Chapitre 25

Comparaison locale des fonctions

25.6 Caractérisation séquentielle

Théorème 25.6

Soit f et g deux fonctions sur X et $a \in \overline{X}$. Alors :

1. $f =_a O(g)$ si et seulement si pour toute suite $(u_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} a$ à valeurs dans X, alors $f(u_n) = O(g(u_n))$.
2. $f =_a o(g)$ si et seulement si pour toute suite $(u_n) \underset{n\to+\infty}{\longrightarrow} a$ à valeurs dans X, alors $f(u_n) = o(g(u_n))$.

1.

$f =_a O(g)$ ssi il existe h bornée au voisinage de a tel que $f = g \cdot h$

ssi Pour toute suite $(u_n) \in X^{\mathbb{N}}$ avec $u_n \to a$, $f(u_n) = g(u_n) \times w_n$ où (w_n) est une suite bornée.

$\boxed{\Rightarrow}$ $w_n = h(u_n)$ ssi bornée $\boxed{\Leftarrow}$ Par l'absurde avec (25.5).

ssi Pour toute suite $(u_n) \in X^{\mathbb{N}}$ avec $u_n \to a$, $f(u_n) = O(g(u_n))$.

2. On utilise la caractérisation séquentielle de la limite (nulle).