Traitement des Signaux Aléatoires
Détection Quadratique

4 ETI – CPE Lyon

Travaux Pratiques TSA

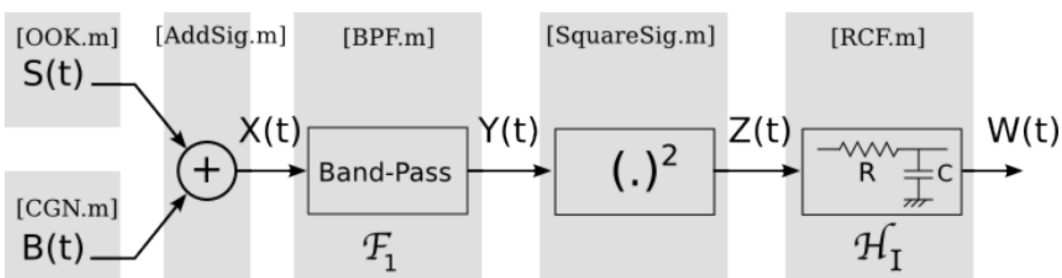
Noms, Prénoms : FRANCOIS Axel, PINCEMIN Alexis

Groupe : D

Date : 19/10/21

Contexte et Objectif

On souhaite étudier expérimentalement la chaine de détection quadratique suivante :



On souhaite détecter la présence ou non d'un signal aléatoire $S(t)$ dans un mélange signal + bruit. Le signal $X(t)$ reçu est égal à :

$$X(t) = S(t) + B(t)$$

Le signal $S(t)$ est un signal sinusoïdal de fréquence ν_0, d'amplitude A_0, à phase équipartie sur $[0, 2\pi[$ et modulé par un signal binaire $M(t) = 0$ ou 1 :

$$S(t) = M(t) \cdot A_0 \cos(2\pi\nu_0 t + \phi)$$

Ce signal est bruité lors de la transmission par un bruit $B(t)$ gaussien, centré, stationnaire d'ordre 2 et de largeur de bande B centrée sur ν_0 (on supposera que le bruit est blanc sur le support fréquentiel du filtre $\mathcal{F}_1$).

$$X(t) = \begin{cases} B(t) & \text{si } M(t) = 0; \\ A_0 \cos(2\pi\nu_0 t + \phi) + B(t) & \text{si } M(t) = 1 \end{cases}$$

L'objectif de la chaine de détection quadratique est de détecter dans l'observation reçue $X(t)$, la présence ($\mathbf{M(t) = 1}$) ou l'absence ($\mathbf{M(t) = 0}$) du signal utile $S(t)$.

Etudier soigneusement le TD corrigé qui vous a été remis et qui détaille le calcul des rapports signal sur bruit (SNR) aux différents étages de la chaine de détection.
Répondre aux questions de préparation qui suivent.

Question 1. On considère un bruit $B(t)$ centré, de puissance moyenne $\overline{P_B} = 5\ V^2$.
Que mesure l'aire située sous la densité spectrale moyenne de puissance d'un bruit ?
Que vaut cette quantité par rapport à l'écart-type, la variance, la moyenne du bruit ?
Dans le cas du bruit $B(t)$ ci-dessus, calculer l'écart-type et l'amplitude Γ_0 de la densité spectrale.

réponse

L'aire sous la densité spectrale moyenne mesure la puissance moyenne du signal.
$\Gamma_B(\nu) = \Gamma_0(\Pi_B(\nu - \nu_0) + \Pi_B(\nu + \nu_0))$
La variance est égale à : $\sigma_B^2(t) = \mathbb{E}\{B(t)^2\} - \mathbb{E}\{B(t)\}^2 = \overline{P_B} - \mathbb{E}\{B(t)\}^2$
L'écart-type est égale à : $\sigma_B(t) = \sqrt{\overline{P_B} - \mathbb{E}\{B(t)\}^2}$
La moyenne du bruit est égale à : $\mathbb{E}\{B(t)\} = \sqrt{\overline{P_B} - \sigma_B^2(t)}$
Dans le cas du Bruit $B(t)$ l'écart-type de la densité spectrale est égale à : $\sigma_B(t) = \sqrt{\overline{P_B}} = \sqrt{5}V$
Pour calculer Γ_0 on utilise la relation : $\overline{P_B} = \int_{\Re} \Gamma_B(\nu) d\nu = 2B\Gamma_0 = 5\ V^2$. D'où $\Gamma_0 = \dfrac{5V^2}{2B} = 0.0156V^2$

□

Question 2. On filtre le bruit $B(t)$ par un filtre passe-bande, de bande passante $\Delta\nu$ centrée sur la fréquence F_0. Quel est le rôle du filtre passe-bande dans la chaine de détection quadratique. Sur quelle fréquence F_0 doit-il être accordé ?

réponse

Le filtre passe-bande sert à éliminer une partie du bruit, celui-ci améliore le rapport signal sur bruit.
Il doit être accordé autour de la fréquence ν_0 pour ne pas supprimer du signal. □

Question 3. Soit $Y_B(t)$ la réponse du filtre $\mathcal{F}_1$ au bruit $B(t)$ ci-dessus. Que vaut la puissance de $Y_B(t)$ par rapport à celle de $B(t)$? Que vaut l'écart-type de $Y_B(t)$?
Application numérique avec $\Delta\nu = 16Hz$.

