



Επιστημονικός Υπολογισμός

Χειμερινό Εξάμηνο

Εργαστηριακή Άσκηση

Καθηγητές: Ευστράτιος Γαλλόπουλος

ΑΜ	Επώνυμο	Όνομα	Έτος
1084567	Βιλλιώτης	Αχιλλέας	4 ^ο

Περιεχόμενα

0	Στοιχεία υπολογιστικού συστήματος	3
1	Χρονομετρήσεις	4
i.	4
ii.	4
2	Ειδικοί επιλυτές και αραιά μητρώα	6
i.	6
ii.	6
3	Τανυστές	7
i.	7
ii.	7
4	Επίλυση ΣΘΟ συστημάτων με PCG	7



0 Στοιχεία υπολογιστικού συστήματος

Χαρακτηριστικό	ενδεικτική απάντηση
Έναρξη/λήξη εργασίας	16/1/21 - 20/1/21
Model	Custom Desktop
OS	Windows 11 Pro 23H2
processor name	AMD Ryzen 5 5600G
processor speed	3.9Ghz (base)
number of processors	1
total # of cores	6
total # of threads	12
FMA instruction	yes
L1 cache	2x6x32 KBytes (instruction + data), 8-way write-back
L2 cache	6x512 KBytes, 8-way write-back
L3 cache	1x16 Mbytes, 16-way write-back
Gflops/s	528
Memory	32GB DDR4 @ 3200MHz, CL16
Memory Bandwidth	51.196GB/s
MATLAB Version	'23.2.0.2485118 (R2023b) Update 6'
BLAS	'Intel(R) oneAPI Math Kernel Li- brary Version 2021.3-Product Build 20210611 for Intel(R) 64 architecture applications (CNR branch auto)'
LAPACK	'Intel(R) oneAPI Math Kernel Li- brary Version 2021.3-Product Build 20210611 for Intel(R) 64 architec- ture applications (CNR branch auto) supporting Linear Algebra PACKage (LAPACK 3.9.0)'

Στοιχεία συστήματος [2]

Computer Type	LU	FFT	ODE	Sparse	2-D	3-D
Mac mini, Apple M2 @ 3.50 GHz	0.5551	0.1516	0.0767	0.2470	0.1682	0.1430
Windows 11, Intel Core i9-12900 @ 2.4 GHz	0.2516	0.1523	0.0881	0.4521	0.1890	0.2359
This machine	0.5087	0.1988	0.1574	0.4930	0.2405	0.2416
Windows 11, AMD Ryzen Threadripper(TM) 3970x @ 3.7 GHz	0.1945	0.1662	0.1723	1.2129	0.1981	0.1274
Windows 11, Intel Core i7-1185G7 @ 3.00 GHz	0.6690	0.3013	0.1433	0.3440	0.2774	0.1461
iMac, macOS 13.2.1, Intel Core i9 @ 3.6 GHz	0.3347	0.2679	0.1336	0.2840	0.6960	0.3816
Debian 11(R), AMD Ryzen Threadripper 2950x @ 3.50 GHz	0.3384	0.2465	0.1597	1.2545	0.2516	0.1971
Windows 11, AMD Ryzen(TM) 5 Pro 6650U @ 2.9 GHz	0.6419	0.3626	0.1273	0.5449	0.3753	0.2346
MacBook Pro, macOS 11.7.2, Intel(R) Core(TM) i7 @ 2.9 GHz	0.8710	0.5960	0.2006	0.5297	1.7433	0.7368

Place the cursor near a computer name for system and version details. Before using this data to compare different versions of MATLAB, or to download an updated timing data file, see the help for the bench function by typing "help bench" at the MATLAB prompt.

Αποτελέσματα εντολής bench



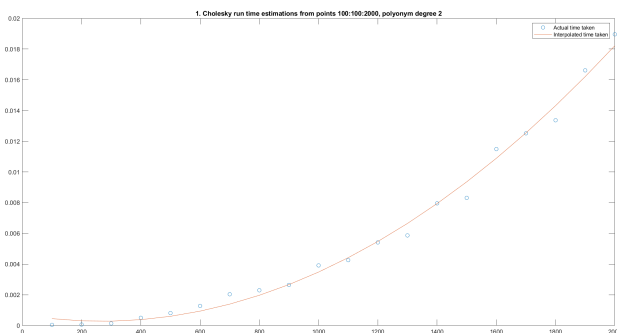
1 Χρονομετρήσεις

i.

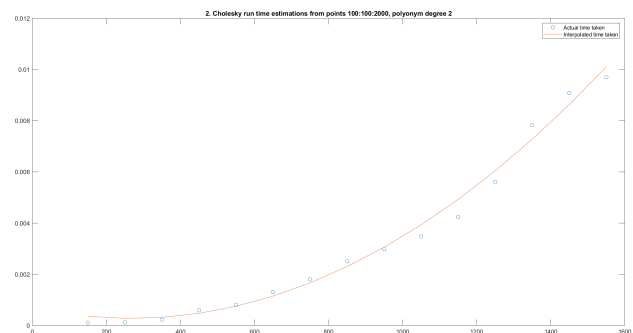
Υλοποιήθηκαν δύο αρχεία κώδικα, τα `question1.m` και `chol_timeit.m`. Το πρώτο υπολογίζει τον χρόνο εκτέλεσης της Cholesky και εμφανίζει τα απαιτούμενα γραφήματα. Η δεύτερη παρέχει εύκολη πρόσβαση στον υπολογισμό χρόνου εκτέλεσης της Cholesky.

ii.

