

1 Formularea temei

Conway's Game of Life este un *zero-player game* bidimensional, inventat de matematicianul John Horton Conway in anul 1970. Scopul acestui joc este de a observa evolutia unui sistem de celule, pornind de la o configuratie initiala, introducand reguli referitoare la moartea, respectiv crearea unei noi celule in sistem. Acest sistem evolutiv este *Turing-complete*.

Starea unui sistem este descrisa de starea cumulata a celulelor componente, iar pentru acestea avem urmatoarele reguli:

1. **Subpopulare.** Fiecare celula (care este in viata in generatia curenta) cu mai putin de doi vecini in viata, moare in generatia urmatoare.
2. **Continuitate celule vii.** Fiecare celula (care este in viata in generatia curenta), cu doi sau trei vecini in viata, va exista si in generatia urmatoare.
3. **Ultrapopulare.** Fiecare celula (care este in viata in generatia curenta), care are mai mult de trei vecini in viata, moare in generatia urmatoare.
4. **Creare.** O celula moarta care are exact trei vecini in viata, va fi creata in generatia urmatoare.
5. **Continuitate celule moarte.** Orice alta celula moarta, care nu se incadreaza in regula de creare, ramane o celula moarta.

Vecinii unei celule se considera urmatorii 8, intr-o matrice bidimensionala:

a_{00}	a_{01}	a_{02}
a_{10}	celula curenta	a_{12}
a_{20}	a_{21}	a_{22}

Definim starea unui sistem la generatia n ca fiind o matrice $S_n \in M_{m \times n}(\{0, 1\})$ (m - numarul de linii, respectiv n - numarul de coloane), unde elementul 0 reprezinta o celula moarta, respectiv 1 reprezinta o celula in viata (in generatia curenta).

Definim o k -evolutie ($k \geq 0$) a sistemului o iteratie $S_0 \rightarrow S_1 \rightarrow \dots \rightarrow S_k$, unde fiecare S_{i+1} se obtine din S_i , aplicand cele cinci reguli enuntate mai sus.

Observatie. Pentru celulele aflate pe prima linie, prima coloana, ultima linie, respectiv ultima coloana, se considera extinderea la 8 vecini, prin considerarea celor care **nu** se afla in matrice ca fiind celule moarte.

Exemplificare. Fie urmatoarea configuratie initiala S_0 :

0	1	1	0
1	0	0	0
0	0	1	1

In primul rand, vom considera extinderea acestei matrice S_0 de dimensiuni 3×4 intr-o matrice extinsa S_0 de dimensiuni 5×6 , astfel:

0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0

În cele ce urmează, vom lucra doar în interiorul matricei principale, dar considerând extinderea pentru procesarea corectă a vecinilor. Vom parcurge fiecare element, și vom vedea ce regulă evolutivă putem aplica. De exemplu, pentru elementul de pe poziția (0,0) în matricea inițială, vom aplica regula de continuitate a celulelor moarte, deoarece este o celulă moartă și nu are exact trei vecini în viață.

Următoarea celulă este în viață, și are exact doi vecini în viață, astfel ca se aplică regula continuității celulelor în viață.

Pentru celulă de pe poziția (0,2) în S_0 , observăm că are un singur vecin, astfel ca se aplică regula de subpopulare - celulă va muri în generația următoare.

Urmand același raționament pentru toate celulele, configurația sistemului într-o iteratie (în $\overline{S_1}$) va fi:

0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0

Schema de criptare simetrică. Definim o cheie de criptare (pornind de la o configurație inițială S_0 și o k -evoluție) ca fiind operația $\langle S_0, k \rangle$, care reprezintă tabloul **unidimensional** de date (înțeles ca sir de biți) obținut în urma concatenării liniilor din matrice din matricea extinsă obținută, $\overline{S_k}$.

De exemplu, pornind de la configurația anterioară S_0 , și aplicând doar o 1-evoluție, se obține matricea extinsă S_1 descrisă anterior, care va avea ca efect al aplicării operației $\langle S_0, 1 \rangle$ obținerea următorului tablou unidimensional (înțeles ca sir de biți):

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

Considerăm m un mesaj în clar (un sir de caractere fără spații). Criptarea $\{m\}_{\langle S_0, k \rangle}$ va însemna XOR-area mesajului în clar m cu rezultatul dat de $\langle S_0, k \rangle$. Sunt următoarele cazuri:

- dacă mesajul și cheia au aceeași lungime, se XOR-ează element cu element, până se obține rezultatul;
- dacă mesajul este mai scurt decât cheia, se folosește doar prima parte din cheie, corespunzătoare lungimii mesajului;
- dacă mesajul este mai lung decât cheia, se consideră replicarea cheii de oricâte ori este nevoie pentru a cripta întreg mesajul.