réponse

On a $\overline{P}_B = 5V^2$ $\overline{P}_{Y_B} = 2\Gamma_0\Delta\nu = 0.4992V^2$ □

Question 4. A quoi sert l'ensemble QUADRATEUR + FILTRE PASSE-BAS RC ?

réponse

Il sert à estimer la puissance moyenne du signal à un instant t □

Question 5. Que signifie *hypothèse d'intégration forte* ? Quelle condition assure ici cette hypothèse ?

réponse

L'hypothèse d'intégration forte signifie que $\dfrac{1}{RC} << \Delta\nu$ □

Question 6. Sous hypothèse d'intégration forte, que vaut alors $\mathbb{E}\{W_B\}$?
Application numérique avec $B(t)$ et $\Delta\nu = 16Hz$.

réponse

Sous hypothèse d'intégration forte, $\mathbb{E}\{W_B\} = \bar{P}_{Y_B} = 2\Gamma_0\Delta\nu = 0.4992V^2$ ☐

Question 7. On étudie à présent le signal $W(t)$ en sortie du filtre RC passe-bas, lorsque le mélange $X(t) = S(t) + B(t)$ est reçu en entrée du détecteur.
Avec la valeur de σ_B calculée à la Question 1, déterminer les paramètres du signal $S(t)$ tels que le mélange $X(t) = S(t) + B(t)$ ait un rapport signal sur bruit de $\eta_E = -10\ dB$.

réponse

$\eta_E = \dfrac{{A_0}^2}{2.2B\Gamma_0}$ $10\log(\eta_E) = -10$ Donc $A_0 = 1$ ☐

Question 8. Que valent dans ces conditions et lorsque $\Delta\nu = 16Hz$, le SNR η_{E_1} et le gain en rapport signal sur bruit η_{E_1}/η_E ?

réponse

$\eta_{E_1} = \dfrac{{A_0}^2}{2.2\Gamma_0\Delta\nu} = 1 =$ et $\eta_E = \dfrac{{A_0}^2}{2.2B\Gamma_0} = 0.1$
Donc $\dfrac{\eta_{E_1}}{\eta_E} = 10$ ☐

Question 9. Relever ci-dessous les expressions théoriques de :

- $S_S = \mathbb{E}\{W_{S+B}\} - \mathbb{E}\{W_B\}$
- $B_S^2 = \sigma^2_{W_{S+B}}$
- du rapport signal sur bruit $\eta_S = \frac{S_S}{B_S}$
- des gains en SNR $g_1 = \frac{\eta_S}{\eta_{E_1}}$ et $g = \frac{\eta_S}{\eta_E}$

réponse

- $S_S = \mathbb{E}\{W_{S+B}\} - \mathbb{E}\{W_B\} = \dfrac{{A_0}^2}{2} + 2\Gamma_0\Delta\nu - 2\Gamma_0\Delta\nu = \dfrac{{A_0}^2}{2}$
- $B_S^2 = \sigma^2_{W_{S+B}} = (4{\Gamma_0}^2\Delta\nu + 2\Gamma_0{A_0}^2)\dfrac{1}{2RC}$
- $\eta_S = \frac{S_S}{B_S} = \dfrac{{A_0}^2\sqrt{RC}}{2\sqrt{2{\Gamma_0}^2\Delta\nu + \Gamma_0{A_0}^2}}$
- $g_1 = \frac{\eta_S}{\eta_{E_1}} = \dfrac{\sqrt{2RC\Delta\nu}}{\sqrt{1+2\eta_{E_1}}}$ où $\eta_{E_1} = \dfrac{{A_0}^2}{4\Delta\nu\Gamma_0}$
- $g = \frac{\eta_S}{\eta_E} = \dfrac{B}{\Delta\nu}\dfrac{\sqrt{2RC\Delta\nu}}{\sqrt{1+2\eta_{E_1}}}$

☐

Question 10. Avec les valeurs théoriques de σ_B et de Γ_0, et pour $\Delta\nu = 16Hz$, calculer et porter dans la table 1 ci-dessous, les valeurs demandées.

compléter le tableau ci-dessous

$\Delta\nu \times RC$	2	20	100
RC	0.125	1.25	6.25
S_S	0.5	0.5	0.5
$B_S = \mathbb{S}td\{W_{S+B}\}$	0.433	0.137	0.061
SNR η_S	0.41	3.65	8.17
Gain g_1	1.16	3.65	8.16
Gain g	11.54	39.5	81.61

Table 1 – Valeurs théoriques

□

Manipulation

Dans l'ensemble du TP :

— tous les signaux sont échantillonnés à la fréquence $\mathbf{F_s = 500}$ **Hz**.
— la bande passante du bruit $B(t)$ est fixée à $\mathbf{B = 160}$ **Hz**.
— la fréquence du signal sinusoïdal $S(t)$ est fixée à $\nu_0 = \mathbf{100}$ **Hz**
— l'ordre du filtre passe-bande $\mathcal{F}_1$ (butterworth) est fixé à `ordre` $= 6$

Vous veillerez à mettre sur vos Figures des légendes et des labels explicites et informatifs.

1 Etude du bruit seul

Dans cette partie, $M(t) = 0, \ \forall t$, de sorte que le signal est toujours absent.

