



Tecnológico
de Monterrey

Estudiante:

Axel Javier Rosas Rodríguez | A01738607

Profesor:

Alfredo García Suárez

Nombre de la Institución:

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de
Tecnológico de Monterrey

Materia:

Fundamentación de la Robótica

Fecha:

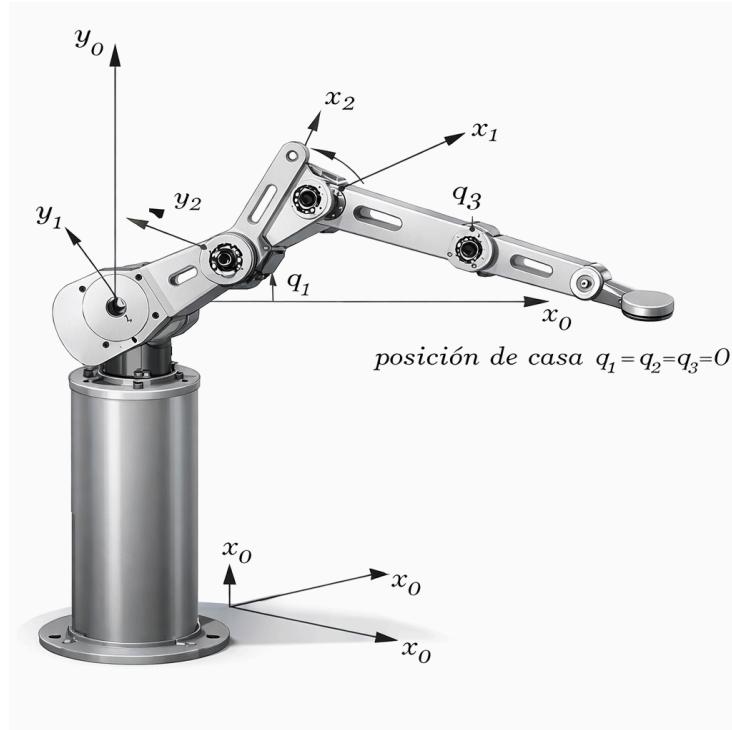
16 de Febrero de 2026

Título del trabajo:

Actividad 1 (Velocidades Lineales y angulares)
Robot Planar 3GDL

Introducción

En robótica, la capacidad de un manipulador para moverse y alcanzar posiciones precisas depende de la descripción de su cinemática y de sus velocidades. Este trabajo desarrolla un modelo de un robot planar de tres grados de libertad (3 GDL) utilizando MATLAB para calcular automáticamente las matrices de transformación, los Jacobianos y los vectores de velocidad lineal y angular.



Descripción

Se analiza un robot manipulador planar de 3 grados de libertad, donde:

- Todas las articulaciones son rotacionales.
- Todos los ejes de giro son paralelos al eje z
- El movimiento ocurre en el plano XY

Teniendo en cuenta

Coordenadas generalizadas

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \theta_3(t) \end{bmatrix}$$

Velocidades generalizadas

$$\dot{\mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

Metodología

Partimos de obtener las matrices de transformación homogénea para cada eslabón

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & l_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & l_i \sin \theta_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Obteniendo la matriz de transformación global como resultado de $T_3 = A_1^*A_2^*A_3$ ya que

- A_1 transforma del marco 0 al 1
- A_2 transforma del marco 1 al 2
- A_3 transforma del marco 2 al 3

Posteriormente obtenemos el Jacobiano Angular

- Cada articulación rota sobre el eje z
- Cada eje contribuye a la velocidad angular total.

El Jacobiano angular es:

$$J_{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Finalmente calculamos la velocidad lineal y angular con las siguientes ecuaciones

$$\mathbf{v} = J_v \dot{\mathbf{q}} \quad \boldsymbol{\omega} = J_{\omega} \dot{\mathbf{q}}$$

Obteniendo los siguientes vectores

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

Código MATLAB

Inicialización del entorno y variables

Se limpia el workspace y se declaran las variables simbólicas, incluyendo coordenadas articulares, tiempo y longitudes de eslabones. También se define el tipo de articulaciones y se construyen los vectores de coordenadas y velocidades generalizadas.

```
%Limpieza de pantalla
clear all
close all
clc
%Declaración de variables simbólicas
syms th1(t) th2(t) th3(t) t l1 l2 l3
%Configuración del robot, 0 para junta rotacional, 1 para junta prismática
RP =[0 0 0];
%Creamos el vector de coordenadas articulares
Q = [th1, th2, th3];
disp('Coordenadas generalizadas');
pretty (Q);
%Creamos el vector de velocidades generalizadas
Qp = diff(Q, t);
disp('Velocidades generalizadas');
pretty (Qp);
%Número de grado de libertad del robot
GDL = size(RP, 2);
GDL_str = num2str(GDL);
```

