Probabilités numériques
Méthodes de Monte Carlo et applications
Feuille d'exercices N° 1

Mise en pratiques avec R et Opérations de base

Exercice 1 (**Utiliser R comme calculatrice**)

Calculer les valeurs suivantes avec R

- $4.2\times(-3)$
- 6^4
- $log\ (18 + sin(\pi))$
- $e^{-0.4}$

Exercice 2 (Fonction IMC)

Fonction utiles : hist(), plot(), rm()
L'indice de masse corporelle (IMC) est d´efini par la formule

$$\mathbf{IMC} = \mathbf{m}/\mathbf{h}^2$$

Où m est le poids en kg et h la taille en mètres.

1) Vider l'environnement de travail à l'aide de rm(list=ls())
2) Ecrire une fonction qui prend en arguments la taille et le poids et renvoie l'IMC.
3) Le jeu de données **women** inclus dans R peut être chargé par la commande data(women). Il inclut la taille en pouces et le poids en livres de femmes américaines. **Chargez ces données**
4) Affichez le vecteur des poids, puis seulement le 3e terme.
5) Combien y a-t-il d'individus dans l'échantillon ?
6) Créez un vecteur concaténant les poids des individus 3, 6, et 9 à 12.

Exercice 3 (Fonctions sur les vecteurs)

1) Créer les vecteurs suivants avec la fonction c(). Consulter l'aide des fonctions rep() et seq() (par exemple en tapant ?rep) et trouver une deuxième méthode pour créer chacun de ces vecteurs :
   - (1 2 3 4 5)
   - (12 14 16 18 20)
   - (1 1 1 2 2 2)
   - (1 2 3 1 2 3)
2) Trouver 2 solutions pour construire

x3=(1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 3.5 4.0 4.5 5.0).

3) Consulter l'aide de la fonction sample (). Effectuer un tirage aléatoire équiprobable sans remise de 5′éléments dans le vecteur x3.

4) Même chose avec remise, puis avec probabilité p=(0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.1 0.2).

<u>Exercice 4</u> (Fonctions sur les vecteurs)

Fonctions utiles : cbind (), eigen (), 1. Créer les matrices rbind (), t(), x %*% y

1) Créer les matrices

```
> m1                              et      > m1bis
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]                  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    4    7   10   13             [1,]    1    2    3    4    5
[2,]    2    5    8   11   14             [2,]    6    7    8    9   10
[3,]    3    6    9   12   15             [3,]   11   12   13   14   15
```

à partir du vecteur (1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15).

Puis les matrices suivantes :

```
> m2                              et      > m3
     [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]                  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]    1    3    5    7    9             [1,]    3    6    9   12   15
[2,]    2    4    6    8   10             [2,]    4    7   10   13   16
[3,]    5    8   11   14   17
```

2) Que se passe-t-il si l'on essaie de construire une matrice à partir d'un vecteur ne contenant pas le bon nombre de termes ?

   Tapez par exemple m4=matrix((1:10), nrow=4,ncol=5).

3) Calculer la somme, produit terme \`a terme et produit matriciel des matrices m1 et m1bis.

4) Extraire des termes de m1 : terme (1, 3), ligne 1, colonne 3, colonnes 1 et 3, toutes les lignes sauf la 2i\`eme.

5) Trouver les termes de m1 plus grands que 10, les remplacer par 10.

6) Concaténer m1 et m1bis verticalement puis horizontalement.

7) Calculer la somme des lignes, puis des colonnes de m1.

8) Créer une matrice msquare, calculer ses valeurs propres et vecteurs propres.

```
> msquare
     [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    5    9   13
[2,]    2    6   10   14
[3,]    3    7   11   15
[4,]    4    8   12   16
```

Exercice 5 (Listes)

1) Créer une liste à l'aide la commande maliste=list(vec=x1,mat=m1,a=TRUE)

2) Extraire le vecteur en l'appelant par son nom, puis en utilisant sa position dans la liste.