1.1 Synthèse du bruit $B(t)$

On considère un bruit $B(t)$ centré, de puissance moyenne $\overline{P_B} = 5\ V^2$.
Avec les paramètres déterminés en préparation, reproduire dans le cadre ci-dessous, le code `Matlab` permettant :

- de générer une réalisation du bruit $B(t)$ sur une durée $T = 100\ s$
  Afficher la sortie de `CGN.m` dans la Figure 1 (**veillez à ajouter des légendes pertinentes**)
- de mesurer sur la trace de bruit ainsi obtenu les paramètres demandés à la Table 2.

code ci-dessous

```
%1.1

Fs = 500;
BPbruit = 160;
T = 100;
F0 = 100;
Delta_nu = 16;

Bp = struct('sigma',sqrt(5),'Fs',Fs,'B',BPbruit,'T',T);
[B,Bp] = CGN(Bp);

moyenne_B = mean(B.data);
ecart_type_B = std(B.data);
```

□

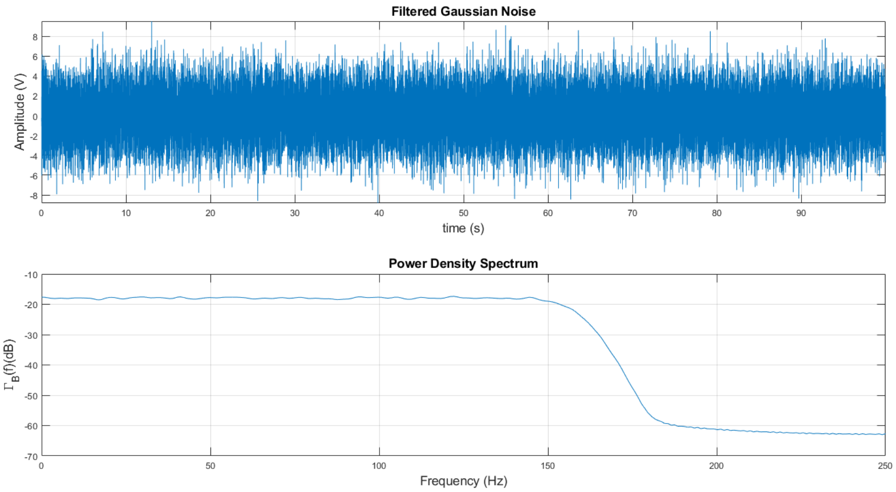


FIGURE 1 – Réalisation et densité spectrale de puissance moyenne du bruit : $B = 160\ Hz$, $P_B = 5\ V^2$, $\sigma_B = \sqrt{5}$, $\mu_B = 0$.

figure ci-dessous

☐

Moyenne $B(t)$	0
Variance $B(t)$	5

TABLE 2 – Mesures de la moyenne et de la variance de $B(t)$.

A partir de la Figure 1 et en expliquant la démarche suivie, retrouver (approximativement) la valeur de Γ_0. Comparer à la valeur théorique de la préparation.

réponse ci-dessous

Par lecture graphique de figure 1, on mesure $\Gamma_0 = -18dB = 10^{-\frac{18}{10}} \approx 0.01585$. Cette valeur est sensiblement proche de celle trouvée lors de la préparation ($\Gamma_0 = 0.0156$). ☐

1.2 Etude du filtre passe-bande $\mathcal{F}_1$

On filtre le bruit $B(t)$ par un filtre passe-bande, de bande passante $\Delta\nu$ centrée sur la fréquence F_0.

1.2.1

On choisit $\Delta\nu = 16\ Hz$ et la valeur de F_0 identifiée dans la préparation.
Reproduire dans le cadre ci-dessous, le code permettant de :

- synthétiser le filtre $\mathcal{F}_1$ correspondant
- filtrer le bruit $B(t)$ par le filtre $\mathcal{F}_1$ (afficher avec des légendes pertinentes, la sortie du `BPF.m` dans la Figure 2)

- de mesurer sur la trace en sortie du filtre $\mathcal{F}_1$ les valeurs des paramètres demandés au Tableau 3 :

code ci-dessous

```
%1.2
Fp = struct('Fs',Fs,'F0',F0,'Dnu',Delta_nu,'order',6,'class','BP filter');
[Y,Fp] = BPF(B,Fp)
moyenne_Y = mean(Y.data);
ecart_type_Y = std(Y.data)

gamma_0 = ecart_type_Y^2/(2*Delta_nu)
```

