

Chapitre 24

Comparaison locale des suites

24 Comparaison locale des suites	1
24.18Caractérisation de l'équivalence par la négligabilité	2

24.18 Caractérisation de l'équivalence par la négligabilité

Proposition 24.18

On a :

$$u_n \sim v_n \Leftrightarrow u_n = v_n + o(v_n)$$

\Rightarrow

Si $u_n \sim v_n$ à partir d'un certain rang :

$$u_n = a_n v_n \text{ avec } a_n \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1$$

Ainsi :

$$\begin{aligned} u_n &= \underbrace{(a_n - 1)}_{=o(1)} v_n + v_n \\ &=_{n \rightarrow +\infty} v_n + o(v_n) \end{aligned}$$

\Leftarrow

Si $u_n = v_n + o(v_n)$, alors à partir d'un certain rang :

$$\begin{aligned} u_n &= v_n + \epsilon_n v_n \text{ avec } \epsilon_n = o(1) \\ &= \underbrace{(1 + \epsilon_n)}_{\xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 1} v_n \end{aligned}$$

Donc :

$$u_n \sim v_n$$