

Chapitre 20

Espace Vectoriels

20 Espace Vectoriels	1
20.2 Propriétés du 0, régularité	2

20.2 Propriétés du 0, régularité

Proposition 20.2

Soit E un \mathbb{K} -ev. Pour tout $x \in E$:

1. $0_{\mathbb{K}}.x = 0_E$

2. pour tout $\lambda \in \mathbb{K}$, $\lambda.0_E = 0_E$

3. $(-1).x = -x$

4. si $x \neq 0_E$,

$$\lambda.x = 0_E \Rightarrow \lambda = 0_{\mathbb{K}}$$

5. si $x \neq 0_{\mathbb{K}}$,

$$\lambda.x = 0_E \Rightarrow x = 0_E$$

1. $0_{\mathbb{K}}.x = (0_{\mathbb{K}} + 0_{\mathbb{K}}).x = 0_{\mathbb{K}}.x + 0_{\mathbb{K}}.x$. Donc $0_E = 0_{\mathbb{K}}.x$.

2. RAS.

3. $x + (-1).x = (1 - 1).x = 0_{\mathbb{K}}.x = 0_E$.

4. Par l'absurde, si $\lambda \neq 0_{\mathbb{K}}$, de $\lambda x = 0_E$ on tire $\lambda^{-1}\lambda x = \lambda^{-1}x0_E$, soit $x = 0_E$. Absurde.

5. Idem.