figure ci-dessous

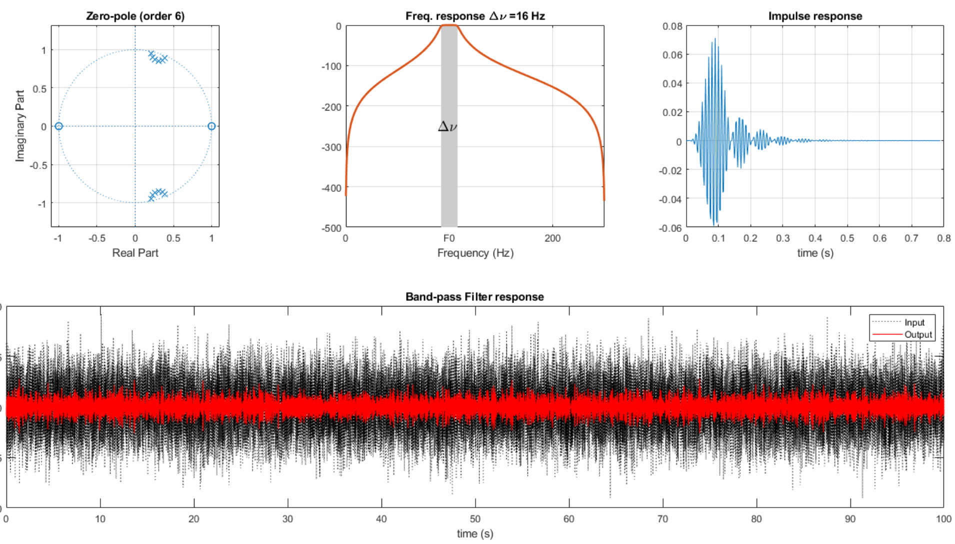


FIGURE 2 – Bruit Y(t) filtré passe-bande pour $\Delta\nu = 16$ Hz

Moyenne $Y_B(t)$	0
Variance $Y_B(t)$	0.48

TABLE 3 – Mesures de la moyenne et de la variance de $Y_B(t)$.

1.2.2

Estimer la valeur de Γ_0. Comparer les mesures ($\overline{P}_{Y_B}$ et Γ_0) aux valeurs théoriques obtenues en préparation. Comment peut on expliquer les éventuelles différence ?

réponse ci-dessous

On obtient $\Gamma_0 = 0.0154$ et $\overline{P}_{Y_B} = 0.493$. Ces valeurs sont très proches de celles obtenues en préparation. Les différences éventuelles peuvent s'expliquer par le fait que le filtre atténue trop l'amplitude du signal. □

1.2.3

En pratique, qu'est ce qui limite le choix d'une bande passante $\Delta\nu$ trop étroite ?

réponse ci-dessous

Si on prend $\Delta\nu$ trop petit il faudra augmenter le produit RC : on aura alors un filtre RC à temps de réponse très long. Ainsi les 5RC premières secondes du signal seront inexploitable, plus RC est long plus une grande partie du signal est inexploitable. □

1.3 Elévation au carré et Filtrage RC passe-bas

1.3.1

Comme précédemment, on choisit $\Delta\nu = 16Hz$. En faisant varier le produit $\Delta\nu \times RC$ dans une boucle (du type `for ...end`), donner dans le cadre ci-dessous, le code qui :

- génère le signal $Z_B(t) = Y_B^2(t)$
- calcule la valeur de la constante RC correspondant au produit $\Delta\nu \times RC$ choisi
- filtre le signal $Z_B(t)$ par le filtre $\mathcal{H}_I$ de constante de temps RC
- mesure sur la sortie $W_B(t)$ les paramètres demandés dans la Table 4

code ci-dessous

```
%1.3 Carre et RC passe-bas
Deltanu = 16;

DeltanuRC = [2 , 20 , 100];

for k = 1:3
    disp('-----')
    figure()
    Zb = SquareSig(Yb);
    RC = DeltanuRC(k)/Deltanu;
    RCFp = struct('Fs',Fs,'RC',RC);
    [Wb,RCFp] = RCF(Zb,RCFp);
    disp(['Moyenne Wb : ', num2str(mean(Wb.data))])
    disp(['Variance Wb : ', num2str(std(Wb.data))])
    disp(['Kurtosis Wb : ', num2str(kurtosis(Wb.data))])
end
```

□

Remplir le tableau de mesures de la Table 4 (ignorez dans un premier temps les mesures demandées *après correction*).

$\Delta\nu \times RC$	2	20	100
RC	0.125	1.25	6.25
moyenne $W_B(t)$	0.48103	0.47535	0.45034
variance $W_B(t)$	0.21675	0.081462	0.077332
Kurtosis $W_B(t)$	4.7156	5.1749	14.3193
moyenne $W_B(t)$ (après correction)	0.48079	0.47891	0.47485
variance $W_B(t)$ (après correction)	0.21681	0.076346	0.028363
Kurtosis $W_B(t)$ (après correction)	4.7301	3.1351	2.1435

TABLE 4 – Sortie Filtre RC - Cas du bruit seul.

1.3.2

Le processus $Z_B(t)$ (**signal en sortie du quadrateur**) est-il gaussien ? Pourquoi ?

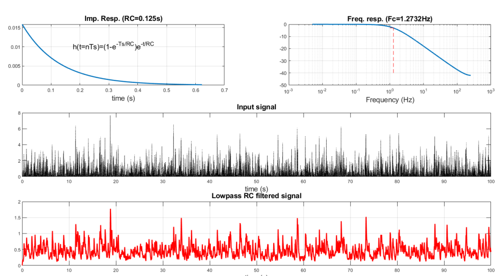
réponse ci-dessous

$Z_B(t)$ n'est pas un signal gaussien. Etant donné qu'il est le carré d'un signal gaussien, il n'est pas symétrique par rapport à son espérance. De plus, son Kurtosis est très différent de 3 (14.6427 d'après Matlab), il est donc forcément pas gaussien. □

1.3.3

Pour les 2 valeurs extrêmes de $\Delta\nu \times RC$ proposées dans la Table 4, afficher dans la Figure ci-dessous, les sorties de `RCF.m`.

figure ci-dessous

(a) 

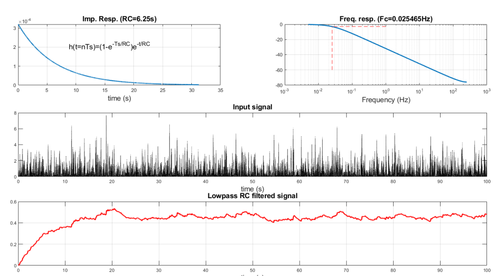
(b) 

