



Elektronika pre informačné technológie

Semestrálny projekt

2015/2016

Jozef Urbanovský
(xurban66)

21. Decembra 2015

Obsah

1	Príklad 1	1
2	Príklad 2	3
3	Príklad 3	4
4	Príklad 4	6
5	Príklad 5	9
6	Tabuľka výsledkov	11

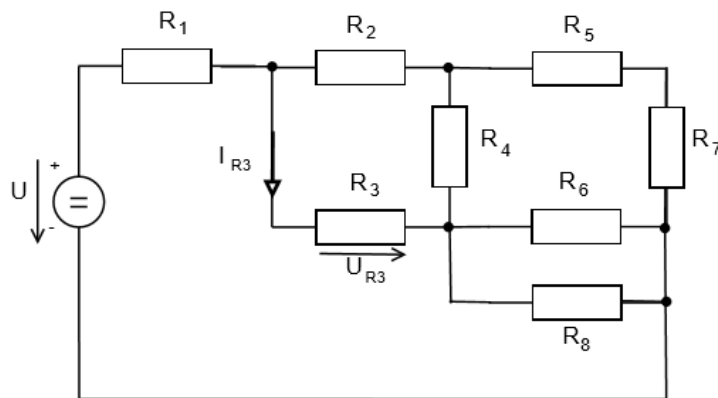
1 Príklad 1

Zadanie

Stanovte napätí U_{R3} a prúd I_{R3} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U[V]	R1[Ω]	R2[Ω]	R3[Ω]	R4[Ω]	R5[Ω]	R6[Ω]	R7[Ω]	R8[Ω]
G	130	380	420	330	440	450	650	410	275

Schéma obvodu



Riešenie

1. Pomocou metódy postupného zjednodušovania vyjadríme hodnotu celkového odporu rezistorov R_{ekv} obvodu.
2. Pomocou Ohmovho zákona vypočítame prúd I , ktorý prechádza obvodom.
3. Opačným postupom vypočítame napätie U_{R3} a prúd I_{R3} .

$$R_A = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 116.4706 \Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 155.2941 \Omega$$

$$R_C = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 122.0168 \Omega$$

$$R_{1A} = R_1 + R_A = R_1 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = 496.4706\Omega$$

$$R_{57} = R_5 + R_7 = 860\Omega$$

$$R_{68} = \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} = 193.2432\Omega$$

$$R_{B57} = R_B + R_{57} = R_5 + R_7 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 1015.2961\Omega$$

$$R_{C68} = R_C + R_{68} = \frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = 315.26\Omega$$

$$R_X = \frac{R_{C68} \cdot R_{B57}}{R_{C68} + R_{B57}} = \frac{\left(\frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}\right) \cdot \left(R_5 + R_7 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}\right)}{\left(\frac{R_6 \cdot R_8}{R_6 + R_8} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}\right) + \left(R_5 + R_7 + \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_3 + R_4}\right)} = 240.5628\Omega$$

$$R_{EKV} = R_{1A} + R_X = 737.0334\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{125}{931,9453} = 0,1764A$$

$$-U + U_{R1} + U_{R2} + U_{R8} = 0 \implies U_{R3} = U - U_{R1} - U_{R8} = \underline{36.953V}$$

$$I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3} = \underline{0.1119A}$$

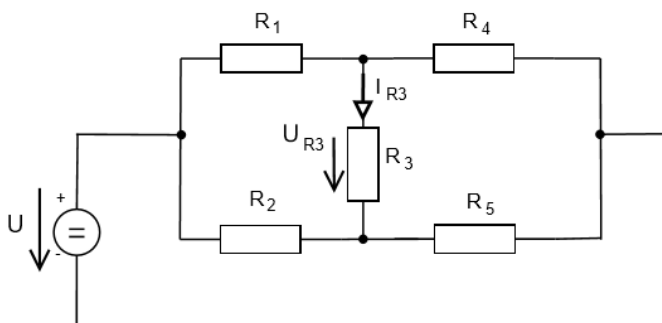
2 Príklad 2

Zadanie

Stanovte napätí U_{R3} a prúd I_{R3} . Použijte metodu Theveninovy vety.

