

# Ιδιότητες Ψηφιακών Εικόνων

# Μετρικές απόστασης

Έστω 3 pixels  $p = (x_1, y_1)$ ,  $q = (x_2, y_2)$  και  $r = (x_3, y_3)$  μαζί με τις αντίστοιχες συντεταγμένες τους (γραμμή/στήλη). Οι μετρικές απόστασης  $D(p, q)$  που χρησιμοποιούνται σε ψηφιακές εικόνες ικανοποιούν τα ακόλουθα κριτήρια:

- $D(p, q) \geq 0$ , με την ισότητα να ισχύει για  $p \equiv q$
- $D(p, q) = D(q, p)$ , δηλαδή την συμμετρική ιδιότητα
- $D(p, q) \leq D(p, r) + D(r, q)$ , δηλαδή την τριγωνική ανισότητα

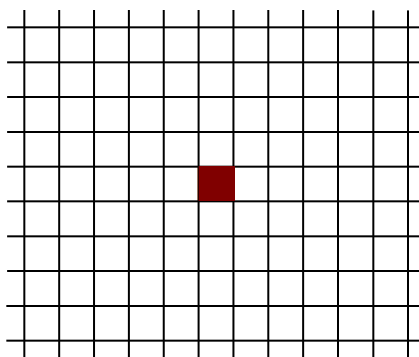
- Ευκλείδεια απόσταση

$$D_2(p, q) = \sqrt{|x_1 - x_2|^2 + |y_1 - y_2|^2}$$

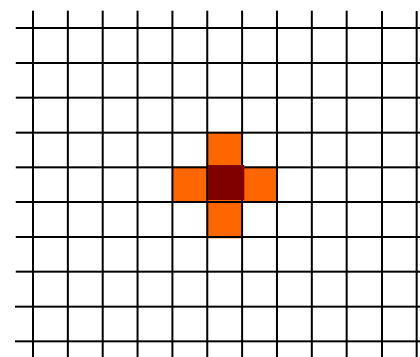
---

Δημιουργία κυκλικών  
γειτονιών γύρω από το  
pixel p για διάφορα R:

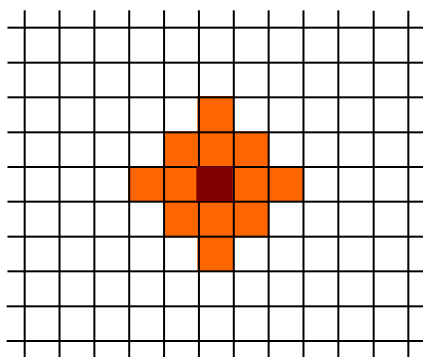
$$D_2(p, q) \leq R$$



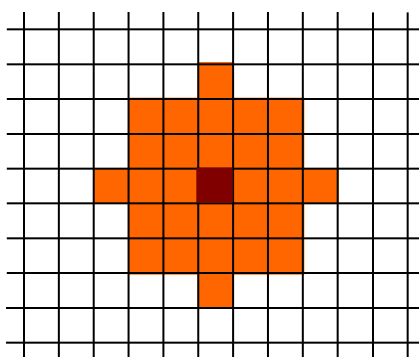
$$D_2(p, q) = 0$$



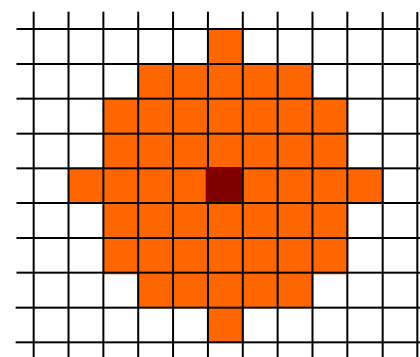
$$D_2(p, q) \leq 1$$



$$D_2(p, q) \leq 2$$



$$D_2(p, q) \leq 3$$



$$D_2(p, q) \leq 4$$

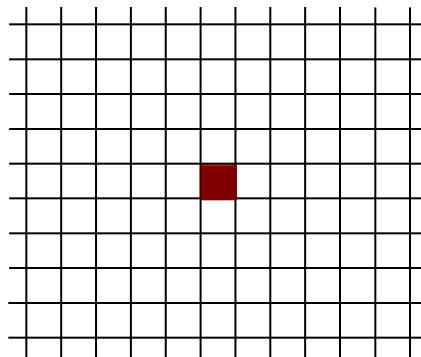
- Απόσταση “Manhattan”

$$D_1(p, q) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

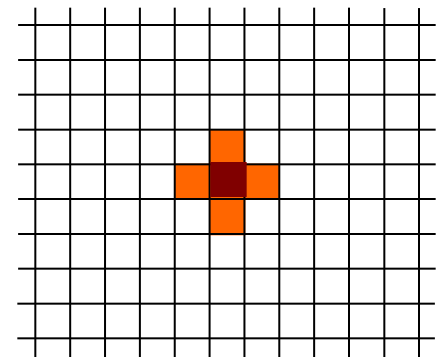
---

Δημιουργία ρομβικών  
γειτονιών γύρω από το  
pixel p για διάφορα R:

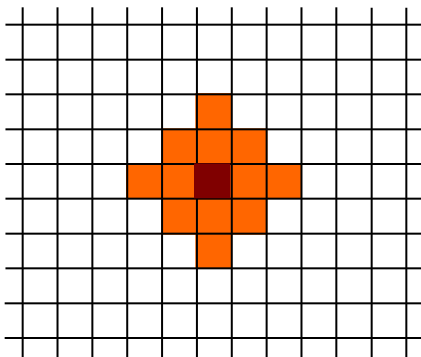
$$D_1(p, q) \leq R$$



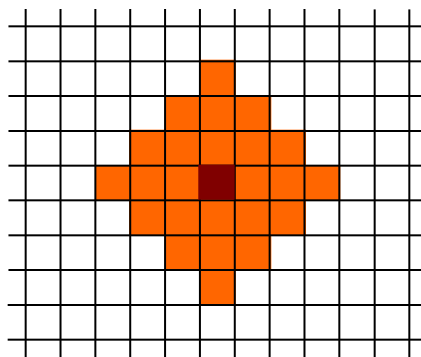
$$D_1(p, q) = 0$$



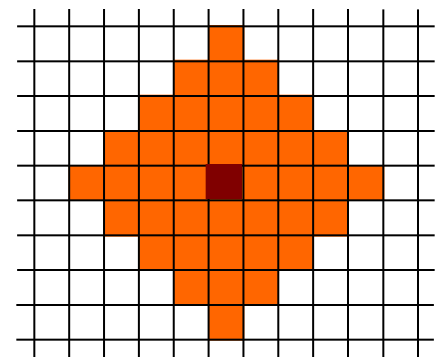
$$D_1(p, q) \leq 1$$



$$D_1(p, q) \leq 2$$



$$D_1(p, q) \leq 3$$



$$D_1(p, q) \leq 4$$

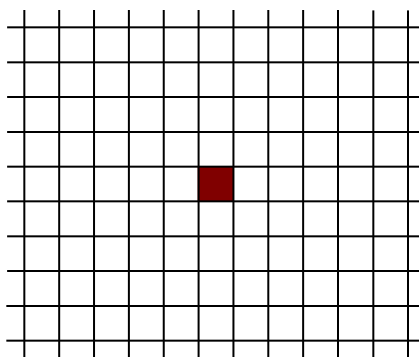
- Απόσταση σκακιέρας

$$D_{\infty}(p, q) = \max\{|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|\}$$

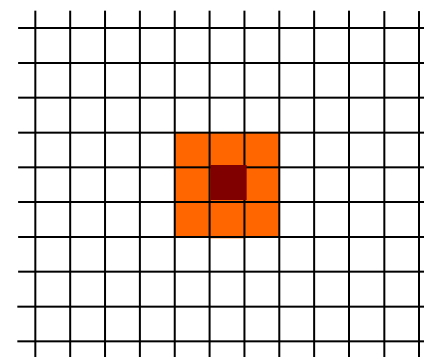
---

Τετραγωνικές γειτονιές  
γύρω από το pixel  $p$  για  
διάφορα  $R$ :

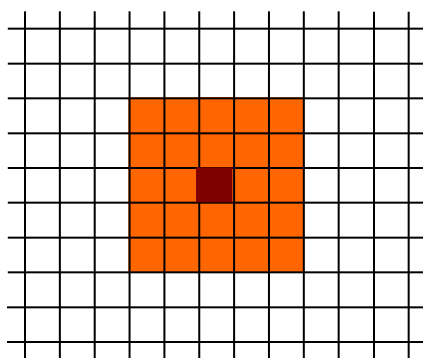
$$D_{\infty}(p, q) \leq R$$



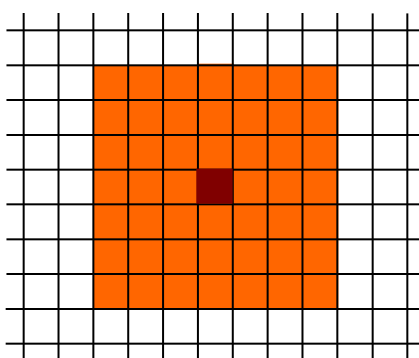
$$D_{\infty}(p, q) = 0$$



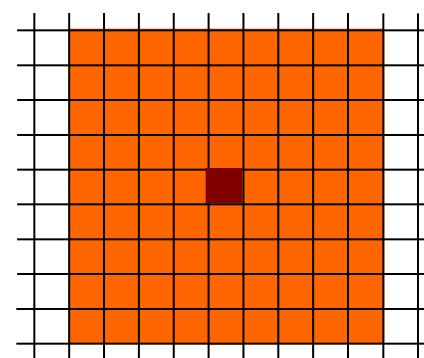
$$D_{\infty}(p, q) \leq 1$$



$$D_{\infty}(p, q) \leq 2$$



$$D_{\infty}(p, q) \leq 3$$



$$D_{\infty}(p, q) \leq 4$$

# Απόσταση Minkowski

Η απόσταση Minkowski είναι μια κλάση μετρικών απόστασης που ορίζονται σε ψηφιακές εικόνες σύμφωνα με τον τύπο:

$$D_n(p, q) = \sqrt[n]{|x_1 - x_2|^n + |y_1 - y_2|^n}$$

\$%& **n = 1** ' ( ) \* + , - . / 0 - & 1 2 3 . & 3 / - 4 5 6 7 5 ## 5 6

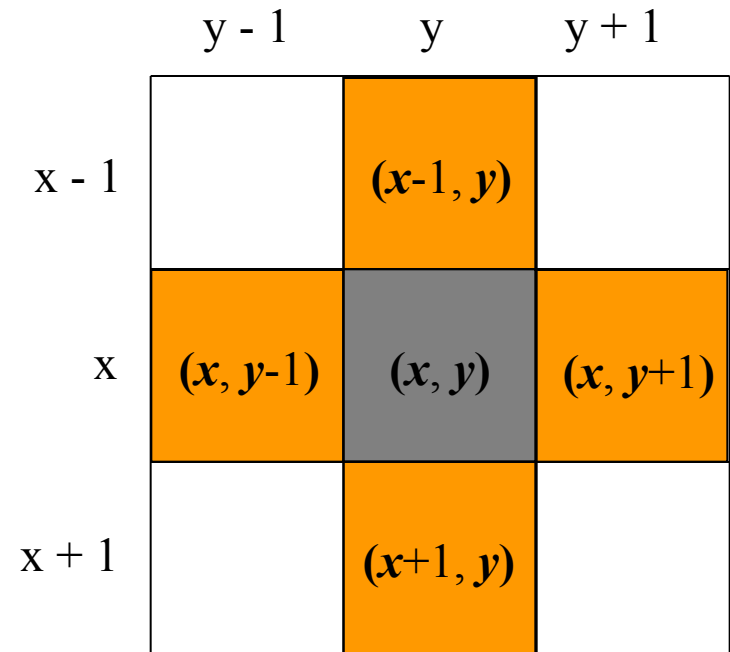
\$%& **n = 2** ' ( ) \* + , - . / 0 - 8 \* 9 : , ; < , % & - & 1 2 3 . & 3 /

\$%& **n = ∞** ' ( ) \* + , - . / 0 - & 1 2 3 . & 3 / - 3 9 & 9 % ' = & >

# Τοπολογικές ιδιότητες

## Γειτνίαση εικονοστοιχείων: 4-γείτονες

- Δύο pixels ονομάζονται *4-γείτονες* αν έχουν απόσταση Manhattan  $D_1 = 1$ .

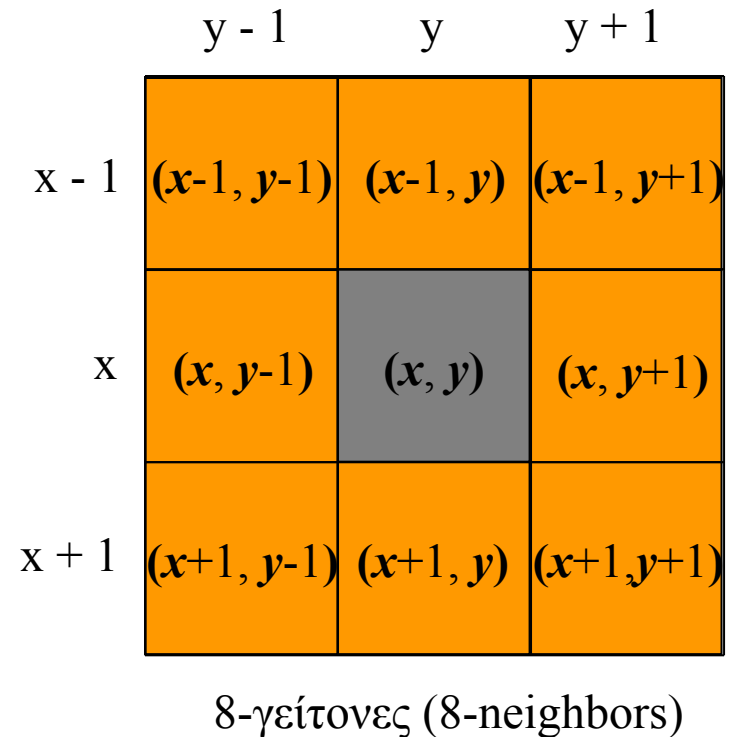


4-γείτονες (4-neighbors)

# Τοπολογικές ιδιότητες

## Γειτνίαση εικονοστοιχείων: 8-γείτονες

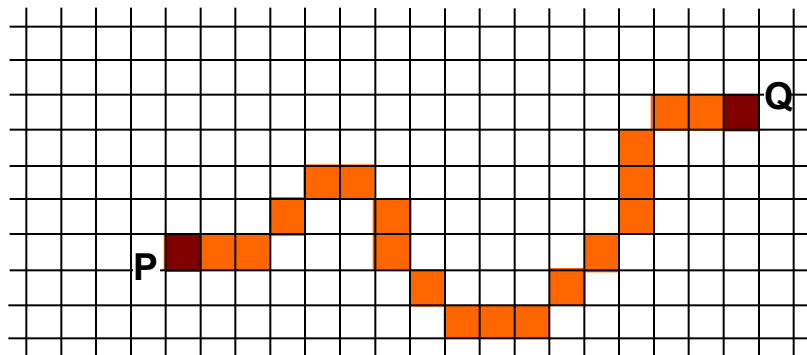
- Δύο pixels ονομάζονται **8-γείτονες** αν έχουν απόσταση σκακιέρας  $D_{\infty} = 1$ .





# Μονοπάτια

- Ένα *μονοπάτι* από το pixel **P** στο pixel **Q** είναι μια ακολουθία από σημεία  $A_1, A_2, \dots, A_n$  όπου  $A_1 = P$ ,  $A_n = Q$  και  $A_{i+1}$  είναι γείτονας του  $A_i$ , για  $i = 1, 2, \dots, n-1$ .
- Ένα *απλό μονοπάτι* είναι ένα μονοπάτι χωρίς επαναλαμβανόμενα pixels.
- Ένα *κλειστό μονοπάτι* είναι ένα απλό μονοπάτι όπου **P** είναι γείτονας του **Q**.

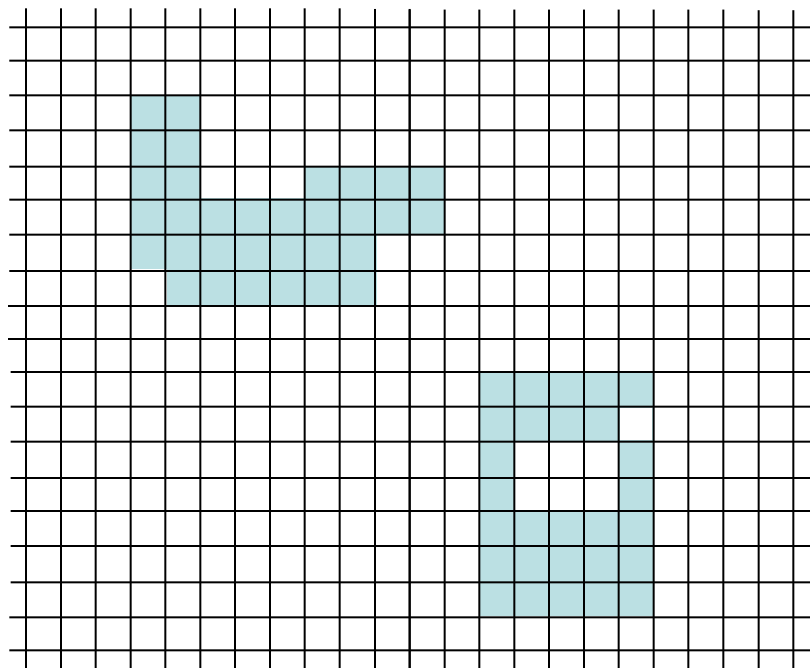


# Περιοχές και Συνεκτικές Περιοχές

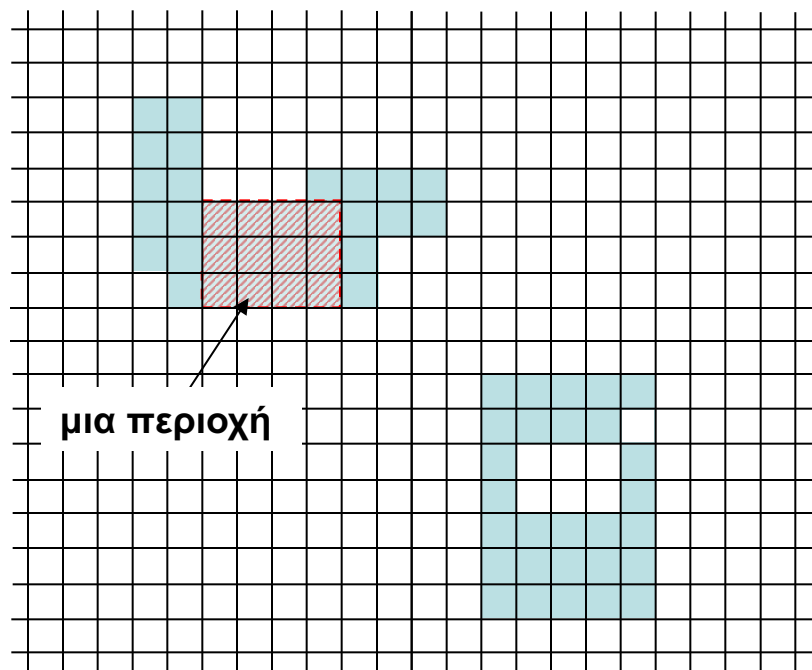
Έστω  $V$  το σύνολο των τιμών γκρίζου που αποδίδονται στα αντικείμενα μιας ψηφιακής εικόνας. Για μια δυαδική (B&W) εικόνα με άσπρα αντικείμενα πάνω σε ένα μαύρο υπόβαθρο,  $V = \{1\}$ .

