

# Μορφολογία Εικόνων

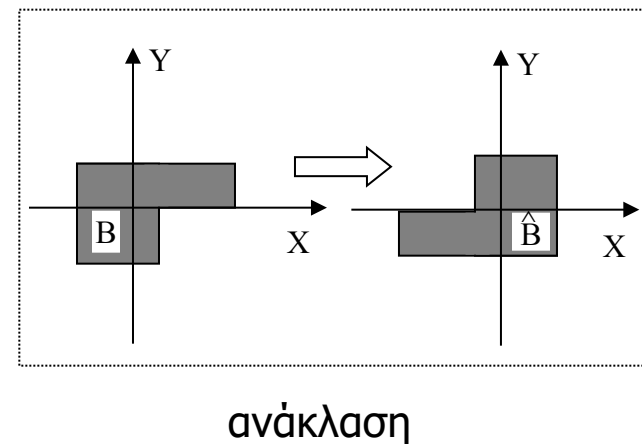
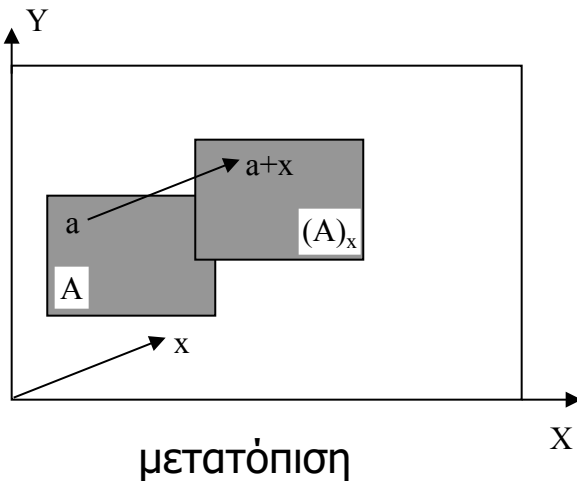
# Βασικοί ορισμοί

- Έστω δύο σύνολα  $A, B \in \mathbb{Z}^2$  με στοιχεία  $a = (a_1, a_2)$  και  $b = (b_1, b_2)$ .
- Μετατόπιση (displacement) του  $A$  κατά  $x = (x_1, x_2)$ :

$$(A)_x = \{c \mid c = a + x, \forall a \in A\}$$

- Ανάκλαση (reflexion) του  $B$ :

$$\hat{B} = \{x \mid x = -b, \forall b \in B\}$$



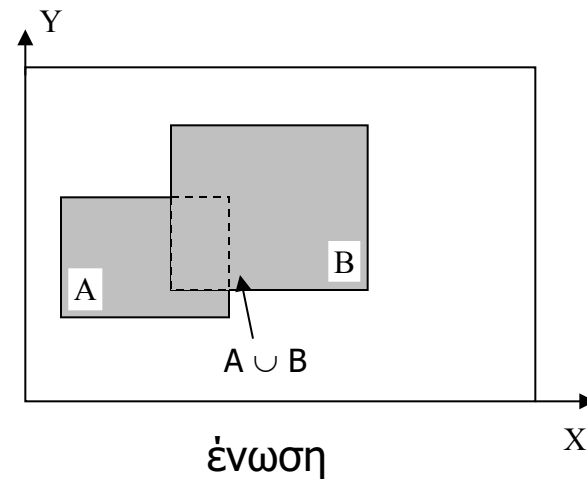
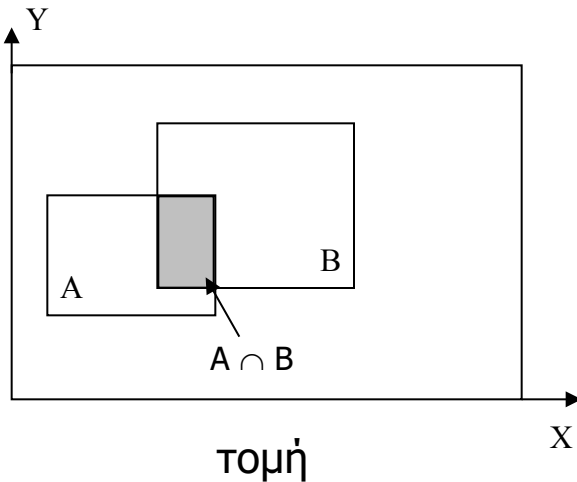
# Βασικοί ορισμοί

- Τομή (intersection) του A με το B:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ and } x \in B\}$$

- Ένωση (union) των A και B:

