

# ***Cátedra ESTADISTICA*** ***TRABAJOS PRÁCTICOS***

***(SEGUNDA ETAPA)***

**2020**

***Facultad de Ingeniería***

***Universidad Nacional de La Patagonia S. J. B.***

***Comodoro Rivadavia***



## **TRABAJO PRÁCTICO Nº 5**

**INFERENCIA ESTADÍSTICA : PRUEBAS DE HIPÓTESIS (dóclimas)**

### **PRE - REQUISITOS:**

Se requiere lectura previa y manejo conceptual de los siguientes conceptos trabajados en la primera etapa:

- ✓ Estadística Descriptiva – Variables, tipos - Medidas de posición y dispersión –
- ✓ Probabilidad –
- ✓ Distribuciones de probabilidad– Propiedades, parámetros, usos, cálculos – Identificación de las variables aleatorias.
- ✓ Esperanza (media) y Varianza de las distribuciones de probabilidad.
- ✓ Muestreo aleatorio -

Y análisis y comprensión de los contenidos que se están desarrollando en esta segunda etapa:

- ✓ Distribuciones muestrales.
- ✓ Teorema Central de Límite (T. C . L.) y sus consecuencias.
- ✓ Diferenciación entre intervalo de confianza (I. C.) y prueba de hipótesis (dóclima), recordando los diferentes conceptos y razonamientos que incluye cada análisis.

### **CONSIGNA PARTICULAR**

Leer y comprender los conceptos que se presentan a continuación, recurrir a los textos propuestos, analizar los problemas resueltos.

Con esta lectura comprensiva y considerando también los otros pre-requisitos, usted está ya en condiciones de trabajar con sus compañeros.

Recuerde que, en esta segunda etapa de la cursada, usted debe ya ser capaz de trabajar en equipo y consultar sólo sus dudas.

Recuerde que es indispensable la **correcta interpretación en términos del problema, aún cuando no se lo señale específicamente en cada ejercicio.**

**Para resolver los problemas que siguen usted debe haber leído los temas desarrollados en clase y ser capaz de responder a la mayoría de las siguientes preguntas.**

- 1) ¿Qué diferencias hay entre una hipótesis estadística y una hipótesis matemática?
- 2) Describa cómo se prueba una hipótesis estadística referida a un parámetro  $\theta$  paso a paso.

- 3) ¿Qué diferencias hay entre el **coeficiente de confianza** utilizado en la estimación de parámetros por intervalos de confianza, y el **nivel de significación** ¿En qué se parecen (conceptualmente)?.
- 4) ¿Se puede “aceptar” una hipótesis estadística? Explique claramente su respuesta.
- 5) ¿Se puede “rechazar” una hipótesis estadística? Explique claramente su respuesta.
- 6) ¿Qué tipo de errores se encuentran presentes al plantear una hipótesis estadística?  
¿Qué relación existe entre ellos?
- 7) ¿Cuál es la hipótesis a partir de la cual se toma la decisión,  $H_0$  ó  $H_1$ ?
- 8) ¿Cuándo se dice “se tiene evidencias para .....” Se refiere a rechazar  $H_0$  y  $H_1$ ?

### **Prueba de hipótesis Ejercicios**

**1** - Dados los siguientes enunciados plantee las hipótesis nula y alternativa:

a.- Cierta tipo de cultivo de cereal siempre ha producido 9 toneladas de grano/ha, con una desviación típica de 0,3 T/ha. Se siembran cuatro parcelas del cultivo y se aplican fertilizantes para tratar de aumentar ese rendimiento.

b.- La duración media de las baterías producidas por una compañía nunca ha sido inferior a 1120 horas, con una desviación típica de 125 horas. Una muestra de 16 baterías arrojó una media de 1070 horas, con lo cual se sospecha que la duración de las baterías en el último año ya no es la misma.

c.- Existía una vez un país en el cual la mortalidad infantil nunca había superado el 0,2 % de la tasa de natalidad. Sin embargo, políticos inescrupulosos lo llevaron a la bancarrota, con lo cual se sospecha que esto ha incidido desfavorablemente en el sistema de salud.

d.- Un metalúrgico realizó 4 determinaciones del punto de fusión del manganeso y quiere probar si se está de acuerdo con el valor hipotético de 1260 grados.

