

Filtros Sallen-Key Pasa-Bajas de segundo orden

Filtro Butterworth y filtro Bessel

Diana Laura Contreras Alonso

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Facultad de electrónica
21 sur, 1103. Barrio Santiago Puebla, Puebla, México
dianalaura.contreras@upaep.edu.mx

Alfonso Cesar Arellano Ventura

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Facultad de electrónica
21 sur, 1103. Barrio Santiago Puebla, Puebla, México
alfonsocesar.arellano@upaep.edu.mx

Jair Isael Arce Huerta

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Facultad de electrónica
21 sur, 1103. Barrio Santiago Puebla, Puebla, México
jairisael.arce@upaep.edu.mx

Axel Arriola Fonseca

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla
Facultad de electrónica
21 sur, 1103. Barrio Santiago Puebla, Puebla, México
axel.arriola@upaep.edu.mx

Abstract—This is a practice report about second order Sallen-Key electronic low-pass filters, focusing on Butterworth and Bessel filters

Keywords—electronic, Sallen-Key, filter, Butterworth and Bessel

I. INTRODUCCIÓN

El desarrollo de esta práctica tiene como finalidad el estudio, desarrollo y análisis de filtros pasa-bajas, se muestran cuatro diferentes configuraciones, cada una de ellas con valores iniciales, se deberán realizar cálculos y operaciones para su diseño. Se pretende hacer un análisis de estos circuitos con ayuda del software Multisim, obteniendo gráficas que ayuden a su entendimiento.

II. FILTROS ELECTRÓNICOS

A. Definición

Un filtro es un elemento que discrimina una determinada frecuencia o gama de frecuencias de una señal eléctrica que pasa a través de él, pudiendo modificar tanto su amplitud como su fase. El propósito de los filtros es separar la información de interferencias, ruido y distorsión no deseada.

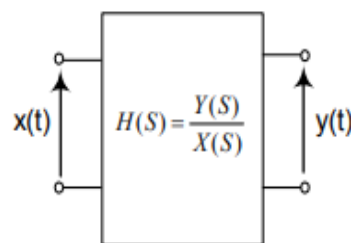
Los filtros son circuitos especializados en tratar de distinta forma (eg. amplificar y desfasar más o menos) a los armónicos según su frecuencia. Si en cualquier circuito analógico introdujeramos una señal compuesta de armónicos de todas las frecuencias, veríamos que trata de distinta forma a unos armónicos que a otros dependiendo de su frecuencia. Esto puede considerarse como distorsión de la señal de entrada.

B. Función de transferencia

Es una expresión matemática que caracteriza las relaciones de “Entrada – Salida” de sistemas lineales invariantes en el tiempo. Se define como la relación de la transformada de Laplace de la salida (función respuesta), a la transformada de Laplace de la entrada (función excitadora), bajo la suposición de condiciones iniciales cero. [1]

TABLA 1

FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA



^aFunción de transferencia para filtros electrónicos

Fig. 1 Ejemplo de función de transferencia

Donde:

S = frecuencia angular compleja = $j\omega$

$$Y(S) = X(S) * H(S) \quad (1)$$

$$y(t) = L^{-1}[X(S) * H(S)] \quad (2)$$

Donde $H(S)$ se denomina función de transferencia del circuito. Es función de la frecuencia, y nos da una idea de cómo trata el

circuito a cada uno de los armónicos en que puede expresarse la señal de entrada. [2]

$$H(S) = \frac{a_m s^m + a_{m-1} s^{m-1} + \dots + a_1 s^1 + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s^1 + b_0} \quad (3)$$

C. Filtros Pasa-bajas

Este tipo de filtro deja pasar todas las frecuencias desde 0 a la frecuencia de corte y bloquea las frecuencias que están sobre esta. A las frecuencias que se ubican entre 0 hasta la frecuencia de corte se le denomina banda pasante mientras que las frecuencias que están por encima de la frecuencia de corte se le denomina banda eliminada. Las zonas entre la banda pasante y la banda eliminada se le llama banda de transición.

En la “Fig. 2”, se puede apreciar el comportamiento del filtro pasa bajas ideal. [3]

TABLA 2 FILTRO PASA BAJAS

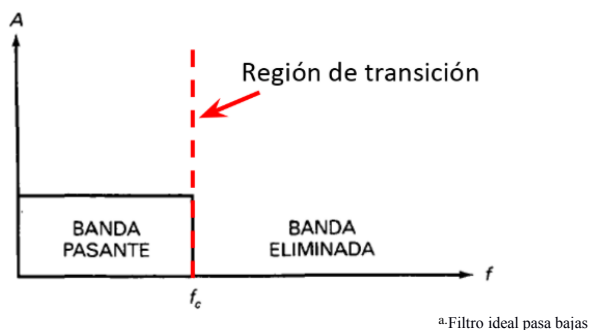


Fig. 2 Respuesta de un filtro ideal pasa-bajas.

Los filtros se dividen en pasivos (su orden se clasifica en función del número de componentes pasivos) y en activos (su orden se clasifica en función de componentes activos o circuitos RC). Los filtros tienen una pendiente de 20n [dB/década], siendo n el orden del filtro.

D. Filtro Butterworth

El filtro de Butterworth es uno de los filtros electrónicos básicos, diseñado para producir la respuesta más plana que sea posible hasta la frecuencia de corte. En otras palabras, la salida se mantiene constante casi hasta la frecuencia de corte, luego disminuye a razón de 20n dB por década (ó ~6n dB por octava), donde n es el número de polos del filtro.

