

Démonstration du Théorème de Gauss

Enoncé du théorème

$(a, b, c) \in (\mathbb{Z}^*)^3$
Si $a \mid bc$ et si $\text{PGCD}(a, b) = 1$, alors $a \mid c$

Démonstration

On multiplie la formule du théorème de Bézout par c :

$$\begin{aligned} au + bv &= 1 \\ acu + bcv &= c \end{aligned}$$

On a donc $a \mid bc$ donc $a \mid bcv$ et $a \mid acu$ donc $a \mid acu + bcv \implies a \mid c$