**2.** – A la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA) de Estados Unidos se le ha dado a la tarea de encontrar sitios, en aquel país, en donde resulte factible instalar aerogeneradores para generar energía eléctrica. Un oficial de la NASA, dijo que la velocidad del viento debe tener una media de al menos 15 millas por hora para que un sitio pueda considerarse aceptable.

a.- Plantee las hipótesis nula y alternativa.

b.- Diga en qué condiciones se cometería un error de tipo I.

c.- Diga en qué condiciones se cometería un error de tipo II.

d.- Si usted fuese un oficial de la NASA ¿recomendaría el uso de un valor muy pequeño para alfa (0,01) o bien un valor moderado (0,05) o un valor razonablemente grande (0,10) para determinar la aceptabilidad de un sitio basado en la velocidad media del viento? Explique por qué.

**3.** - Históricamente la intención de voto de los electores para cierto partido político superaba el 40%. Una encuesta reciente reflejó que, entre 1000 votantes, 342 lo harían por dicha agrupación política. ¿Está en condiciones de pensar que el partido político ha decaído en su intención de voto?

Plantee las hipótesis nula y alternativa y los pasos de la dócima. Use  $\alpha=0,05$ .

**4.-** Un Fabricante de ladrillos huecos afirma que si por lo menos el 10% de éstos tiene fisuras no pueden ser utilizados para la construcción. Se toma una muestra aleatoria de 60 ladrillos y se encuentra que 8 de ellos tienen fisuras.

a.- Plantee las hipótesis nula y alternativa.

b.- Indique en qué condiciones el fabricante cometería un error de tipo I y en qué condiciones un error de tipo II. Analice.

**5. - Nota:** resuelva inciso por inciso en el orden que se pide **sin desarrollar los seis pasos de la dócima** en cada uno.

En una prueba de laboratorio sobre la medición de la tensión a la ruptura de una cuerda de cáñamo, se conoce que la varianza de dichas tensiones es de 25 psi (libras por pulgada cuadrada).

Tomando una muestra al azar de 4 elementos y a un nivel de significación del 5% se desea probar la hipótesis nula de que la verdadera tensión promedio de la cuerda es de 50 libras por pulgada cuadrada, contra la alternativa de que es menor.

a) Encuentre el punto crítico y las regiones de rechazo y de no rechazo.

b) Suponiendo  $\mu_1 = 45$ , encuentre  $\beta$  y grafique  $\alpha$  y  $\beta$ .

c) Suponga ahora que no conoce  $\alpha$ , determínelo considerando como punto crítico el valor

$$\bar{x}_1 = 47 \text{ libras por pulgada cuadrada.}$$

d) Relacione los tamaños de  $\alpha$  y  $\beta$ , observe el gráfico y obtenga conclusiones.

**6.-** Cierta fabricante de muebles compra piezas para ensamblar las partes. Luego de algunas observaciones supone que las piezas no ensamblan bien debido a que los encastrados son demasiado grandes. El proveedor de dichas piezas asegura que miden 15,5 mm. Para asegurarse, el fabricante extrae al azar 45 piezas de su línea de producción y obtiene un promedio de 14 mm y un desvío estándar de 3 mm. ¿Se puede decir que el proveedor está fabricando piezas grandes? Use  $\alpha=0.05$ .

**7.-** Los pesos de los rodamientos fabricados en un proceso, se distribuyen normalmente con media 250 g. y desviación estándar de 5 g. Tras reajustar el mismo, el encargado sospecha que el peso promedio ha disminuido. Selecciona una muestra aleatoria simple de dieciséis rodamientos y obtiene un peso medio de 247,5 g con un desvío estándar de 5g. ¿Tiene razón el encargado?

a. Plantee la dócima pertinente y sus pasos, utilice un  $\alpha= 0,01$ .

b. Concluya en términos del problema.

c. Repita el desarrollo usando  $\alpha= 0,05$ . Compare y analice.

**8.-** Para cumplir con la normativa, la varianza del nivel de impurezas en tanto por ciento en los envíos de un cierto producto químico no puede superar el valor 4. Una muestra aleatoria de veinte envíos ha proporcionado una varianza del nivel de impurezas de 5,62.

Plantee la hipótesis de interés con  $\alpha=0,05$  y concluya en términos del problema.

**9.-** Con la intención de conocer el porcentaje de bulones defectuosos de un lote, se extraen al azar 80 de ellos, resultando 25 defectuosos. El comprador tiene la facultad de devolver el lote si obtiene que más del 20% de los bulones es defectuoso. Use un nivel de significación 0,05.

a. Desarrolle todos los pasos correspondientes para probar la hipótesis que considere pertinente.

b. Concluya en términos del problema.

c. ¿Qué resolución debería tomar el comprador con el lote analizado?

