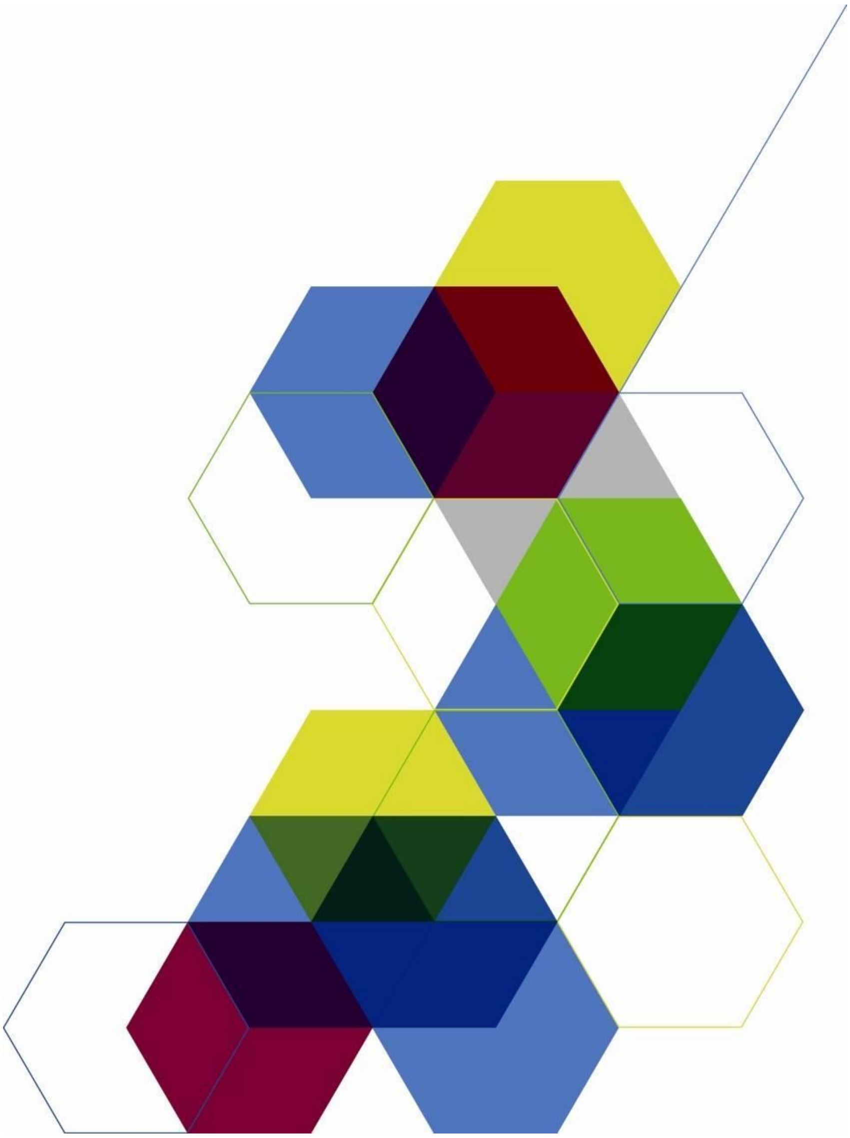
U-ERRE

Universidad Regiomontana

Axel Alberto Mireles Martínez: 739047

Materia: Métodos Numéricos.

Título: Método Romberg.



Profesor: Sergio Castillo.

Fecha: 28/07/2026

Lugar: Monterrey, N.L., México.

REPORTE

Método Romberg

Definición = Es una técnica de integración numérica que mejora la precisión de la regla del trapecio mediante extrapolación de Richardson.

Antecedentes = Desarrollado por Werner Romberg en la década de 1950, este método se basa en ideas previas de Lewis Fry Richardson sobre extrapolación para reducir errores.

Relación con otros métodos =

* Regla del trapecio = Romberg parte de esta aproximacion y la refina.
* Simpson: Más precisos que el trapecio, pero Romberg puede superarlos con suficientes iteraciones.
* Cuadratura de Gauss: Más exacta, pero Romberg es más flexible al no requerir puntos específicos.

Formula =

$$\frac{4^k T_{2n}^{k-1} - T_n^{k-1}}{4^{k-1}} = T_n^k$$

Algoritmo=

* Calcular $R_{1,1}$ con la regla del trapecio en $[a,b]$.
* Dividir el intervalo a la mitad cada vez y calcular nuevas aproximaciones.
* Aplicar extrapolacion para llenar las columnas restantes de la tabla.
* Repetir.

Aplicaciones en la vida cotidiana.

- Ingenieria= Cálculo de momentos de inercia en estructuras complejas.
- Fisica= Determinación de integrales en modelos de campos electromagnéticos.
- Econometria = Estimación de áreas bajo curvas de probabilidad en modelos financieros.

