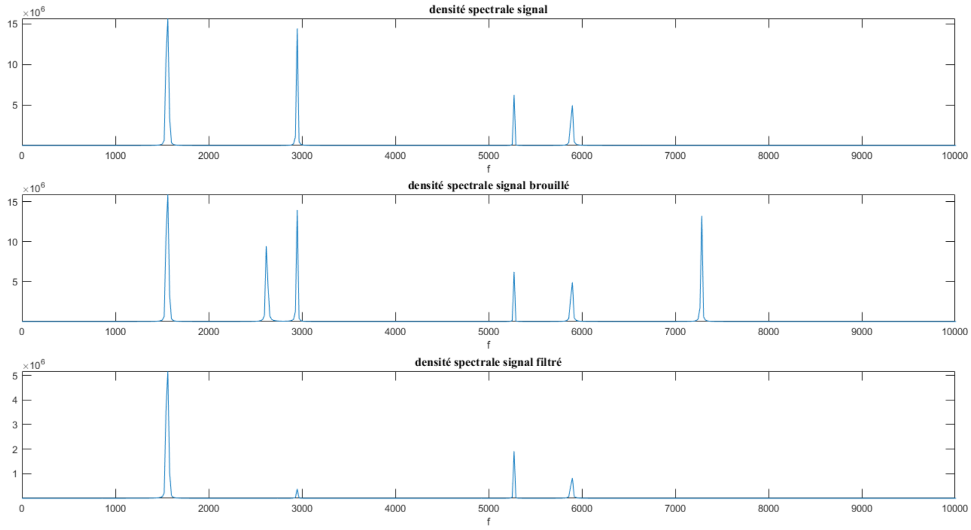


Le diagramme pôle-zéros est identique à celui des calculs préliminaires.

Application du filtrage

Le signal que nous étudions est le signal 4. Voici le résultat obtenu :





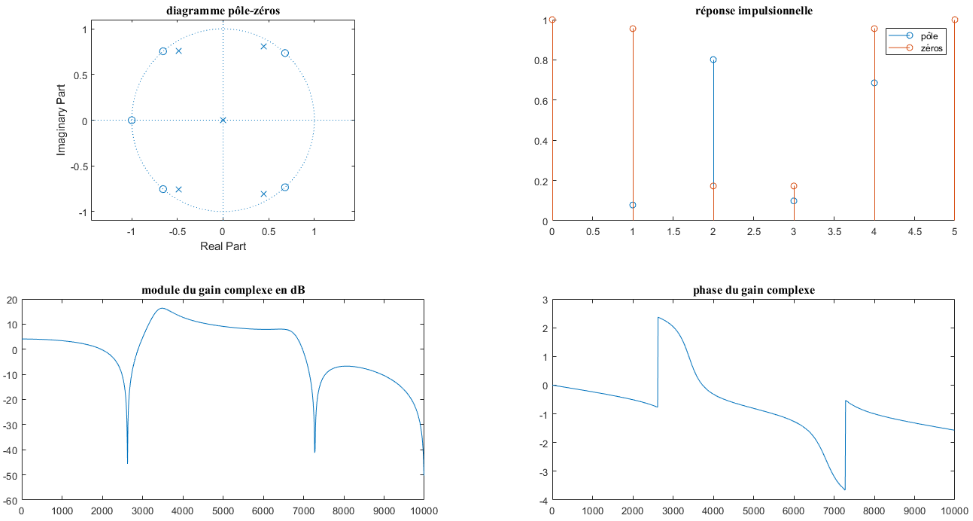
D’un point de vue temporel, le signal filtré est beaucoup modifié. Bien que la forme générale soit conservée, le signal semble comme écrêté. D’un point de vue fréquentiel, on constate que le filtre élimine totalement les 2 pics de perturbation en $\nu_1 = 2625\ Hz$ et $\nu_2 = 7280\ Hz$. La courbe de la densité spectrale explique les différences observée en temporel : la composante du signal à la fréquence $\nu = 3000\ Hz$ est totalement annulée par le filtre, et celles vers $\nu = 5900\ Hz$ est beaucoup atténuée, et ainsi le signal est beaucoup modifié.

Le filtre rempli partiellement son objectif : il filtre bien les 2 perturbations mais modifie le signal. Afin de contourner ce problème, il faut modifier le filtre.

