

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2015 级“场论与无穷级数（信）”结课统考试卷（A 卷） 2016 年 6 月 13 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、判定下列级数的敛散性(4×5 = 20 分):

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{n^2+2};$

一题 得分	
----------	--

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n};$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{an}{n+1})^n, (a > 0);$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \ln n}{n+1}.$

二、求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)x^n$ 的收敛域，并求其和函数。（本题 10 分）.

二题 得分	
----------	--

草稿区

姓名	
学号	
专业	
任课教师	

三、求函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 在 $x = -4$ 处的泰勒展开. (本题 10 分)

四、求下列微分方程的通解或初值问题的解 (每小题 5 分):

(1) $y'' + 4y' + 3y = 0$;

(2) $y' + 2y = 2x + 1$

(3) $y'' + 6y' + 5y = e^{2x}$;

(4) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x + y^4}$;

(5) $y^2 dx + (x + 1)dy = 0, y(0) = 1$;

三题 得分	
四题 得分	

草稿

姓名

学号

专业

任课教师



五、计算下列广义积分（每小题 5 分）：

(1) $\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx;$

(2) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}(1+\sqrt[3]{x^2})}$

六、（本题 9 分）将函数 $f(x)=x+1,(0 \leq x \leq \pi)$ 展开为正弦级数.

.

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



七、（本题 8 分）讨论积分 $F(\alpha)=\int_0^{+\infty}\frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}{x^\alpha}dx$ 的敛散性, 其中 $\alpha>0$.

七题 得分	
----------	--

八、（8 分）计算积分 $I(a)=\int_0^{\pi/2}\ln(a^2-\sin^2x)dx$, 其中 $|a|>1$.

八题 得分	
----------	--

草稿区