

Chapitre 32

Espaces probabilisés finis

32	Espaces probabilisés finis	1
32.19	Exemple	2
32.25	Exemple	2
32.26	Exemple	2

32.19 Exemple

Exemple 32.19

Une urne contient 3 boules blanches et 5 boules noires. On en tire simultanément 4 boules. Avec quelle probabilité n'a-t-on tiré que des boules noires ?

Sans perte de généralité, on peut numéroté les boules de 1 à 8, les 3 premières boules sont blanches et les 5 suivantes noires.

On note X la variable aléatoire donnant la 4-combinaison des boules obtenues.

$$X \hookrightarrow \mathcal{U}(P_4[[1, 8]])$$

En notant A "on ne tire que des boules noires", on a :

$$\begin{aligned} A &= (X \in P_4[[4, 8]]) \\ P(A) &= P(X \in P_4[[4, 8]]) \\ &= \frac{|P_4[[4, 8]]|}{|P_4[[1, 8]]|} \\ &= \frac{\binom{5}{4}}{\binom{8}{4}} \end{aligned}$$

32.25 Exemple

Exemple 32.25

On choisit un entier X au hasard entre -3 et 3 . Quelle est la loi de la variable $X^2 + 1$?

$$X \hookrightarrow \mathcal{U}([-3, 3])$$

$$(X^2 + 1)(\omega) = \{1, 2, 5, 10\}$$

Et :

$$\begin{aligned} P(X^2 + 1 = 1) &= P(X = 0) \\ &= \frac{1}{7} \\ P(X^2 + 1 = 2) &= P(X = -1) + P(X = 1) \\ &= \frac{2}{7} \\ P(X^2 + 1 = 5) &= P(X = -2) + P(X = 2) \\ &= \frac{2}{7} \\ P(X^2 + 1 = 10) &= P(X = -3) + P(X = 3) \\ &= \frac{2}{7} \end{aligned}$$

32.26 Exemple

Exemple 32.26

On choisit un entier X au hasard entre 1 et $2n$. Quelle est la loi de $(-1)^X$?

$$\begin{aligned}X &\hookrightarrow \mathcal{U}(\llbracket 1, 2n \rrbracket) \\(-1)^X &\hookrightarrow \{-1, 1\} \\P((-1)^X = 1) &= P(X \text{ pair}) \\&= \frac{n}{2n} \\&= \frac{1}{2} \\&= P((-1)^X = -1)\end{aligned}$$