



# Tecnológico de Monterrey

**Estudiante:**

Axel Javier Rosas Rodríguez | A01738607

**Profesor:**

Alfredo García Suárez

**Nombre de la Institución:**

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de  
Tecnológico de Monterrey

**Materia:**

Fundamentación de la Robótica

**Fecha:**

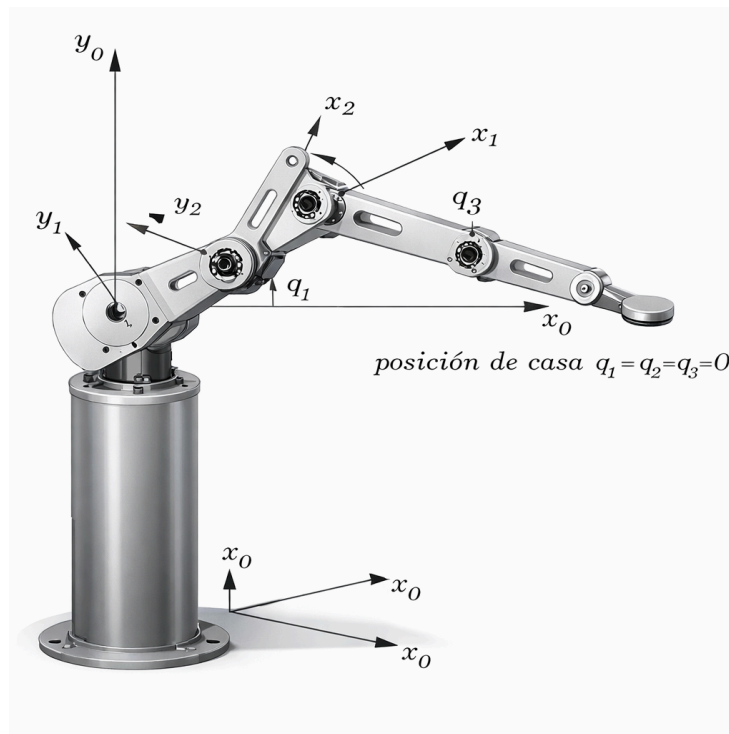
16 de Febrero de 2026

**Título del trabajo:**

Actividad 1 (Velocidades Lineales y angulares)  
Robot Planar 3GDL

## Introducción

En robótica, la capacidad de un manipulador para moverse y alcanzar posiciones precisas depende de la descripción de su cinemática y de sus velocidades. Este trabajo desarrolla un modelo de un robot planar de tres grados de libertad (3 GDL) utilizando MATLAB para calcular automáticamente las matrices de transformación, los Jacobianos y los vectores de velocidad lineal y angular.



## Descripción

Se analiza un robot manipulador planar de 3 grados de libertad, donde:

- Todas las articulaciones son rotacionales.
- Todos los ejes de giro son paralelos al eje  $z$
- El movimiento ocurre en el plano  $XY$

Teniendo en cuenta

Coordenadas generalizadas

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{bmatrix}$$

Velocidades generalizadas

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

## Metodología

Partimos de obtener las matrices de transformación homogénea para cada eslabón

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & l_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & l_i \sin \theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obteniendo la matriz de transformación global como resultado de  $T_3 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$  ya que

- A1 transforma del marco 0 al 1
- A2 transforma del marco 1 al 2
- A3 transforma del marco 2 al 3

Posteriormente obtenemos el Jacobiano Angular

- Cada articulación rota sobre el eje  $z$
- Cada eje contribuye a la velocidad angular total.

El Jacobiano angular es:

$$J_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente calculamos la velocidad lineal y angular con las siguientes ecuaciones

$$\mathbf{v} = J_v \dot{\mathbf{q}} \quad \boldsymbol{\omega} = J_\omega \dot{\mathbf{q}}$$

Obteniendo los siguientes vectores

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

## Código MATLAB

### Inicialización del entorno y variables

Se limpia el workspace y se declaran las variables simbólicas, incluyendo coordenadas articulares, tiempo y longitudes de eslabones. También se define el tipo de articulaciones y se construyen los vectores de coordenadas y velocidades generalizadas.

```
%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc
%Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) th2(t) th3(t) t l1 l2 l3
%Configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática
RP =[0 0 0];
%Creamos el vector de coordenadas articulares
Q = [th1, th2, th3];
disp('Coordenadas generalizadas');
pretty (Q);
%Creamos el vector de velocidades generalizadas
Qp = diff(Q, t);
disp('Velocidades generalizadas');
pretty (Qp);
%Número de grado de libertad del robot
GDL = size(RP, 2);
GDL_str = num2str(GDL);
```