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ or } x \in B\}$$



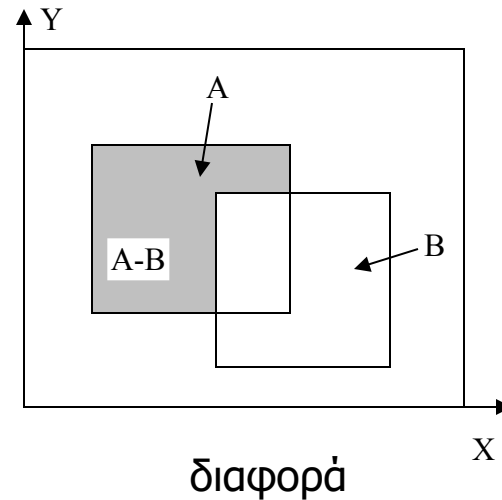
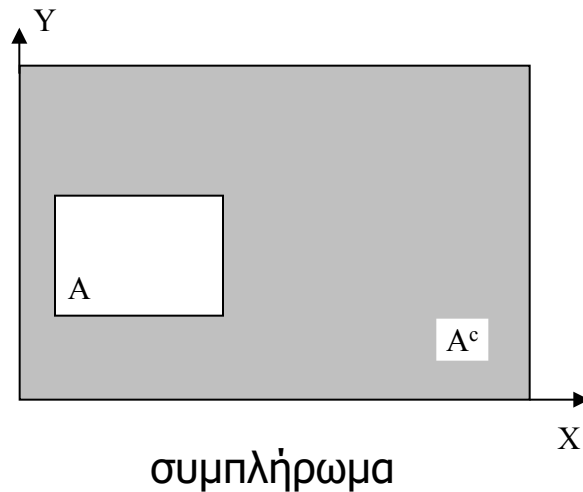
# Βασικοί ορισμοί

- Συμπλήρωμα του A:

$$A^c = \{x \mid x \notin A\}$$

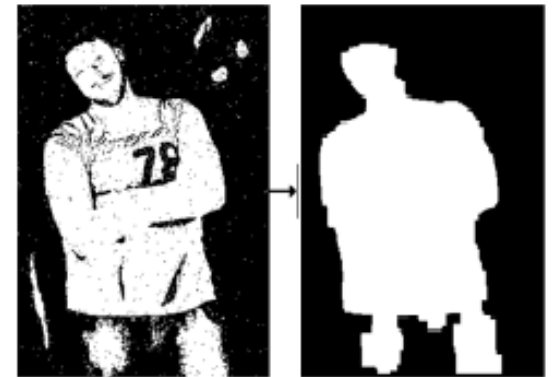
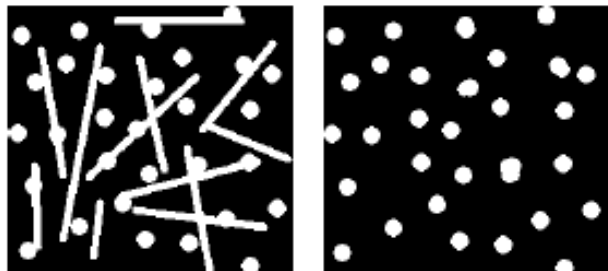
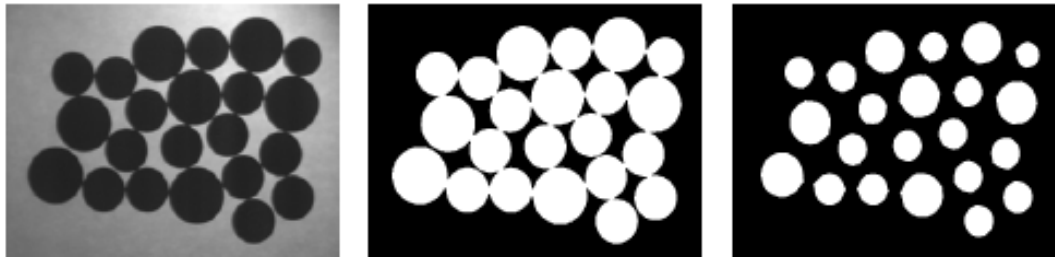
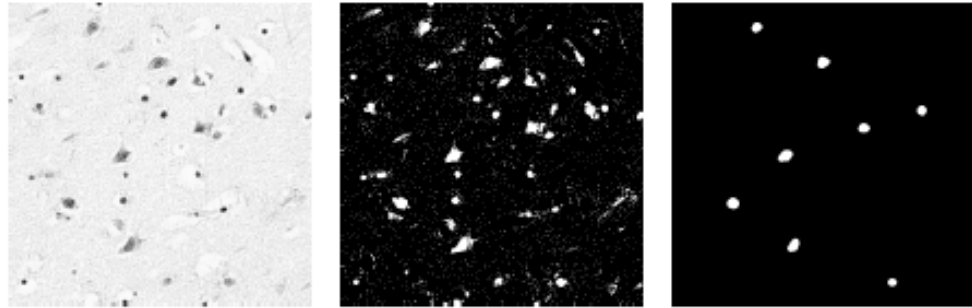
- Διαφορά των A και B:

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\} = A \cap B^c$$



# Morphology: What can it be used for?

- Remove noise
  - Small objects
  - Fill holes
- Isolate objects





# Διαστολή (Dilation)

---

Έστω  $A, B \in Z^2$ . Η διαστολή του  $A$  με το σύνολο  $B$  ορίζεται ως:

$$A \oplus B = \{x \mid (B)_x \cap A \neq \emptyset \}$$

δηλαδή, η διαστολή είναι διαδικασία που βασίζεται στην ολίσθηση της ανάκλασης του  $B$  κατά  $x$  έτσι ώστε το  $A \oplus B$  να είναι το σύνολο όλων των δυνατών μετατοπίσεων  $x$  που δημιουργούν επικαλύψεις των  $B$  και  $A$  κατά τουλάχιστον ένα σημείο.

Το  $B$  ονομάζεται **δομικό στοιχείο** (structuring element) και συνήθως επιλέγεται συμμετρικό ως προς την αρχή των αξόνων.

