U-ERRE

Universidad Regiomontana

Axel Alberto Mireles Martínez: 739047

Materia: Métodos Numéricos.

Título: Método Trapecio.

Profesor: Sergio Castillo.

Fecha: 20/07/2026

Lugar: Monterrey, N.L., México.

REPORTE

Método Trapecio

Definición: Es una técnica de integración númerica que aproxima el área bajo una curva dividiendola en pequeños trapecios. Es útil cuando no se puede calcular la integral exacta de una función.

Antecedentes = Surge como una mejora a la suma de Riemann, proporcionado mayor precisión al usar trapecios en lugar de rectángulos. Fue desarrollado para resolver problemas de cálculo integral en física.

Relación con otros métodos:

- Regla de Simpson: Más precisa, usa parábolas en lugar de trapecios.
- Suma de Riemann = Menos exacta, aproxima el área con rectángulos.
- Cuadratura Gaussiana: Mayor precisión con menos puntos, pero más compleja.

Fórmula:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{h}{2}\left[f(x_0)+2f(x_1)+2f(x_2)+\ldots+f(x_n)\right]$$

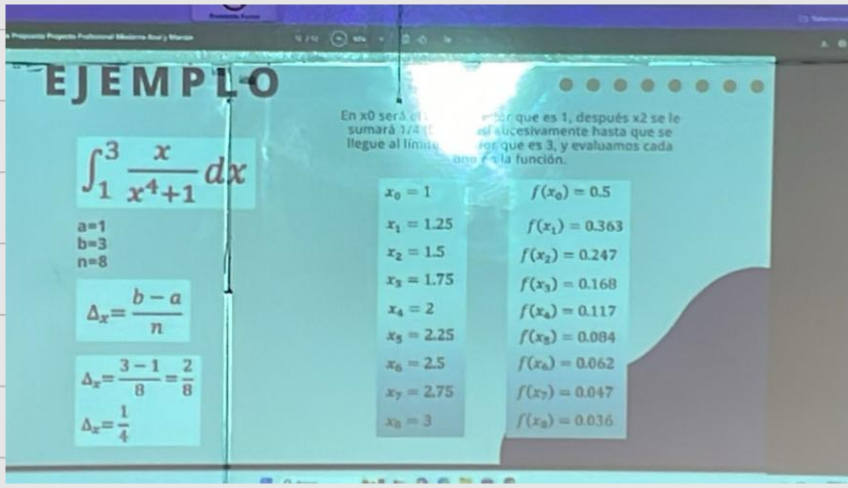
Algoritmo:

1. Dividir el intervalo $[a,b]$ en n subintervalos.
2. Calcular el ancho $h = \frac{b-a}{n}$
3. Evaluar la función en cada punto.
4. Aplicar la fórmula del trapecio y sumar las áreas.

Aplicaciones en la vida cotidiana:

* Ingeniería: Cálculo de áreas irregulares en planos.
* Economía: Estimación de ganancias bajo curvas de demanda
* Física: Cálculo de trabajo realizado por fuerzas variables.
* Medicina: Análisis de curvas en encefalogramas o ritmos cardíacos.

Ejemplo: Calculalar la Integral



Definida de la Función $f(x) = \frac{x}{x^4+1}$

en el intervalo $(1,3)$

$a = 1$
$b = 3$
$h = 1$
$f(x) = \frac{x}{x^4+1}$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}dx$$

$f(a) = f(1) = \frac{(1)}{(1)^4+1} = \frac{1}{2} = 0.5$

Trapecio simple

$f(b) = f(3) = \frac{3}{(3)^4+1} = \frac{3}{82} = 0.036$

$$\int_a^b f(x)dx = (b-a)\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}\right]$$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}dx = [3-1]\left[\frac{0.5+0.365}{2}\right] \approx 0.5365$$

Trapecio Compuesto

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_1) + 2f(x_2) + \ldots\ldots 2f(x_{n+1}) + f(x_{n})\right]$$

$a = x_0 = 1$

$b = x_n = 3$

$n = 8$

$h = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8}$

$h = 0.25$

$x_0 = 1 \quad f(x_0) = f(1) = \frac{1}{(1)^4+1} = \frac{1}{2} = 0.5$

$x_1 = 1.25 \quad f(x_1) = f(1.25) \quad \frac{1.25}{(1.25)^4+1} = 0.3632$

$x_2 = 1.50 \quad f(x_2) = f(1.50) \quad \frac{1.50}{(1.50)+1} = 0.247$

$x_3 = 1.75 \quad f(x_3) = f(1.75) \quad \frac{1.75}{(1.75)+1} = 0.1686$

$x_4 = 2 \quad f(x_4) = f(2) \quad \frac{2}{(2)+1} = 0.1176$

$x_5 = 2.25 \quad f(x_5) = f(2.25) \quad \frac{2.25}{2.25+1} = 0.0844$

$x_6 = 2.50 \quad f(x_6) = f(2.50) = \frac{2.50}{(2.50)+1} = 0.0624$

$x_7 = 2.75 \quad f(x_7) = f(2.75) \quad \frac{2.75}{(2.75)+1} = 0.0472$

$x_8 = 3 \quad f(x_8) = f(3) = \frac{3}{(3)+1} = 0.0365$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx \approx$$

$$\approx \left[\frac{0.25}{2}\right]\{0.54\ 2(0.3632) + 2(0.2474) + 2(0.1686) + 2(0.1176) + 2(0.844) + 2(0.0624) + 2(0.472) + (0.0365)\}$$

$\approx (0.125)(2.7181)$

≈ 0.3397