

Trabajo Práctico optimizacion lineal entera mixta

Fridman Axel

527/20

Hsueh Noé

546/19

Tomas Palazzo

78/20

Universidad de Buenos Aires
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Investigacion Operativa

Abstract Muchas empresas importadoras deben constantemente reponer sus productos para no quedarse sin stock, para lograr abastacer la demanda programan pedidos a sus proveedores. Estos pedidos son una lista de productos especificando la cantidad de cada producto, la cantidad pedida de cada producto varia segun su demanda y su stock actual. Dado que hay costos fijos asociados a logistica y despachantes, y que las empresas quiere evitar tener stock excedente (es decir quieren tener la minima cantidad que satisface la demanda), y que a su vez los proveedores imponen restricciones a cada pedido, planteamos este problema como uno de optimizacion lineal.

1. Introduccion

2. Parametros

Sea STI_i el parámetro que indica la cantidad de stock del producto i -ésimo en el mes 1. Perteneciente a los naturales.

Sea DE_i el parámetro que indica la demanda estimada del producto i -ésimo. Perteneciente a los naturales.

Sea CO_i el parámetro que indica el costo del producto i -ésimo. Perteneciente a los números reales positivos.

Sea EP_i el parámetro que indica la empresa proveedora del producto i -ésimo. como las empresas están numeradas, pertenecen a los naturales.

Sea MP_i el parámetro que indica la mínima cantidad de producto i -ésimo que se puede comprar por pedido. Perteneciente a los naturales.

Sea M el conjunto de meses a planificar 1, 2, 3, .. M Podemos asumir $M = 12$, de manera tal que el sistema programe los pedidos anuales y en caso de luego haber algún

faltante durante el año qué vuelva a ser corrido.

Sea PUE_p el parámetro qué indica el puerto al qué despacha la empresa proveedora p. Perteneciente a los naturales.

Sea ME_p el parámetro qué indica la mínima cantidad de costo total de compra qué se debe comprar por pedido de la empresa p-esima. Perteneciente a los reales.

Sea CDES el parámetro qué indica costo por despacho en aduana

Sea COEFINT el parámetro qué indica el coeficiente de perdida por tener "plata muerta".

Sea DELY el parametro que indica el delay que tiene entre que se realiza un pedido y llega al deposito y esta disponible para vender.

3. Formulacion matematica

Llamemos Meses = $\{1, 2, 3, \dots, M\}$ al conjunto de meses a planificar.
Llamemos Prods = $\{1, 2, 3, \dots, \#prods\}$ al conjunto de productos.
Llamemos Provs = $\{1, 2, 3, \dots, \#provs\}$ al conjunto de proveedores.
Llamemos Puertos = $\{1, 2, 3, \dots, \#puertos\}$ al conjunto de puertos desde el cual se envian los despachos.

A su vez definimos la variable g_m como los costos hasta el mes m-esimo, donde $m \in$ Meses. Nuestra funcion objetivo sera minimizar los costos acumulados hasta el ultimo mes planificado.

$$\min g_M$$

Como queremos que la variable g represente costos acumulados imponemos las siguientes restricciones.
Empezamos sin ningun costo.

$$g_1 = 0$$

Luego el costo acumulado sera el anterior mas los gastos nuevos del mes pasado. Estos gastos seran de aduanas / despachantes, y de penalizacion por plata muerta (productos que estan en deposito y no se vendieron).

$$g_m = g_{m-1} + adu_{m-1} * CDES + p_{m-1} * COEFINT \quad \forall m \in \{2, 3, \dots, M\}$$

Donde adu_{m-1} es la variable que indica la cantidad de despachos que llegaron a Argentina, y p_{m-1} el valor de la suma de todo el stock en deposito.

Definimos asi a p_m en base a los costos de cada producto (el parametro CO_i), el parametro que indica la demanda esperada para ese producto (DE_i) y la variable que

indica el stock de ese producto en ese mes $st_{i,m}$.

$$p_m = \sum_{i=1}^{\#prods} (st_{i,m} - DE_i) * CO_i \quad \forall m \in Meses$$

Veremos en otras restricciones que como la demanda siempre debe satisfacerse entonces se cumple que $(st_{i,m} - DE_i) \geq 0$

Restricciones de pedidos:

Sea $\delta_{i,p,m}$ a la variable binaria que indica si se compra (se hace un pedido con ese producto) del producto i a su proveedor p en el mes m .

Sea $cant_{i,p,m}$ a la variable entera positiva que indica la cantidad de producto i que se compra a su proveedor p en el mes m . Si $\delta_{i,p,m} = 0 \leftrightarrow cant_{i,p,m} = 0$.

