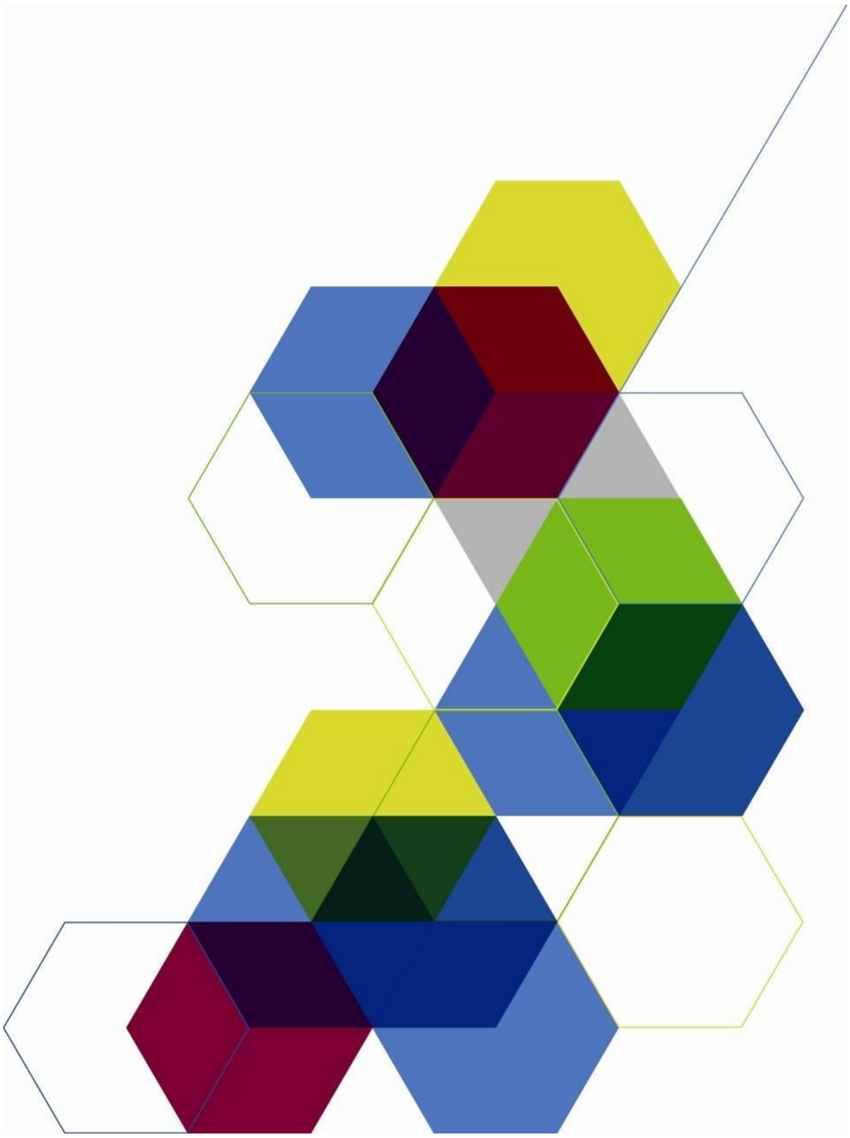
U-ERRE

Universidad Regiomontana

Axel Alberto Mireles Martínez: 739047

Materia: Métodos Numéricos.

Título: Método Punto Fijo.



Profesor: Sergio Castillo.

Fecha: 01/06/2026

Lugar: Monterrey, N.L., México.

REPORTE

"Punto Fijo"

Definición = Es un algoritmo númerico utilizado para encontrar soluciones aproximadas a ecuaciones de la forma $f(x)=0$, reformulándolas como $x=g(x)$, donde g es una función iterativa.

Antecedentes = Tiene sus bases en el teorema del punto fijo de Banach, desarrollado en los años 1920s por Stefan Banach, auque el concepto de iteración funcional se remonta a matemáticos como Newton y Liouville. Su simplicidad lo hizo popular en problemas donde la convergencia está garantizada.

Relación con otros métodos =
Esta relacionado con otros algoritmos númericos, como el método Newton-Raphson, que puede verse como un caso particular de punto fijo al definir $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$.

También se conecta con el metodo de bisección en la búsqueda de raíces, pero a diferencia de este, el punto fijo no requiere intervalos que cambien de signo.

Formula del método:

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

Algoritmo:

1- Reescribir la ecuación: Transformar $f(x) = 0$ en $x = g(x)$
2- Elección inicial: Seleccionar x_0 cercano a la raíz supuesta.
3- Iterar: Calcular $x_{n+1} = g(x_n)$ para $n = 0, 1, 2 \ldots$
4- Verificar convergencia: Detenerse si $|x_{n+1} - x_n| <$ tolerancia.
5- Resultado: La última x_n es la aproximación de la raíz.

