

# U-ERRE

## Universidad Regiomontana

**Axel Alberto Mireles Martínez: 739047**

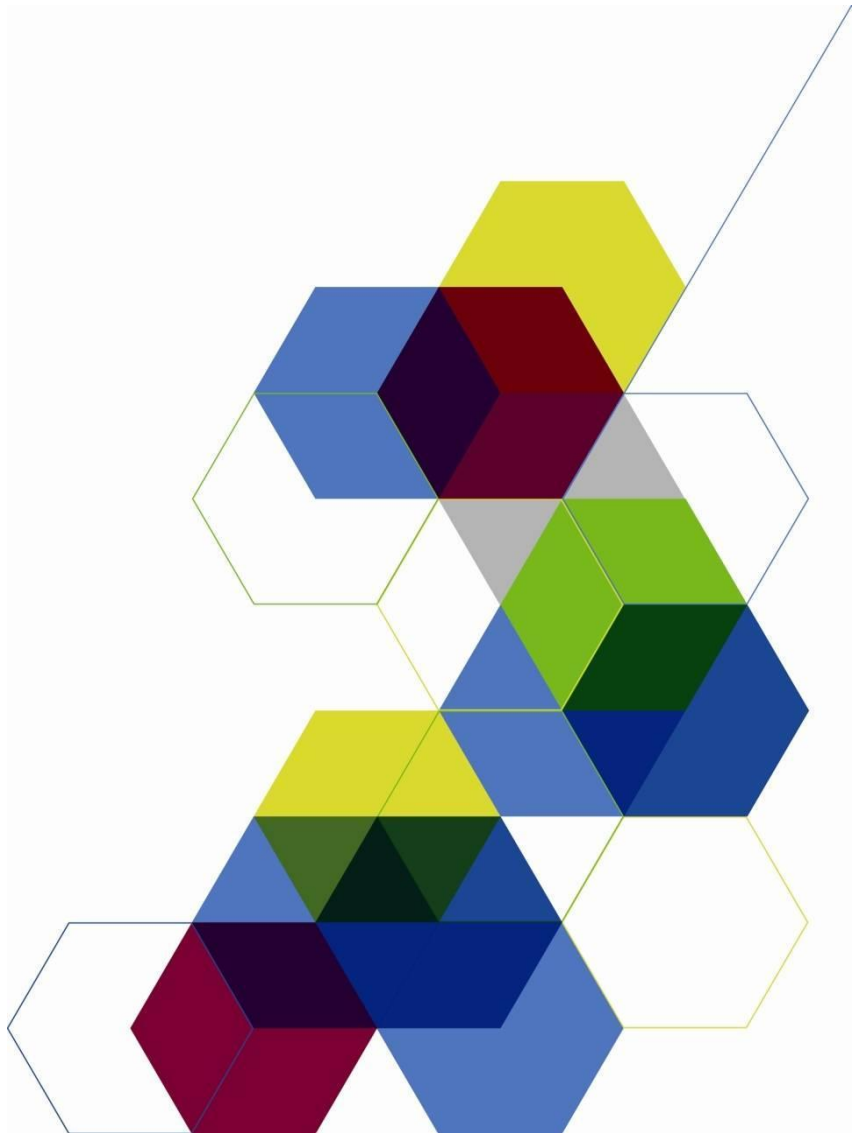
**Materia: Métodos Numéricos.**

**Título: Método Jacobi y Gauss-Seidel.**

**Profesor: Sergio Castillo.**

**Fecha: 22/06/2026**

**Lugar: Monterrey, N.L., México.**



# REPORTE

## METODO

Jacobi y  
Gauss-Seidel

Arel Alberto Mireles Martínez

#739047

**Definición:** Son técnicas iterativas utilizadas para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Ambos buscan aproximar la solución mediante repeticiones sucesivas, pero difieren en cómo actualizan los valores: **Jacobi** usa los valores de la iteración anterior, mientras que **Gauss-Seidel** aprovecha los valores ya calculados en la misma iteración, lo que suele acelerar la convergencia.

**Antecedentes:** Estos métodos surgieron en el siglo XIX, nombrados en honor a los matemáticos Carl Gustav Jacobi (1804-1851) y Philipp Ludwig von Seidel (1821-1896). Fueron desarrollados para resolver problemas de álgebra lineal en física e ingeniería, donde los sistemas eran demasiado grandes para métodos directos como la eliminación gaussiana.