FIGURE 3 – Sortie $W_B(t)$ du filtre passe-bas pour $\Delta\nu = 16$ Hz – (a) $RC = 0.125$. ($\Delta\nu \times RC = 2$) (b) $RC = 6.25$ ($\Delta\nu \times RC = 100$)

□

1.3.4

Comparer pour chaque valeur de la constante RC, la valeur moyenne mesurée à la valeur théorique déterminée dans la préparation. Qu'est ce qui peut expliquer ces différences ? Comment corriger cet effet ?

réponse ci-dessous

On observe que les valeurs moyennes mesurées sont toute inférieures à celle trovuée lors de la préparation. La différence observée est causée par le temps de réponse impultionnel du filtre. Il faut le retirer avant de faire l'opération de moyenne sans quoi celui-ci déforme le signal et nous donne une valeur moyenne éloigné de la valeur réelle. □

1.3.5

Donner dans l'encadré ci-dessous les 2 lignes de code qui implémentent cette solution.

code ci-dessous

```
index = find(Wb.time >= 5*RC);
WbRogne = Wb.data(index(1):end);
```

□

Appliquer cette correction et porter les nouvelles mesures dans la Table 4 (partie *avec correction*).

1.3.6

Lorsque le Kurtosis est proche de 3, que peut on dire de la statistique du processus $W_B(t)$?
Quel théorème important ce résultat illustre-t-il ?
Pour quelles(s) valeur(s) de RC a-t-on une *intégration forte* ? Comparer les variances de $W_B(t)$ mesurées pour les deux valeurs extrêmes de RC.

réponse ci-dessous

Lorsque le Kurtosis est proche de 3, le signal $W_B(t)$ est un signal gaussien. Ce résultat illustre le théorème central limite. On a une intégration forte ($\frac{1}{RC} << \Delta\nu$) pour $RC = 1.25$ et $RC = 6.25$. Dans les 2 cas extrêmes, la variance de $W_B(t)$ est :
- 0.21681 pour $\Delta\nu \times RC = 2$
- 0.028363 pour $\Delta\nu \times RC = 100$

$\Delta\nu$ étant constant dans les 2 cas, on en déduis que plus la valeur de RC est importante, plus l'estimation de la puissance moyenne est précise. Néanmoins, ce gain de performance en précision se paye par une réponse impulsionnelle bien plus longue, on perd ainsi en quantité d'information exploitable. □

Dans la suite du TP, il faudra systématiquement appliquer cette correction aux mesures effectuées en sortie du filtre RC.

2 Mélange Signal + Bruit

On étudie à présent le signal $W(t)$ en sortie du filtre RC passe-bas, lorsque le mélange $X(t) = S(t)+B(t)$ est reçu en entrée du détecteur.

2.1 Sortie du filtre passe-bande $\mathcal{F}_1$

2.1.1

En utilisant les paramètres déterminés en préparation, générer une réalisation du signal $S(t)$ sur la même durée $T = 100\ s$ et la même fréquence d'échantillonnage $F_s = 500\ Hz$.

Reporter le code correspondant ci-dessous.

code ci-dessous

```
% Synthese du signal
figure()
Sp = struct('Fs',Fs,'A',1,'Fc',100,'T',duration, 'Phi', 2*pi*rand(1), 'W', [], 'FM', 0);
[S,Sp,M] = OOK(Sp);
```

□

2.1.2

Vérifier que le filtre passe-bande, s'il est accordé sur la fréquence ν_0 n'altère pas le signal $S(t)$, en mesurant en sortie de $\mathcal{F}_1$ (dans le cas où $S(t)$ se présente seul en entrée) les paramètres demandés à la Table 5. En reprenant les mesures effectuées au paragraphe 1.2, déterminer le rapport signal sur bruit η_{E_1} en sortie du sortie du filtre $\mathcal{F}_1$ ainsi que le gain η_{E_1}/η_E introduit par $\mathcal{F}_1$.

Fréquence $Y_S(t)$	100
Amplitude $Y_S(t)$	1
Puissance $Y_S(t)$	0.5
Puissance $Y_B(t)$ (recopie Table 3)	0.48
SNR η_{E_1}	$\frac{0.5}{0.48} = 1.041$
Gain η_{E_1}/η_E	$\frac{1.041}{0.1} = 10.41$

TABLE 5 – Mesures des SNR et gains en sortie de $\mathcal{F}_1$.

2.1.3

Comparer aux valeurs théoriques.

réponse ci-dessous

Les valeurs obtenues sont cohérente avec les valeurs théoriques. La seule différence observée est le résultat de la Puissance de $Y_B(t)$, qui cause le petit écart lors du calcul du SNR et du Gain (qui est par ailleurs meilleur que celui attendu théoriquement !) □

2.2 Sortie du filtre RC passe-bas

2.2.1

Dans les mêmes conditions expérimentales ($\overline{P_B} = 5\ V^2$, $\Delta\nu = 16Hz$, $\eta_E = -10\ dB$), effectuer les différentes mesures demandées dans le tableau 6.