- Μια **περιοχή** είναι ένα σύνολο εικονοστοιχείων που παίρνουν τιμές από το  $V$  με την ιδιότητα ότι μεταξύ δύο οποιωνδήποτε εικονοστοιχείων του συνόλου υπάρχει ένα μονοπάτι του οποίου όλα τα εικονοστοιχεία επίσης ανήκουν στο σύνολο.
- Δύο εικονοστοιχεία ενός υποσυνόλου  $S$  της εικόνας ονομάζονται **συνδεδεμένα** αν παίρνουν και τα δύο τιμές από το  $V$  και αν υπάρχει ένα μονοπάτι μεταξύ τους που αποτελείται εξ ολοκλήρου από εικονοστοιχεία στο  $S$  που παίρνουν τιμές από το  $V$ .
- Για κάθε pixel  $P$  της ψηφιακής εικόνας, το σύνολο των συνδεδεμένων με το  $P$  pixels ονομάζεται **συνεκτική περιοχή**.

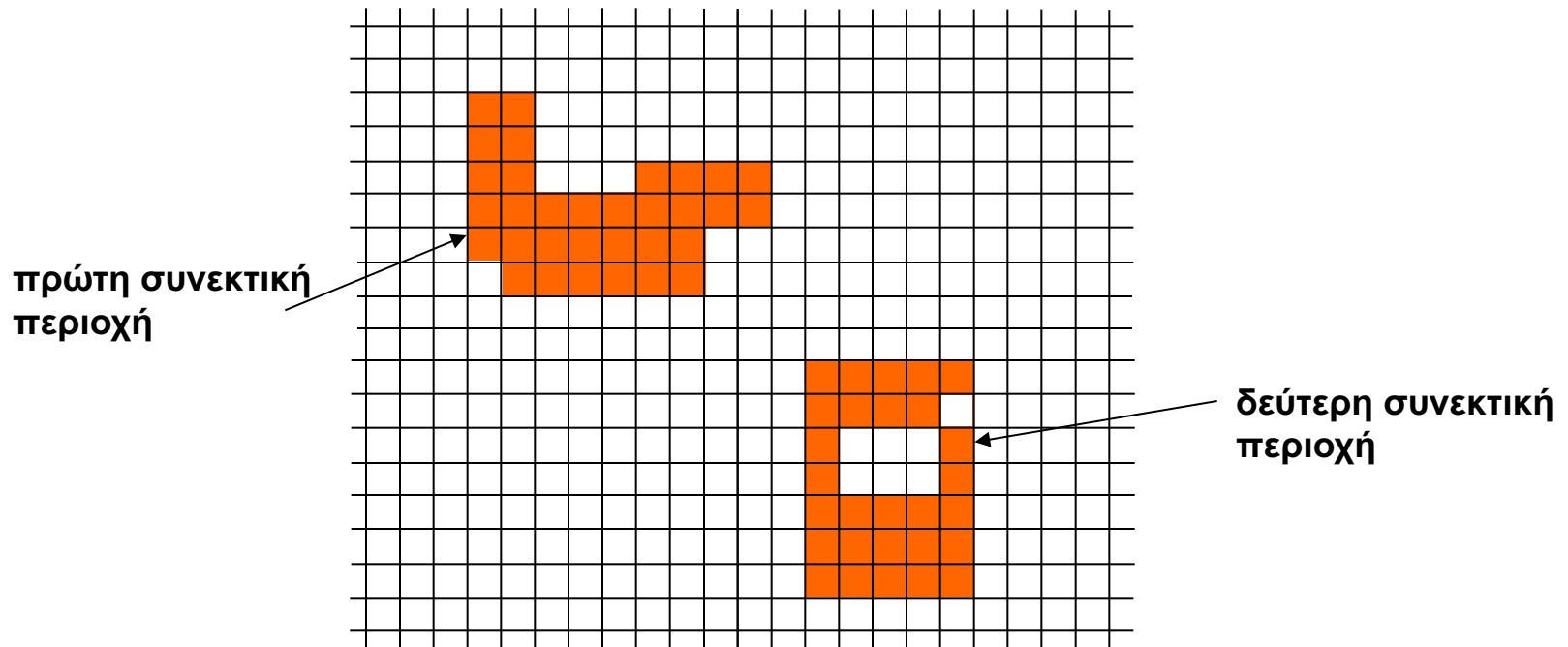
# Τοπολογικές ιδιότητες



# Τοπολογικές ιδιότητες



# Τοπολογικές ιδιότητες



# Συνεκτικότητα (connectivity)

Έστω pixel  $p$  της εικόνας  $f(x,y)$ . Ορίζουμε τα σύνολα:

$$N_4(p) = \{ (x+1, y), (x-1, y), (x, y+1), (x, y-1) \}$$

$$N_D(p) = \{ (x+1, y+1), (x+1, y-1), (x-1, y+1), (x-1, y-1) \}$$

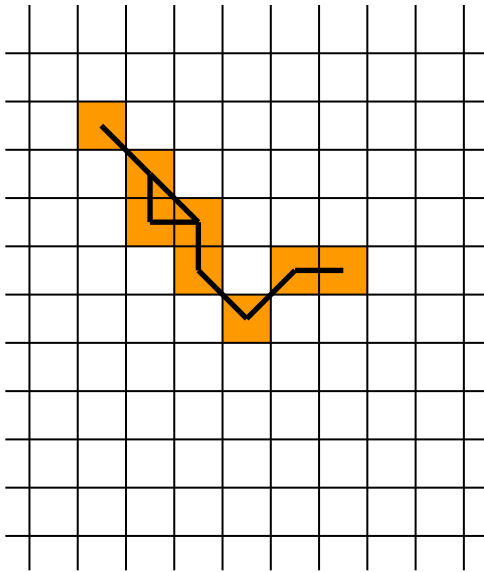
$$N_8(p) = N_4(p) \cup N_D(p)$$

- **4-συνεκτικότητα** (4-connectivity): όταν το pixel  $q \in N_4(p)$  (ανήκει στους 4-γείτονες του  $p$ ) και, μαζί με το  $p$ , παίρνουν τιμές από το σύνολο  $V$ .
- **8-συνεκτικότητα** (8-connectivity): όταν το pixel  $q \in N_8(p)$  (ανήκει στους 8-γείτονες του  $p$ ) και, μαζί με το  $p$ , παίρνουν τιμές από το σύνολο  $V$ .
- **$m$ -συνεκτικότητα** (mixed- ή  $m$ -connectivity). Δύο pixels  $p$  και  $q$  έχουν μικτή συνεκτικότητα όταν παίρνουν τιμές από το σύνολο  $V$  και:

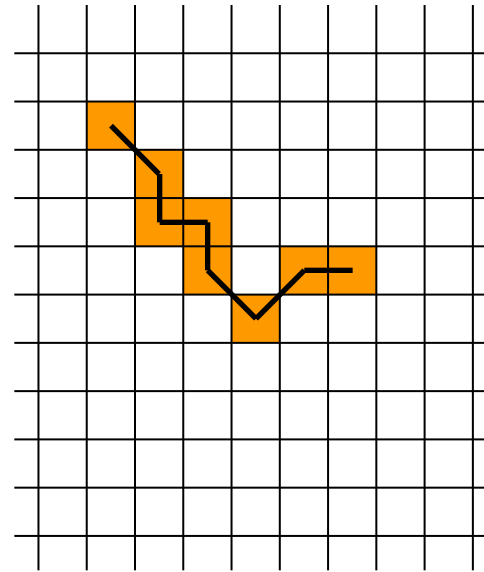
(i)  $q \in N_4(p)$  , ή

(ii)  $q \in N_D(p)$  και ταυτόχρονα  $N_4(p) \cap N_4(q) = \emptyset$ .

## Παράδειγμα ?-συνεκτικότητας



*Ασάφεια μονοπατιού με  
8-connected pixels*



*Μονοπάτι με  
m-connected pixels*

# Εύρεση συνεκτικών περιοχών

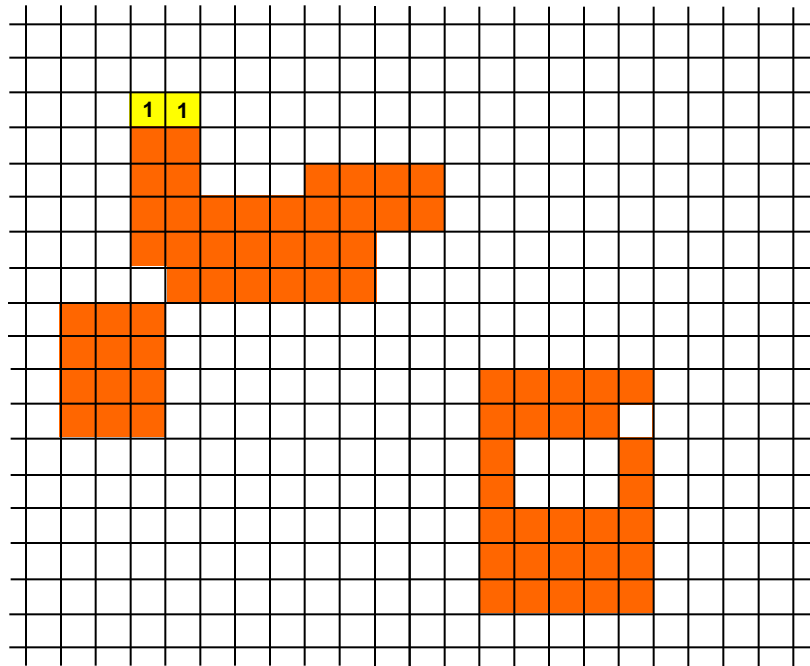
## Ονοματισμός (Labeling) 4-συνεκτικών περιοχών

Υποθέτουμε δυαδικές εικόνες με φόντο στο 0 και αντικείμενα στο 1.