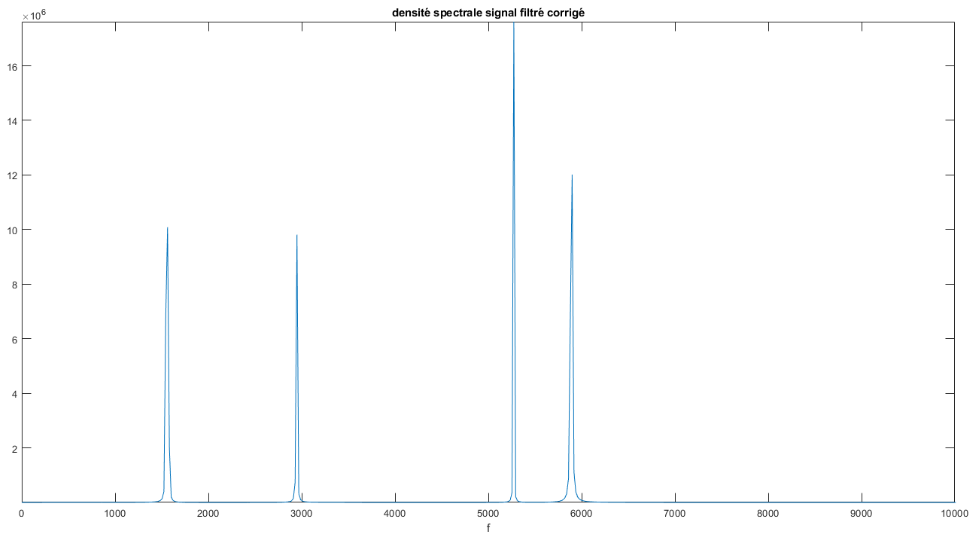
Nous rajoutons donc 4 pôles pour corriger les atténuations non voulues : $\nu_3 = 3400\ Hz$ et $\nu_2 = 6800\ Hz$ avec un module légèrement inférieur à 1 (respectivement 0,92 et 0,90) afin de ne pas sur amplifier les signaux voulu. La forme générale de la fonction de transfert du filtre est donc

$$H(z) = \frac{\sum_{l=0}^{M} b_l z^{-l}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}}$$

On obtient ainsi le diagramme pôle-zéro et la caractéristique suivante (nous n’arrivons pas à expliquer la présence d’un pôle en zéro, pourquoi ?) :

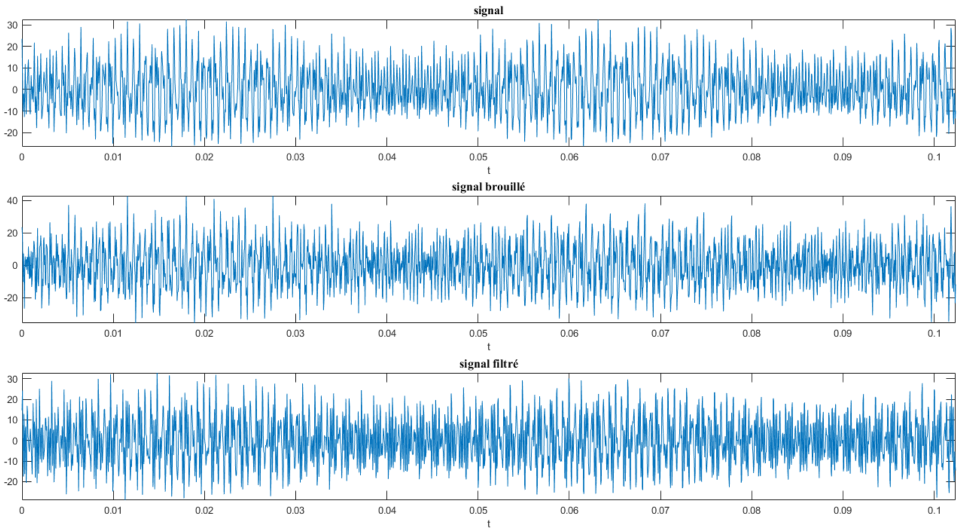


Le graphique de la densité spectrale du signal avec ce nouveau filtre est le suivant :



On constate que cette fois ci nous retrouvons bien nos 4 principaux pics, contrairement à précédemment. Néanmoins, nous avons sur amplifié le pic de fréquence $\nu = 5200\ Hz$ ce qui nécessiterai une meilleure calibration du filtre pour reproduire fidèlement le signal attendu.

Finalement la courbe temporelle obtenue est :



Ce signal est plus proche du signal d'origine que celui obtenu précédemment mais n'est quand même pas parfait, encore une fois à cause de la sur amplification du filtre.