	$\Delta\nu \times RC$	2	20	100
	RC	0.125	1.25	6.25
T	S_S	0.5	0.5	0.5
H	$B_S = \mathbb{S}td\{W_{S+B}\}$	0.433	0.137	0.061
É	SNR η_S	0.41	3.65	8.17
O	Gain g_1	1.16	3.65	8.16
.	Gain g	11.54	39.5	81.61
M	moyenne W_B (recopie de Table 4)	0.48079	0.4791	0.47
E	moyenne W_{S+B}	0.9818	0.9735	0.9658
S	S_S	0.501	0.4944	0.4958
U	$B_S = \mathbb{S}td\{W_{S+B}\}$	0.384	0.12	0.050
R	SNR η_S	1.3046	4.12	9.916
E	Gain g_1	1.3025	4.113	9.900
S	Gain g	13.046	41.2	99.16

TABLE 6 – Sortie Filtre RC - Cas du mélange signal + bruit.

2.2.2

Représentez dans la Figure 4, la sortie de `RCF.m` correspondant au cas $\Delta\nu \times RC = 20$.

figure ci-dessous

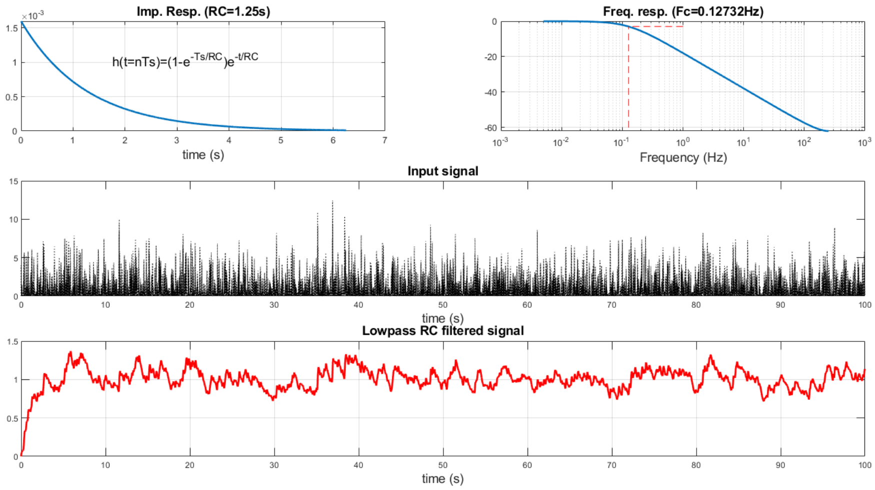


FIGURE 4 – Signal $W_{S+B}(t)$ dans le cas du mélange signal + bruit ($\Delta\nu = 16$ Hz, $\Delta\nu \times RC = 20$)

3 Transmission d'un message binaire

3.1 Modulation binaire périodique

On souhaite à présent transmettre et détecter une séquence périodique binaire.

3.1.1

Avec les paramètres suivant :

- Puissance du bruit $B(t)$, $\overline{P}_B = 5\ V^2$
- Rapport signal sur bruit en entrée de la chaine, $\eta_E = -10\ dB$
- Fréquence du signal modulant $M(t)$, $F_M = 0.05\ Hz$
- Durée des signaux, $T = 100\ s$

synthétiser les signaux $S(t)$, $B(t)$ et $X(t)$ correspondant.

En vous basant sur les résultats expérimentaux obtenus dans la partie 2, choisissez un jeu de paramètres pertinent pour calibrer les filtres $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{H}_I$. Reporter dans le cadre ci-dessous le code de détection du signal binaire reçu.

code ci-dessous

```
Detection = W.data>mean(W.data);
plot(S.time,Detection)
```

□

3.1.2

Visualiser dans la Figure 5 (en organisant avec la commande `subplot(4,1,·)` et en ajoutant une légende pertinente), les signaux :

- $S(t)$
- $X(t)$
- $W(t)$
- Le signal binaire détecté obtenu par seuillage du signal $W(t)$ (commenter le choix du seuil Σ choisi)

figure ci-dessous

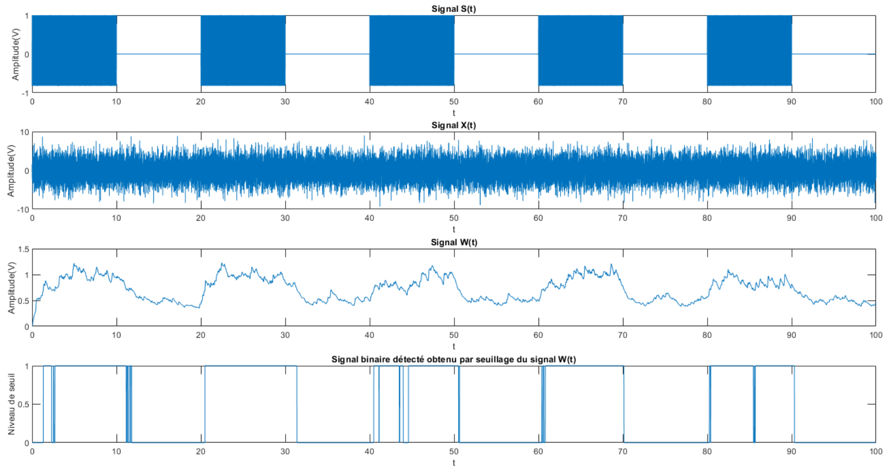


FIGURE 5 – De haut en bas : Signal binaire $S(t)$, Mélange Signal (binaire) + bruit avant et après filtrage passe-bande, Sortie $W(t)$ de la chaine de détection quadratique, Signal binaire détecté après seuillage de la sortie quadratique.