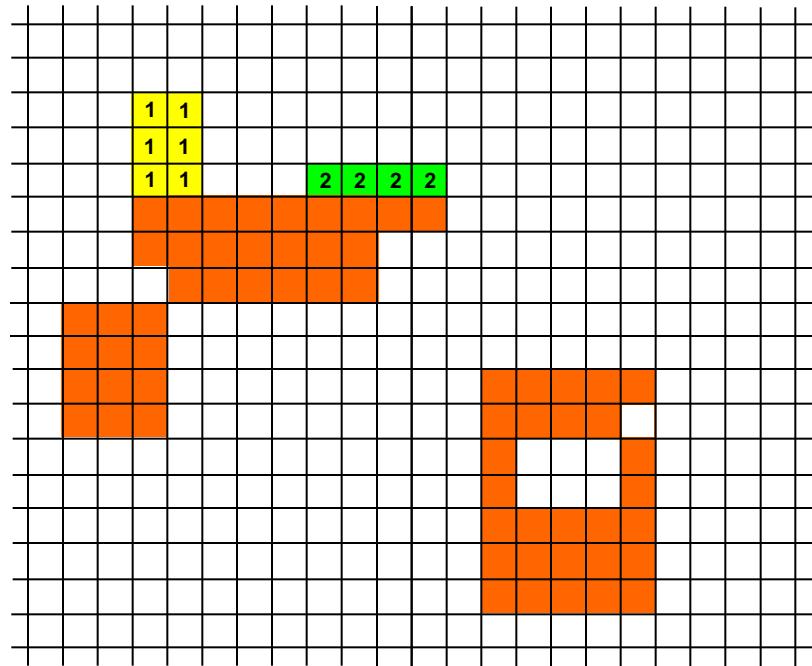
1. Σάρωσε την εικόνα pixel-προς-pixel από αριστερά προς τα δεξιά και από πάνω προς τα κάτω.
2. Έστω  $p$  το τρέχον pixel and  $t, l$  οι από πάνω και από αριστερά γείτονες, αντίστοιχα. Οι  $t$  και  $l$  έχουν ήδη ονοματιστεί λόγω του τρόπου που γίνεται η σάρωση. Αν η τιμή του  $p$  είναι 0, προχώρα στο επόμενο pixel. Ειδιάλλως: α) αν  $t$  και  $l$  ανήκουν στο φόντο, δώσε μια καινούργια ετικέτα (label) στο  $p$ , β) αν μόνο ο ένας από τους δύο γείτονες έχει τιμή 1, δώσε την ετικέτα του και στο  $p$ , γ) αν και τα δύο είναι 1 και έχουν την ίδια ετικέτα, δώσε την ετικέτα τους και στο  $p$ , και τέλος δ) αν και τα δύο είναι 1 αλλά έχουν διαφορετικές ετικέτες, εκχώρησε μια από τις ετικέτες στο  $p$  και σημείωσε ότι οι δύο ετικέτες είναι ισοδύναμες (δηλαδή, ότι τα  $t$  και  $l$  είναι συνδεδεμένα μέσω του  $p$ ).
3. Ταξινόμησε όλα τα ζεύγη με τις ισοδύναμες ετικέτες σε κλάσεις ισοδυναμίας, αντιστοίχισε μια διαφορετική ετικέτα σε κάθε κλάση και ξανασάρωσε την εικόνα αντικαθιστώντας την κάθε ετικέτα με αυτήν που δόθηκε στην κλάση ισοδυναμίας στην οποία ανήκει.



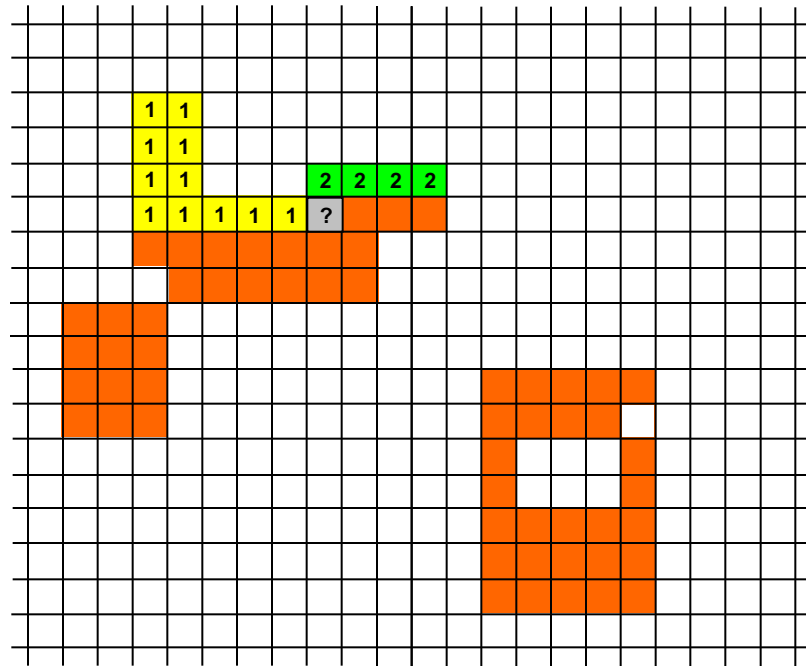
# Εύρεση 4-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση



# Εύρεση 4-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση



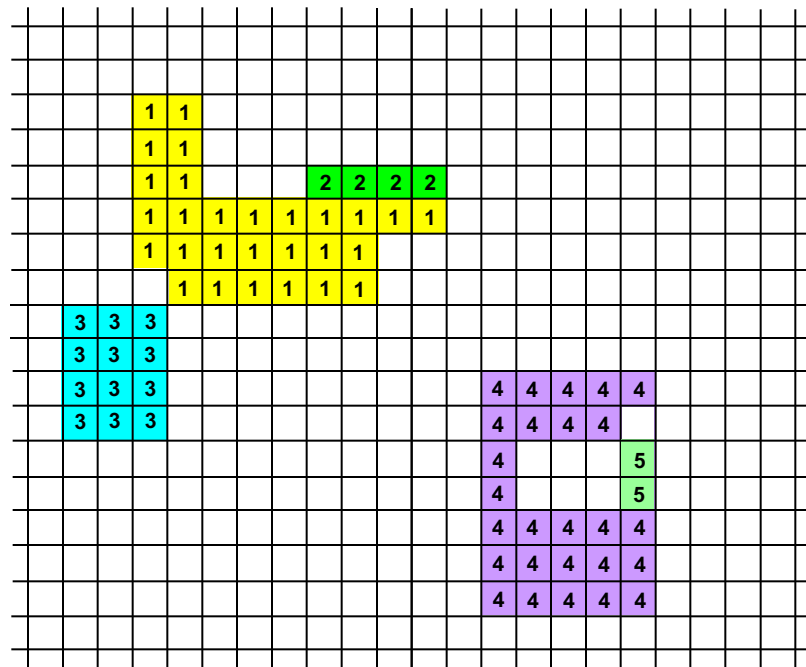
# Εύρεση 4-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση



Κλάσεις  
Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2$$

# Εύρεση 4-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση

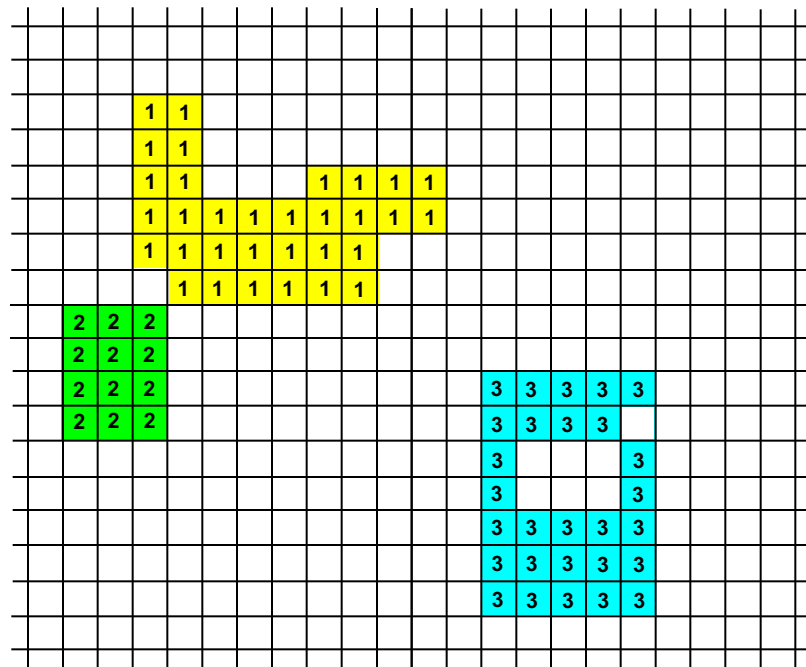


Κλάσεις  
Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2$$

$$4 \equiv 5$$

# Εύρεση 4-συνεκτικών περιοχών: 2<sup>η</sup> σάρωση



Κλάσεις  
Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2 \leftrightarrow 1$$

$$3 \leftrightarrow 2$$

$$4 \equiv 5 \leftrightarrow 3$$

# Εύρεση συνεκτικών περιοχών

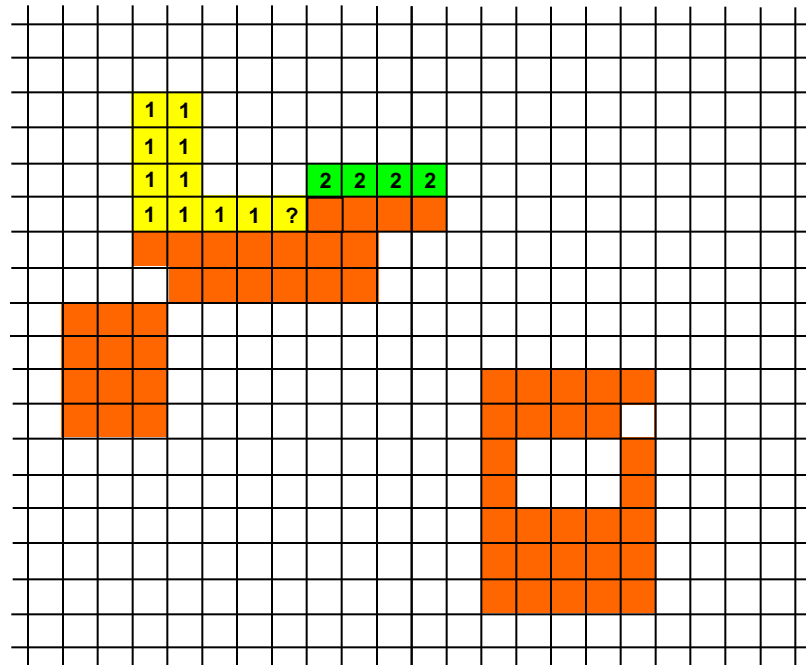
## Ονοματισμός 8-συνεκτικών περιοχών

Υποθέτουμε ξανά δυαδικές εικόνες με φόντο στο 0 και αντικείμενα στο 1 και την ίδια διαδικασία σάρωσης.