sk.	U[V]	R1[Ω]	R2[Ω]	R3[Ω]	R4[Ω]	R5[Ω]
A	50	525	620	210	530	130

Schéma obvodu



Riešenie

1. Pomocou II. Kirchhoffoveho zákona si zostavíme smyčky na vyjadrenie U_i
2. Spočítame hodnotu odporu R_i - odporu medzi bodmi A,B (bez odporu R_3), pritom napätia sú „skratované”.
3. Vypočítame veľkosť napätí U_{R1} a U_{R2} , ktoré sa nachádzajú na rezistoroch v prvej smyčke.
4. Vypočítame hodnotu napätia U_i naprázdno medzi bodmi A,B
5. Vypočítame prúd I_3 a napätie U_3

$$U_{R1} + U_i - U_{R2} = 0 \implies U_i = U_{R2} - U_{R1}$$

$$U_i + U_{R4} - U_{R5} = 0$$

$$R_i = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5} = 371.2108 \Omega$$

$$U_{R1} = R_1 \cdot \frac{U}{R_1 + R_4} = 24.8815 V$$

$$U_{R2} = R_2 \cdot \frac{U}{R_2 + R_5} = 41.53 V$$

$$U_i = U_{R2} - U_{R1} = 16.4518 V$$

$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \underline{0.0283 A} \qquad U_{R3} = R_3 \cdot I_3 = \underline{5.9443 V}$$

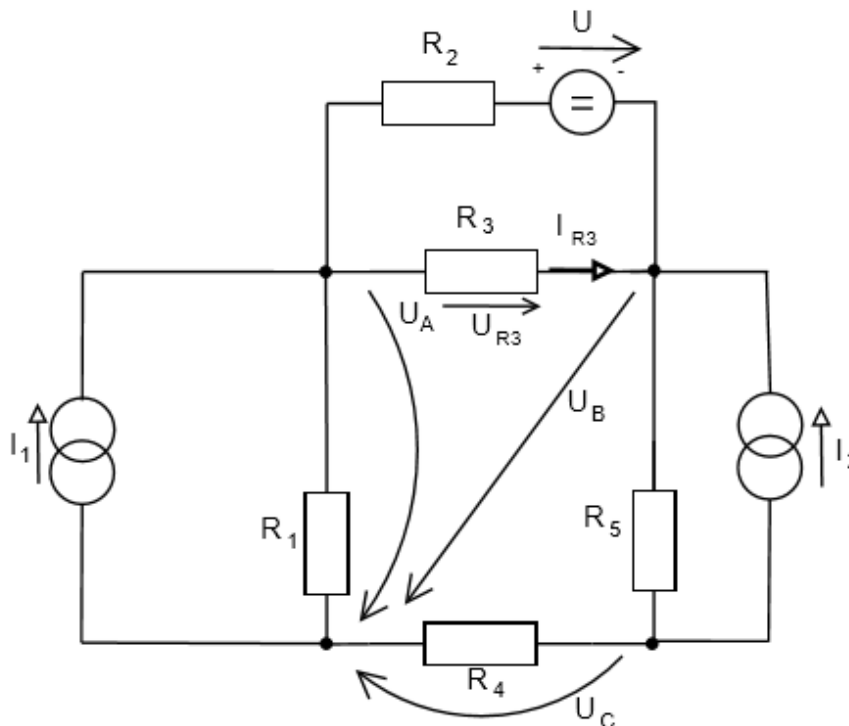
3 Príklad 3

Zadanie

Stanovte napätí U_{R3} a prúd I_{R3} . Použijte metodu uzlových napätí (U_A , U_B , U_C).

sk.	U[V]	I_1 [A]	I_2 [A]	$R1[\Omega]$	$R2[\Omega]$	$R3[\Omega]$	$R4[\Omega]$	$R5[\Omega]$
A	120	0.9	0.7	530	490	650	390	320

Schéma obvodu



Riešenie

1. Zostavíme rovnice pre uzly A,B,C podľa I. Kirchhoffovho zákona.
2. Zostavíme rovnicu pre každú vetvu s odporom a rovnice dosadíme do uzlových rovníc zostavených v predošlom bode.
3. Vypočítame veľkosť napätia U_A, U_B, U_C naprázdno medzi bodmi A,B
4. Vypočítame prúd I_{R2} a napätie U_{R2}

$$\begin{aligned}
A : I_1 + I_{R2} - I_{R1} - I_{R3} &= 0 \\
B : I_{R3} + I_2 - I_{R2} - I_{R5} &= 0 \\
C : I_2 + I_{R4} - I_{R5} &= 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{R1} \cdot R_1 - U_A &= 0 & \implies I_{R1} &= \frac{U_A}{R_1} \\
I_{R2} \cdot R_2 - U + U_A - U_B &= 0 & \implies I_{R2} &= \frac{U + U_B - U_A}{R_2} \\
I_{R3} \cdot R_3 - U_B - U_A &= 0 & \implies I_{R3} &= \frac{U_A - U_B}{R_3} \\
I_{R4} \cdot R_4 - U_C &= 0 & \implies I_{R4} &= \frac{U_C}{R_4} \\
I_{R5} \cdot R_5 + U_C - U_B &= 0 & \implies I_{R5} &= \frac{U_B - U_C}{R_5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A : I_1 + \frac{U + U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_A}{R_1} - \frac{U_A - U_B}{R_3} &= 0 \\
B : \frac{U_A - U_B}{R_3} + I_2 - \frac{U + U_B - U_A}{R_2} - \frac{U_B - U_C}{R_5} &= 0 \\
C : I_2 + \frac{U_C}{R_4} - \frac{U_B - U_C}{R_5} &= 0
\end{aligned}$$