☐

3.1.3

Indiquez les valeurs des paramètres de détection utilisés.

réponse ci-dessous

La valeur du paramètre du seuil de détection est la valeur moyenne du signal $W(t)$. ☐

3.1.4

Essentiellement quel élément de la chaine de détection va-t-il limiter le débit de transmission ?

réponse ci-dessous

C'est le temps de réponse impulsionnel RC qui limite le débit de transmission. En effet, son temps réponse impulsionnel limite la durée exploitable du signal. On pourrais augmenter le débit en diminuant la valeur de RC, mais cela se paye par un plus grand risque d'erreur de détection. ☐

3.1.5

Sans chercher à les estimer ici, quel(s) critère(s) permettrai(en)t de mesurer la qualité de la détection ?

réponse ci-dessous

Il faudrais mesurer la variance et l'espérance du signal reçu pour le comparer au signal émis. On pourrait aussi comparer le signal reçu et la puissance moyenne du signal émis avec une fonction d'inter-corrélation. ☐

3.2 Décodage d'un message inconnu

Charger le signal reçu `'SignalRecu_j'`, où j est le numéro de votre binôme.

```
>> load SignalRecu_1
```

Le signal $X(t)$ correspond à un message codé (code ascii 7 bits) transmis par modulation d'amplitude et dégradé par un bruit additif lié au canal de transmission. Exécuter la commande :

```
>> [TxMsg,Xp] = RxMessage_DQ(X,Xp) ;
```

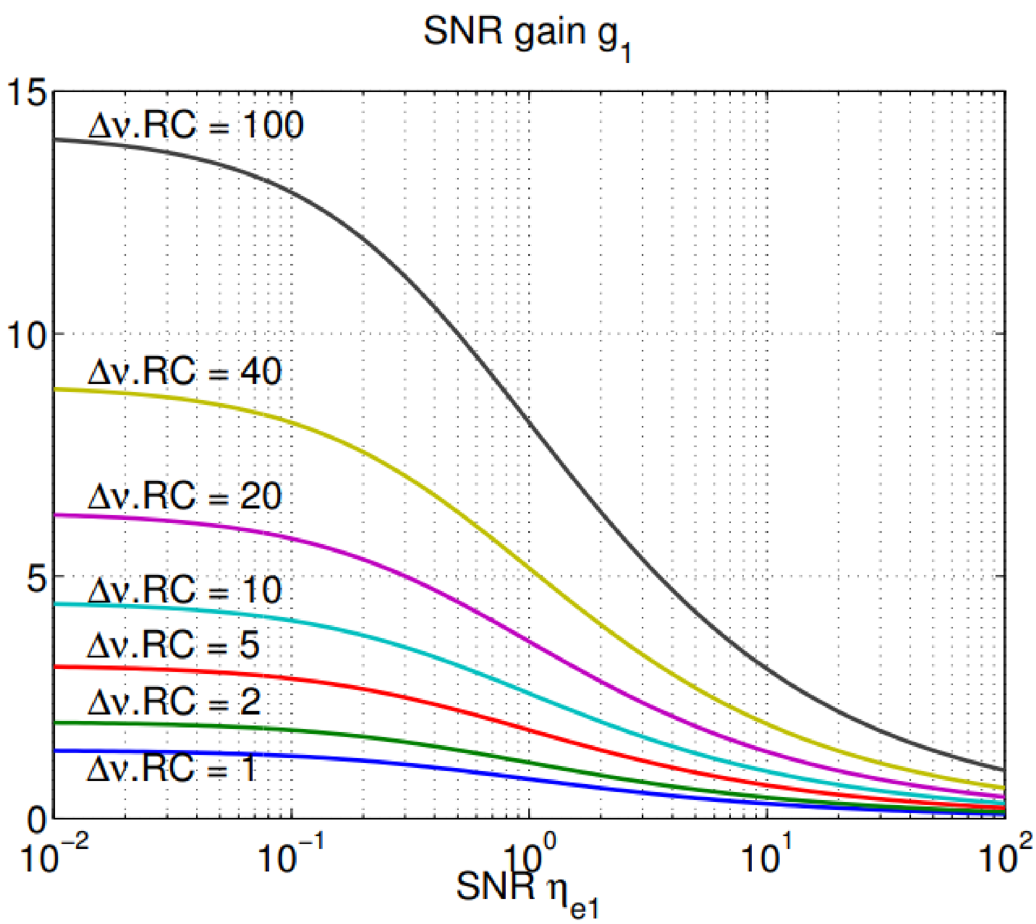
pour lancer une détection quadratique *automatique* sur le signal reçu X (la structure Xp contient tous les paramètres de la transmission). Ajuster en ligne, les différents paramètres de la détection jusqu'à ce que le message décodé vous semble satisfaisant. Recopier ci-dessous, le message décodé.