TABLA 3

DIAGRAMA DE BODE

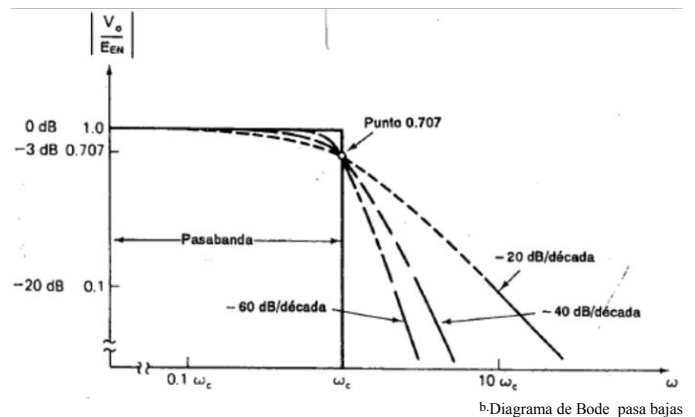


Fig. 3 Diagrama de Bode para filtros de niveles ‘n’

E. Filtro Bessel

Un filtro Bessel es un tipo de filtro lineal analógico con un retardo máximo de fase / grupo plano (respuesta de fase lineal máxima), que conserva la forma de onda de las señales filtradas en la banda de paso. Los filtros de Bessel se utilizan a menudo en sistemas de cruce de audio.

F. Filtro pasa-bajas: segundo orden Sallen Key

Los filtros Sallen Key, son filtros activos de 2 polos pasa bajas, con 2 capacitores y 2 resistencias, estos circuitos son bastantes simples, para generar un orden superior se puede generar una cascada de varias etapas. Los filtros Sallen Key generan respuestas Butterworth, Bessel y Chebyshev. Existen 2 configuraciones.

Componentes diferentes:

TABLA 4 FILTRO PASA BAJAS

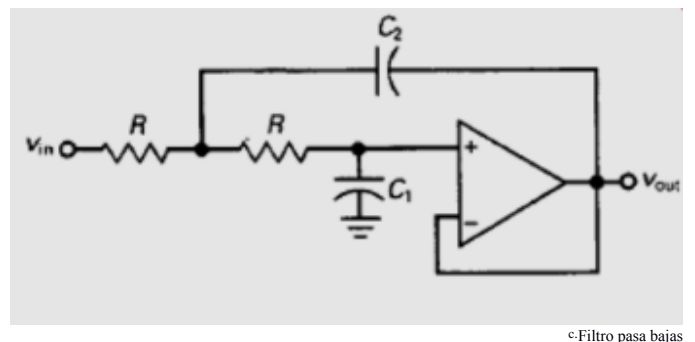


Fig. 4 Filtro pasa bajas de componentes diferentes

Al tener esta configuración, se debe calcular la frecuencia de polo, frecuencia de corte, frecuencia de resonancia, frecuencia a 3db, pendiente y factor Q. A continuación, se muestran.

$$A_v = 1 \quad (4)$$

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (5)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}} \quad (6)$$

Butterworth:

$$Q = 0.707$$

$$k_c = 1$$

Bessel:

$$Q = 0.577$$

$$k_c = 0.786$$

Primero se obtiene el factor Q para determinar si es un filtro Bessel, Butterworth o Chebyshev. Después se calcula la frecuencia de polo. Luego se busca en la tabla con el valor de Q los factores para obtener la frecuencia de corte, frecuencia de resonancia y frecuencia a 3db, que se multiplican por la fp.

TABLA 5 VALORES DE K Y AP DE ETAPAS DE SEGUNDO ORDEN

Q	K ₀	K _c	K ₃	A _p (dB)
0,577	—	0,786	1	—
0,707	—	1	1	—
0,75	0,333	0,471	1,057	0,054
0,8	0,467	0,661	1,115	0,213
0,9	0,620	0,874	1,206	0,688
1	0,708	1,000	1,272	1,25
2	0,935	1,322	1,485	6,3
3	0,972	1,374	1,523	9,66
4	0,984	1,391	1,537	12,1
5	0,990	1,400	1,543	14
6	0,992	1,402	1,546	15,6
7	0,994	1,404	1,548	16,9
8	0,995	1,406	1,549	18
9	0,997	1,408	1,550	19
10	0,998	1,410	1,551	20
100	1,000	1,414	1,554	40

Fig. 5 Tabla obtenida de la web

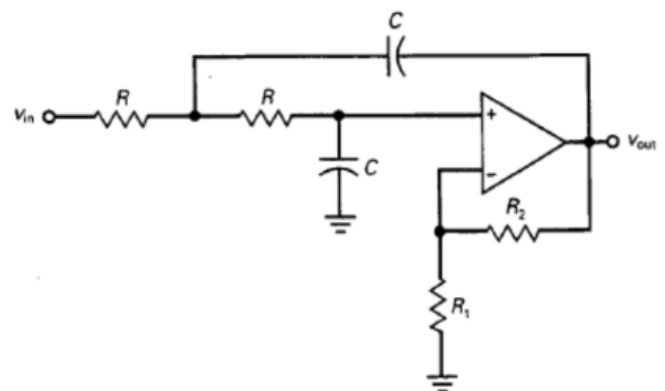
$$f_0 = k_0 f_p$$

$$f_c = k_c f_p$$

$$f_{3dB} = k_3 f_p$$

Componentes iguales:

TABLA 6 FILTRO PASA BAJAS



e. Filtro pasa bajas

Fig. 6 Filtro pasa bajas de componentes iguales

Al tener esta configuración, se sigue un proceso similar. Primero calculamos el factor Q, la frecuencia de polo y la ganancia con las fórmulas correspondientes para esta configuración, luego usamos las mismas fórmulas y tabla para obtener la frecuencia de corte, frecuencia de resonancia y frecuencia de 3db.

$$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1$$

$$Q = \frac{1}{3 - A_v}$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi RC}$$

Al tener el factor Q se define que tipo de filtro es y se obtienen las constantes para obtener fc, fo y f3db según la tabla.

