

Chapitre 31

Dénombrement

31 Dénombrement	1
31.12Exemple : parcours d’une fourmi	2

31.12 Exemple : parcours d'une fourmi

Exemple 31.12

La fourmi Donald se promène sur un grillage du plan de taille $2 \times p$ dont chaque arête est de longueur 1. Combien de chemins de longueur minimale peut-elle emprunter pour gagner le point d'arrivée depuis son point de départ ?

Compter ce nombre de chemins revient à dénombrer le nombre de mots de $p + 2$ lettres contenant exactement p lettres D et 2 lettres B .

Pour construire un tel mot, il suffit de choisir la place des deux B .

On a $p + 1$ choix pour le premier B .

Pour chaque choix de position $k \in \llbracket 1, p + 1 \rrbracket$, il reste $p + 2 - k$ choix pour le second B .

Le nombre de choix possible final est donc :

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{p+1} (p + 2 - k) &= \sum_{k=1}^{p+1} k \\ &= \frac{(p + 1)(p + 2)}{2} \end{aligned}$$