

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2018 级“场论与无穷级数（信）”结课统考试卷（A 卷） 2019 年 6 月 10 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、判定下列级数的敛散性(4×5 = 20 分):

(1) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+2}{6n^2+5};$

一题 得分	
----------	--

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\sqrt{n}}{n+1};$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n};$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{\sqrt{n}}, a \in R.$

二、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)} x^{2(n+1)}$ 的收敛域、和函数，并求级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)(2n+2)}$ 的和。（本题 10 分）.

二题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师

三、将函数 $f(x)=\frac{1+x}{(x-1)^2}$ 展开为 x 的幂级数，并说明其收敛域.（本题 10 分）

三题 得分	
----------	--

四、求下列微分方程的通解或初值问题的解（每小题 5 分）：

(1) $y'(xy+x^3y)=1+y^2;$

四题 得分	
----------	--

(2) $-y+xy'=4x^2$

(3) $y''+4y'+4y=x+8;$

(4) $\frac{dy}{dx}=\tan\frac{y}{x}+(y/x),(x\neq 0);$

(5) $xy''=y',y(1)=1,y'(1)=2;$

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



五、计算下列广义积分（每小题 5 分）：

(1) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}(1+x)}dx;$

五题 得分	
----------	--

(2) $\int_0^1 \frac{(2-x)}{\sqrt{x}}dx$

六、（本题 9 分）将函数 $f(x)=1-x^2,(0\leq x\leq \pi)$ 展开为（周期为 2π ）的余弦级数，并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和.

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课教师



七、（本题 10 分）设 $\alpha > 0$, 讨论广义积分 $I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^\alpha} dx$ 敛散性。.

七题 得分	
----------	--

八、（6 分）设 $\alpha > 0$ ，计算积分： $I(\alpha) = \int_0^{\pi/2} \frac{\arctan(\alpha \cos x)}{\cos x} dx$ ，

其中被积函数在 $x = \pi/2$ 之值，取其在该点的极限。

八题 得分	
----------	--

草稿区