

姓名

学号

专业

任课教师

南开大学 2014 级“场论与无穷级数（信）”结课统考试卷（A 卷） 2015 年 6 月 22 日

（说明：答案务必写在装订线右侧，写在装订线左侧无效。影响成绩后果自负。）

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	卷面 成绩	核分 签名	复核 签名
得分											

一、判定下列级数的敛散性(4×5 = 20 分):

(1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3n+1};$

一题 得分	
----------	--

(2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2+3};$

(3) $\sum_{n=1}^{\infty} n! (\frac{1}{n+1})^n;$

(4) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-a)^n}{n+1}, a > 0.$

二、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n n} x^{n-1}$ 的收敛域,并求出和函数（10 分）

二题 得分	
----------	--

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



三、将函数 $f(x) = \arctan x$ 展开为 x 的幂级数,并求收敛域. (本题 10 分)

三题 得分	
----------	--

四、求下列微分方程的通解或初值问题的解 (每小题 5 分):

(1) $(2 + x^2)y' = xy$;

四题 得分	
----------	--

(2) $xy' = y(\ln y - \ln x)$;

(3) $y'' + y = 3x$;

(4) $xy'' = y'$;

(5) $2y' = y^2 - 1, y(0) = 2$

草稿区

姓名

学号

专业

任课教师



五、计算下列广义积分（每小题 5 分）：

(1) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}(1+x)}$ ；

(2) $\int_1^{+\infty} \frac{1+x^2}{1+x^4} dx$

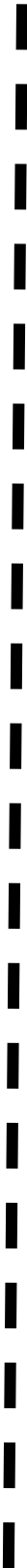
六、（本题 8 分）讨论广义积分 $F(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha-1}}{1+x} dx$ 的敛散性，其中 $\alpha \in (-\infty, +\infty)$.

五题 得分	
----------	--

六题 得分	
----------	--

草稿区

姓名
学号
专业
任课教师



七、（本题 9 分）将函数 $f(x) = x, (0 \leq x \leq \pi)$ 展开为余弦级数，并由此求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的和.

七题 得分	
----------	--

八、（8 分）计算积分 $I(a) = \int_0^{\pi/2} (\ln \frac{1+a \cos x}{1-a \cos x}) \frac{dx}{\cos x}$ ，其中 $|a| < 1$.

八题 得分	
----------	--

草稿区