III. DESARROLLO DE LA PRÁCTICA

Después de haber estudiado con anterioridad conceptos básicos de los filtros electrónicos, si bien, esta práctica tiene como finalidad modelar cuatro diferentes tipos de filtros pasa bajas, es por eso que a continuación, se muestran los datos necesarios para hacer los cálculos necesarios y proceder con la simulación, apoyándonos del software de Multisim.

Filtro 1

Datos:

$$R = 30k\Omega$$

$$C^1 = 820 \text{ pf}$$

$$C^2 = 1.64 \text{ nf}$$

Fórmulas:

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (7)$$

Para filtro Butterworth $Q = 0.707$

$$f_p = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}} \quad (8)$$

Cálculos: Sustituyendo los valores iniciales en las ecuaciones (4) y (5).

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{1.64nf}{820pf}}$$

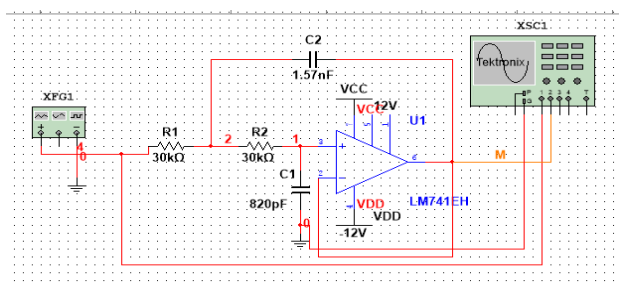
$$Q = 0.7071$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi(30000)\sqrt{(1.64nf)(820pf)}}$$

$$f_p = 4574.7 \text{ Hz}$$

Simulación:

TABLA 7 SIMULACIÓN EN MULTISIM

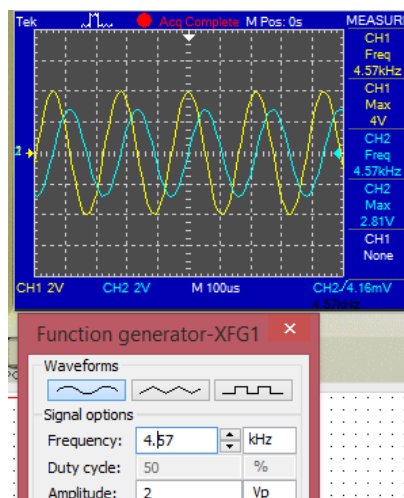


a. Filtro pasa bajas Butterworth en multisim

Fig. 7 Filtro pasa bajas simulado con datos de “Filtro 1”

Gráfica y resultados:

TABLA 8 GRÁFICA EN OSCILOSCOPIO



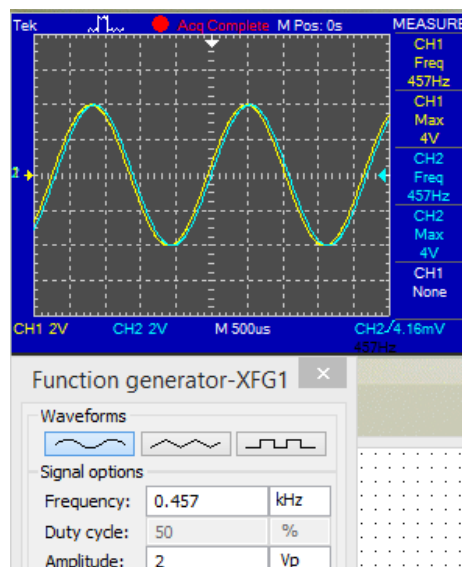
a. Gráficas de entrada y salida del filtro pasa bajas de Butterworth

Fig. 8 Señal de entrada y salida del filtro pasa bajas, graficada en su frecuencia de corte.

En “Fig. 8”, se observa en color amarillo la gráfica de la señal de entrada en el filtro, mientras que la gráfica color azul, muestra la salida de nuestra señal.

Es importante mencionar el valor máximo de voltaje para la señal de entrada es de aproximadamente 4V y para la salida hay una disminución con valor de 2.78V, este último valor se obtiene al multiplicar el valor del voltaje de entrada, por el valor de Q , que en este caso es de 0.7071, dándonos como resultado: 2.828.

TABLA 9 GRÁFICA EN OSCILOSCOPIO

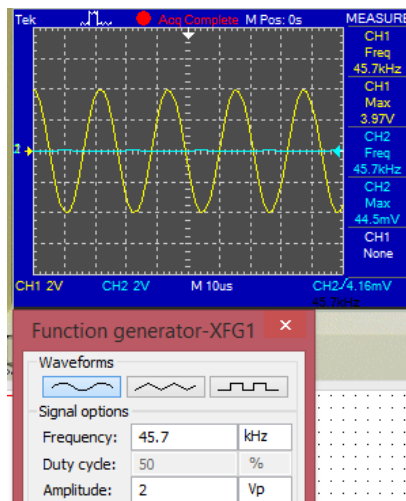


b. Gráficas de entrada y salida del filtro pasa bajas de Butterworth

Fig. 9 Señal de entrada y salida del filtro pasa bajas, graficada una década antes de su frecuencia de corte.