Τώρα όμως, θεωρούμε και τους δύο από πάνω διαγώνιους γείτονες, **q** & **s**.

1. Όπως και προηγουμένως ...
2. Αν η τιμή του **p** είναι 0, προχώρα στην επόμενη θέση σάρωσης. Αν το **p** είναι 1 ενώ οι τέσσερις γείτονες είναι 0, δώσε μια νέα ετικέτα στο **p**. Αν μόνο ένας γείτονας έχει την τιμή 1, δώσε την ετικέτα του και στο **p**. Τέλος, αν δύο ή περισσότεροι γείτονες έχουν την τιμή 1, δώσε μια από τις ετικέτες στο **p** και σημείωσε κατάλληλα τις ισοδυναμίες.
3. Όπως και προηγουμένως ...

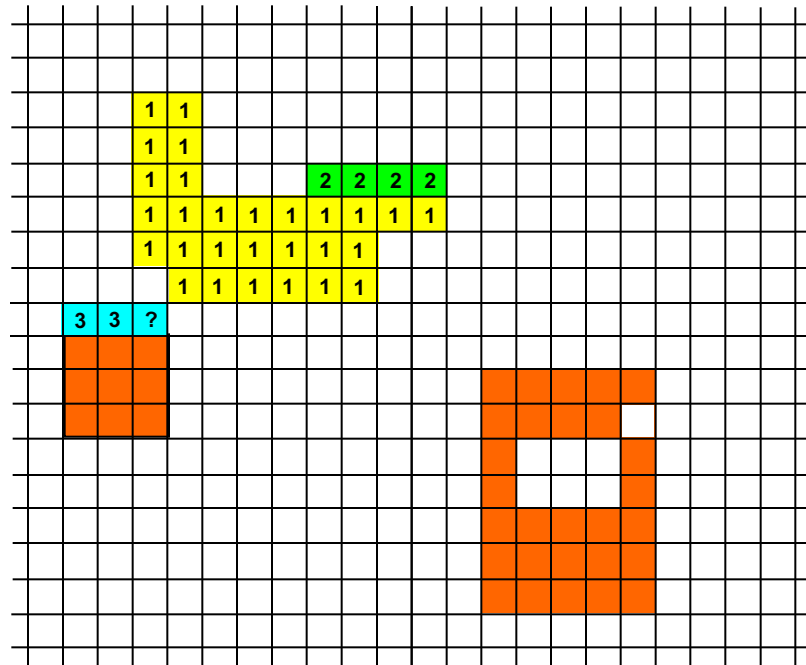
# Εύρεση 8-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση



Κλάσεις  
Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2$$

# Εύρεση 8-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση



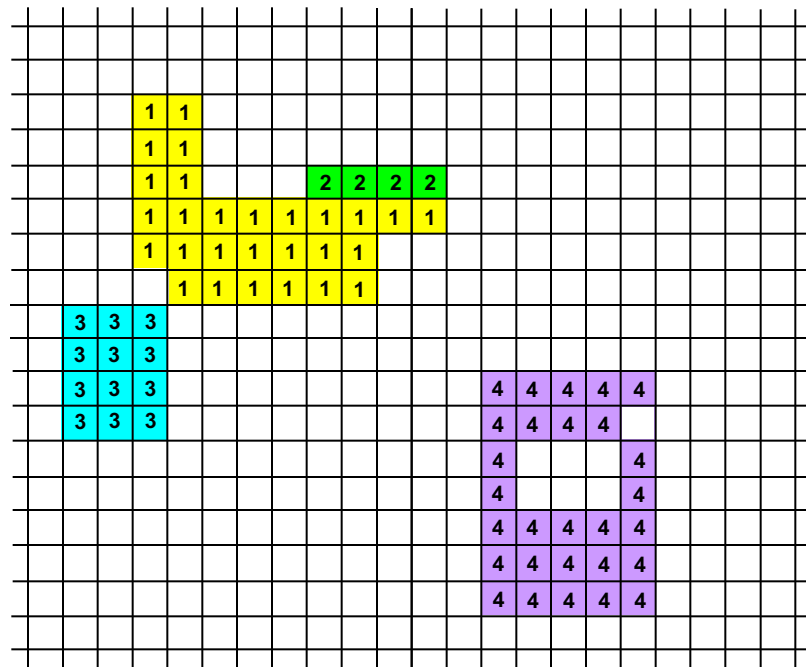
Κλάσεις  
Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2$$