# Dilation

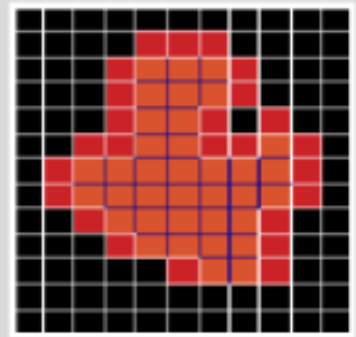
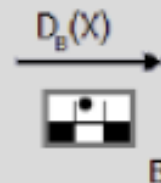
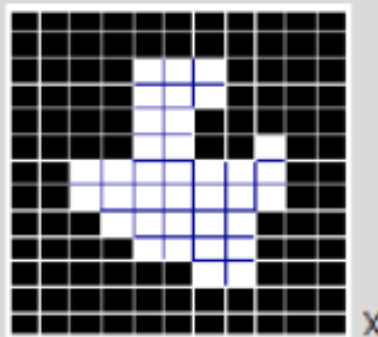
The dilation operator on sets A and B are defined by:

$$\begin{aligned} A \oplus B &= \{ \mathbf{c} \in E^n \mid \mathbf{c} = \mathbf{a} + \mathbf{b}, \text{ for some } \mathbf{a} \in A, \mathbf{b} \in B \} \\ &= \bigcup_{[\mathbf{b} \in B]} A_{\mathbf{b}} \\ &= \{ \mathbf{x} \mid (B_{\mathbf{x}}^r \cap A) \neq \emptyset \} \end{aligned}$$

A is normally the image, while B is often a smaller structuring element.

## Principle

- Does B intersect with X ?



- Yes : origin belongs to output
- No : origin does not belong to output

# Dilation

Example :



**X (256x256)**

by



=

**B (7x7)**

(217%)



Effects

- Objects get bigger
- Holes smaller than B disappear
- Disconnected objects join if at a distance less than the size of B



# another example dilation

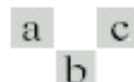
Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



**Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.**



0	1	0
1	1	1
0	1	0



**FIGURE 9.5**  
(a) Sample text of poor resolution with broken characters (magnified view).  
(b) Structuring element.  
(c) Dilation of (a) by (b). Broken segments were joined.



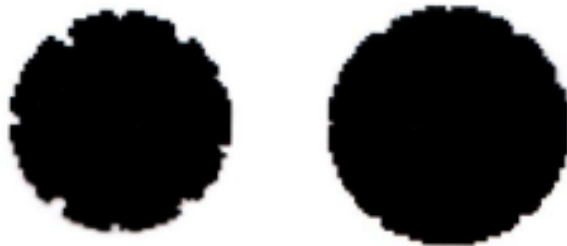
# Εφαρμογές Διαστολής

---

- Ένωση περιοχών



- Διόρθωση μικρών εγκοπών





# Συστολή (Erosion)

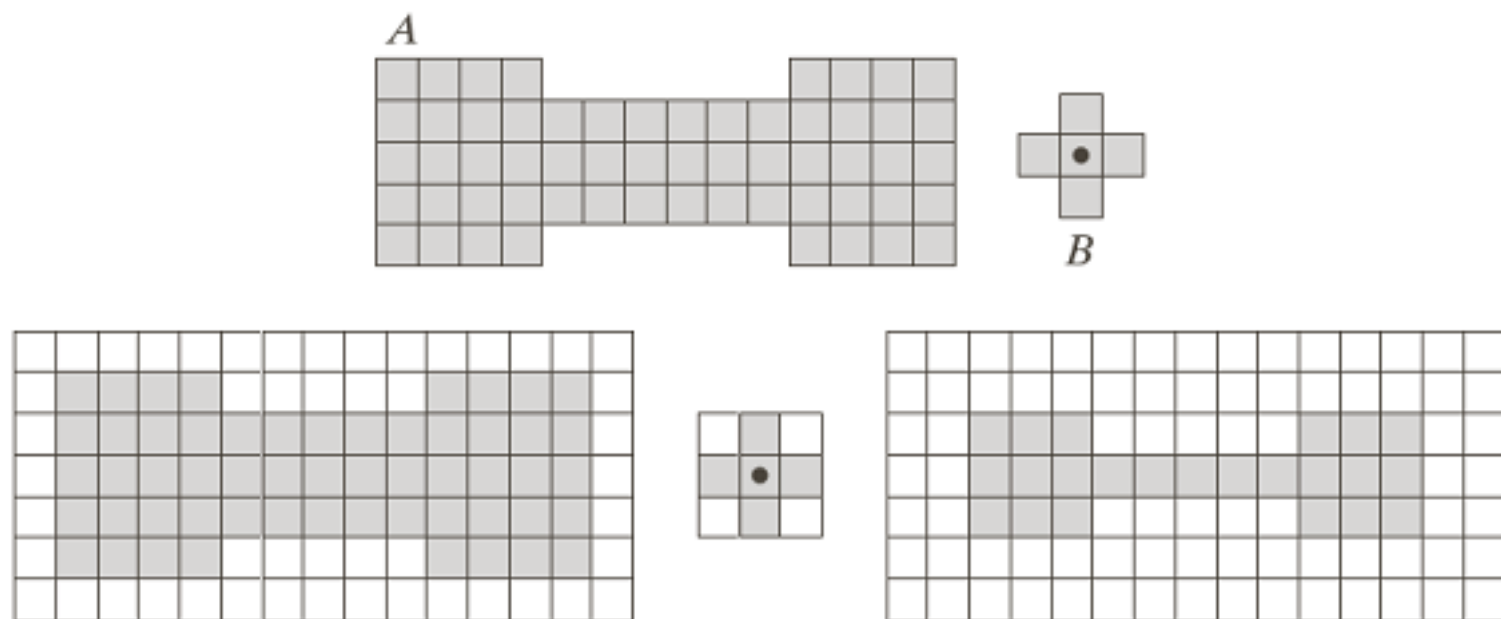
---

Η συστολή του  $A$  με δομικό στοιχείο το σύνολο  $B$  ορίζεται ως:

