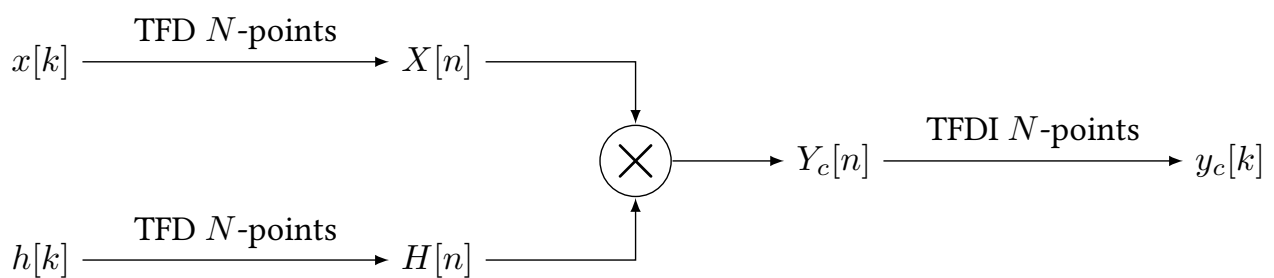


**Année universitaire
2020 - 2021**

Traitement numérique du signal – 3ETI
TP3

Filtrage Numérique



Eric Van Reeth

1 Présentation du TP

Ce TP est consacré à la mise en évidence des différences entre convolution linéaire et circulaires, ainsi qu'à la synthèse et à la mise en œuvre d'un filtre RIF pour une application simple de débruitage de signal.

Ce TP, comme tous les TP de TNS, se déroulera en binôme sous Matlab.

Rappel : Il vous est demandé de **conserver les mêmes binômes pour tous les TP de TNS**.

1.1 Préparation

On envisage le calcul de la convolution de deux séquences $x[k]$ de longueur L et $h[k]$ de longueur M .

1. Quelle est la longueur de la convolution linéaire de ces deux séquences exprimée en fonction de L et M ?
2. Cette convolution peut aussi être obtenue à l'aide du calcul de 3 TFD. Décrire le procédé de calcul permettant d'obtenir la convolution dite « circulaire » et notée $y_c[k]$
3. Considérons les séquences suivantes :

$$x[k] = \begin{cases} 6 - |k - 5| & 0 \leq k \leq 10 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad \text{et} \quad h[k] = \begin{cases} |k - 8| - 1 & 5 \leq k \leq 11 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Indiquer les nombres d'échantillons L et M de chacune des séquences et donner explicitement les valeurs de $x[k]$ et $h[k]$.

4. Donner le nombre d'échantillons de $y[k]$, convolution linéaire entre $x[k]$ et $h[k]$
5. Donner l'expression générale de $y[k]$, puis effectuer manuellement son calcul (méthode au choix). Ne pas oublier de préciser les indices auxquels correspond le résultat.

1.2 Évaluation du TP

Chaque binôme devra rédiger un compte-rendu. En plus du compte-rendu, **l'intégralité du code développé devra également être rendu.** Le code et le compte-rendu seront compressés dans **une archive (.zip) dont le nom contiendra tous les noms des membres du binôme.** L'archive sera remise sur le dépôt MS Teams dans un **délai d'une semaine après le TP.**

Voici quelques règles à suivre pour la rédaction du compte-rendu :

- Les réponses à la préparation doivent être intégrées dans le compte-rendu
- La notation portera sur votre capacité à répondre à **chacune des questions posées**, mais surtout sur la qualité des **commentaires et justifications qui pourront représenter plus de la moitié des points**
- La présentation, la qualité du français et de l'orthographe seront prises en compte
- Les figures doivent être numérotées, et toutes mesures, justifications et commentaires concernant les figures doivent être rédigés dans le compte rendu en renvoyant précisément à la figure numérotée s'y rapportant
- **Le compte-rendu sera remis au format pdf**
- Le code n'est pas à inclure dans le compte-rendu

2 Convolution et convolution circulaire

1. Élaborer une fonction dont les variables d'entrée seront : N , le nombre de points sur lequel sont opérées les TFD, et le numéro de la figure sur lequel on affiche les résultats. Cette fonction permettra :
 - de réaliser la génération des séquences $x[k]$ et $h[k]$ données dans la partie préparation
 - de calculer leur convolution par TFD (TFD inverse : `ifft`)
 - d'afficher sur la même figure (les unes en dessous des autres) les séquences $x[k]$ pour $0 \leq k \leq 10$, $h[k]$ pour $0 \leq k \leq 11$ et $y_c[k]$ pour $0 \leq k \leq N - 1$

Les variables de sortie seront les séquences x , h et y_c .

