

Υπολογιστική Εργασία Cross-Strapping 1

Αξιοπιστία Συστημάτων

Αλέξανδρος Γαλαζούλας – Α.Ε.Μ. 10629

Δημήτρης Αξιμιώτης – Α.Ε.Μ. 10622

January 14, 2026

Πίνακας Περιεχομένων

1	Εισαγωγή και Ανάλυση Συστήματος	2
2	Μεθοδολογία Προσομοίωσης (Μέρος Α)	2
2.1	Γέννηση Χρόνων Βλάβης και Ρυθμός Αποτυχίας	2
2.2	Υλοποίηση Λογικής Συστήματος	2
2.3	Υλοποίηση σε MATLAB	2
3	Αποτελέσματα και Σύγκριση	2
3.1	Αποτελέσματα για Μεμονωμένο Εξάρτημα	3
3.2	Αποτελέσματα για το Σύστημα	3
3.3	Γραφική Παράσταση	3
4	Συμπεράσματα	4
5	Εισαγωγή και Ανάλυση Προβλήματος	4
6	Μεθοδολογία Προσομοίωσης (Μέρος Β)	4
6.1	Μοντελοποίηση Κύκλου Λειτουργίας	5
6.2	Υπολογισμός Μετρικών Συστήματος	5
7	Αποτελέσματα και Σύγκριση	5
7.1	Πειραματικά Αποτελέσματα	5
7.2	Σύγκριση με Θεωρητική Διαθεσιμότητα	5
8	Χρονοδιάγραμμα Λειτουργίας (Gantt Chart)	6
9	Συμπεράσματα	6

1 Εισαγωγή και Ανάλυση Συστήματος

Στην παρούσα εργασία μελετάται η αξιοπιστία ενός συστήματος τύπου **Cross-strapping 1**. Το σύστημα αποτελείται από 4 εξαρτήματα (C_1, C_2, C_3, C_4) με τα ακόλουθα χαρακτηριστικά, όπως δίνονται στην εκφώνηση:

- $MTTF = 27$ ώρες.
- Duty Cycle = 1 (Συνεχής λειτουργία).
- $MTTR = 12$ ώρες (Δεν λαμβάνεται υπόψη στο Μέρος Α της άσκησης).

Βάσει του διαγράμματος αξιοπιστίας (RBD), το σύστημα αποτελείται από δύο βαθμίδες συνδεδεμένες σε σειρά, όπου η κάθε βαθμίδα αποτελείται από δύο εξαρτήματα σε παράλληλη διάταξη. Η λογική λειτουργία περιγράφεται από την εξίσωση:

$$S_{system} = (C_1 \cup C_2) \cap (C_3 \cup C_4) \quad (1)$$

Αυτό σημαίνει ότι για να θεωρηθεί το σύστημα λειτουργικό, πρέπει να λειτουργεί τουλάχιστον ένα εξάρτημα από το ζεύγος (C_1, C_2) **ΚΑΙ** τουλάχιστον ένα από το ζεύγος (C_3, C_4).

2 Μεθοδολογία Προσομοίωσης (Μέρος Α)

Για την προσομοίωση της λειτουργίας του συστήματος χωρίς επιδιόρθωση, αναπτύχθηκε κώδικας σε περιβάλλον **MATLAB**. Χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος **Monte Carlo** με πλήθος επαναλήψεων $N = 10.000$ για την εξασφάλιση στατιστικής ακρίβειας.

2.1 Γέννηση Χρόνων Βλάβης και Ρυθμός Αποτυχίας

Ο ρυθμός αποτυχίας λ των εξαρτημάτων υπολογίζεται από τη σχέση $\lambda = 1/MTTF$. Οι χρόνοι βλάβης ακολουθούν την εκθετική κατανομή και παράγονται μέσω του αντίστροφου μετασχηματισμού:

$$T_{fail} = -MTTF \cdot \ln(u), \quad u \in U(0, 1) \quad (2)$$

Όπου u είναι τυχαίος αριθμός ομοιόμορφης κατανομής στο διάστημα $(0, 1]$.