Aplicaciones en la vida cotidiana

- Se aplica en ingeniería para calcular equilibrios en sistemas físicos (como en circuitos electrónicos o estructuras).

- En economía para modelar puntos de equilibrio en oferta y demanda.

- IA: Para algoritmo de optimización.

Iteracion 1:

$$F(x) = 2e^{x^2} - 5x$$

$x_0 = 0$

error $= 1\%$

Paso 1

$$F(x) = 0$$

$$2e^{x^2} - 5x = 0$$

$$x = \frac{2e^{x^2}}{5}$$

$$x = 0.4e^{x^2}$$

Paso 2

$n = 0$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$

$$x_1 = g(x_0)$$

$$x_1 = 0{,}4e^{(0)^2}$$

$$x_1 = 0.4$$

Paso 3

$$\text{error} = \left| \frac{X_{actual} - X_{anterior}}{X_{actual}} \right| \times 100$$

$$= \left| \frac{x_1 - x_0}{x_1} \right| \times 100 = \left| \frac{0.4 - 0}{0.4} \right| \times 100 = \boxed{100\%}$$

Iteración 2 = $n = 1$

Paso 2

$$x_{n+1} = g(x_n)$$
$$x_2 = g(x_1)$$
$$x_2 = 0.4e^{(0.4)^2}$$
$$\boxed{x_2 = 0.4694}$$

Paso 3

$$\left|\frac{x_2 - x_1}{x_2}\right| \times 100 = \left|\frac{0.4694 - 0.4}{0.4694}\right| \times 100$$
$$\boxed{= 14.78\ \%}$$

Iteración 3 = $n = 2$

Paso 2

$$x_{n+1} = g(x_n)$$
$$x_3 = g(x_2)$$
$$x_3 = 0.4e^{(0.4694)^2}$$
$$\boxed{x_3 = 0.4985}$$

Paso 3

$$\left|\frac{x_3 - x_2}{x_3}\right| \times 100$$
$$= \left|\frac{0.4985 - 0.4694}{0.4985}\right| \times 100$$
$$\boxed{= 5.83\ \%}$$

Iteración 4 = $n = 3$

$$x_{n+1} = g(x_n)$$
$$x_4 = g(x_3)$$
$$x_4 = 0.4e^{(0.4985)^2}$$
$$\boxed{x_4 = 0.5128}$$

Paso 3

$$\left|\frac{x_4 - x_3}{x_4}\right| \times 100 \qquad \frac{0.5128 - 0.4985}{0.5128} \times 100$$
$$\boxed{\text{error} = 2.78\ \%}$$

Iteración 5 = $n=4$

$x_{n+1} = g(x_n)$

$x_5 = g(x_4)$

$x_5 = 0.4e^{(0.5128)^2}$

$\boxed{x_5 = 0.5203}$

Paso 3

$\left|\frac{x_5 - x_4}{x_5}\right| \times 100$

$\frac{0.5203 - 0.5128}{0.5203} \times 100 = \boxed{1.44\%}$

Iteración 6 = $n=5$

Paso 2

$x_{n+1} = g(x_n)$

$x_6 = g(x_5)$

$x_6 = 0.4e^{(0.5203)^2}$

$\boxed{x_6 = 0.5243}$

Paso 3

$\left|\frac{x_6 - x_5}{x_6}\right| \cdot \times 100$ $\quad \frac{0.5243 - 0.5203}{0.5243} \times 100$

$\boxed{\simeq 0.77\%}$

Iteración 7 = $n=6$

Paso 2

$x_{n+1} = g(x_n)$

$x_7 = g(x_6)$

$x_7 = 0.4e^{(0.5243)^2}$

$\boxed{x_7 = 0.5265}$

Paso 3

$\left|\frac{x_7 - x_6}{x_7}\right| \times 100$

$\frac{0.5265 - 0.5243}{0.5265} \times 100 \simeq \boxed{0.417\%}$

Comprobación

$f(x)=0$

$x_6=0.5243$

$f(x_6)=2e^{(0.5243)^2}-5(0.5243)$

$=0.011$ error del 0.77%

$x_5=0.5203$

$f(x_5)=2e^{(0.5203)^2}-5(0.5203)$

$=0.02$ %

Tabla

n	Xn	Xn+1=g(xn)	error
0	0	0.4	100%
1	0.4	0.4694	14.78%
2	0.4694	0.4985	5.83%
3	0.4985	0.5128	2.78%
4	0.5128	0.5203	1.44%
5	0.5203	0.5243	0.77%
6	0.5243	0.5263	0.417%