2. Exécuter votre code pour $N = 13$, $N = 19$ et $N = 22$ et donner les résultats. Quels sont les cas où le résultat s'identifie complètement avec le résultat de $y[k]$ calculé en préparation ?
3. Dans les cas où $y[k]$ et $y_c[k]$ diffèrent, justifier les résultats. En particulier, justifier le nombre d'échantillons différents, leurs indices ainsi que leurs valeurs.

3 Synthèse de filtre par positionnement de pôles et zéros

Un signal de bande maximale $B = 10 \text{ kHz}$ est échantillonné à la fréquence $\nu_e = 20 \text{ kHz}$. Ce signal sera perturbé par deux sinusoides de fréquences :

$$\nu_1 = 2625 \text{ Hz} \quad \text{et} \quad \nu_2 = 7280 \text{ Hz}$$

On veut synthétiser de manière simple un filtre à **réponse impulsionnelle finie** qui élimine ces composantes indésirables. On souhaite de plus que ce filtre ait un gain complexe égal à 1 à la fréquence nulle et égal à 0 à la fréquence de 10 kHz.

3.1 Calculs préliminaires

1. Définir et représenter le diagramme pôle-zéro de ce filtre.
2. Exprimer, à un facteur de gain près, la fonction de transfert de ce filtre.
3. Comment peut-on obtenir la R.I. de ce filtre à partir des coefficients de la fonction de transfert ?
4. Déterminer une procédure simple de calcul du facteur de gain pour que le gain complexe à la fréquence nulle soit égal à 1.

3.2 Synthèse du filtre

Écrire un script Matlab permettant de réaliser les opérations suivantes :

1. Calcul, à partir des fréquences à éliminer, des zéros du filtre (fonctions utiles : `exp`, `conj`)
2. En déduire les coefficients b_l de la fonction de transfert du filtre RIF (fonction utile : `poly`) en tenant compte de la contrainte sur le gain (fonctions possibles : `sum` ou `polyval`)
3. Calcul du gain complexe du filtre (fonction utile : `freqz`)
4. Tracer sur la même figure :
 - le diagramme pôle-zéro du filtre (fonctions utiles : `roots`, `zplane`)

- la réponse impulsionnelle
 - le module du gain complexe en dB (fonctions utiles : `abs`, `log10`)
 - la phase du gain complexe (fonctions utiles : `angle`, `unwrap`)
5. Fournir la figure représentant les caractéristiques du filtre et commenter chaque caractéristique tracée

3.3 Application du filtrage

Le signal sera différent pour chaque binôme, et sera attribué par l'encadrant durant la séance. Extraire le fichier `signalX.mat`. Le placer dans le répertoire de travail.

1. Écrire un script Matlab réalisant les opérations suivantes :
 - Lecture des échantillons du signal échantillonné à 20 kHz : `load signalX.mat`. Le signal sera alors disponible dans l'espace de travail Matlab dans une variable notée s . On trouvera aussi dans l'espace de travail une variable t calibrée pour le tracé de s .
 - Brouillage additif de ce signal avec deux sinus d'amplitude 8 et de fréquences respectives ν_1 et ν_2 .
 - Filtrage du signal brouillé avec le filtre synthétisé précédemment (fonction utile : `filter`)
 - Tracer, sur une même figure l'un en dessous de l'autre le signal, le signal brouillé, le signal brouillé filtré en fonction du temps
 - Tracer, sur une même figure, les densités spectrales du signal, du signal brouillé, du signal brouillé filtré entre 0 et 10 kHz
2. Décrire les résultats obtenus dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel.
3. Le filtre remplit-il les fonctions souhaitées ?
4. Quels sont ses avantages et ses défauts ?
5. Quels sont les remèdes éventuels ?