Chapitre 21

Applications linéaires

21.4 Exemple

Exemple 21.4.1

L'application de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ définie par $f(x,y) = 2x + 3y$.

Soit $((x,y),(x',y'),\lambda) \in (\mathbb{R}^2)^2 \times \mathbb{R}$. On a

$$\begin{aligned} f((x,y) + \lambda(x',y')) &= f(x + \lambda x', y + \lambda y') \\ &= 2(x + \lambda x') + 3(y + \lambda y') \\ &= 2x + 3y + \lambda(2x' + 3y') \\ &= f(x,y) + \lambda f(x',y'). \end{aligned}$$

21.8 Structure de $\mathcal{L}(E,F)$

Propostion 21.8

$\mathcal{L}(E,F)$ est un estpace vectoriel sur $\mathbb{K}$.

— $\mathcal{L}(E,F) \subset F^E$
— $\overline{0}\mathcal{L}(E,F)$
— Soit $(f,g) \in \mathcal{L}(E,F)^2$ et $\alpha \in \mathbb{K}$. Soit $(x,y) \in E^2, \lambda \in \mathbb{K}$. On a :

$$\begin{aligned} (f + \alpha g)(x + \lambda y) &= f(x + \lambda y) + \alpha g(x + \lambda y) \\ &= f(x) + \lambda f(y) + \alpha g(x) + \alpha\lambda g(y) \\ &= f(x) + \alpha g(x) + \lambda(f(y) + \alpha g(y)) \\ &= (f + \alpha g)(x) + \lambda(f + \alpha g)(y). \end{aligned}$$

Donc $f + \alpha g \in \mathcal{L}(E,F)$.