2.2 Υλοποίηση Λογικής Συστήματος

Για κάθε μία από τις N επαναλήψεις, υπολογίζεται ο χρόνος ζωής του συστήματος ως εξής:

1. Υπολογίζεται ο χρόνος ζωής της πρώτης παράλληλης βαθμίδας: $T_{B1} = \max(T_{C1}, T_{C2})$.
2. Υπολογίζεται ο χρόνος ζωής της δεύτερης παράλληλης βαθμίδας: $T_{B2} = \max(T_{C3}, T_{C4})$.
3. Ο συνολικός χρόνος ζωής του συστήματος καθορίζεται από τη βαθμίδα που θα αποτύχει πρώτη (σύνδεση εν σειρά): $T_{sys} = \min(T_{B1}, T_{B2})$.

2.3 Υλοποίηση σε MATLAB

Ο πλήρης πηγαίος κώδικας της προσομοίωσης, ο οποίος υλοποιεί την παραπάνω μεθοδολογία και παράγει τα αποτελέσματα που παρουσιάζονται στη συνέχεια, βρίσκεται στο συνοδευτικό αρχείο `ex_1.m`.

3 Αποτελέσματα και Σύγκριση

Σε αυτή την ενότητα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης για $N = 10.000$ επαναλήψεις και συγκρίνονται με τις θεωρητικές τιμές.

3.1 Αποτελέσματα για Μεμονωμένο Εξάρτημα

Για χρόνο μελέτης $T_c = 200$ ώρες, υπολογίστηκαν η Αξιοπιστία R , ο Ρυθμός Αποτυχίας λ και ο Μέσος Χρόνος μέχρι τη Βλάβη (MTTF).

Μέγεθος	Θεωρητική Τιμή	Πειραματική Τιμή	Σφάλμα (%)
Αξιοπιστία $R(200h)$	0.0006	0.0006	1.11%
Ρυθμός λ (h^{-1})	0.0370	0.0371	0.27%
MTTF (h)	27.00	27.11	0.41%

Table 1: Σύγκριση Μεγεθών Εξαρθήματος ($N = 10.000$)

Σχολιασμός: Τα αποτελέσματα παρουσιάζουν εξαιρετική ακρίβεια.

- Το πειραματικό MTTF ($27.11h$) και το λ ($0.0371h^{-1}$) ταυτίζονται σχεδόν απόλυτα με τα θεωρητικά, με σφάλμα μικρότερο του 0.5%. Αυτό επιβεβαιώνει την ορθότητα της γεννήτριας τυχαίων αριθμών.
- Η αξιοπιστία στον χρόνο $T_c = 200h$ παρουσιάζει σφάλμα μόλις 1.11%. Παρόλο που ο χρόνος αυτός είναι πολύ μεγαλύτερος του MTTF (γεγονός που συνήθως δυσκολεύει τη στατιστική πρόβλεψη λόγω σπανιότητας επιβίωσης), η προσομοίωση πέτυχε υψηλή ακρίβεια.

3.2 Αποτελέσματα για το Σύστημα

Για το συνολικό σύστημα Cross-strapping 1 και για χρόνο μελέτης $T_s = 30$ ώρες, τα αποτελέσματα έχουν ως εξής:

Μέγεθος	Θεωρητική Τιμή	Πειραματική Τιμή	Σφάλμα (%)
Αξιοπιστία $R_{sys}(30h)$	0.3025	0.3097	2.37%
Ρυθμός λ_{sys} (h^{-1})	0.0399	0.0391	2.01%

Table 2: Σύγκριση Μεγεθών Συστήματος ($N = 10.000$)

Σημείωση: Ο θεωρητικός ρυθμός αποτυχίας του συστήματος για χρόνο T_s υπολογίστηκε ως $\lambda_{sys} = -\frac{\ln(R_{sys_theo})}{T_s}$.

Σχολιασμός: Η απόκλιση στην αξιοπιστία του συστήματος είναι της τάξης του 2.37%, η οποία κρίνεται απολύτως ικανοποιητική για μεθόδους Monte Carlo. Η πειραματική τιμή (0.3097) είναι πολύ κοντά στη θεωρητική (0.3025), επιβεβαιώνοντας την ορθή υλοποίηση της λογικής του RBD (Reliability Block Diagram).

3.3 Γραφική Παράσταση

Στο παρακάτω διάγραμμα (Εικόνα 1) απεικονίζεται η καμπύλη αξιοπιστίας $R(t)$ του συστήματος. Η κόκκινη διακεκομμένη γραμμή (Πειραματική) ακολουθεί πιστά την μπλε γραμμή (Θεωρητική), επιβεβαιώνοντας την εγκυρότητα της προσομοίωσης σε όλο το χρονικό εύρος.