$$A \ominus B = \{x \mid (B)_x \subseteq A\}$$

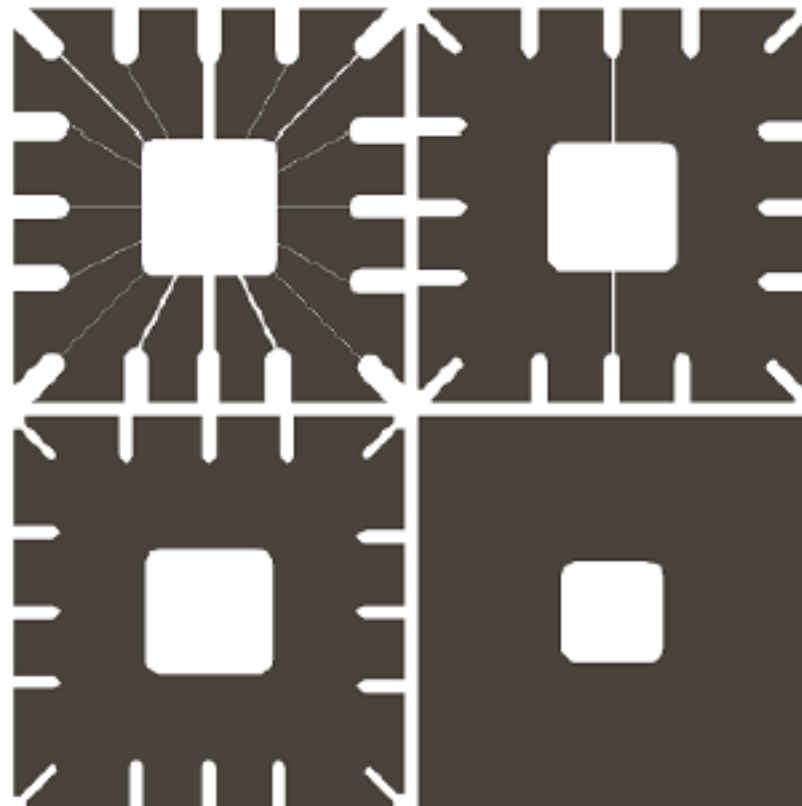
δηλαδή, είναι το σύνολο των σημείων  $x$  έτσι ώστε η μετατόπιση του  $B$  κατά  $x$  να περιέχεται στο  $A$ .

# Παράδειγμα Συστολής



# Παράδειγμα Συστολής

Αρχική Εικόνα



Erosion  
SE:11x11

Erosion  
SE:15x15

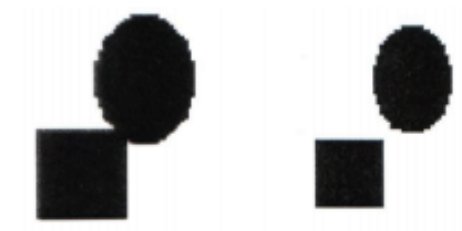
Erosion  
SE:45x45



# Εφαρμογές Συστολής

---

- ❑ Μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να διαχωρίσει αντικείμενα



- ❑ Μπορεί να αφαιρέσει μικρές προεξοχές

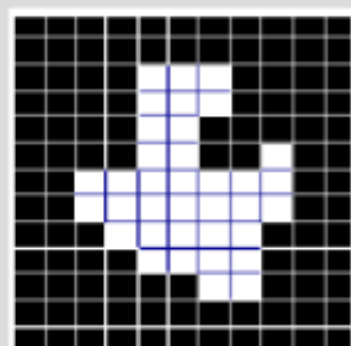


# Erosion

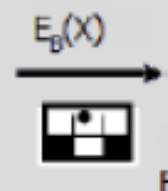
$$\begin{aligned} X \ominus B &= \{ \mathbf{c} \in E^n \mid (\mathbf{c} + \mathbf{b}) \in X \text{ for every } \mathbf{b} \in B \} \\ &= \{ \mathbf{c} \in E^n \mid B_{\mathbf{c}} \subseteq X \} \\ &= \{ \mathbf{c} \in E^n \mid \text{for every } \mathbf{b} \in B \text{ there is an } \mathbf{a} \in X \text{ such that } \mathbf{c} = \mathbf{a} - \mathbf{b} \} \\ &= \bigcap_{[\mathbf{b} \in B]} X_{-\mathbf{b}} \end{aligned}$$

## Principle

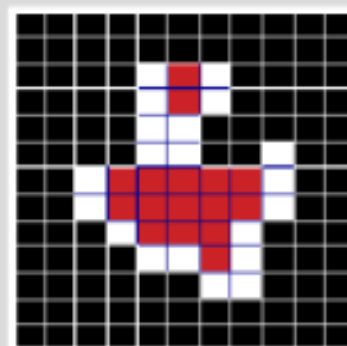
- Is  $B$  included in  $X$  ?