réponse ci-dessous

Nous disons : Tante Amelie fait du velo en short. □

4 Annexes

4.1 Evolution théorique du gain SNR $g_1 = \dfrac{\eta_s}{\eta_1}$ en fonction de η_1 et de $RC \times \Delta\nu$



4.2 Documentation routines Matlab

4.2.1 OOK.m

```
[S,Sp,M] = OOK(Sp)     Generates a ON-OFF keying modulated signal whose
parameters are specified by the parameter structure Sp
S(n) = M(n).A.cos(2.pi.Fc.n/Fs + phi)
M(n) is either a binary periodic signal (0-1) oscillating at frequency FM
or a 0-1 sequence defined by W (if specified W overides FM). OOK.m
displays in the current window plot the synthesised signal.

Inputs:
Sp     signal structure containing the signal parameters with following fileds:
          - Fs    sampling frequency of the signal (in Hz)
          - A     amplitude of the carrier
          - Fc    carrier frequency (in Hz)
          - FM    modulating frequency (0 = no modulation) (in Hz)
          - T     duration of the signal (in seconds)
          - W     binary word to be transmitted (overides periodic modulation)
          - Phi   initial phase of the carrier (r.v. unif dist. over (0,2\pi))
          - Class String defining the type of signal S
       If varargin is left empty, each field of 'Sp' is defined online

Outputs:
S     signal structure containing the synthesised OOK signal with fields:
          - data : 1-byN vector containing the data samples
          - time : 1-byN vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency

Sp    parameter structure (same as input)
M     signal structure containing the Modulant signal (same structure as S)


Example :
      Sp = struct('Fs',50e3,'A',2,'Fc',1e3,'FM',5e1,'Phi',0,'T',1e-1,'W',[])
      [S,Sp,M] = OOK(Sp)
      plot(S.time,S.data,M.time,M.data,':r')
or
      [S] = OOK()
```

4.2.2 CGN.m

```
[X,Xp] = CGN(Xp)  generates a filtered, centered, gaussian noise X
according to the parameters specified in the parameter structure Xp
CGN displays in the current window plot, the synthesised trace and the
corresponding estimated power spectrum density.

Input
Xp        parameter structure containg the follwoing fileds:
          - sigma : standard deviation
          - Fs    : scalar indicating the sampling frequency
          - B     : the bandwidth (in Hz, B < Fs/2)
          - T     : duration of the generated trace (in seconds)
       If varargin is left empty, each field of 'Xp' is defined online

Outputs
- X     signal structure with the following fields:
          - data : 1-byN vector containing the data samples
          - time : 1-byN vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
- Xp    parameter structure (same as input)

Example
```

```
Xp = struct('sigma',1,'Fs',1000,'B',200,'T',10) ;
[X,Xp] = CGN(Xp) ;
% or
[X,Xp] = CGN() ;
```

4.2.3 AddSig.m

```
[S] = AddSig(X,Y) Computes the sum Z of the two signals X and Y.

Inputs
X, Y  Signal structures with fields:
          - data : 1-by-N vector containing the data samples
          - time : 1-by-N vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
      X and Y must have same lenghths and same sampling frequencies

Outputs
Z      Signal structures with fields:
          - data : 1-by-N vector containing the data samples
          - time : 1-by-N vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
```

4.2.4 BPF.m

```
[Y,Fp] = BPF(X,Fp) filters the signal structure X with a digital band-pass filter whose
parameters are specified in the Fp structure.
BPF diplays in a single window plot, the zero-pole diagram, the frequency
and the impulse responses of the filter, and superimposed, the input and
the output signals.

Inputs
- X    input signal structure with the following fields:
          - data : 1-byN vector containing the data samples
          - time : 1-byN vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
- Fp   parameter structure with following fields:
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency (must be
          identical to that of X)
          - F0   : the central frequency (in Hz)
          - Dnu  : the bandwidth
          - order : integer corresponding to the order of the filter
          - class : text string indicating the type of the filter.

Outputs
- Y     output signal structure with the following fields:
          - data : 1-byN vector containing the data samples
          - time : 1-byN vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
- Fp   parameter structure (same as input)

Example:
Fp = struct('Fs',1000,'F0',100,'Dnu',32,'order',6,'class','BP filter') ;
[X,Xp] = CGN() ;
Y = BPF(X,Fp) ;
```

4.2.5 SquareSig.m

```
[Y] = SquareSig(X)    Computes the square amplitude Y of signal X.

Inputs
X     Signal structure with fields:
          - data : 1-by-N vector containing the data samples
          - time : 1-by-N vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency

Outputs
Y      Signal structures with fields:
          - data : 1-by-N vector containing the data samples
          - time : 1-by-N vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency

Example:
X = OOK() ;
Y = SquareSig(X) ;
```

4.2.6 RCF.m

```
[Y,RCFp] = RCF (X,RCFp) filters the signal structure X with a digital lowpass RC filter whose
parameters are specified in the RCFp structure.
The z-transform of a lowpass RC filter is equal to
H(z) = B(z)/A(z) = (1-a) / (1 - a z^(-1))
where a = exp(-T/RC), and T is the sampling period
RCF diplays in a single window plot, respectively the time and the frequency responses
of the filter, the input signal and the output signal.

Inputs
- X     input signal structure with the following fields:
          - data : 1-byN vector containing the data samples
          - time : 1-byN vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
- RCFp  parameter structure with following fields:
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency (must be
          identical to that of X)
          - RC   : scalar defining the time constant RC (must be larger
          than 1/Fs)

Outputs
- Y     output signal structure with the following fields:
          - data : 1-byN vector containing the data samples
          - time : 1-byN vector containing the time samples
          - Fs   : scalar indicating the sampling frequency
- RCFp   parameter structure (same as input)
```

4.2.7 RxMessage_DQ.m

```
[RxMsg,Xp,RxBinMsg] = RxMessage_DQ(X,Xp)     performs a Quadratic
Detection of binary message conveyed in signal structure X. Xp is a structure
that contains all parameters related to the transmission. X and Xp are
usually the output of routine TxMessage
```