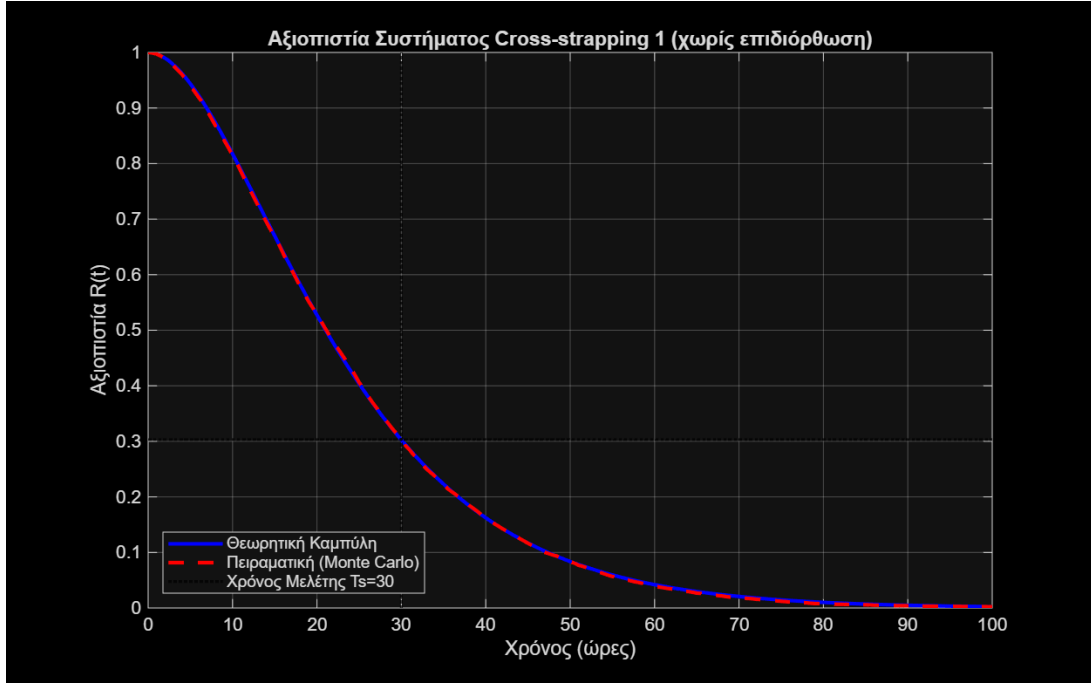


Figure 1: Διάγραμμα Αξιοπιστίας Συστήματος Cross-strapping 1 (Χωρίς Επιδιόρθωση). Η κάθετη διακεκομμένη γραμμή υποδεικνύει τον χρόνο μελέτης $T_s = 30h$.

4 Συμπεράσματα

Η προσομοίωση του συστήματος Cross-strapping 1 ολοκληρώθηκε επιτυχώς. Τα συμπεράσματα συνοψίζονται στα εξής:

- Η μέθοδος Monte Carlo επιβεβαίωσε με ακρίβεια τις θεωρητικές παραμέτρους (λ , MTTF) των εξαρτημάτων.
- Η αρχιτεκτονική του συστήματος προσφέρει σημαντική αύξηση της αξιοπιστίας στα αρχικά στάδια λειτουργίας (flat τμήμα της καμπύλης για $t < 10h$).
- Τα αποτελέσματα για το σύστημα στον χρόνο $T_s = 30h$ παρουσιάζουν μικρή απόκλιση ($< 2.5\%$), αποδεικνύοντας την ορθότητα του κώδικα `ex_1.m`.

5 Εισαγωγή και Ανάλυση Προβλήματος

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας, εξετάζεται η συμπεριφορά του συστήματος **Cross-strapping 1** λαμβάνοντας υπόψη τη δυνατότητα επισκευής των εξαρτημάτων. Σε αντίθεση με το Μέρος Α, όπου η βλάβη ήταν μόνιμη, εδώ τα εξαρτήματα εναλλάσσονται μεταξύ κατάστασης λειτουργίας και επισκευής.

Οι παράμετροι του συστήματος είναι:

- $MTTF = 27$ ώρες (Μέσος Χρόνος Λειτουργίας).
- $MTTR = 12$ ώρες (Μέσος Χρόνος Επισκευής).
- Η λογική του συστήματος παραμένει: $S_{sys} = (C_1 \cup C_2) \cap (C_3 \cup C_4)$.