$$1 \equiv 3$$



# Εύρεση 8-συνεκτικών περιοχών: 1<sup>η</sup> σάρωση

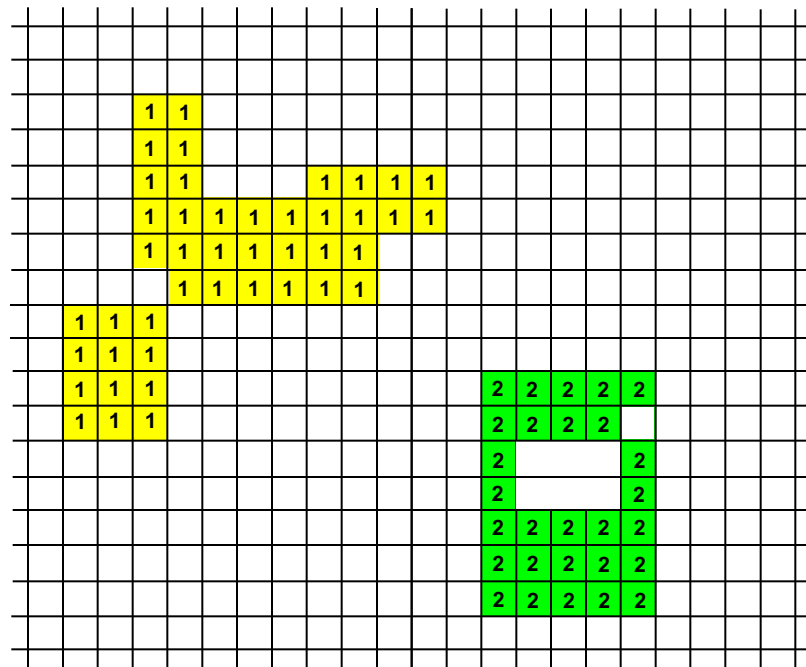


Κλάσεις  
Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2$$

$$1 \equiv 3$$

## Εύρεση 8-συνεκτικών περιοχών: 2<sup>η</sup> σάρωση



## Κλάσεις Ισοδυναμίας

$$1 \equiv 2 \equiv 3 \leftrightarrow 1$$

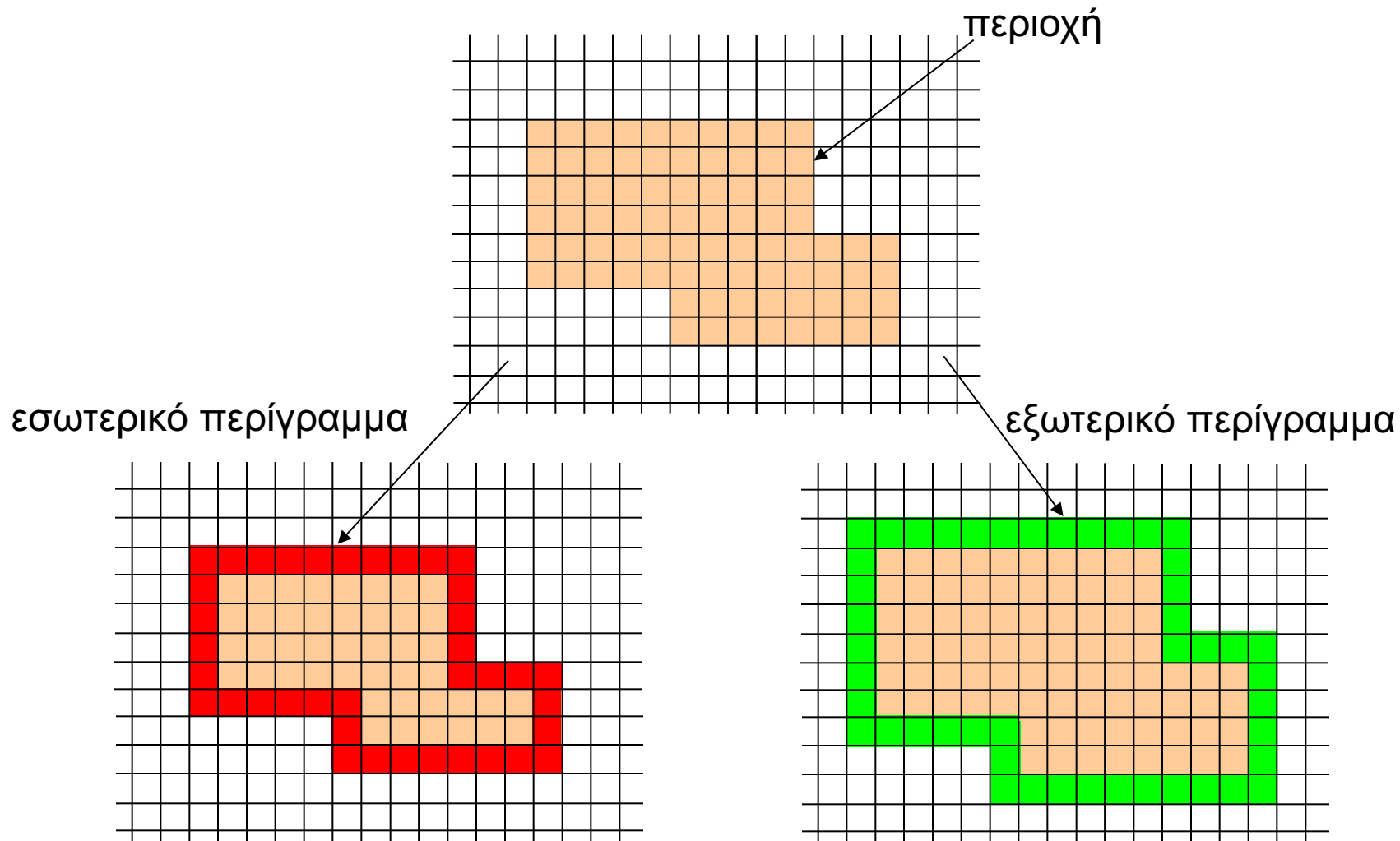
$$4 \leftrightarrow 2$$

# Τοπολογικές ιδιότητες

## Περίγραμμα

- Το **περίγραμμα** ή **όριο** μιας περιοχής  $R$  είναι το σύνολο των pixels που ανήκουν στην περιοχή και που έχουν έναν ή περισσότερους γείτονες έξω από την περιοχή.
- Διαισθητικά, είναι το σύνολο των σημείων στο όριο της περιοχής και ορισμένες φορές ονομάζεται **εσωτερικό περίγραμμα**.
- Το περίγραμμα του υποβάθρου (δηλαδή του συμπληρώματος της δυαδικής εικόνας) ονομάζεται **εξωτερικό περίγραμμα** της περιοχής.

# Εσωτερικά/εξωτερικά περιγράμματα



# Αναπαράσταση περιγραμμάτων

- Οι *αλυσιδωτοί κώδικες* μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την περιγραφή ή αναπαράσταση του περιγράμματος μιας συνεκτικής περιοχής.

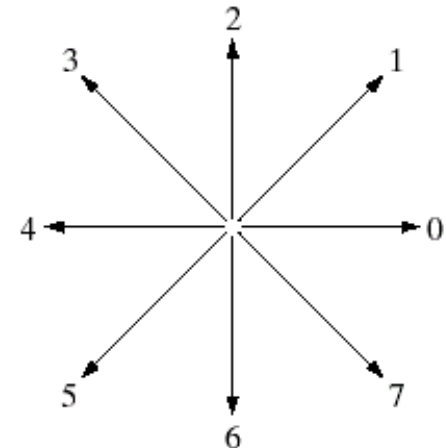
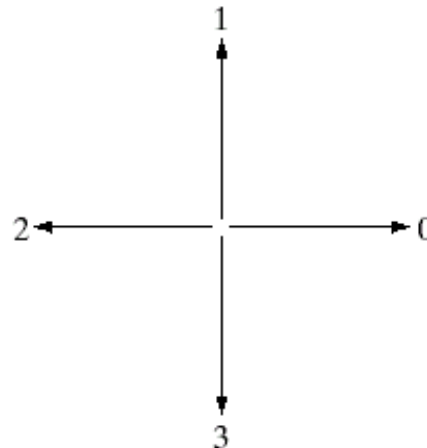
*Ακολουθούμε το περίγραμμα σε προκαθορισμένη φορά (π.χ. δεξιόστροφη) και καταγράφουμε τις κατευθύνσεις καθώς μετακινούμαστε από ένα ρίxel στο επόμενο. Για την τυπική εφαρμογή του αλυσιδωτού κώδικα θεωρούμε ότι ένα ρίxel του περιγράμματος είναι ρίxel του αντικειμένου που έχει τουλάχιστον ένα ρίxel του υποβάθρου στους 4-γείτονές του.*

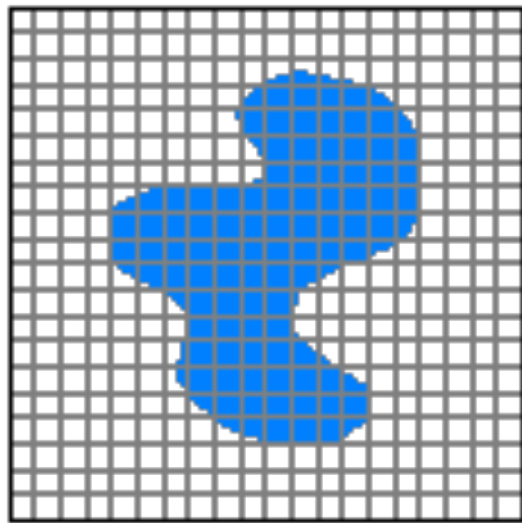
a b

Κωδικοί αριθμοί  
κατευθύνσεων για:

(a) αλυσιδωτούς κώδικες  
4 κατευθύνσεων, και

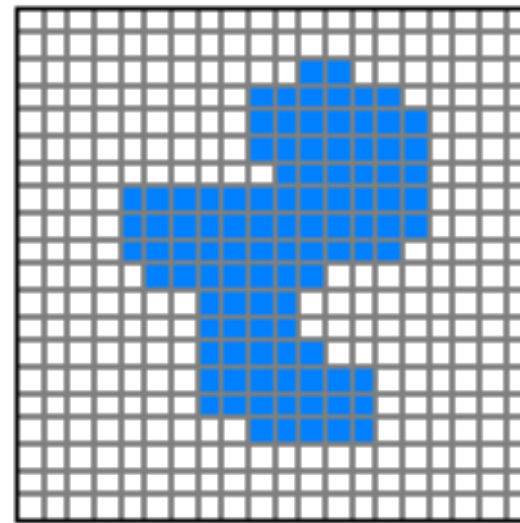
(b) αλυσιδωτούς κώδικες  
8 κατευθύνσεων





(a)

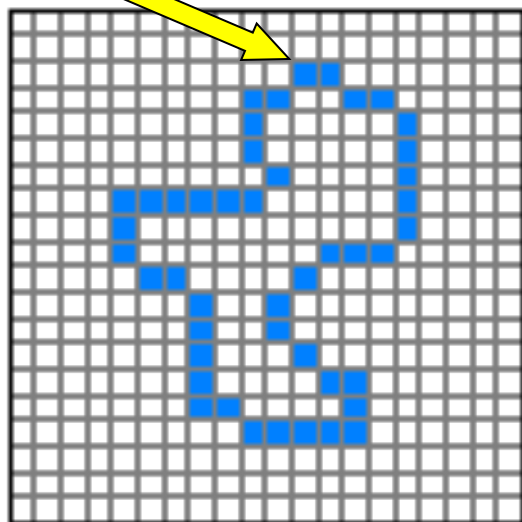
ψηφιοποίηση  
→



(b)

αρχικό  
σημείο  
↘

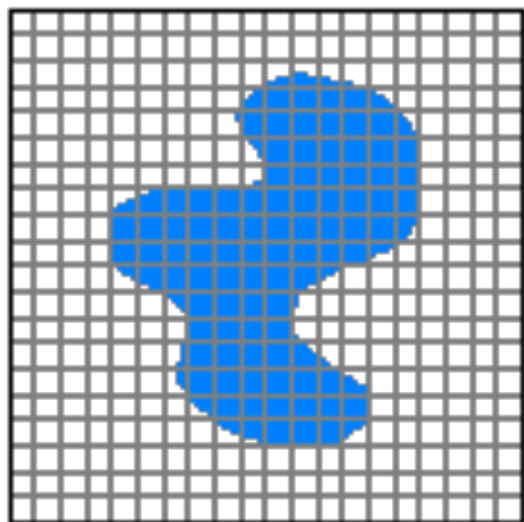
περίγραμμα  
↙



(c)

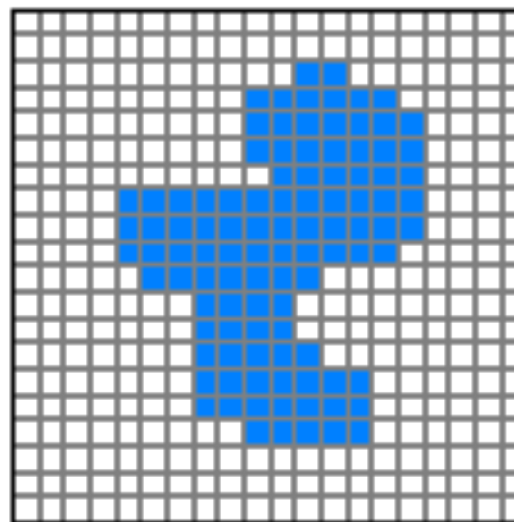
Αλυσιδωτός κώδικας 8 κατευθύνσεων,  
αριστερόστροφος, με αρχή στο πάνω-  
αριστερά σημείο του περιγράμματος:

**546675444466707666607000022**  
**43321100122223434**



(a)

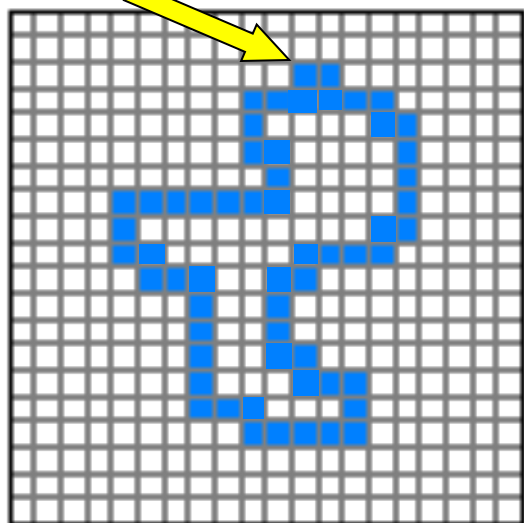
ψηφιοποίηση  
→



(b)