**Relación con otro método:** Están relacionados con otros algoritmos iterativos como el método de relajación sucesiva (SOR), que es una generalización de Gauss-Seidel donde se introduce un factor de relajación, para acelerar la convergencia.

## Algoritmo=

- 1 Inicializar con una solución aproximada  $x^{(0)}$ .
- 2 Iterar = Para cada variable, aplicar la fórmula correspondiente (Jacobi o Gauss-Seidel).
- 3 Verificar convergencia = Si el error entre iteraciones es menor a una tolerancia predefinida, detenerse.
- 4 Repetir hasta alcanzar la solución o un número máximo de iteraciones.

## Aplicaciones en la vida cotidiana =

Se usan en **ingeniería** para simular circuitos eléctricos, en gráficos por computadora para renderizar escenas 3D, y en meteorología para predecir condiciones climáticas.

También son útiles en **economía** para optimizar recursos o en robótica para ajustar trayectorias, donde sistemas lineales modelan problemas reales.



# Ejercicio de Ejemplo =

## Método Jacobi

$$\begin{aligned} ① \quad & 7x + 2y - z = 5 \\ ② \quad & -x - 12y + 4z = -11 \\ ③ \quad & 5x - 9y + 23z = 0 \end{aligned}$$

a) Jacobi

b) Gauss-Seidel

Paso 1 - Definir Diagonal Dominante

Paso 2 - Despejar  $x, y, z$

$$x = \frac{5 - 2y - z}{7}$$

$$y = \frac{-11 + x - 4z}{-12}$$

$$z = \frac{-5x + 9y}{23}$$

Paso 3

$$x = \frac{5 - 2(0) - (0)}{7} = 0.714$$

$$y = \frac{-11 + (0) - 4(0)}{-12} = 0.916$$

$$z = \frac{-5(0) + 9(0)}{23} = 0$$

Paso 4

$$\text{Error} = \left| \frac{x_{\text{actual}} - x_{\text{anterior}}}{x_{\text{actual}}} \right| \times 100$$

Iteración 1

Suponemos que

$$x = 0$$

$$y = 0$$

$$z = 0$$



Iteración 2

$$X = 0.714 \quad Y = 0.916 \quad Z = 0$$

$$X = 5 - 2(0.916) + (0) = 0.452$$

$$Y = -11 + (0.714) - 4(0) = 0.857$$

$$Z = -5(0.714) + 9(0.916) - (0.203)$$

Paso 4 Error  $X = \left| 1 - \frac{0.714}{0.452} \right| \times 100 = 57.969\%$

$$Y = \left| 1 - \frac{0.916}{0.857} \right| \times 100 = 6.88\%$$

$$Z = \left| 1 - \frac{0}{0.203} \right| \times 100 = 100\%$$

Iteración 3

Paso 3

$$X = 0.452 \quad Y = 0.857 \quad Z = 0.203$$

$$X = 5 - 2(0.857) + (0.203) = 0.798$$

$$Y = -11 + (0.452) - 4(0.203) = 0.946$$

$$Z = -5(0.452) + 9(0.857) = 0.237$$



Paso 4

$$\text{Error } x = \left| 1 - \frac{0.452}{0.498} \right| \times 100 = 9.23\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.857}{0.946} \right| \times 100 = 9.4\%$$

$$z = \left| 1 - \frac{0.203}{0.237} \right| \times 100 = 14.34\%$$

iteration 4

Paso 3

$$x = 0.498 \quad y = 0.946 \quad z = 0.237$$

$$x = \frac{5(-2)(0.498) + (0.237)}{7} = 0.477$$

$$y = \frac{-11 + (0.498) - 4(0.237)}{-12} = 0.954$$

$$z = \frac{-5(0.498) + 9(0.946)}{23} = 0.261$$

$$\text{Error } x = \left| 1 - \frac{0.498}{0.477} \right| \times 100 = 4.40\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.946}{0.954} \right| \times 100 = 0.83\%$$