Sea $\theta_{p,m}$ a la variable binaria que indica si se compra o no del proveedor p en el mes m . Obviamente si se compra de alguno de sus productos, entonces se compra del proveedor.

Como no se puede pedir en cada pedido a un proveedor una cantidad pequeña de un producto, cada producto tiene una mínima cantidad de compra, el parámetro MP_i . Se puede comprar 0 de un producto en un pedido pero nunca mayor que 0 y menor que MP_i .

$$\delta_{i,p,m} * MP_i \leq cant_{i,p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall i \in Prods \quad \forall m \in Meses$$

Ligamos las variables y proponemos que si $cant_{i,p,m} \geq 0$ entonces $\delta_{i,p,m} \geq 0$. Sea M un número grande.

$$\delta_{i,p,m} * M \geq cant_{i,p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall i \in Prods \quad \forall m \in Meses$$

Nuevamente, debemos agregar la restricción de que si la variable indicadora de un producto es positiva, entonces la de su proveedor también lo es.

$$\sum_{i=1}^{\#prods} \delta_{i,p,m} \leq M * \theta_{p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall m \in Meses$$

Si compre de un proveedor entonces compre al menos 1 de sus productos, así obtenemos la restricción.

$$\sum_{i=1}^{\#prods} \delta_{i,p,m} \geq \theta_{p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall m \in Meses$$

Como EP_i es el parámetro que indica cuál es la empresa proveedora del producto i -ésimo, si p es una empresa proveedora y i un producto, como no se puede comprar un producto de cualquier proveedor

$$(EP_i \neq p) \rightarrow (\delta_{i,p,m} = 0) \quad \forall m \in Meses$$

Esta idea la podemos expresar como 2 restricciones lineales

$$1 - \frac{(p - EP_i)}{M} \geq \delta_{i,p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall i \in Prods \quad \forall m \in Meses$$

$$1 - \frac{(EP_i - p)}{M} \geq \delta_{i,p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall i \in Prods \quad \forall m \in Meses$$

Otra restricción que nos imponen las empresas proveedoras es que por cada pedido mensual, el monto de cada pedido debe ser superior a un parámetro llamado ME_p . Este

monto varia de proveedor a proveedor. Recordando que CO_i es el precio del producto i .

$$\sum_{i=1}^{\#prods} cant_{i,p,m} * CO_i \geq ME_p * \theta_{p,m} \quad \forall p \in Provs \quad \forall m \in Meses$$

Ahora veamos las restricciones asociadas al stock de cada producto.
Nunca puedo quedarme sin stock, ya que no podria cumplir la demanda.

$$st_{i,m} \geq 0 \quad \forall i \in Prods \quad \forall m \in Meses$$

El stock en el primer mes de cada producto es un parametro llamado STI_i .

$$st_{i,1} = STI_i \quad \forall i \in Prods$$

A su vez el stock de un mes es igual al del mes anterior menos las ventas (es decir restandole la demanda) y sumandole los pedidos que se hicieron hace DELY tiempo. Donde DELY representa el delay entre que se hace un pedido y se recibe.

$$st_{i,m} = st_{i,m-1} - DE_i + \sum_{p=1}^{\#provs} cant_{i,p,m-DELY} \quad \forall i \in Prods$$

$$\forall m \in \{DELY + 1, DELY + 2, \dots, M\}$$

En caso de que todavia no se hayan podido recibir despachos por falta de tiempo tenemos otras restricciones.

$$st_{i,m} = st_{i,m-1} - DE_i \quad \forall i \in Prods \quad \forall m \in \{2, 3, \dots, DELY\}$$

Como podemos combinar 2 pedidos de 2 proveedores distintos en un mismo puerto si es que esos proveedores comparten el parametro PUE_p , y teniendo en cuenta que la cantidad de despachos que llegan a aduana en un mes m es igual a la cantidad de puertos en el extranjeros que se usan en un determinado mes m .

Llamamos $pu_{k,m}$ a la variable binaria que nos indica si se usa el puerto k en el mes m . Si compro de algun proveedor p que use el puerto k en el mes m entonces $pu_{k,m} = 1$

$$pu_{k,m} \geq \theta_{p,m} \quad \forall k \in Puertos \quad \forall p \in Prods / PUE_p = k \quad \forall m \in Meses$$

Notemos que no es necesario agregar una restriccion que nos imponga que $pu_{k,m}$ sea 0 en caso que no haya proveedores que hayan hecho despachos a esos puertos ya que el optimo nunca se dara gastando mas plata en aduanas que lo necesario.

Por ultimo la que cantidad de despachos que recibimos en aduana es la cantidad de puertos de origen distintos que utilizamos ese mes.

$$adu_m = \sum_{k=1}^{\#puertos} pu_{k,m} \quad \forall m \in Meses$$