αρχικό  
σημείο  
↘

περίγραμμα  
↙



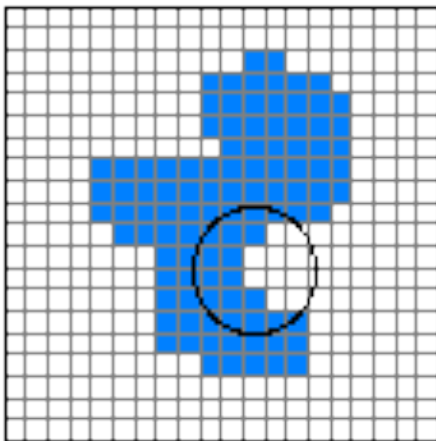
(c)

Αλυσιδωτός κώδικας 4 κατευθύνσεων,  
αριστερόστροφος, με αρχή στο πάνω-  
αριστερά σημείο του περιγράμματος:

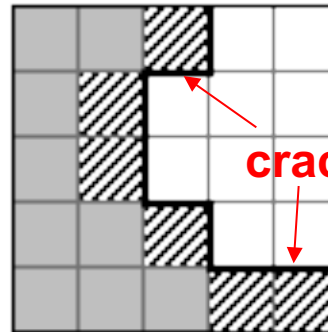
**32233033222222330300333330030**  
**00011221211101000101111212212**

# Αναπαράσταση περιγραμμάτων

- *Οι κώδικες ακμών (crack codes)* μπορούν επίσης να χρησιμοποιηθούν για την αναπαράσταση του περιγράμματος μιας συνεκτικής περιοχής. Οι κώδικες αυτοί δεν χρησιμοποιούν pixels ούτε από το εσωτερικό ούτε από το εξωτερικό περίγραμμα αλλά χρησιμοποιούν την γραμμή (ακμή ή *"crack"*) που χωρίζει το αντικείμενο από το υπόβαθρο. Αυτό εξηγείται σε μια μεγέθυνση ενός τμήματος της παρακάτω εικόνας. Οι κώδικες ακμών έχουν την ίδια μορφή με τους αλυσιδωτούς κώδικες 4 κατευθύνσεων.



μεγέθυνση  
→



Έναρξη από πάνω:

Chain code: **56770**

Crack code: **32330300**



# **Αριθμητικές και Λογικές Λειτουργίες**

# Αριθμητικές Πράξεις

- Χρησιμοποιούνται εκτεταμένα στους περισσότερους κλάδους της επεξεργασίας εικόνας
- Αριθμητικές πράξεις μεταξύ δύο pixels  $p$  και  $q$ :
  - $1=23@, 3/$ :  $p + q$  (π.χ. χρησιμοποιείται για μίξη εικόνων, εξαγωγή μέσων όρων και ελάττωση θορύβου)
  - $\&A\&;=, 3/$ :  $p - q$  (βασικό εργαλείο στην επεξεργασία ιατρικών εικόνων)
  - $1 ) :B3+2>$ :  $p \times q$  (π.χ. για διορθώσεις αλλοιώσεων στις αποχρώσεις γκρίζου που οφείλονται είτε σε ανομοιογενή φωτισμό είτε στον αισθητήρα απόκτησης της εικόνας)
  - $<\% \&;=, 3/$ :  $p \div q$  (π.χ. σε εφαρμογές τηλεπισκόπησης)
- Οι αριθμητικές πράξεις εκτελούνται σε ολόκληρες τις εικόνες pixel προς pixel.

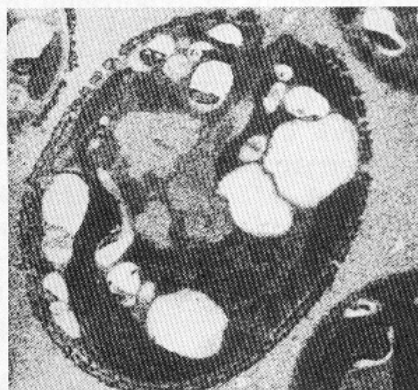
# Εξαγωγή Μέσου Όρου



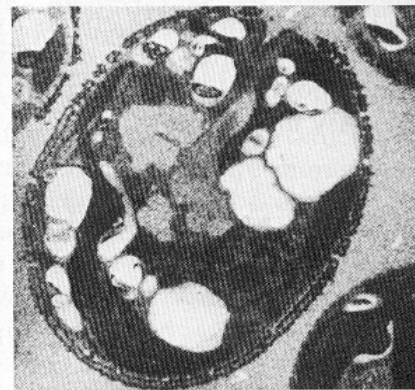
(a)



(b)



(c)



(d)



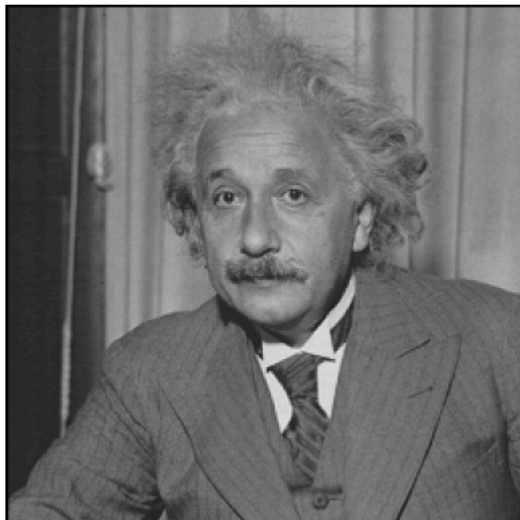
(e)



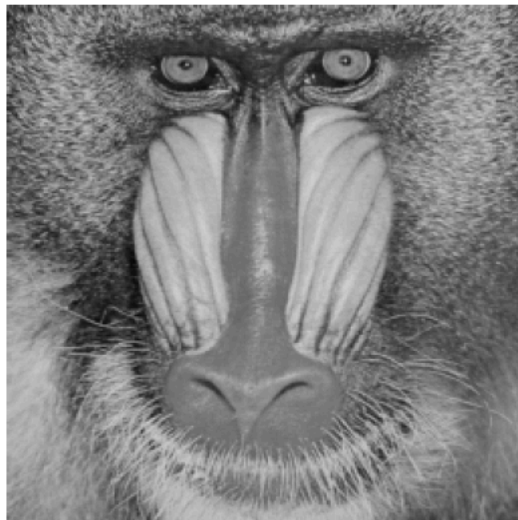
(f)

**Figure 4.18** Example of noise reduction by averaging: (a) a typical noisy image; (b) results of averaging 2, 8, 16, 32, and 128 noisy images.

# Μίξη Εικόνων



(α)



(β)

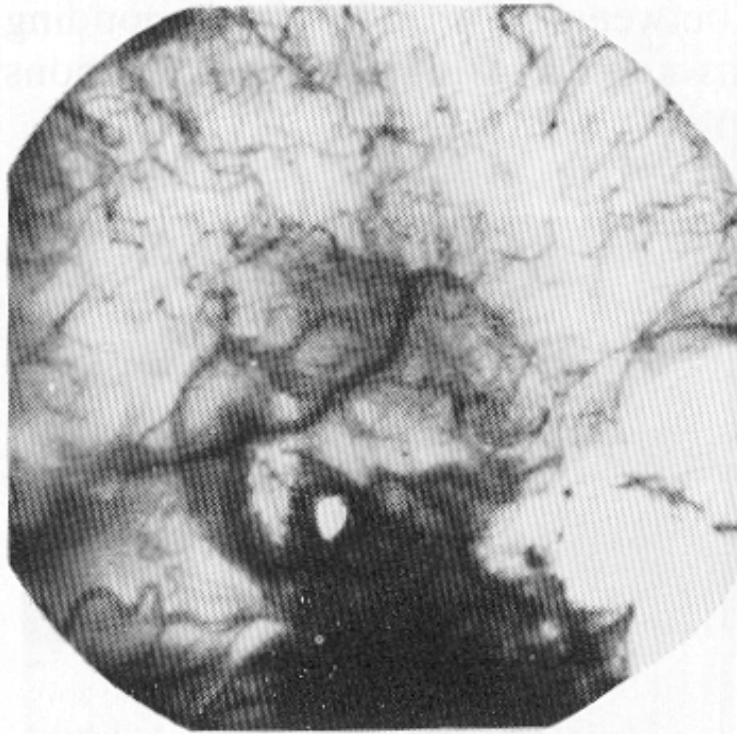


(γ)

Εικ. 15. Μίξη εικόνων: (α) και (β) οι αρχικές εικόνες, (γ) το αποτέλεσμα μίξης.