$X$



$B$




- Yes : origin belongs to output
- No : origin does not belong to output

# Erosion

---

Example :



by  =  
**B (7x7)**  
(217%)



**X (256x256)**

## Effects

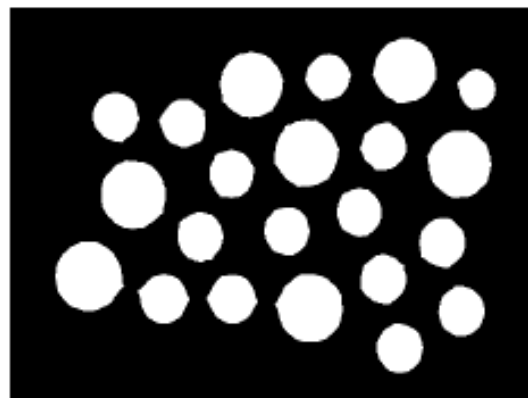
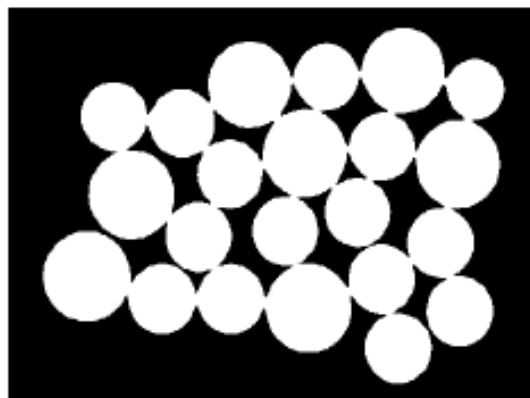
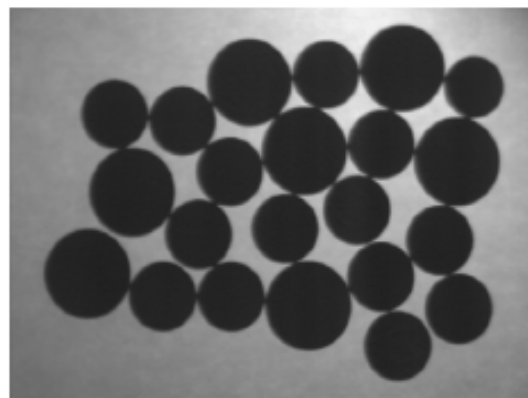
- Objects smaller than B disappear
- Holes are bigger
- Connections smaller than B are cut



# Counting Coins

---

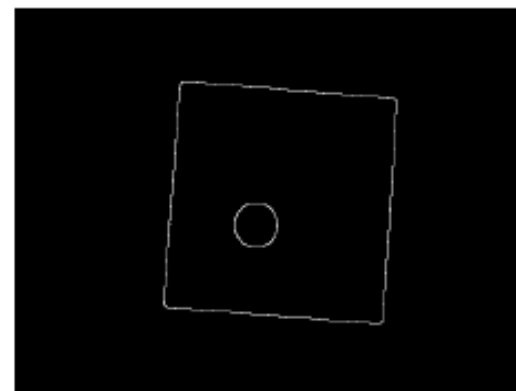
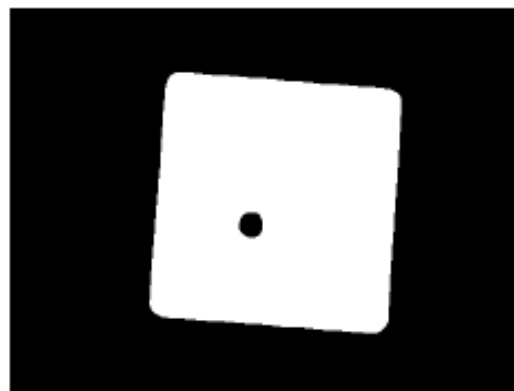
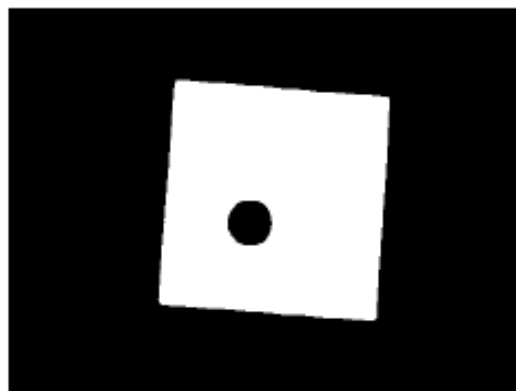
- Counting these coins is difficult because they touch each other!
- Solution: Threshold and Erosion separates them!