En la “Fig. 9.” se muestra la gráfica de la señal de entrada y salida a una década antes de su frecuencia de corte, como se muestra en los datos del lado derecho, la señal de salida ni tiene pérdida, es decir que a esa frecuencia la señal pasa completa.

TABLA 10 GRÁFICA EN OSCILOSCOPIO



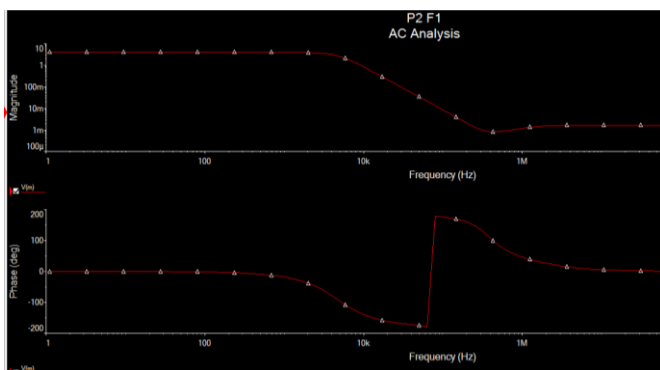
c. Gráficas de entrada y salida del filtro pasa bajas de Butterworth

Fig. 10 Señal de entrada y salida del filtro pasa bajas, graficada una década después de su frecuencia de corte.

La “Fig. 10” es muy clara, se muestra como la señal de salida es atenuada debido a que el filtro solo pasa señales por debajo de su frecuencia de corte. Al aumentar una década esta señal sale de rango.

Para hacer un análisis más detallado del comportamiento de este filtro, se hace un análisis en AC, obteniendo las gráficas de Bode, en estas podremos observar lo que pasa con el filtro antes, durante y después de llegar a su frecuencia de corte, a continuación, se muestra el análisis.

TABLA 11 DIAGRAMA DE BODE



b. Diagrama de Bode filtro pasa bajas Butterworth

Fig. 11 Diagrama de Bode para “Filtro 1”

La “Fig. 11” muestra el análisis en AC del filtro pasa bajas con configuración Butterworth, esta gráfica muestra el comportamiento del filtro antes, durante y después de llegar a su frecuencia de corte. Es evidente decir que la señal antes de llegar a su corte, pasa sin problema alguno, sin embargo, pasando su frecuencia de corte, esta señal se atenúa, no dejando pasar frecuencias superiores a la frecuencia de corte.

Filtro 2

Datos:

R:51kΩ
C1:330pf
C2:440pf
Fórmulas:

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \quad (9)$$

Para filtro Bessel Q = 0.577

$$f_p = \frac{1}{2\pi R \sqrt{C_1 C_2}} \quad (10)$$

Cálculos: Sustituyendo los valores iniciales en las ecuaciones (4) y (5).

$$Q = 0.5 \sqrt{\frac{440pf}{330pf}} = 0.577$$

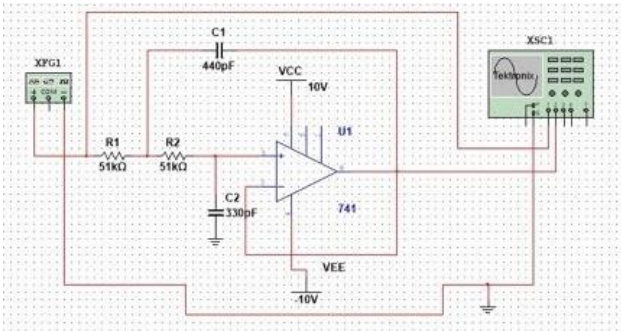
$$f_p = \frac{1}{2\pi(51k\Omega)\sqrt{(440pf)(330pf)}} = 8.1kHz$$

$$f_c = k_c * f_p$$

$$f_c = (0.786) * (8.1) = 6.36kHz$$

Simulación:

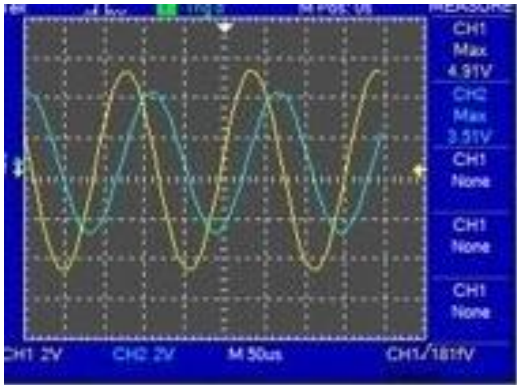
TABLA 12SIMULACIÓN EN MULTISIM



c-Filtro pasa bajas Bessel en multisim

Fig. 12 Filtro pasa bajas simulado con datos de “Filtro 2”

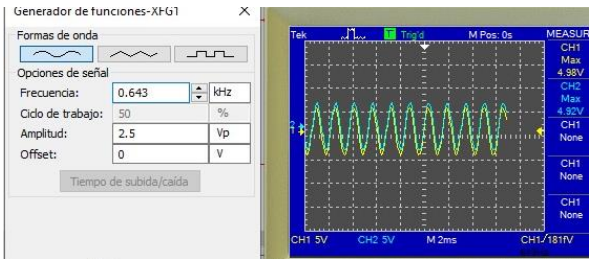
TABLA 13GRÁFICA EN OSCILOSCOPIO



a. Gráficas de entrada y salida del filtro pasa bajas de Bessel

Fig. 13. Señal de entrada y salida del filtro pasa bajas bessel, graficada en osciloscopio.

