Démonter qu'il existe une infinité de nombre premiers (raisonnement par l'absurde)

On suppose qu'il existe un nombre n fini de nombres premiers qu'on note

$$p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$$

On pose :

$$N = p_1 * p_2 * p_3 * \ldots * p_n + 1$$

On a alors :

$$\forall i \in \mathbb{Z},\ p_i \mid p_1 * p_2 * \ldots * p_n$$

$$\text{et donc si } p_i \mid N \text{ alors } p_i \mid p_1 * p_2 * \ldots * p_n + 1$$

Sauf que c'est impossible car vu que si

$$\begin{cases} a \mid b \\ a \mid b + c \end{cases} \text{alors } \ p_i \mid 1$$

L'absurde vient du fait qu'aucun entier autre que 1 ne divise 1 car il devrait s'écrire sous la forme 1k

Il existe donc bien une infinité de nombres premiers