Projet de Couplage Parfait

Un graphe contient plusieurs nœuds, reliés entre eux par des liens. Donc ce projet nous souhaitons déterminer le pourcentage de couplage parfait en fonction de la probabilité d'avoir un lien entre un nœud A et un nœud B.

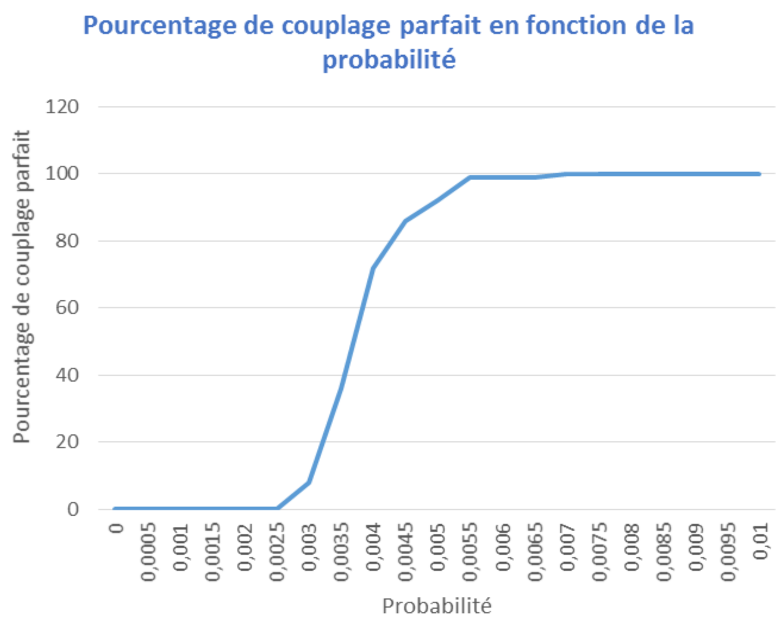
1. Algorithme Général

Dans le cas d'un graphe général, où il y a 1000 nœuds, nous avons fait le choix d'appliquer l'algorithme d'Edmonds.

Le cœur de cet algorithme est la construction de Blossom. C'est à dire s'il existe un cercle ayant 2k+1 points, on ne peut trouver que k liens et il reste alors un point libre. On contracte alors les points en un cercle, que l'on traite comme un grand point, jusqu'à qu'on trouve un autre point libre à lier.

Cette algorithme a une complexité dans le pire des cas de **O(L * N²)** avec L = le nombre de lien et N = le nombre de nœuds, mais ici on a pas de lien fixe mais qui varie en fonction de la probabilité.
On a donc L = espérance du nombre de lien en fonction de la probabilité P et de N, d'où on est en **O(P*N * N²)** dans le pire des cas.

En faisant varier la probabilité de lien entre deux nœuds de 0 à 0.01 avec un pas de 0.0005, pour 1000 tests chacun, on obtient les résultats suivants :

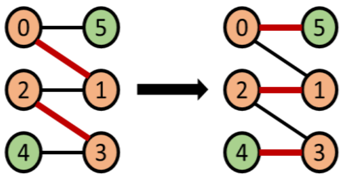


On peut remarquer alors que le pourcentage de couplage parfait augment rapidement de 0.0025 à 0.0055, montrant l'importance du lien entre ces deux variables.

2. Algorithme Bipartie

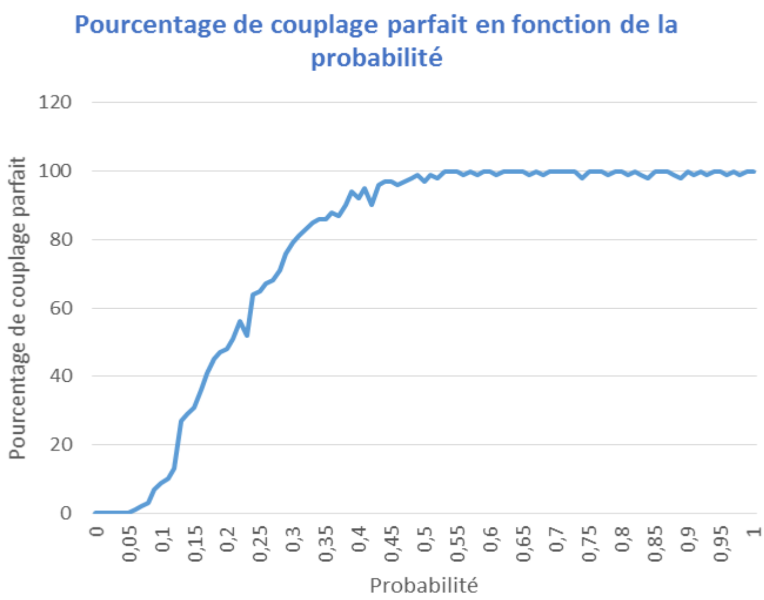
Dans le cas d'un graphe bipartie, où il y a 500 nœuds d'un côté et 500 autres d'un autre côté, nous avons fait le choix d'appliquer l'algorithme de Hopcroft-Karp.

Ainsi on sélectionne tout d'abord les liens entre les nœuds libres (ici entre 0 et 1, et entre 2 et 3), puis on cherche les nœuds libres restant (ici 4 et 5). Enfin on part d'un nœud libre (ici le 4) pour en rechercher un autre (ici le 5), on alterne alors les liens sélectionnés.
On effectue cette opération autant de fois que le nombre de lien sélectionné augmente.



Cette algorithme a une complexité dans le pire des cas de **O(L * sqrt(N))** avec L = le nombre de lien et N = le nombre de nœuds, mais ici on a pas de lien fixe mais qui varie en fonction de la probabilité.
On a donc L = espérance du nombre de lien en fonction de la probabilité P et de N, d'où on est en **O(P*N * sqrt(N))** dans le pire des cas. On se retrouve donc avec une forte complexité du à la probabilité qui rajoute du N.

En faisant varier la probabilité de lien entre deux nœuds de 0 à 1 avec un pas de 0.01, pour 1000 tests chacun, on obtient les résultats suivants :



On peut remarquer alors que le pourcentage de couplage parfait augment rapidement de 0.1 à 0.5, montrant l'importance du lien entre ces deux variables.