Tarea

	k_0	k_1	k_2
n=2	T_2^0	T_2^1	T_2^2
n=4	T_4^0	T_4^1	
n=8	T_8^0		

Ciclo 1

n=2

a=-3

b=3

$h = \frac{3+3}{2} = 3$

x_n	$f(x_n)$
-3	3.6888
0	1.3862
3	3.6888

$= 3/2\,(3.6888 + 2(1.3862) + 3.6888)$

$T_2^0 = 15.225$

Ciclo 1

n=4

a=-3

b=3

$h = \frac{3+3}{4} = 1.5$

x_n	$f(x_n)$
-3	3.6888
-1.5	2.5649
0	1.3862
1.5	2.5649
3	3.6888

$1.5/2\,(3.6888 + 2(2.5649) + 2(1.3862) + 2(2.5649) + 3.6888)$

$T_4^0 = 15.3072$

Ciclo 1

$n=8$	x_n	$f(x_n)$
$a=-3$	-3	3.6888
$b=3$	-2.25	3.1884
$h=0.75$	-1.5	2.5649
	-0.75	1.8325
	0	1.3862
	0.75	1.8325
	1.25	2.5649
	2.25	3.1884
	3	3.6888

$$= \frac{0.75}{2}\left(3.6888 + 2(3.1884) + 2(2.5649) + 2(1.8325) + 2(1.3862) + 2(1.8325) + 2(2.5649) + 2(3.1884) + 3.6888\right)$$

$$\boxed{T_8^0 = 25.212}$$

K_0	K_1	K_2
15.225	15.3346	29.3922
15.3072	28.5136	
25.212		

K_0	K_1	K_2
15.225	T_2^1	T_2^2
15.3072	T_4^1	
25.212		

$$T_2^1 = \frac{4^1 T_4^0 - T_2^0}{4^1 - 1} = \frac{4(15.3072) - 15.225}{3} = 15.3346$$

$$T_4^1 = \frac{4^1 T_8^0 - T_4^0}{4^1 - 1} = \frac{4(25.212) - 15.3072}{3} = 28.5136$$

$$T_2^2 = \frac{4^2 T_4^1 - T_2^1}{4^2 - 1} = \frac{16(28.5136) + 15.3346}{15} = 29.3922$$

Ejemplo Romberg T_n^k

$$T_n^k = \frac{4^k T_{2n}^{k-1} - T_n^{k-1}}{4^k - 1}$$

	k_0	k_1	k_2	k_3
n=2	0.3859	0.3351	0.3372	$\cancel{T_2^3}$
n=4	0.3478	0.3371	$\cancel{T_4^2}$	$\cancel{T_4^3}$
n=8	0.3398	$\cancel{T_8^1}$		
n=16	$\cancel{T_{16}^0}$			

k=1

$$T_2^1 = \frac{4^1 T_4^0 - T_2^0}{4^1 - 1}$$

n=2

Trapecio

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left[f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots f(x_n)\right]$$

Ejemplo

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx$$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} + 2\left(\frac{2}{17}\right) + \left(\frac{3}{82}\right)\right]$$

a=1 k=0

b=3

n=2

$h = \frac{b-a}{n} = 1$

$\boxed{T_2^0 = 0.3859}$

$x_0 = 1 \rightarrow f(x) = \frac{(1)}{(1)^4+1} = \frac{1}{2}$

$x_1 = 2 \rightarrow f(x_1) = \frac{2}{(2)^4+1} = \frac{2}{17}$

$x_2 = 3 \rightarrow f(x_2) = \frac{3}{(3)^4+1} = \frac{3}{82}$

$a = 1 \qquad k = 0$

$b = 3$

$n = 4$

$h = \frac{b-a}{n} = 0.5$

$x_0 = 1 \rightarrow f(x_0) = \frac{1}{2}$

$x_1 = 1.5 \rightarrow f(x_1) = \frac{1.5}{(1.5)^4+1} = 0.2474$

$x_2 = 2 \rightarrow f(x_2) = \frac{2}{17}$

$x_3 = 2.5 \rightarrow f(x_3) = \frac{2.5}{(2.5)^4+1} = 0.0624$

$x_4 = 3 \rightarrow f(x_4) = \frac{3}{82}$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx = \frac{0.5}{2}\left[\frac{1}{2} + 2(0.2474) + 2\left(\frac{2}{17}\right) + 2(0.0624) + \frac{3}{82}\right]$$

$$\boxed{T_4^0 = 0.3478}$$

$a = 1$

$b = 3$

$n = 8$

$h = \frac{b-a}{n} = 0.25$

$x_0 = 1 \to f(x_0) = \frac{1}{2}$

$x_1 = 1.25 \to f(x_1) = 0.3632$

$x_2 = 1.5 \to f(x_2) = 0.2474$

$x_3 = 1.75 \to f(x_3) = 0.1686$

$x_4 = 2 \to f(x_4) = \frac{2}{17}$

$x_5 = 2.25 \to f(x_5) = 0.0844$

$x_6 = 2.5 \to f(x_6) = 0.0624$

$x_7 = 2.75 \to f(x_7) = 0.0472$

$x_8 = 3 \to f(x_8) = \frac{3}{82}$

$$\int_1^3 \frac{x}{x^4+1}\,dx = \frac{0.25}{2}\left[\frac{1}{2} + 2(0.3632) + 2(0.2474) + 2(0.1686 + 2\left(\frac{2}{17}\right) + 2(0.0844) + 2(0.0624) + 2(0.0472) + \frac{3}{82}\right]$$

$$\boxed{T_8^0 = 0.3398}$$

ciclo 2

$k=1$

$a=1$

$b=3$

$n=2$

$$T_2^1 = \frac{4^1 T_4^0 - T_2^0}{4^1 - 1}$$

$$= \frac{4(0.3478) - (0.3859)}{3}$$

$$\boxed{= 0.3351}$$

ciclo 2

$n=4$

$k=1$

$$T_4^1 = \frac{4^1 T_8^0 - T_4^0}{4^1 - 1}$$

$$= \frac{4(0.3398) - (0.3478)}{3}$$

$$\boxed{= 0.3371}$$

ciclo 3

$k=2$

$n=2$

$$T_2^2 = \frac{4^2 T_4^1 - T_2^1}{4^2 - 1}$$

$$= \frac{16(0.3371) - (0.3351)}{15}$$

$$\boxed{= 0.3372}$$