## Αφαίρεση Εικόνων



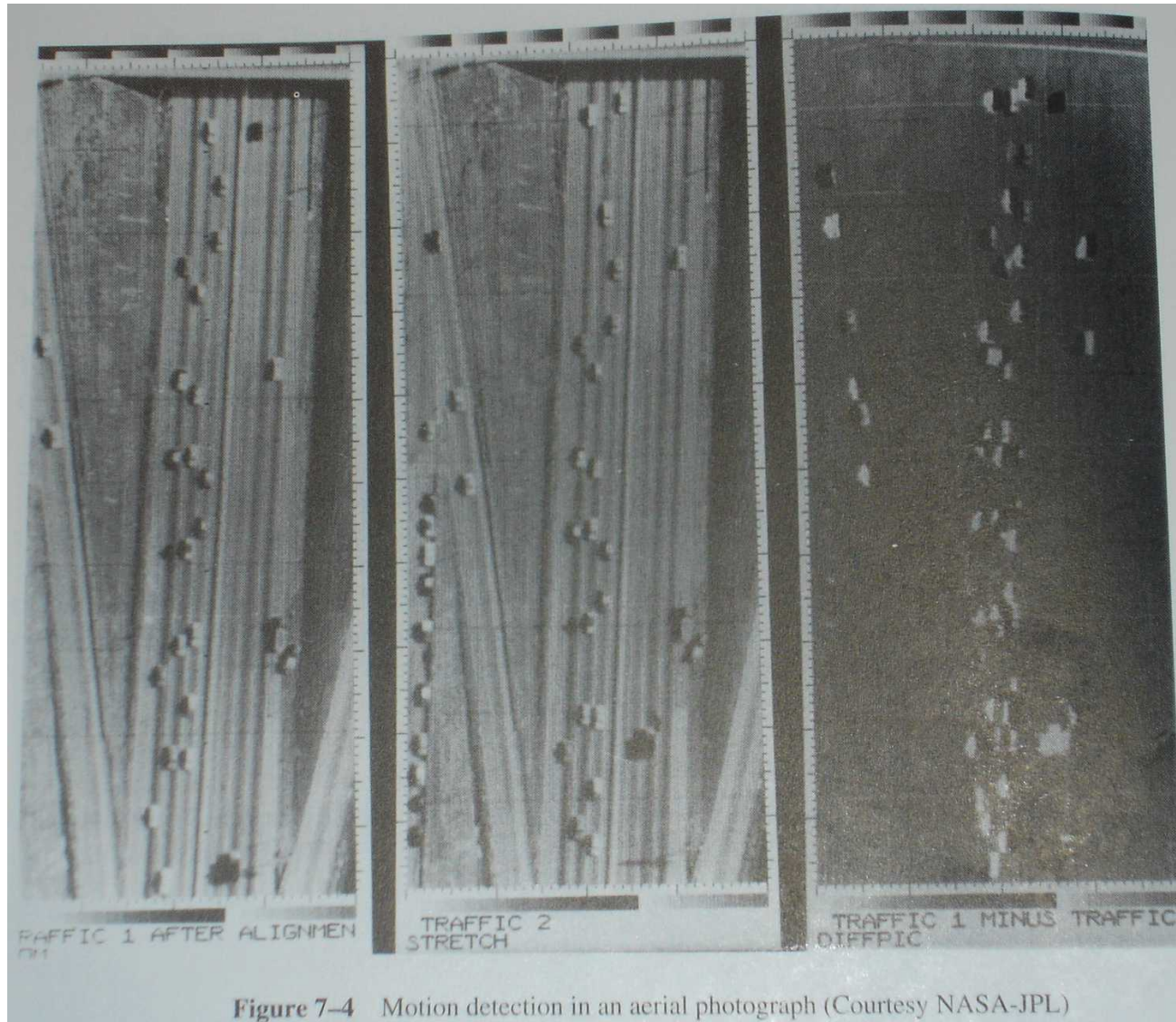
(a)



(b)

**Figure 4.17** Enhancement by image subtraction: (a) mask image; (b) image (after injection of dye into the bloodstream) with mask subtracted out.

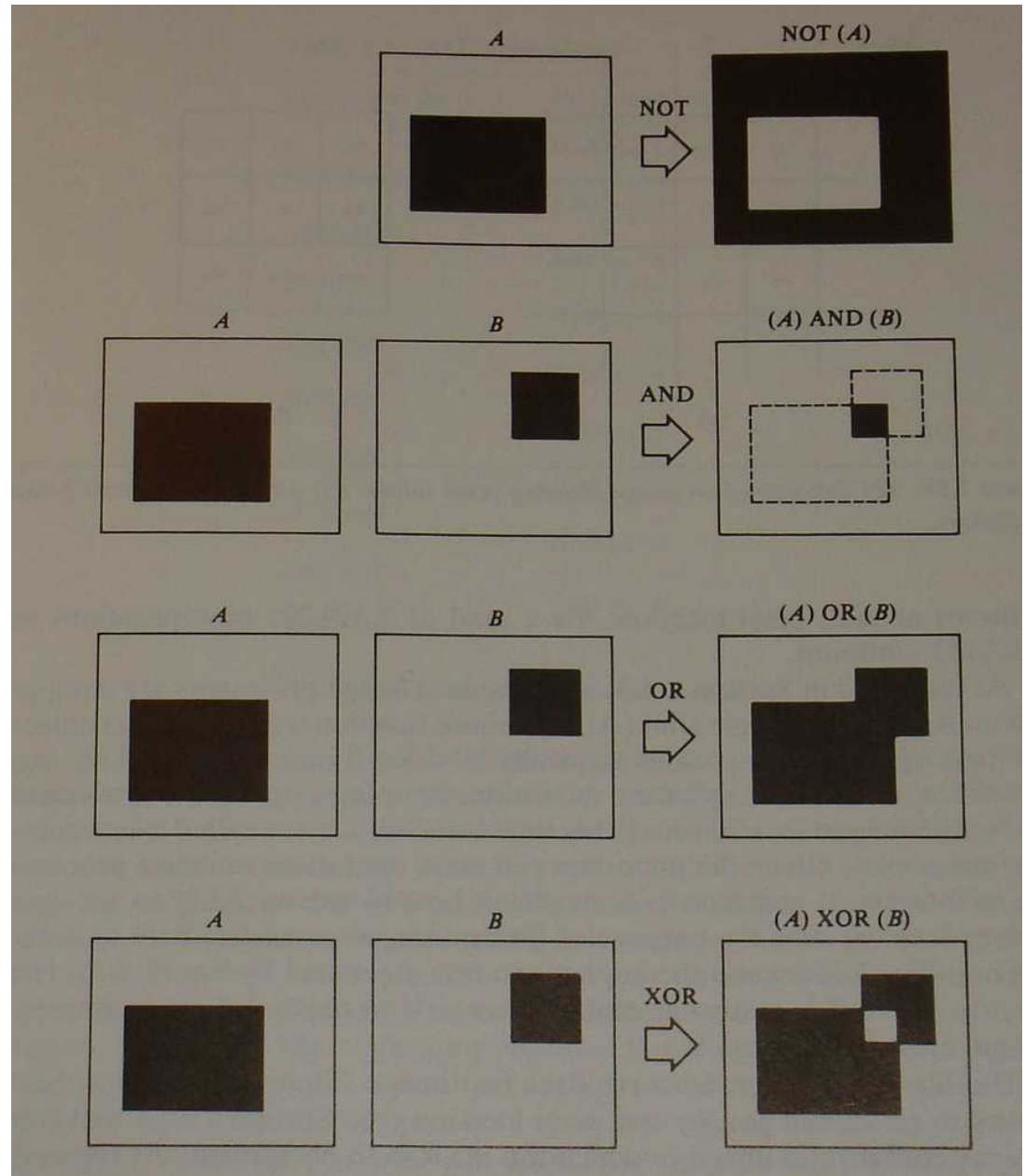
# Ανίχνευση κίνησης μέσω αφαίρεσης



# Λογικές Πράξεις

- **AND** :  $p \wedge q$
- **OR** :  $p \vee q$
- **NOT** :  $\neg p$  (συμπλήρωμα εικόνας)
- Οι λογικοί τελεστές εφαρμόζονται μόνο σε δυαδικές εικόνες
- αντιθέτως, οι αριθμητικοί τελεστές εφαρμόζονται σε πλειότιμες (multivalued) εικόνες
- οι λογικές πράξεις χρησιμοποιούνται σε εφαρμογές επιλογής ή απομόνωσης περιοχών μιας εικόνας (μασκάρισμα ή masking), ανίχνευσης χαρακτηριστικών (feature detection) και ανάλυσης μορφής
- οι λογικές πράξεις εκτελούνται σε ολόκληρες τις εικόνες pixel προς pixel.

# Λογικές Λειτουργίες







(α)



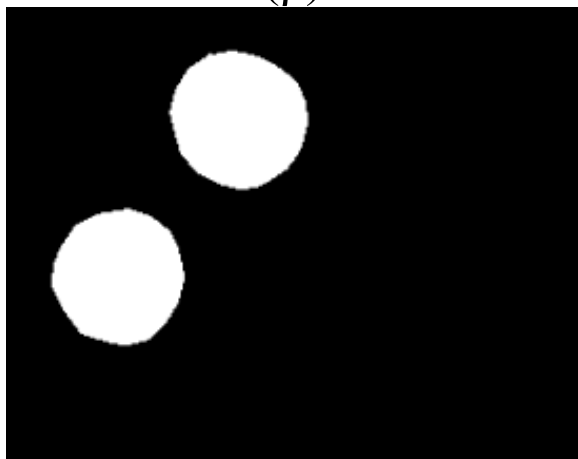
(β)



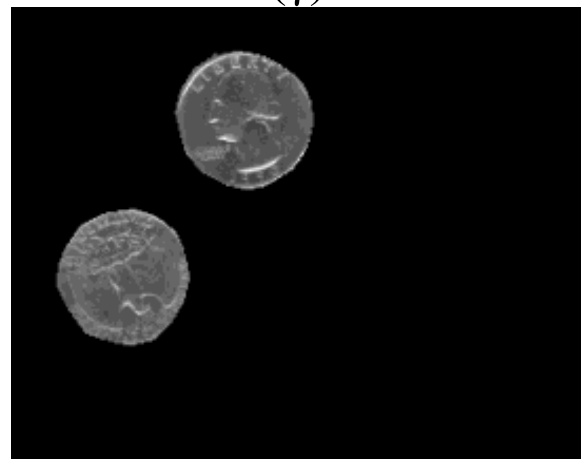
(γ)



(δ)



(ε)



(στ)

Επιλογή περιοχών ψηφιακής εικόνας με χρήση μάσκας: (α) αρχική εικόνα, (β, δ) δύο μάσκες, (ε) λογικό OR των (β) και (δ), (γ, στ) αποτελέσματα επιλογής με τις μάσκες (β) και (ε) αντίστοιχα

# Βιβλιογραφία

Οι παρούσες διαφάνειες έχουν δημιουργηθεί από τον Καθηγητή κ. Ν. Βασιλά για το μάθημα «Επεξεργασία Εικόνας», ακαδημαϊκό έτος 2017-2018.