TABLA 14 GRÁFICA EN OSCILOSCOPIO

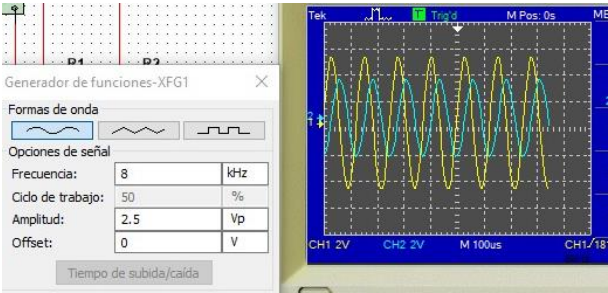


d-Gráficas de entrada y salida del filtro pasa bajas de Butterworth

Fig. 14 Señal de entrada y salida del filtro pasa bajas, graficada una década antes de su frecuencia de corte.

TABLA 15

GRÁFICA EN OSCILOSCOPIO

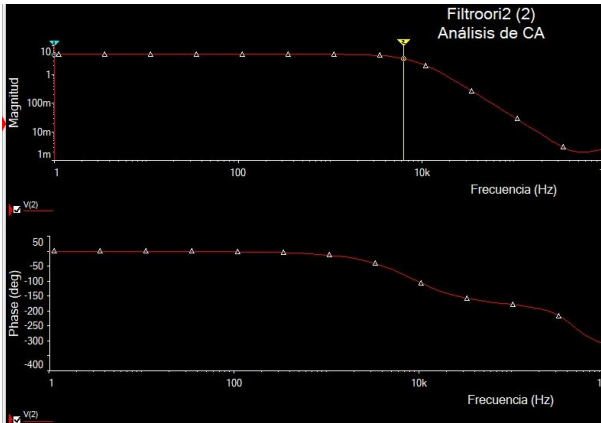


e-Gráficas de entrada y salida del filtro pasa bajas de Butterworth

Fig. 15. Señal de entrada y salida del filtro pasa bajas, graficada con f mayor a su frecuencia de corte

TABLA 16

DIAGRAMA DE BODE



d-Diagrama de Bode filtro pasa bajas Bessel

Fig. 16 Diagrama de Bode para “Filtro 2”

En la frecuencia de corte que es aproximadamente 6.4khz, el voltaje de salida es menor pero no tanto como si nos pasáramos de la frecuencia de corte, por otro lado si disminuimos la frecuencia veríamos que el voltaje de salida estaría muy parejo al voltaje de entrada.

Filtro 3

Datos:

$$R=47\text{ k}\Omega$$

$$C=330\text{ pF}$$

$$R1=51\text{ k}\Omega$$

$$R2=30\text{ k}\Omega$$

Fórmulas:

A_v representa la ganancia en la señal de salida

$$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1 \quad (11)$$

$$A_v = \frac{30K\Omega}{51K\Omega} + 1 = 1.588$$

El factor Q sirve para definir el tipo de filtro

$$Q = \frac{1}{3 - A_v} \quad (12)$$

$$Q = \frac{1}{3 - (1.588)} = 0.707$$

Al ser $Q = 0.707$ es un filtro Butterworth

f_p representa la frecuencia de polo

$$f_p = \frac{1}{2\pi RC} \quad (13)$$

$$f_p = \frac{1}{2\pi(47K\Omega)(330pF)} = 10.26 \text{ kHz}$$

Con la frecuencia de polo se obtiene frecuencia de corte (f_c), frecuencia a 3db (f_{3db}) y frecuencia de resonancia (f_0).

Al tener una $Q = 0.707$, los factores son: $K_0 = 0$, $K_3 = K_c = 1$. Entonces obtenemos.

$$f_0 = 0 \text{ Hz}$$

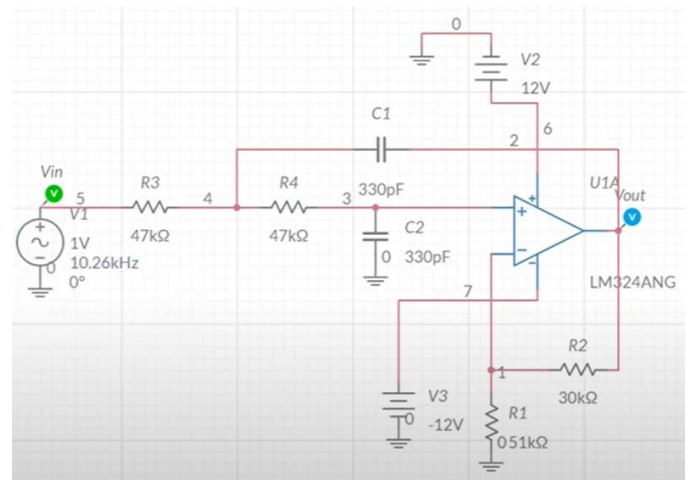
$$f_c = f_{3db} = f_p$$

Simulación:

