

# Chapitre 31

## Dénombrement

<b>31 Dénombrement</b>	<b>1</b>
31.12Exemple : parcours d’une fourmi . . . . .	2
31.19Exemple . . . . .	2

### 31.12 Exemple : parcours d'une fourmi

#### Exemple 31.12

La fourmi Donald se promène sur un grillage du plan de taille  $2 \times p$  dont chaque arête est de longueur 1. Combien de chemins de longueur minimale peut-elle emprunter pour gagner le point d'arrivée depuis son point de départ ?

Compter ce nombre de chemins revient à dénombrer le nombre de mots de  $p + 2$  lettres contenant exactement  $p$  lettres  $D$  et 2 lettres  $B$ .

Pour construire un tel mot, il suffit de choisir la place des deux  $B$ .

On a  $p + 1$  choix pour le premier  $B$ .

Pour chaque choix de position  $k \in \llbracket 1, p + 1 \rrbracket$ , il reste  $p + 2 - k$  choix pour le second  $B$ .

Le nombre de choix possible final est donc :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{p+1} (p + 2 - k) &= \sum_{k=1}^{p+1} k \\ &= \frac{(p + 1)(p + 2)}{2} \end{aligned}$$

### 31.19 Exemple

#### Exemple 31.19

Combien y-a-t-il de couples  $(x, y)$  dans  $\llbracket 1, n \rrbracket^2$  avec  $x \neq y$  ?

Étape 1 : On choisit  $x \in \llbracket 1, n \rrbracket$ , soit  $n$  choix.

Étape 2 : On choisit  $y \in \llbracket 1, n \rrbracket \setminus \{x\}$ , soit  $n - 1$  choix.

Au total  $n(n - 1)$  choix (principe des bergers).