IC-6200 Inteligencia Artificial Apuntes del 20 de febrero del 2024

Sara Morales Caravaca 2019038247

Profesor Msc. Steven Andrey Pacheco Portuguéz

¿QUÉ ES UNA REGRESIÓN LINEAL?

- Colección de datos etiquetados $\{(x_i, y_i)\}^N, i = 1.$
- N = tamaño de la colección.
- x_i es un vector D-dimensional, donde cada feature $x_i^{(j)}, j=1,...,D$
- y_i corresponde a la etiqueta, que pertenece al conjunto de los reales.

¿Qué queremos hacer?

Construir un modelo $f_{w,b}(x) = wx + b$, con:

- w: Un vector D-dimensional.
- b: Un número real.
- y: $f_{w,b}(x)$
- Tenemos una combinación lineal entre los features.
- El modelo está parametrizado con w y b.
- Se quiere encontrar los valores óptimos para w y b, que hagan que la función dé como resultado las predicciones más óptimas posibles.
- Óptimo != perfecto
- $L=\frac{1}{N}\sum f_{w,b}(x_i-y_i)^2, i=1,...,N$ Queremos minimizar la función.

La diferencia $(x_i - y_i)$ afecta el comportamiento de la

- Si las diferencias son muy grandes, al ser elevadas al cuadrado el valor aumenta mucho más.
- Se puede interpretar como que elevar la diferencia al cuadrado es una penalización, si el modelo es malo.
- Elevar la diferencia al cuadrado también es útil porque garantiza que solo haya un mínimo global.

Función convexa: Tiene un sólo mínimo llamado mínimo global.

Función no convexa: Tiene múltiples mínimos, el más bajo se denomina global y los demás locales.

Cost Function: Se emplea para todos los datos.

Loss Function: Se emplea para un sample.

Mean Square Error (MSE)

$$\frac{1}{N} \sum f_{w,b} (x_i - y_i)^2, i = 1, ..., N$$

Mean Absolute Error (MAE)

$$\frac{1}{N} \sum f_{w,b} |x_i - y_i|, i = 1, ..., N$$

En este caso, no se emplea MAE, pues no es derivable.

REPASO DE DERIVADAS

A continuación encuentra una imagen que contiene derivadas comunes [1].

$$1. \quad \frac{d}{dx}e^x = e^x$$

11.
$$\frac{d}{dx}\cot u = -\csc^2 u \, \frac{du}{dx}$$

$$2. \quad \frac{d}{dx}e^{ax} = ae^{ax}$$

12.
$$\frac{d}{dx} \sec u = \tan u \sec u \, \frac{du}{dx}$$

$$3. \quad \frac{d}{dx}e^u = e^u \; \frac{du}{dx}$$

13.
$$\frac{d}{dx}\csc u = -\cot u \csc u \frac{du}{dx}$$
14.
$$\frac{d}{dx}\sin^{-1}u = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}$$

4.
$$\frac{d}{dx}e^{au} = ae^{au} \frac{du}{dx}$$

$$dx \qquad \sqrt{1 - u^2} \ dx$$

$$15. \quad \frac{d}{dx} \cos^{-1} u = \frac{-1}{\sqrt{1 - u^2}} \frac{du}{dx}$$

5.
$$\frac{d}{dx}a^{u} = a^{u}(\ln a) \frac{du}{dx}$$
6.
$$\frac{d}{dx}\ln u = \frac{1}{u}\frac{du}{dx}$$

16.
$$\frac{d}{dx}tan^{-1}u = \frac{1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$$

7.
$$\frac{d}{dx}\log_a u = \frac{1}{u\ln a}\frac{du}{dx}$$

16.
$$\frac{u}{dx}tan^{-1}u = \frac{1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$$

8.
$$\frac{d}{dx}\sin u = \cos u \frac{du}{dx}$$

17.
$$\frac{d}{dx}\cot^{-1}u = \frac{-1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$$

9.
$$\frac{d}{dx}\cos u = -\sin u \, \frac{du}{dx}$$

18.
$$\frac{d}{dx}sec^{-1}u = \frac{1}{u\sqrt{u^2 - 1}}\frac{du}{dx}$$

10.
$$\frac{d}{dx}\tan u = \sec^2 u \, \frac{du}{dx}$$

19.
$$\frac{d}{dx}csc^{-1}u = \frac{-1}{u\sqrt{u^2 - 1}}\frac{du}{dx}$$

DERIVADAS PARCIALES

- Es una generalización del concepto de derivada en Cálculo Diferencial.
- Se escoge una variable, se deriva respecto a esta, y cualquier otra variable se toma como una constante.

REFERENCES

[1] M. Boccs, "Calculus cheat sheet (derivatives)," 2022. accessed February 25, 2024]. [Online]. https://maninbocss.medium.com/calculus-cheat-sheet-derivatives-1f59028529c4