

Chapitre 34

Espaces préhilbertiens réels

34 Espaces préhilbertiens réels	1
34.4 Produit scalaire canonique sur \mathbb{R}^n	2

34.4 Produit scalaire canonique sur \mathbb{R}^n

Théorème 34.4

L'application

$$\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}; (X, Y) \mapsto {}^tXY = \sum_{k=1}^n x_k y_k$$

est un produit scalaire sur \mathbb{R}^n , appelé produit scalaire canonique.

Pour $X, Y \in \mathbb{R}^n$:

- ${}^tXY \in \mathbb{R}$ donc ${}^tYX = {}^t({}^tXY) = {}^tXY$
- bilinéarité : RAF
- ${}^tXX = \sum_{k=1}^n x_k^2 \geq 0$ et $\sum_{k=1}^n x_k^2 = 0 \Leftrightarrow \forall k \in \llbracket 1, n \rrbracket, x_k = 0 \Leftrightarrow x = 0$