# Finding the outline

---

1. Dilate input image (object gets bigger)
2. Subtract input image from dilated image
3. The outline remains!





# Άνοιγμα (Opening)

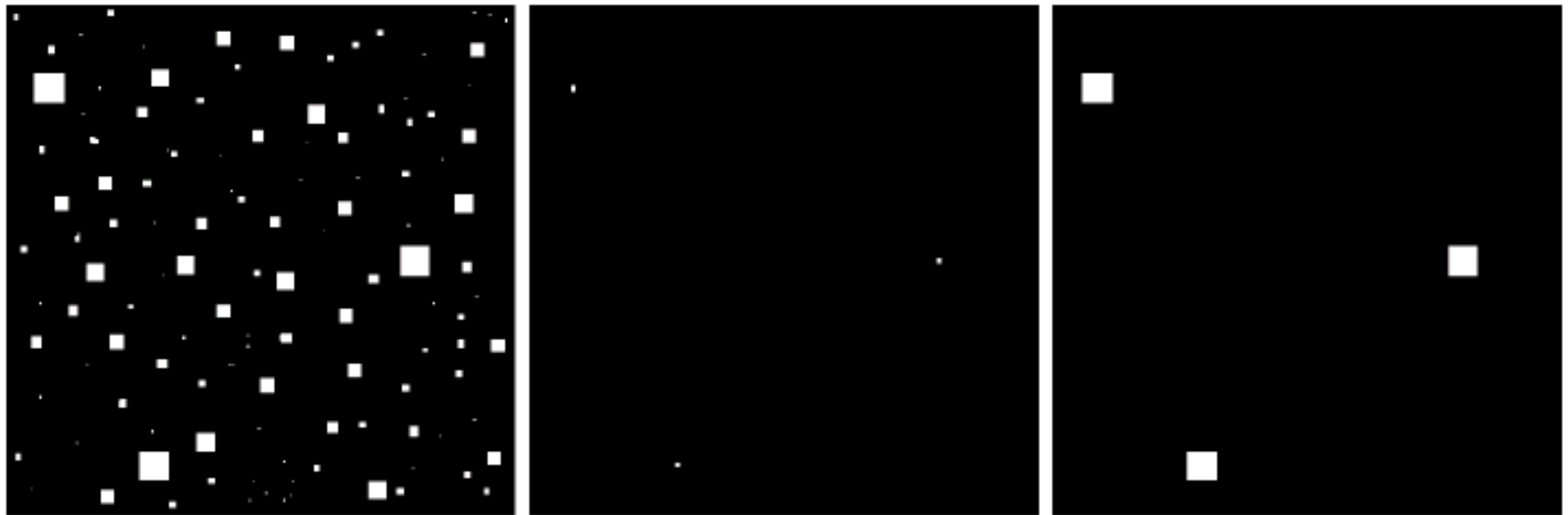
---

Το άνοιγμα ενός συνόλου  $A$  (π.χ. μίας δυαδικής εικόνας) με το δομικό στοιχείο  $B$  χρησιμοποιείται για εξομάλυνση περιγραμμάτων (μεγαλώνει οπές αντικειμένων, απαλείφει λεπτούς ισθμούς που ενώνουν αντικείμενα, απαλείφει λεπτές εξοχές αντικειμένων), είναι αλληλουχία συστολής και διαστολής και ορίζεται ως:

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

# example erosion + dilation

---



a b c

**FIGURE 9.7** (a) Image of squares of size 1, 3, 5, 7, 9, and 15 pixels on the side. (b) Erosion of (a) with a square structuring element of 1's, 13 pixels on the side. (c) Dilation of (b) with the same structuring element.

---

# Opening

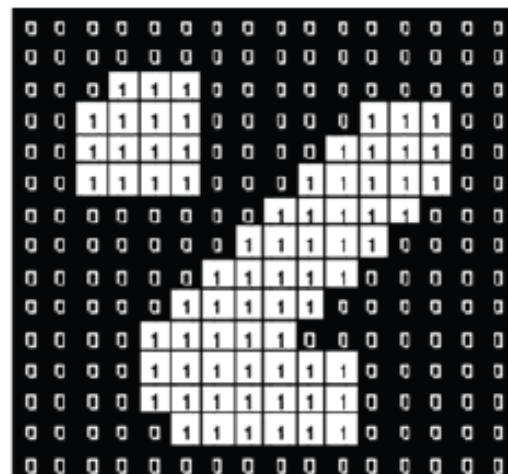
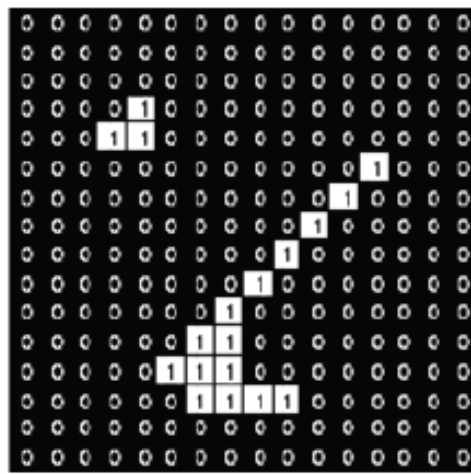
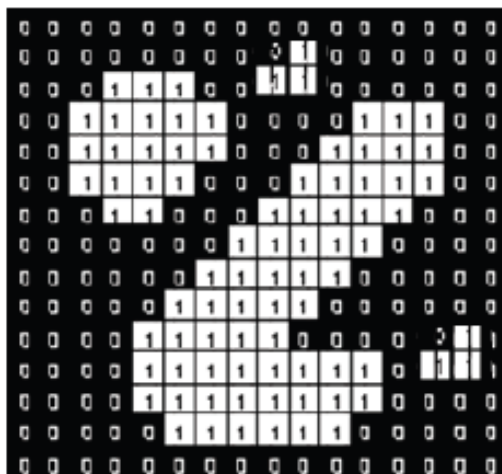
---