### Definición de posiciones y matrices de transformación

Se definen posiciones locales y matrices de rotación de cada junta, y se inicializan las matrices homogéneas locales y globales, así como las posiciones y rotaciones vistas desde el marco de referencia inercial.

```
%Junta 1
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:, :, 1) = [l1*cos(th1); l1*sin(th1); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 1) = [cos(th1) -sin(th1) 0;
              sin(th1)  cos(th1)  0;
              0         0         1];

%Junta 2
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:, :, 2) = [l2*cos(th2); l2*sin(th2); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 2) = [cos(th2) -sin(th2) 0;
              sin(th2)  cos(th2)  0;
              0         0         1];

%Junta 3
%Posición de la junta 1 respecto a 0
```

```

P(:, :, 3) = [l3*cos(th3); l3*sin(th3); 0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:, :, 3) = [cos(th3) -sin(th3) 0;
              sin(th3)  cos(th3)  0;
              0         0         1];
%Creamos un vector de ceros
Vector_Zeros = zeros(1, 3);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A(:, :, GDL) = simplify([R(:, :, GDL) P(:, :, GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T(:, :, GDL) = simplify([R(:, :, GDL) P(:, :, GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las posiciones vistas desde el marco de referencia inercial
PO(:, :, GDL) = P(:, :, GDL);
%Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO(:, :, GDL) = R(:, :, GDL);
%Inicializamos las INVERSAS de las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO_inv(:, :, GDL) = R(:, :, GDL);

```

## Cálculo de transformaciones globales y extracción de posiciones

Se recorre cada junta para calcular la transformación global acumulada y extraer las posiciones y rotaciones desde el marco base.

```

for i = 1:GDL
    i_str = num2str(i);
    %Locales
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:, :, i) = simplify([R(:, :, i) P(:, :, i); Vector_Zeros 1]);
    pretty(A(:, :, i));
    %Globales
    try
        T(:, :, i) = T(:, :, i-1) * A(:, :, i);
    catch
        T(:, :, i) = A(:, :, i);
    end
    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:, :, i) = simplify(T(:, :, i));
    pretty(T(:, :, i))

    RO(:, :, i) = T(1:3, 1:3, i);
    RO_inv(:, :, i) = transpose(RO(:, :, i));
    PO(:, :, i) = T(1:3, 4, i);
    %pretty(RO(:, :, i));
    %pretty(RO_inv(:, :, i));
    %pretty(PO(:, :, i));
end

```

## Cálculo de Jacobianos y velocidades

Se calcula el Jacobiano lineal por derivación directa y de forma analítica, el Jacobiano angular analítico, y finalmente se obtienen los vectores de velocidad lineal y angular.

```
%Calculamos el jacobiano lineal de forma diferencial
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial');
%Derivadas parciales de x respecto a th1, th2 y th3
Jv11= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th1);
Jv12= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th2);
Jv13= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th3);
%Derivadas parciales de y respecto a th1, th2 y th3
Jv21= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th1);
Jv22= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th2);
Jv23= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th3);
%Derivadas parciales de z respecto a th1, th2 y th3
Jv31= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th1);
Jv32= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th2);
Jv33= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th3);
%Creamos la matriz del Jacobiano lineal
jv_d=simplify([Jv11 Jv12 Jv13;
               Jv21 Jv22 Jv23;
               Jv31 Jv32 Jv33]);
pretty(jv_d);
%Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a(:,GDL) = PO(:, :,GDL);
Jw_a(:,GDL) = PO(:, :,GDL);
for k = 1:GDL
    if RP(k) == 0 %Casos: articulación rotacional
        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:, :,GDL)-PO(:, :,k-1));
            Jw_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)= cross([0,0,1], PO(:, :,GDL));
            Jw_a(:,k)=[0,0,1];
        end

        %Para las juntas prismáticas
    elseif RP(k) == 1 %Casos: articulación prismática
        %
        try
            Jv_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)=[0,0,1];
        end
        Jw_a(:,k)=[0,0,0];
    end
end
Jv_a = simplify (Jv_a);
Jw_a = simplify (Jw_a);
```