6 Μεθοδολογία Προσομοίωσης (Μέρος Β)

Για την επίλυση του προβλήματος αναπτύχθηκε κώδικας σε **MATLAB** (αρχείο `ex_2.m`) που εκτελεί χρονοσειριακή προσομοίωση (Time-Stepping Simulation).

6.1 Μοντελοποίηση Κύκλου Λειτουργίας

Για κάθε εξάρτημα, δημιουργείται ένα ιστορικό λειτουργίας στον χρόνο. Η μετάβαση μεταξύ των καταστάσεων γίνεται στοχαστικά:

- Όταν το εξάρτημα λειτουργεί, ο χρόνος μέχρι την επόμενη βλάβη προκύπτει από εκθετική κατανομή με μέση τιμή $MTTF$.
- Όταν το εξάρτημα χαλάσει, ο χρόνος μέχρι την αποκατάσταση προκύπτει από εκθετική κατανομή με μέση τιμή $MTTR$.

6.2 Υπολογισμός Μετρικών Συστήματος

Σε κάθε χρονικό βήμα $dt = 0.1h$, ελέγχεται η κατάσταση του συστήματος βάσει του RBD. Από το συνολικό ιστορικό του συστήματος υπολογίζονται οι εξής δείκτες:

1. **Διαθεσιμότητα (Availability - A):** Το ποσοστό του συνολικού χρόνου που το σύστημα ήταν λειτουργικό.
2. **MUT (Mean Up Time):** Ο μέσος όρος της διάρκειας των διαστημάτων συνεχούς λειτουργίας.
3. **MTTR (Mean Time To Repair):** Ο μέσος όρος της διάρκειας των διαστημάτων που το σύστημα ήταν εκτός λειτουργίας.
4. **MTBF (Mean Time Between Failures):** Το άθροισμα $MUT + MTTR$.

7 Αποτελέσματα και Σύγκριση

Εκτελέστηκαν $N = 100$ επαναλήψεις Monte Carlo για να εξαχθούν οι μέσες τιμές των δεικτών.

7.1 Πειραματικά Αποτελέσματα

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης.

Μετρική	Πειραματική Τιμή (Mean)
Availability (A)	0.8180
Mean Up Time (MUT)	28.74 h
Mean Time To Repair (MTTR)	6.44 h
Mean Time Between Failures (MTBF)	35.19 h

Table 3: Στατιστικά Αποτελέσματα Προσομοίωσης (N=100)

7.2 Σύγκριση με Θεωρητική Διαθεσιμότητα

Η θεωρητική διαθεσιμότητα ενός μεμονωμένου εξαρτήματος είναι:

$$A_{comp} = \frac{MTTF}{MTTF + MTTR} = \frac{27}{27 + 12} \approx 0.6923$$

Για τη δομή Cross-strapping 1 (δύο παράλληλες βαθμίδες σε σειρά), η θεωρητική διαθεσιμότητα υπολογίζεται ως:

$$A_{block} = 1 - (1 - A_{comp})^2$$
$$A_{sys} = A_{block} \cdot A_{block} \approx 0.8196$$

Μέγεθος	Θεωρητική Τιμή	Πειραματική Τιμή	Σφάλμα (%)
Availability (A_{sys})	0.8196	0.8180	0.20%

Table 4: Επαλήθευση Διαθεσιμότητας

Σχολιασμός: Το σφάλμα είναι εξαιρετικά μικρό (0.20%), γεγονός που επιβεβαιώνει την εγκυρότητα του κώδικα `ex_2.m`. Η υψηλή διαθεσιμότητα ($\approx 82\%$) σε σχέση με το μεμονωμένο εξάρτημα ($\approx 69\%$) καταδεικνύει το όφελος της εφεδρείας.

8 Χρονοδιάγραμμα Λειτουργίας (Gantt Chart)

Στην Εικόνα 2 απεικονίζεται η λειτουργία των εξαρτημάτων και του συστήματος για ένα ενδεικτικό χρονικό παράθυρο 100 ωρών.