- Structuring element:

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Erosion

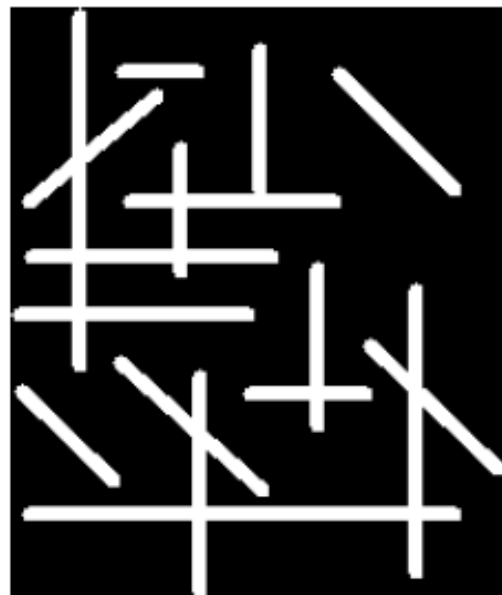
Dilation



# Opening Example

---

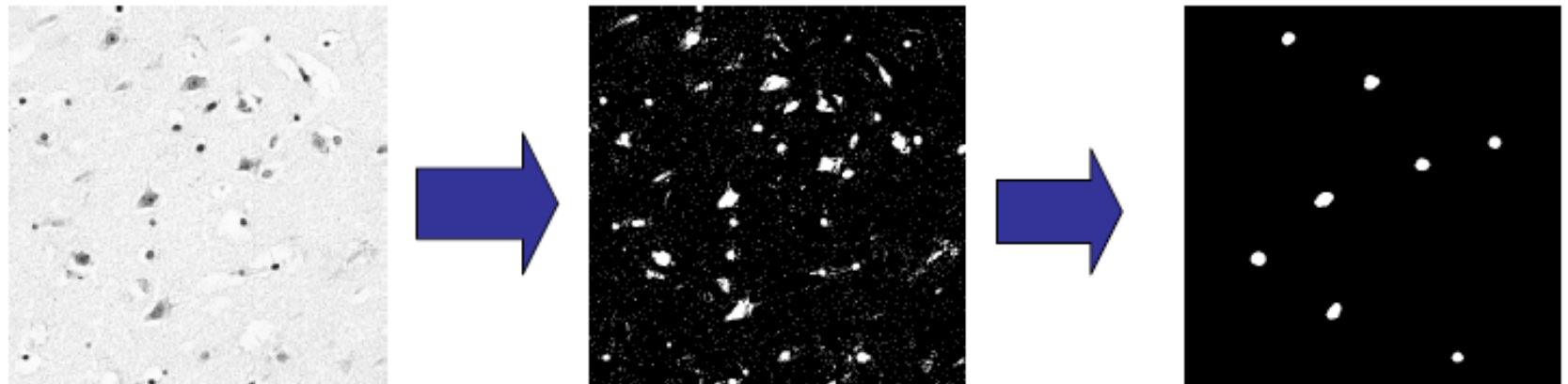
- 9x3 and 3x9 Structuring Elements



# Opening example

---

- Size of structuring element should fit into the smallest object to keep
- Structuring Element: 11 pixel disc





# Κλείσιμο (Closing)

---

Το κλείσιμο ενός συνόλου  $A$  (π.χ. μίας δυαδικής εικόνας) με το δομικό στοιχείο  $B$  χρησιμοποιείται επίσης για εξομάλυνση περιγραμμάτων (κλείνει τρύπες σε αντικείμενα, ενώνει αντικείμενα που χωρίζονται από πορθμούς, απαλείφει λεπτές εσοχές αντικειμένων), είναι αλληλουχία διαστολής και συστολής και ορίζεται ως:

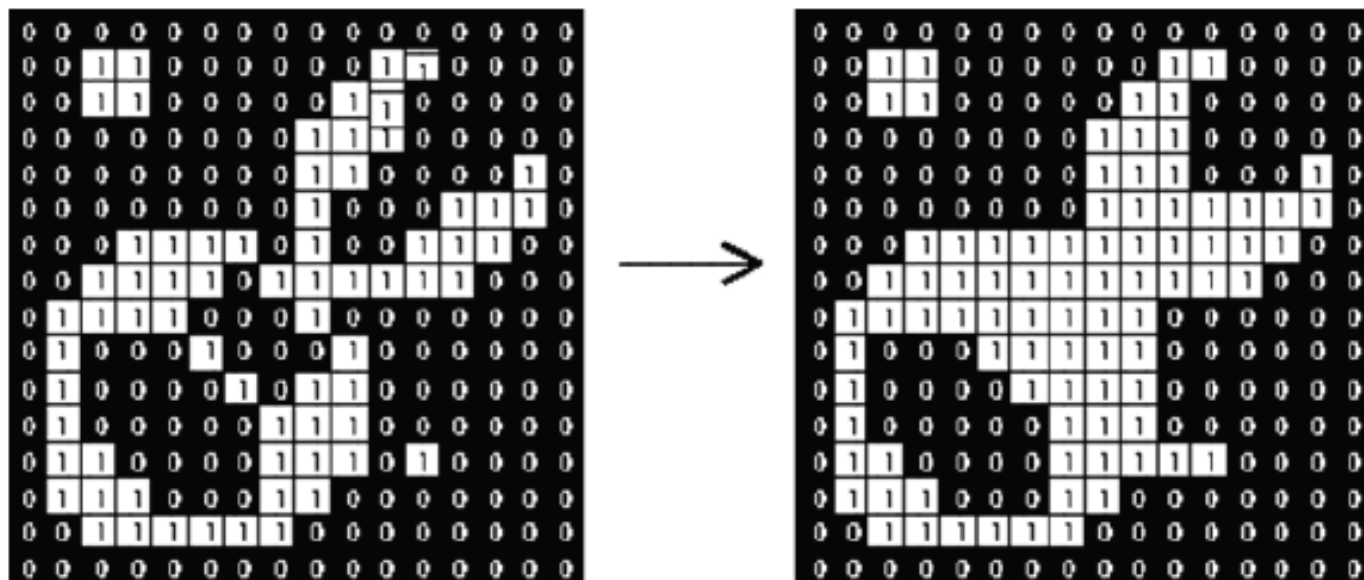
$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$