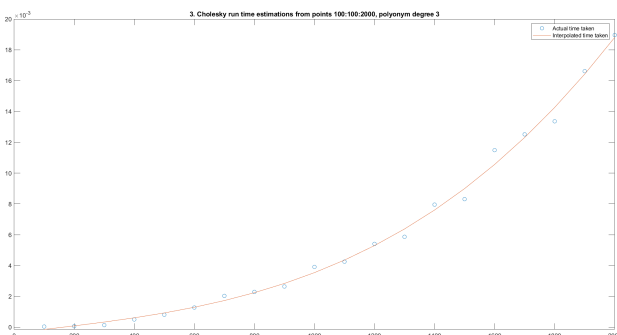
Παρατηρούμε πως όλα τα πολυώνυμα καταφέρνουν να προσεγγίσουν τον πραγματικό χρόνο εκτέλεσης. Ειδικά, για τους χρόνους εκτέλεσης που δεν εκτελέστηκε η `polyfit` (150:100:1550), τα πολυώνυμα τρίτου και τέταρτου βαθμού έχουν αρκετά καλύτερη απόδοση από το δεύτερου βαθμού. Επίσης υπάρχει μεγάλη ομοιότητα μεταξύ των δύο, το οποίο σημαίνει πως ένα πολυώνυμο τρίτου βαθμού αρκεί για να υπολογιστεί ο χρόνος εκτέλεσης και άρα όντως επιβεβαιώνεται πειραματικά το Ω της Cholesky.



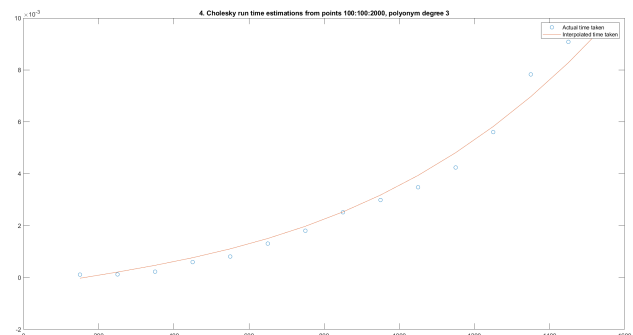
Εκτίμηση χρόνου Cholesky με πολυώνυμο δευτέρου βαθμού.



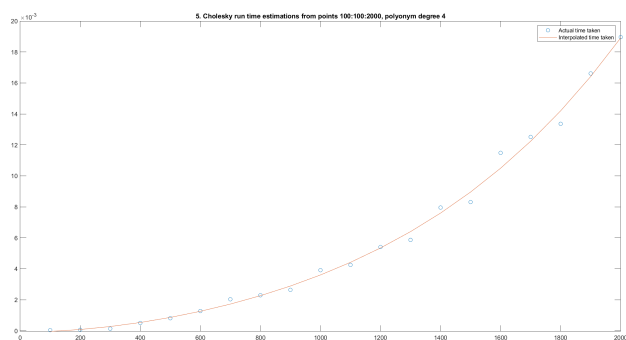
Εκτίμηση διαφορετικών Cholesky με το προηγούμενο πολυώνυμο δευτέρου βαθμού.



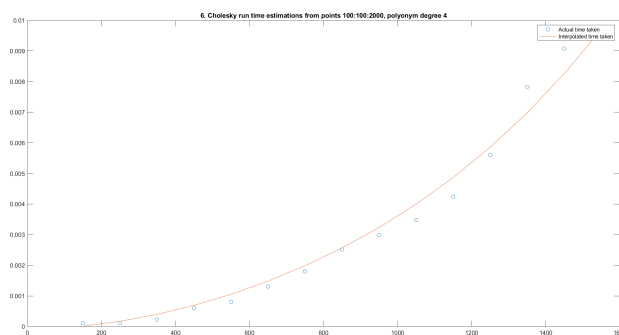
Εκτίμηση χρόνου Cholesky με πολυώνυμο τρίτου βαθμού.



Εκτίμηση διαφορετικών Cholesky με το προηγούμενο πολυώνυμο τρίτου βαθμού.



Εκτίμηση χρόνου Cholesky με πολυώνυμο τετάρτου βαθμού.



Εκτίμηση διαφορετικών Cholesky με το προηγούμενο πολυώνυμο τετάρτου βαθμού.



2 Ειδικοί επιλυτές και αραιά μητρώα

i.

