

# Chapitre 24

## Comparaison locale des suites

<b>24 Comparaison locale des suites</b>	<b>1</b>
24.18Caractérisation de l'équivalence par la négligabilité . . . . .	2
24.20Equivalent d'un polynôme . . . . .	2

## 24.18 Caractérisation de l'équivalence par la négligabilité

Proposition 24.18

On a :

$$u_n \sim v_n \Leftrightarrow u_n = v_n + o(v_n)$$

$\Rightarrow$

Si  $u_n \sim v_n$  à partir d'un certain rang :

$$u_n = a_n v_n \text{ avec } a_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} u_n &= \underbrace{(a_n - 1)}_{=o(1)} v_n + v_n \\ &=_{n \rightarrow +\infty} v_n + o(v_n) \end{aligned}$$

$\Leftarrow$

Si  $u_n = v_n + o(v_n)$ , alors à partir d'un certain rang :

$$\begin{aligned} u_n &= v_n + \epsilon_n v_n \text{ avec } \epsilon_n = o(1) \\ &= \underbrace{(1 + \epsilon_n)}_{\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1} v_n \end{aligned}$$

Donc :

$$u_n \sim v_n$$

## 24.20 Equivalent d'un polynôme

Proposition 24.20

Soit  $P$  un polynôme de monôme dominant  $a_d X^d$ . Alors  $P(n) \sim a_d n^d$ .

On note  $P = \sum_{k=0}^d a_k X^k$ .

Pour  $k \in \llbracket 0, d-1 \rrbracket$  :

$$n^k =_{n \rightarrow +\infty} o(n^d) \text{ et } a_k n^k =_{n \rightarrow +\infty} o(a_d n^d)$$

Donc :

$$\sum_{k=0}^{d-1} a_k n^k =_{n \rightarrow +\infty} o(a_d n^d)$$

Donc :

$$\begin{aligned} P(n) &= a_d n^d + o(a_d n^d) \\ &\sim a_d n^d \end{aligned}$$