Definición de posiciones y matrices de transformación

Se definen posiciones locales y matrices de rotación de cada junta, y se inicializan las matrices homogéneas locales y globales, así como las posiciones y rotaciones vistas desde el marco de referencia inercial.

```
%Junta 1
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:,:,1) = [l1*cos(th1); l1*sin(th1);0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:,:,1) = [cos(th1) -sin(th1) 0;
             sin(th1)  cos(th1) 0;
             0         0         1];
%Junta 2
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:,:,2)= [l2*cos(th2); l2*sin(th2);0];
%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:,:,2)= [cos(th2) -sin(th2) 0;
             sin(th2)  cos(th2) 0;
             0         0         1];
%Junta 3
%Posición de la junta 1 respecto a 0
P(:,:,3)= [l3*cos(th3); l3*sin(th3);0];
```

```

%Matriz de rotación de la junta 1 respecto a 0
R(:,:,3)= [cos(th3) -sin(th3) 0;
            sin(th3) cos(th3) 0;
            0 0 1];
%Creamos un vector de ceros
Vector_Zeros= zeros(1, 3);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea locales
A(:,:,:GDL)=simplify([R(:,:,:GDL) P(:,:,:GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las matrices de transformación Homogénea globales
T(:,:,:GDL)=simplify([R(:,:,:GDL) P(:,:,:GDL); Vector_Zeros 1]);
%Inicializamos las posiciones vistas desde el marco de referencia inercial
PO(:,:,:GDL)= P(:,:,:GDL);
%Inicializamos las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO(:,:,:GDL)= R(:,:,:GDL);
%Inicializamos las INVERSAS de las matrices de rotación vistas desde el marco de referencia inercial
RO_inv(:,:,:GDL)= R(:,:,:GDL);

```

Cálculo de transformaciones globales y extracción de posiciones

Se recorre cada junta para calcular la transformación global acumulada y extraer las posiciones y rotaciones desde el marco base.

```

for i = 1:GDL
    i_str= num2str(i);
    %Locales
    disp(strcat('Matriz de Transformación local A', i_str));
    A(:,:,:,i)=simplify([R(:,:,:,i) P(:,:,:,i); Vector_Zeros 1]);
    pretty (A(:,:,:,i));
    %Globales
    try
        T(:,:,:,i)= T(:,:,:,i-1)*A(:,:,:,i);
    catch
        T(:,:,:,i)= A(:,:,:,i);
    end
    disp(strcat('Matriz de Transformación global T', i_str));
    T(:,:,:,i)= simplify(T(:,:,:,i));
    pretty(T(:,:,:,i))

    RO(:,:,:,i)= T(1:3,1:3,i);
    RO_inv(:,:,:,i)= transpose(RO(:,:,:,i));
    PO(:,:,:,i)= T(1:3,4,i);
    %pretty(RO(:,:,:,i));
    %pretty(RO_inv(:,:,:,i));
    %pretty(PO(:,:,:,i));
end

```

Cálculo de Jacobianos y velocidades

Se calcula el Jacobiano lineal por derivación directa y de forma analítica, el Jacobiano angular analítico, y finalmente se obtienen los vectores de velocidad lineal y angular.

```

%Calculamos el jacobiano lineal de forma diferencial
disp('Jacobiano lineal obtenido de forma diferencial');
%Diferivadas parciales de x respecto a th1, th2 y th3
Jv11= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th1);
Jv12= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th2);
Jv13= functionalDerivative(PO(1,1,GDL), th3);
%Diferivadas parciales de y respecto a th1, th2 y th3
Jv21= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th1);
Jv22= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th2);
Jv23= functionalDerivative(PO(2,1,GDL), th3);
%Diferivadas parciales de z respecto a th1, th2 y th3
Jv31= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th1);
Jv32= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th2);
Jv33= functionalDerivative(PO(3,1,GDL), th3);
%Creamos la matriz del Jacobiano lineal
jv_d=simplify([Jv11 Jv12 Jv13;
                Jv21 Jv22 Jv23;
                Jv31 Jv32 Jv33]);
pretty(jv_d);
%Calculamos el jacobiano lineal de forma analítica
Jv_a(:,GDL) = PO(:,:,GDL);
Jw_a(:,GDL) = PO(:,:,GDL);
for k = 1:GDL
    if RP(k) == 0 %Casos: articulación rotacional
        %Para las juntas de revolución
        try
            Jv_a(:,k)= cross(RO(:,3,k-1), PO(:,:,GDL)-PO(:,:,k-1));
            Jw_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)= cross([0,0,1], PO(:,:,GDL));
            Jw_a(:,k)=[0,0,1];
        end
        %Para las juntas prismáticas
    elseif RP(k) == 1 %Casos: articulación prismática
    %
        try
            Jv_a(:,k)= RO(:,3,k-1);
        catch
            Jv_a(:,k)=[0,0,1];
        end
        Jw_a(:,k)=[0,0,0];
    end
end
Jv_a = simplify (Jv_a);
Jw_a = simplify (Jw_a);

```