# Closing

---

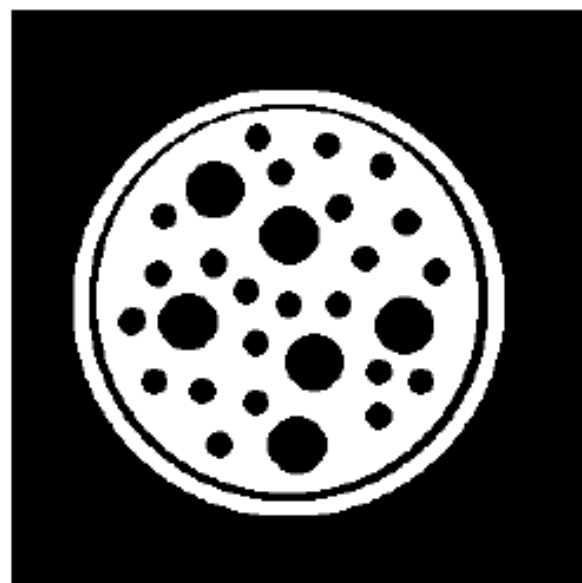
- Structuring element: 3x3 square



# Closing Example

---

- Closing operation with a 22 pixel disc
- Closes small holes



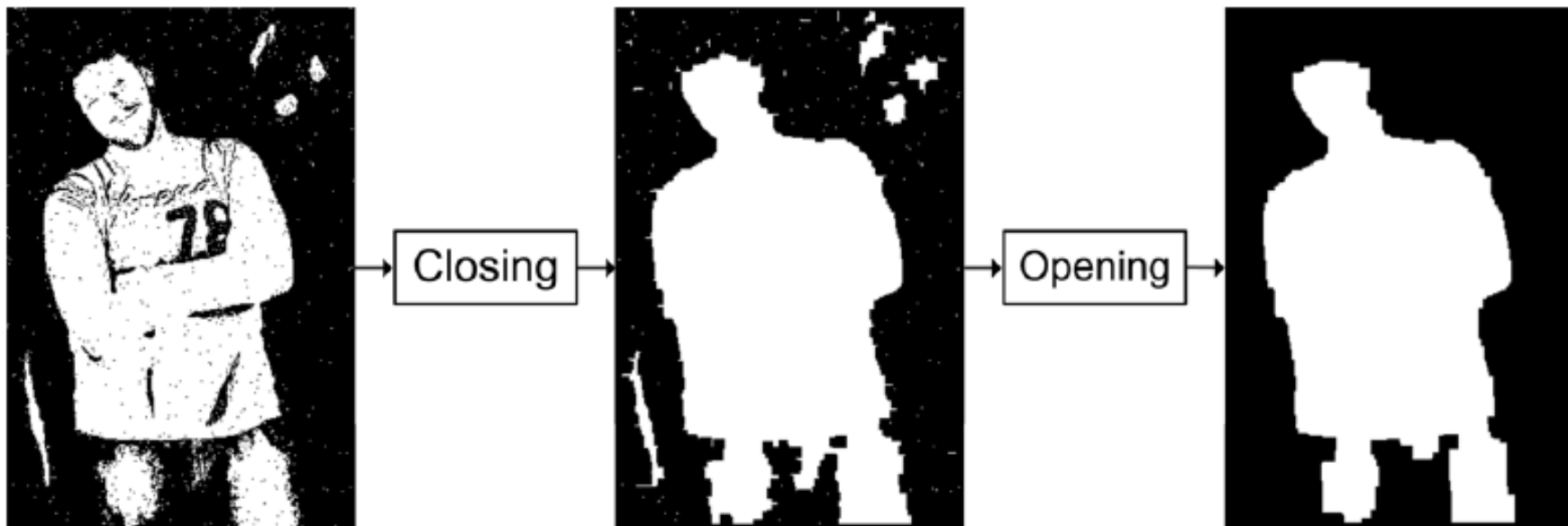
# Closing Example

---


- Improve segmentation
  1. Threshold
  2. Closing with disc of size 20



# Combining Opening and Closing



# Βιβλιογραφία



Οι παρούσες διαφάνειες έχουν δημιουργηθεί από τον Καθηγητή κ. Ν. Βασιλά για το μάθημα «Επεξεργασία Εικόνας», ακαδημαϊκό έτος 2017-2018.