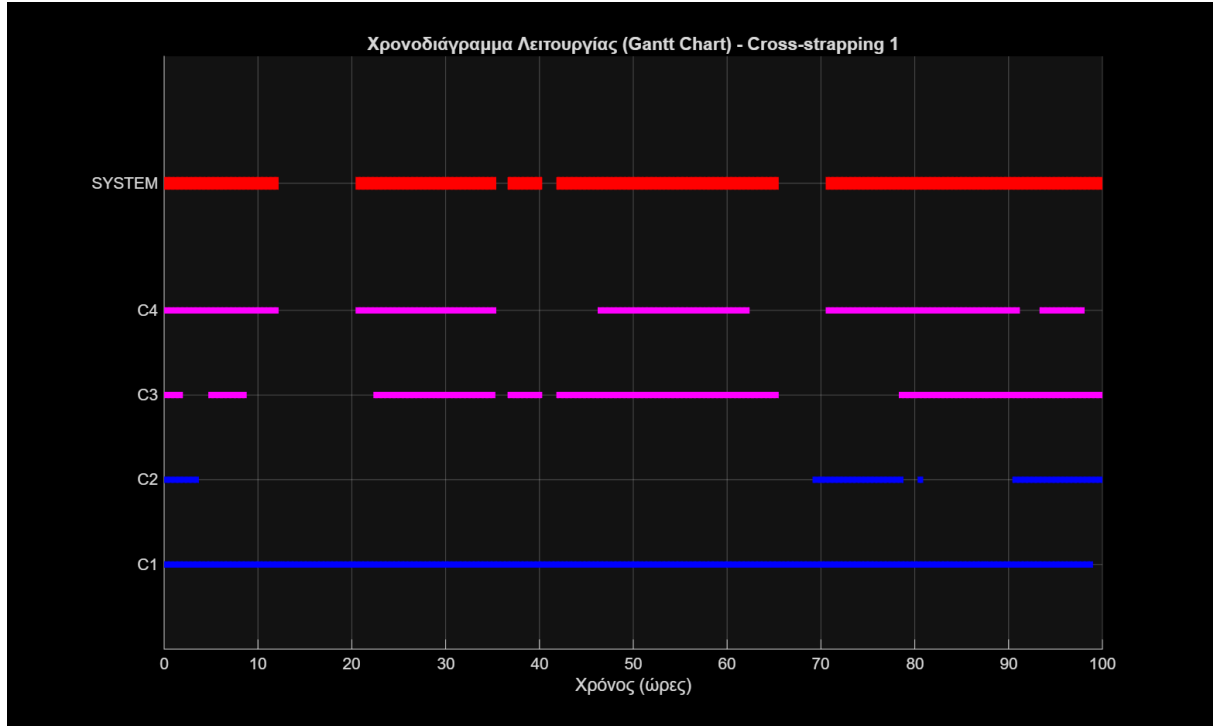


Figure 2: Διάγραμμα Gantt λειτουργίας. Μπλε/Μοβ γραμμές: Εξαρτήματα $C_1 - C_4$. Κόκκινη γραμμή: Συνολικό Σύστημα.

Ανάλυση Διαγράμματος:

- Παρατηρούμε ότι τα εξαρτήματα (γραμμές C_1 έως C_4) εναλλάσσονται μεταξύ λειτουργίας (έγχρωμη γραμμή) και βλάβης (κενό).
- Η γραμμή **SYSTEM** (κόκκινη) είναι ενεργή μόνο όταν ικανοποιείται η συνθήκη: (Τουλάχιστον ένα εκ των C_1, C_2) **ΚΑΙ** (Τουλάχιστον ένα εκ των C_3, C_4).
- Για παράδειγμα, στο χρονικό σημείο $t \approx 70h$, παρόλο που το C_1 λειτουργεί κανονικά (συνεχής μπλε γραμμή), το σύστημα καταρρέει (κενό στην κόκκινη γραμμή). Αυτό συμβαίνει διότι στη δεύτερη βαθμίδα έχουν αποτύχει ταυτόχρονα και το C_3 και το C_4 , διακόπτοντας τη ροή του συστήματος.

9 Συμπεράσματα

Η προσομοίωση με επιδιόρθωση κατέδειξε ότι το σύστημα Cross-strapping 1, υπό τις συγκεκριμένες συνθήκες ($MTTF = 27, MTTR = 12$), επιτυγχάνει διαθεσιμότητα της τάξης του 81.8%. Ο μέσος χρόνος αποκατάστασης του συστήματος ($MTTR_{sys} \approx 6.44h$) είναι σημαντικά μικρότερος από τον χρόνο επισκευής ενός μεμονωμένου εξαρτήματος (12h), καθώς η επαναφορά του συστήματος απαιτεί την επισκευή μόνο ενός εκ των παράλληλων εξαρτημάτων και όχι όλων.