En este caso la simulación se realizó por Multisim Online

TABLA 17

SIMULACIÓN MULTISIM



a. Filtro pasa bajas Butterworth en multisim

Fig. 17 Filtro pasa bajas simulado con datos de “Filtro 3”

Como se puede observar este filtro se clasifica como un pasa-bajas Butterworth de segundo orden, Sallen-Key de componentes iguales, al observar que los capacitores son del mismo valor, las resistencias antes del OPAMP son iguales, y las únicas diferentes son las que se incorporan al OPAMP, en este caso siendo R_1 y R_2 . Al realizar los cálculos, obtenemos una $Q=0.707$, es decir, tenemos un filtro Butterworth. Al aplicar la fórmula para frecuencia de polo, nos da $f_p=10.26 \text{ kHz}$, y de igual manera para la frecuencia de corte, ya que en la tabla correspondiente la constante es 1, de igual manera para f_{3db} , por lo tanto $f_{3db}=10.26 \text{ kHz}$ al ser un filtro de Butterworth de segundo orden y finalmente para la frecuencia de resonancia, $f_0=0 \text{ Hz}$, por la misma razón.

A continuación se muestran las gráficas Voltaje/Tiempo de las señales de entrada (verde) y salida (azul), graficando una década antes de la frecuencia de corte (Fig 9), durante la frecuencia de corte (Fig 10) y después de la frecuencia de corte (Fig 11); para así poder apreciar el comportamiento de la señal de salida en las 3 etapas.

TABLA 18

GRÁFICA VOLTAJE/TIEMPO

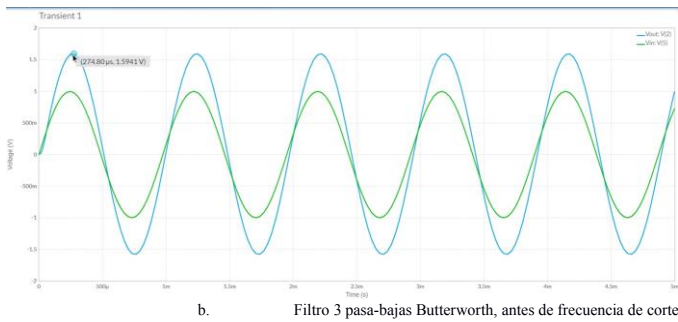


Fig 18. Gráfica Voltaje/Tiempo para señal de entrada (verde) y de salida (azul) antes de frecuencia de corte

Vemos que antes de la frecuencia de corte la ganancia se mantiene intacta, teniendo una amplitud de 1.5V de salida y 1V de entrada.

TABLA 19

GRÁFICA VOLTAJE/TIEMPO

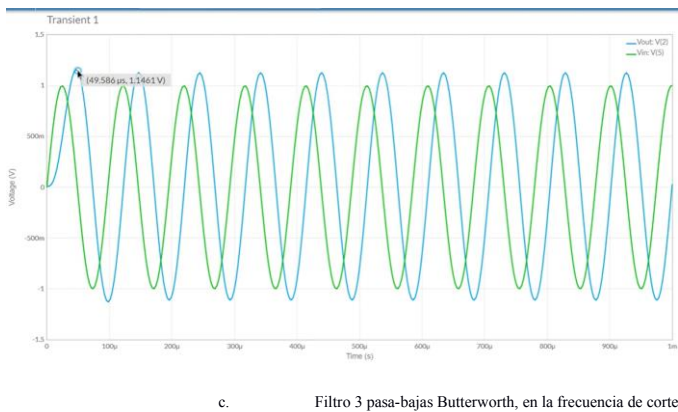


Fig 19. Gráfica Voltaje/Tiempo para señal de entrada (verde) y de salida (azul) en la frecuencia de corte

Vemos que en la frecuencia de corte la salida baja a 1.2V aproximadamente y se desfasa ligeramente respecto a la señal de entrada, debido al filtro pasa-bajas, que no deja pasar frecuencias altas.

TABLA 20

GRÁFICA VOLTAJE/TIEMPO

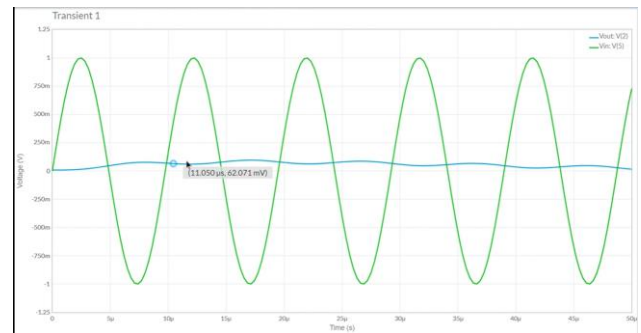


Fig 20. Gráfica Voltaje/Tiempo para señal de entrada (verde) y de salida (azul) después de frecuencia de corte

Finalmente, una década después de la frecuencia de corte se puede observar que la señal de salida está totalmente atenuada, llegando a 11 uV aproximadamente, se puede observar que es un filtro pasa-bajas.