Στα πλαίσια του ερωτήματος υλοποιήθηκαν τρεις συναρτήσεις, η `num2band.m` η οποία μετατρέπει τετράγωνα μητρώα σε μορφή `band-storage` [1] η `question2.m` η οποία παρουσιάζει την λύση στο ερώτημα καθώς και η `band_cyclic_reduction_tridiag.m`. Η τελευταία χρησιμοποιεί έξυπνους τρόπους διαχείρισης των διανυσμάτων, όπως `left-right shifts`, αξιοποιώντας το τριδιαγώνιο (αρχικά) σχήμα του μητρώου έτσι ώστε να εκτελέσει την μετατροπή μόνο με πράξεις διανύσματος-διανύσματος.

ii.

Με χρήση των παραπάνω, καταφέρνουμε να παράγουμε αποτελέσματα ίδια με τον επιλυτή της MATLAB. Όσον αφορά τα διαγώνια κυρίαρχα μητρώα, μπορούμε να διακρίνουμε πως οι τιμές στις υπέρ και υπό διαγώνιους μειώνονται σημαντικά με κάθε βήμα. Παρακάτω υπάρχουν εικόνες από την εκτέλεση του κώδικα.

Normal solve

ans =

Solve with cyclic reduction

ans =

14.8138	35.3094
3.6007	1.3884
-5.1912	-7.4231
4.1499	8.2741
6.4993	5.1754
-4.8875	-1.7624
4.5583	5.1699
17.7059	19.5058
1.4373	1.7637
15.5388	16.9689
-1.4728	-1.4402
25.9131	27.8262
12.1574	13.0776
-20.3378	-21.7510
95.5182	101.9878

Αποτελέσματα από την επίλυση του συστήματος $Ax=b$ με χρήση της συνάρτησής που υλοποιήθηκε.

14.8138	35.3094
3.6007	1.3884
-5.1912	-7.4231
4.1499	8.2741
6.4993	5.1754
-4.8875	-1.7624
4.5583	5.1699
17.7059	19.5058
1.4373	1.7637
15.5388	16.9689
-1.4728	-1.4402
25.9131	27.8262
12.1574	13.0776
-20.3378	-21.7510
95.5182	101.9878

Αποτελέσματα από την επίλυση του συστήματος $Ax=b$ μέσω του επιλυτή της MATLAB

K>> [U;D;L]

ans =

0	-16	-25	-7	40
-42	43	-27	-45	-40
15	-4	0	-37	0

K>> [U;D;L]

ans =

0	0	9.3023	-6.4815	6.2222
-36.4186	40.9894	-29.3256	-82.0000	-72.8889
-1.3953	0	0	0	0

K>> [U;D;L]

ans =

0	0	0	0	-1.9737
-36.8612	40.9894	-29.6820	-82.0000	-72.8889
0	0	0	0	0

>>

Βήματα της συνάρτησης κυκλικής μείωσης για διαγώνια κυρίαρχο μητρώο



3 Τανυστές

i.

Υλοποιήθηκαν ο πολλαπλασιασμός με τανυστή-μητρώου καθώς και εσωτερικού (πλήρους τάξης) και εξωτερικού γινομένου τανυστή-τανυστή πάνω σε MDM (multi-dimensional matrices) δεδομένα. Οι συναρτήσεις περιέχουν βασικό έλεγχο εσφαλμένης εισόδου και εκτελούν τις πράξεις μέσω ξεδιπλώματος των διαστάσεων με συναρτήσεις MATLAB, χωρίς την χρήση βρόγχων.

ii.

Στη συνάρτηση `test_tensor` ο υπολογισμός του σφάλματος τροποποιήθηκε ελαφρώς, λόγω του τύπου δεδομένων. Το αποτέλεσμα είναι ίδιο με αυτό του Tensor Toolbox.

```

Btemp(:,:,1) =
    3    3    3
    4    2    1

Atemp(:,:,1) =
    5    1    4
    5    5    1

Btemp(:,:,2) =
    3    2    1
    1    1    4

Atemp(:,:,2) =
    2    5    1
    3    5    5

Btemp(:,:,3) =
    3    4    2
    2    1    2

Atemp(:,:,3) =
    5    5    3
    3    1    5

Btemp(:,:,4) =
    4    1    2
    4    2    3

Atemp(:,:,4) =
    4    4    5
    5    1    5

>> X
X =
    1    -1    0    1
    1    -1    -1    1
   -1    0    1    1
    1    1    -1    0
    0    0    0   -1

>> ttm_1084567(Atemp,X(5,1:ndim(k)),k)
ans =
   -4   -4   -5
   -5   -1   -5

>> ttt_1084567(Atemp, Btemp, 'all')
ans =
    231
  
```

Χρήση της συνάρτησης `ttm` Τανυστής `Atemp` Τανυστής `Btemp` Αποτέλεσμα `ttt_1084567(Atemp, Btemp, 'all')`

4 Επίλυση ΣΘΟ συστημάτων με PCG

Λόγω χρονικής πίεσης το 4ο ερώτημα δεν υλοποιήθηκε :(.

Βιβλιογραφία

- [1] Susan Blackford. Band storage. <https://www.netlib.org/lapack/lug/node124.html>, 1999.



- [2] Wiki Chip. Ryzen 5 5600g. https://en.wikichip.org/wiki/amd/ryzen_5/5600g, March 18, 2022.