$$z = \left| 1 - \frac{0.237}{0.261} \right| \times 100 = 9.19\%$$



Iteración 5

$$x = 0.477 \quad y = 0.954 \quad z = 0.261$$

Paso 3

$$x = \frac{5 - 2(0.954) + (0.261)}{7} = 0.479$$

$$y = \frac{-11 + (0.477) - 4(0.261)}{-12} = 0.963$$

$$z = \frac{-5(0.477) + 9(0.954)}{23} = 0.269$$

Paso 4

$$x = \left| 1 - \frac{0.477}{0.479} \right| \times 100 = 0.41\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.954}{0.963} \right| \times 100 = 0.93\%$$

$$z = \left| 1 - \frac{0.261}{0.269} \right| \times 100 = 2.97\%$$

Iteración 6

$x = 0.479$

$y = 0.963$

$z = 0.289$

Paso 3

$$x = 5 - 2 \cdot (0.963) + (0.289) = 0.477$$

$$y = -11 + (0.479) - 4(0.289) = 0.966$$

$$z = -5(0.479) + 9(0.963) = 0.272$$

Paso 4

$$x = \left| 1 - \frac{0.479}{0.477} \right| \times 100 = 0.41\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.963}{0.966} \right| \times 100 = 0.31\%$$

$$z = \left| 1 - \frac{0.289}{0.272} \right| \times 100 = 1.10\%$$



# Ejemplo de ejercicio Gauss-Seidel

## Gauss-Seidel

Iteración 1

Paso 3

Evaluar

$$x = \frac{5 - 2(0) + (0)}{7} = 0.714$$

$$y = \frac{-11 + (0.714) - 4(0)}{-12} = 0.857$$

$$z = \frac{-5(0.714) + 9(0.857)}{23} = 0.180$$

Iteración 2

$$x = 0.714 \quad y = 0.857 \quad z = 0.180$$

$$x = \frac{5 - 2(0.857) + (0.180)}{7} = 0.495$$

$$y = \frac{-11 + (0.495) - 4(0.180)}{-12} = 0.935$$

$$z = \frac{-5(0.495) + 9(0.935)}{23} = 0.258$$

Paso 4

Error

$$x = \left| 1 - \frac{0.714}{0.495} \right| \times 100 = 44.24\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.857}{0.935} \right| \times 100 = 8.34\%$$

$$z = \left| 1 - \frac{0.180}{0.258} \right| \times 100 = 30.23\%$$

Iteration 3

$$x = 0.495$$

$$y = 0.935$$

$$z = 0.258$$

$$x = \frac{5 - 2(0.935) + (0.258)}{7} = 0.484$$

$$y = \frac{-11 + (0.484) - 4(0.258)}{-12} = 0.962$$

$$z = \frac{-5(0.484) + 9(0.962)}{23} =$$

Paso 4

Error =

$$x = \left| 1 - \frac{0.495}{0.484} \right| \times 100 = 2.27\%$$

$$y = \left| 1 - \frac{0.935}{0.962} \right| \times 100 = 2.89\%$$

$$z = \left| 1 - \frac{0.258}{0.271} \right| \times 100 = 4.79\%$$



Iteración 4

$$x=0.484 \quad y=0.962$$

$$z=0.271$$

Paso 3

Paso 4

$$x = \frac{5 - 2(0.962) + (0.271)}{7} =$$

$$y = \frac{-11 + (0.778) - 4(0.271)}{-12} =$$

$$z = \frac{-5(0.778) + 9(0.967)}{23} = 0.274$$

$$x = \frac{0.484}{1 - \frac{0.484}{0.778}} \times 100 = 1.25\%$$

$$y = \frac{0.962}{1 - \frac{0.962}{0.967}} \times 100 = 0.51\%$$

$$z = \frac{0.271}{1 - \frac{0.271}{0.274}} \times 100 = 1.09\%$$

Iteración 5

$$x=0.478 \quad y=0.967$$

$$z=0.274$$

Paso 3

Paso 4

$$x = \frac{5 - 2(0.967) + (0.274)}{7} = 0.477$$

$$y = \frac{-11 + (0.777) - 4(0.274)}{-12} = 0.968$$

$$z = \frac{-5(0.777) + 9(0.968)}{23} = 0.275$$

$$x = \frac{0.478}{1 - \frac{0.478}{0.777}} \times 100 = 0.20\%$$

$$y = \frac{0.967}{1 - \frac{0.967}{0.968}} \times 100 = 0.10\%$$

$$z = \frac{0.274}{1 - \frac{0.274}{0.275}} \times 100 = 0.36\%$$