TABLA 21

DIAGRAMA DE BODE

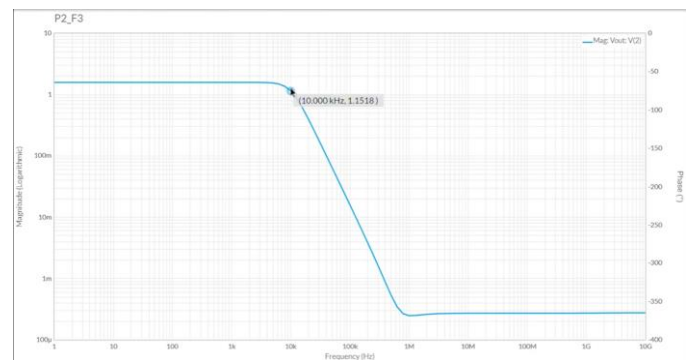


Fig 21. Diagrama de Bode (Voltaje/Frecuencia) señal de salida

Ahora, para poder apreciar a detalle el filtro Butterworth de segundo orden pasa-bajas, se puede ver perfectamente en un diagrama de Bode, donde se grafica el Voltaje/Frecuencia de la señal de salida. Antes de los 10.26 kHz (frecuencia de corte) se observa que no hay variación, cuando llega a la f_c , la señal empieza a caer en un orden de 40 db/década al ser de segundo orden, y estabilizándose en el orden de los micro Volts, de esta manera se puede ver que a altas frecuencias el voltaje disminuye considerablemente con una caída moderada.

Filtro 4

Datos

R:82kΩ

C:100pf

R1:56kΩ

R2:15kΩ

Fórmulas

$$A_v = \frac{R_2}{R_1} + 1 \quad (14)$$

$$A_v = \frac{15k\Omega}{56k\Omega} + 1 = 1.267$$

$$Q = \frac{1}{3 - A_v} = \frac{1}{3 - 1.267} = 0.577$$

$$F_p = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{1}{2\pi(82k\Omega)(100pf)} = 19.4kHz$$

$$F_o = K_o F_p = \text{No existe}$$

$$F_c = K_c F_p = 0.786(19.4kHz) = 15.25kHz$$

$$V_{out} = V_{in}(0.707)(V_a) = 3.52v$$

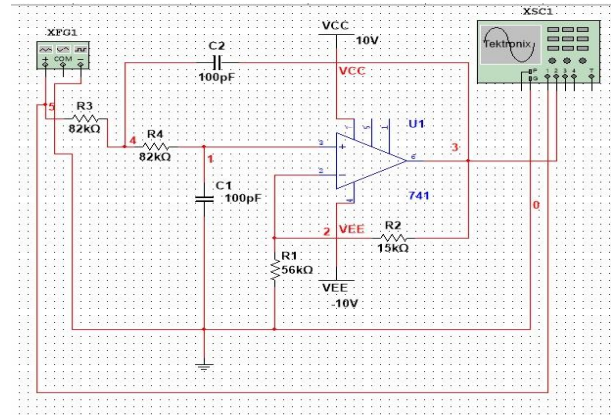


Fig. 22. Filtro Basel simulado con datos del filtro 4.

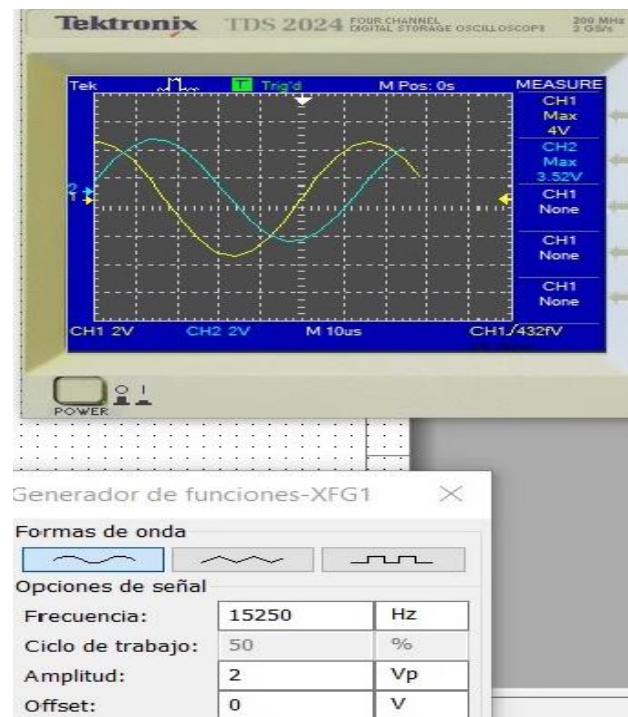


Fig 23. Filtro Bessel.Simulado en Fc

En la simulación de la imagen anterior donde colocamos nuestra frecuencia que nos dio con nuestras fórmulas y podemos observar que en la entrada tenemos 4 v y en salida 3.5v, tiene una pequeña caída en la salida y es debido a la funcionalidad de nuestro filtro, pudiendo comparar con nuestra fórmula de $V_{out} = V_{in}(0.707)(V_a) = 3.5v$

