# Chapitre 31

# Dénombrement

## 31.12 Exemple : parcours d'une fourmi

Exemple 31.12

La fourmi Donald se promène sur un grillage du plan de taille $2 \times p$ dont chaque arête est de longueur 1. Combien de chemins de longueur minimale peut-elle emprunter pour gagner le point d'arrivée depuis son point de départ ?

Compter ce nombre de chemins revient à dénombrer le nombre de mots de $p+2$ lettres contenant exactement $p$ lettres $D$ et 2 lettres $B$.
Pour constuire un tel mot, il suffit de choisir la place des deux $B$.
On a $p+1$ choix pour le premier $B$.
Pour chaque choix de position $k \in [\![1, p+1]\!]$, il reste $p+2-k$ choix pour le second $B$.
Le nombbre de choix possible final est donc :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{p+1}(p+2-k) &= \sum_{k=1}^{p+1} k \\ &= \frac{(p+1)(p+2)}{2} \end{aligned}$$

## 31.19 Exemple

Exemple 31.19

Combien y-a-t-il de couples $(x, y)$ dans $[\![1, n]\!]^2$ avec $x \neq y$ ?

<u>Etape 1 :</u> On choisit $x \in [\![1, n]\!]$, soit $n$ choix.
<u>Etape 2 :</u> On choisit $y \in [\![1, n]\!] \setminus \{x\}$, soit $n-1$ choix.
Au total $n(n-1)$ choix (principe des bergers).

## 31.20 Exemple

Exemple 31.20

A partir d'un alphabet de $p$ lettres, combien de mots de $n$ lettres peut-on former qui ne contiennent jamais deux lettres identiques consécutives ?

<u>Etape 1 :</u> On choisit la première lettre : $p$ possibilités.
<u>Etape 2 :</u> On choisit la deuxième lettre : $p-1$ possibilités.
<u>Etape 3 :</u> On choisit la troisième lettre : $p-1$ possibilités.
...
Au total : $p(p-1)^{n-1}$ possibilités.