Considerăm ca $m = \text{parola}$, și utilizăm drept cheie $\langle S_0, 1 \rangle$, unde S_0 este configurația inițială descrisă anterior. Am văzut că rezultatul obținut este sirul de biți:

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

pe care îl vom considera fără spații:

000000001000000010000000000000

Pentru a efectua criptarea, trebuie să analizăm sirul de criptat, și anume **parola**. Vom vedea care este codificarea ASCII (binară) a fiecărui caracter din acest sir:

p	01110000
a	01100001
r	01110010
o	01101111
l	01101100
a	01100001

Sirul **parola** va fi, astfel, sirul binar

011100000110000101110010011011110110110001100001

Observam, in acest caz, ca sirul de criptat este mai lung decat cheia de criptare, astfel ca daca incercam acum o XOR-are, am avea urmatoarea situatie:

mesaj = 011100000110000101110010011011110110110001100001
cheie = 000000001000000010000000000000

Vom considera, in acest caz, ca vom concatena iar cheia la cheia initiala:

mesaj = 011100000110000101110010011011110110110001100001
cheie = 00000000100000001000000000000000000000001000000010000000000000

Iar apoi vom pastra din noua cheie doar cat ne este suficient pentru a cripta mesajul:

mesaj = 011100000110000101110010011011110110110001100001
cheie = 00000000100000001000000000000000000000001000000010

Mesajul criptat se va obtine prin XOR-are element cu element, stiind ca $0 \text{ XOR } 0 = 1 \text{ XOR } 1 = 0$, respectiv $0 \text{ XOR } 1 = 1 \text{ XOR } 0 = 1$. In acest caz,

mesaj = 011100000110000101110010011011110110110001100001
cheie = 00000000100000001000000000000000000000001000000010
cript = 011100001110000111110010011011110110111001100011

Mesajul criptat afisat va fi in hexadecimal (pentru a nu fi probleme de afisare a caracterelor), iar in acest caz vom avea:

cript = 0111 0000 1110 0001 1111 0010 0110 1111 0110 1110 0110 0011
= 7 0 E 1 F 2 6 F 6 E 6 3
= 0x70E1F26F6E63

Pentru decriptare se aplica acelasi mecanism, mesajul decriptat se va XOR-a cu cheia calculata, si vom avea in final $m \text{ XOR } k \text{ XOR } k = m$. ($k \text{ XOR } k = 0$, iar $m \text{ XOR } 0 = m$, din asociativitatea lui XOR, respectiv din regulile de calcul). La decriptare, mesajul nu va fi afisat in hexadecimal, ci in clar.

1.1 Cerinta 0x00

Se citesc de la tastatura (**STDIN**) numarul de linii m , numarul de coloane n , numarul de celule vii p , pozitiile celulelor vii din matrice, respectiv un numar intreg k . **Atentie!** In citirea inputului se considera matricea initiala, **neextinsa**: se citeste configuratia initiala S_0 , si **NU** $\overline{S_0}$! De exemplu, pentru matricea din prezentarea cerintei, inputul ar fi urmatorul:

```
3          // m - numarul de linii
4          // n - numarul de coloane
5          // p - numarul celulelor vii
0
1          // prima celula vie este in (0,1)
0
2          // a doua celula vie este in (0,2)
1
0          // a treia celula vie este in (1,0)
2
2          // a patra celula vie este in (2,2)
2
3          // a cincea celula vie este in (2,3)
5          // numarul intreg k
```

Se cere, la acest pas, afisarea la **STDOUT** a configuratiei sistemului dupa o k -evolutie. **Atentie!** Se va afisa starea sistemului S_k si **NU** matricea extinsa $\overline{S_k}$! Matricea va fi afisata uzual, iar in acest caz, rezultatul este:

```
0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 0 0
```

(toate celulele mor dupa cea de-a doua iteratie).

Observatie: Elementele de pe linie vor fi afisate cu un spatiu intre ele, iar la finalul fiecarei linii, veti afisa un caracter `\n`. **Si dupa ultima linie veti afisa acel caracter `\n`!** Se garanteaza urmatoarele:

- $1 \leq m \leq 18$
- $p \leq n*m$
- $1 \leq n \leq 18$
- $k \leq 15$

1.2 Cerinta 0x01

Sa se refaca, intr-un fisier sursa separat, cerinta 0x00, astfel incat inputul sa fie citit dintr-un fisier in.txt, iar outputul sa fie scris intr-un fisier out.txt, utilizand functii din limbajul C.

2 Inputuri concrete

In aceasta sectiune, vom rescrie inputurile fara comentariile asociate, pentru a fi clara forma in care le veti primi.

2.1 Cerinta 0x00

Input	Output
3	0 0 0 0
4	0 0 0 0
5	0 0 0 0
0	
1	
0	
2	
1	
0	
2	
2	
2	
3	
5	

Tabela 1: Input Cerinta 0x00

2.2 Cerinta 0x01

Sunt aceleasi inputuri ca la Cerinta 0x00, doar ca vor fi citite de program din fisierul in.txt si apoi afisate in out.txt, utilizand functii din limbajul C.