**10.-** Un comerciante que puso en venta su emprendimiento, afirma que el ingreso diario sigue una distribución normal con una media de \$675 con un desvío estándar de \$75. El

comprador desea verificar si el vendedor decía la verdad, para ello tomo una muestra de 30 días y ésta revelo un ingreso diario promedio de \$625. Con un nivel de significación del 5%, ¿Hay evidencia de que el ingreso diario promedio es menor del que afirma el vendedor?

**11.-** Una fábrica automotriz asegura que de cada 1000 vehículos que produce, 800 llegan a superar los 100.000 km recorridos sin necesidad de efectuar ajuste alguno en el motor. Controladores del proceso de fabricación, sospechan que esto no es así. Toman una muestra aleatoria de 100 de estos automóviles y encuentran que 72 llegan a cumplir con este requisito. Con un nivel de significación del 1%, plantee los pasos de la dócima correspondiente y conteste: ¿daría Ud. la razón al fabricante?

**12.-** Un empresario debe pagar horas extra por la demanda incierta de su producto, por lo cual en promedio paga a la semana 50 horas extra. El gerente de recursos humanos considera que siempre se ha tenido en las horas extra semanales una varianza de 25 (horas)<sup>2</sup> debido a las demandas. Si se toma una muestra aleatoria de 16 semanas y se analizan las horas extra semanales, se obtiene una varianza de 28,1 horas<sup>2</sup>.

a.- ¿Cuál es la variable a estudiar por el gerente de recursos humanos?

b.- Determine con  $\alpha = 0,10$  si la varianza poblacional de las horas extras demandadas a la semana puede considerarse igual a 25 horas<sup>2</sup>. Concluya en términos del problema.

**13.-** En una planta de ensamblado se diseña una operación, la cual toma un tiempo promedio de 5 minutos. El gerente de la planta sospecha que para un operario en particular el tiempo promedio no es de 5 minutos. El gerente toma una muestra al azar de 11 tiempos de operación para este empleado y obtiene los siguientes resultados (en minutos): 4.8 - 5.6 - 5.3 - 5.2 - 4.9 - 4.7 - 5.7 - 4.9 - 4.6 - 5.1 - 4.8- ¿Los datos confirman la sospecha del gerente?

**Cálculos:**  $\Sigma x = 55,6$   $\Sigma x^2 = 282,34$

a.- Realice la dócima correspondiente, con un nivel de significación de 0,01. Concluya en términos del problema.

b.- Explique en palabras cuál es en este caso concreto el error de tipo I que estaría cometiendo.

**14.-** Los registros de la Dirección Nacional de automóviles indican que de todos los vehículos que se sometieron a prueba de verificación de emisiones de gases de combustión durante el año anterior, el 70% superó la prueba al primer intento. Una prueba aleatoria de 200 automóviles indica que 156 superaron la prueba. ¿Sugieren los datos que la verdadera proporción de automóviles que superaron la prueba, difiere de la proporción registrada en el año anterior? Pruebe las hipótesis pertinentes con  $\alpha = 5\%$ .

**15.-** Dada la información siguiente ¿Cuál sería la conclusión al probar la hipótesis

$H_0: \mu = 10$ , contra cada una de las alternativas indicadas?

	n	$\bar{x}$	$S^2$	$\alpha$	$H_1$
A	9	12	36	0.05	$\mu > 10$
B	16	13	64	0.05	$\mu \neq 10$
C	16	11	81	0.01	$\mu > 10$
D	25	8	64	0.01	$\mu < 10$
E	25	9	49	0.02	$\mu \neq 10$

---

**PRUEBA DE CONCEPTOS**

1.- Responder verdadero o falso

- ¿El error de tipo I es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es verdadera?.. .....V o F
- ¿La suma de las probabilidades del error de tipo I y tipo II es igual a 1? .....V o F

2.- Si se pretende comprobar si una media es a lo sumo seis, el par de hipótesis a plantear es:

- |  |  |   |   |   |
|--|--|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> $H_0: \mu \geq 6$ | <input type="checkbox"/> $H_0: \mu \leq 6$ | <input type="checkbox"/> $H_0: \mu > 6$ | <input type="checkbox"/> $H_0: \mu = 6$ | <input type="checkbox"/> $H_0: \mu > 6$ |
| $H_1: \mu < 6$                             | $H_1: \mu > 6$                             | $H_1: \mu \leq 6$                       | $H_1: \mu > 6$                          | $H_1: \mu = 6$                          |

3.-Dado  $H_0: \mu=0$

$H_1: \mu>0$

Escriba la regla de decisión.