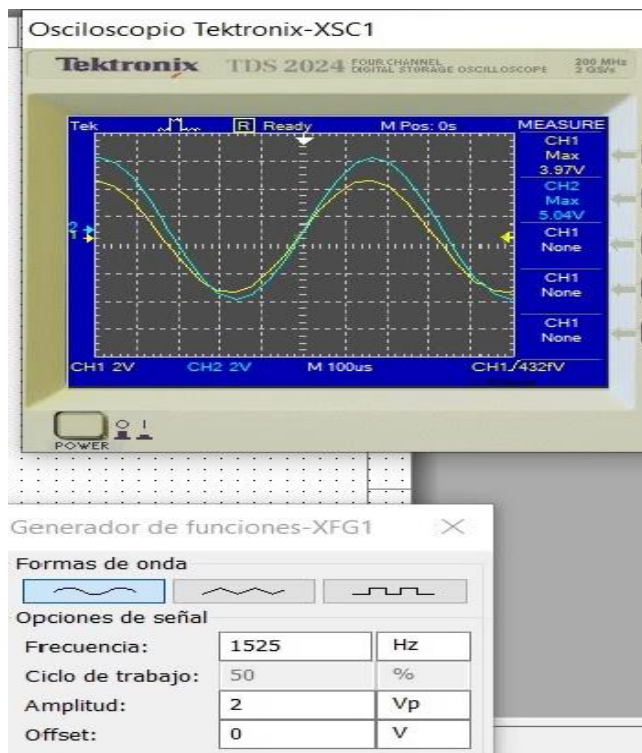


Fig 24. Filtro simulado una década antes de F_c

En la imagen anterior se simuló con una década antes de la frecuencia de corte donde podemos observar que nuestro voltaje de entrada sigue siendo 4 v pero nuestro voltaje de salida aumentó a 5 v

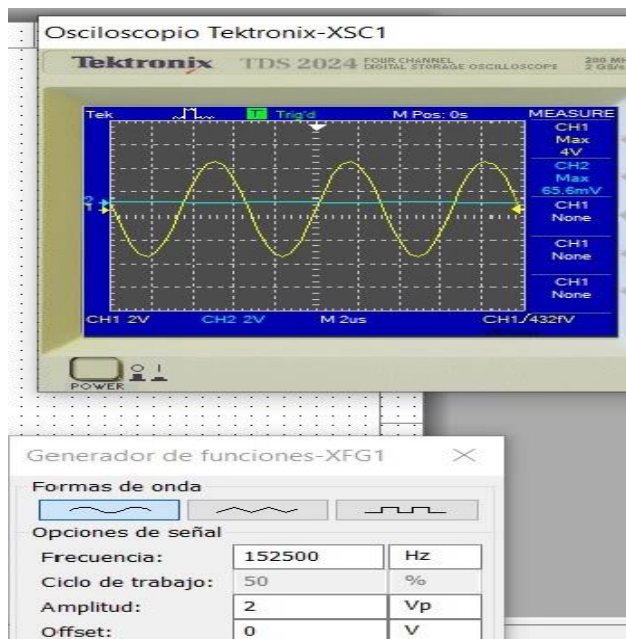


Fig 25. Filtro simulado una década después de F_c

Se puede analizar en la imagen anterior que cuando pasamos la frecuencia de corte la salida sufre una atenuación a consecuencia de que nuestro voltaje disminuye a casi cero v

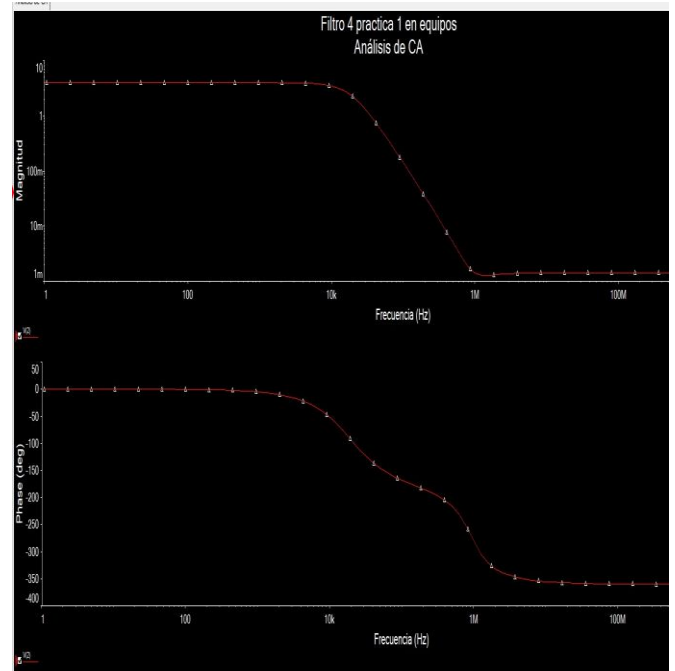


Fig 26. Grafica de Bode

En la imagen anterior se muestra un análisis más detallado del comportamiento de este filtro, se hace un análisis en AC, obteniendo las gráficas de Bode, en estas podremos observar lo que pasa con el filtro antes, durante y después de llegar a su frecuencia de corte.

IV. CONCLUSIONES

La práctica realizada nos permitió y ayudó a entender mejor el funcionamiento de un filtro pasa-bajas de segundo orden, fueron tres casos analizados, los cuales fueron en frecuencia de corte, una década antes de la frecuencia de corte y una década después de la frecuencia de corte, entendimos que el funcionamiento aplica cuando se está trabajando antes de la frecuencia de corte y pasando la frecuencia de corte disminuye a cero v, en otras palabras podríamos decir que pasando la frecuencia de corte atenúa la señal de salida. De mismo modo comprendimos la diferencia entre un filtro Butterworth y un filtro Bessel, en cómo puede afectar la alteración de componentes en los circuitos.

V. REFERENCIAS

- [1] Cogollos Borrás, S., n.d. Fundamentos De La Teoría De Filtros. 1st ed. España: Universidad Politécnica de Valencia.
- [2] Moreno Velasco, I., n.d. Filtros electrónicos. Área de tecnología electrónica,.

[3] Balboa Morales, E., 2016. Análisis, diseño y construcción de filtros activos. Universidad del Bio-Bio,.