Exercice 6 (Fonctions)

1) Créer une fonction moyenne(n) qui renvoie la moyenne d'un vecteur de n variables aléatoires de loi normale $N(0,1)$ (obtenu à l'aide de la commande rnorm(n, 0, 1)). Calculer les moyennes mech10, mech100, mech1000 d'échantillons de taille n = 10, 100, 1000.
2) Modifier cette fonction pour qu'elle puisse calculer la moyenne d'un vecteur de n variables aléatoires de loi $N(\mu,\sigma)$ avec μ et σ en paramètre. Calculer la moyenne d'un échantillon de taille 1000 de loi $N(5,2)$
3) Créer une fonction moments(x) qui renvoie la moyenne et la variance d'un vecteur x donné.

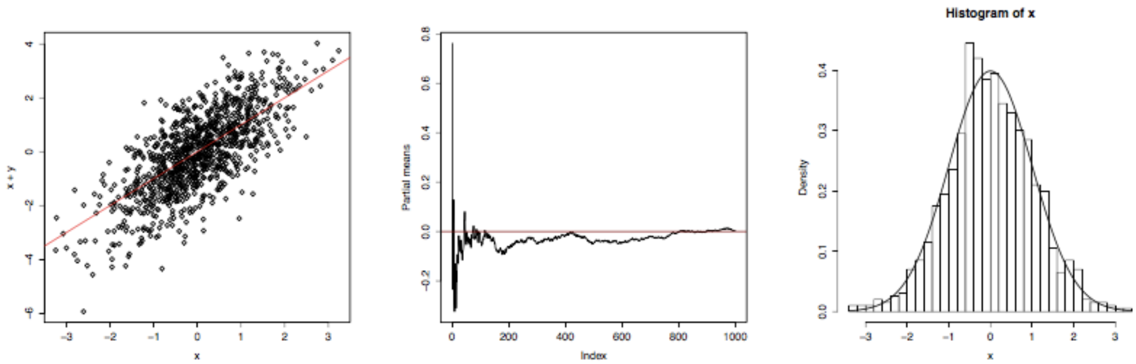
Exercice 7 (Graphiques)

Fonctions utiles : abline(), cumsum(), dnorm(), hist(), plot()

Soient x et y deux échantillons de taille 1000 de la loi N (0, 1), obtenus à l'aide de la commande rnorm(1000, 0, 1).

Reproduire les graphes suivants, qui correspondent à :

1) Un graphe de $x + y$ contre x, avec la droite $y = x$ en rouge.
2) Le graphe de $\bar{x}_n = \sum_{i=n}^{n} x_i$ contre n, avec la droite $y = 0$ en rouge.
3) Un histogramme de x avec la densité de la loi N (0, 1).



Indication : s'aider de l'aide en ligne de R afin d'en savoir plus sur les options liés à chacune des fonctions.

Exercice 8 (Loi normale et loi de Student)

1) Tracer la courbe de la loi normale centrée réduite entre -4 et 4.
2) Tracer sur le même graphe les lois de Student à 5 et 30 degrés de liberté avec une couleur différente pour chaque courbe.
3) Ajouter une légende pour spécifier chaque distribution.

Indication : les fonctions dnorm(), dt(), plot et lines vous seront utiles

Exercice 9 (Loi binomiale)

On jette dix fois de suite une pièce équilibrée et on s'intéresse à la variable aléatoire X correspondant au nombre de Pile obtenus sur les 10 lancers.

1) Quelle est la loi de X?
2) Déterminer P(X=7)
3) Représenter la loi de X
4) Soit Y le nombre de Pile obtenus après 10 lancers lorsque la pièce est truquée avec probabilité d'obtenir pile égale à p=0.75. Calculer la fonction de répartition de la variable X au point 7.
5) Représenter la fonction de répartition de la variable Y.
6) Lire sur le graphique la médiane de Y.