Dostali sme 3 rovnice s 3 neznámymi, bude vhodné použiť maticu. Do matice dosadíme známe hodnoty a upravujeme.

$$\begin{pmatrix} -9227 & 6042 & 0 \\ 3648 & -6833 & 3185 \\ 0 & -39 & 71 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1932645 \\ -463840 \\ -8736 \end{pmatrix}$$

Po prevedení Gauss-Jordanovej eliminácie dostaneme jednoznačné výsledky v tvare :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7146891}{17321} \\ \frac{5373886}{17321} \\ \frac{820638}{17321} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
U_A &= 412.6142V \\
U_B &= 310.2515V \\
U_C &= 47.3782V
\end{aligned}$$

$$U_{R3} = U_A - U_B = \underline{102.3672V} \qquad I_{R3} = \frac{U_3}{R_3} = \underline{0.1575A}$$

4 Príklad 4

Zadanie

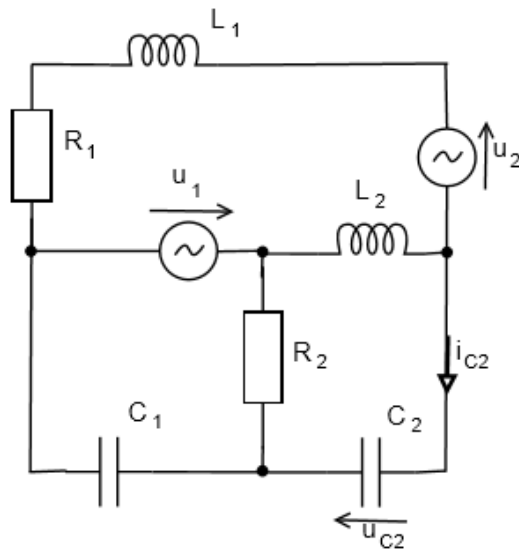
Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{C2} = U_{C2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C2})$ určete $|U_{C2}|$ a φ_{C2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn.: Pomocné "směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik $(t = \frac{\pi}{2\omega})$."

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
G	55	50	130	125	140	60	160	80	60

Schéma obvodu



Riešenie

1. Vypočítame si impedanciu Z_1 až Z_5
2. Vytvoríme si slučky podľa II.Kirchoffoveho zákona na stanovenie rovníc pre každý prúd pretekajúci obvodom
3. Zostavíme si matice na výpočet prúdu I_C
4. Určíme amplitúdu napätia U_{C2} a uhol φ

$$Z_1 = R_1 + jX_{L1} \implies Z_1 = R_1 + j.2\pi fL_1 = 130 + 52.7788j$$

$$Z_2 = jX_{L2} \implies Z_2 = j.2\pi fL_2 = 22.6195j$$

$$Z_3 = R_2 = 125$$

$$Z_4 = -jX_{C1} \implies Z_4 = -j\frac{1}{j.2\pi fC_1} = -16.5786j$$

$$Z_5 = -jX_{C2} \implies Z_5 = -j\frac{1}{j.2\pi fC_2} = -33.1573j$$

$$I_A Z_1 - U_2 + (I_A - I_C)Z_2 - U_1 = 0$$

$$I_A Z_1 - U_2 + I_A Z_2 - I_C Z_2 - U_1 = 0$$

$$I_A(Z_1 + Z_2) - I_C Z_2 = U_1 + U_2$$

$$I_A(130 + 75.3983j) - I_C(22.6195j) = 105$$

$$I_B Z_4 + U_1 + (I_B - I_C)Z_3 = 0$$

$$I_B Z_4 + U_1 + I_B Z_3 - I_C Z_3 = 0$$

$$I_B(Z_3 + Z_4) - I_C Z_3 = -U_1$$

$$I_B(125 - 16.5786j) - I_C(125) = -55$$

$$I_C Z_5 + (I_C - I_B)Z_3 + (I_C - I_A)Z_2 = 0$$

$$I_C Z_5 + I_C Z_3 - I_B Z_3 + I_C Z_2 - I_A Z_2 = 0$$

$$I_C(Z_5 + Z_3 + Z_2) - I_B(Z_3) - I_A(Z_2) = 0$$

$$-I_A(22.6195j) - I_B(125) - I_A(125 - 10.538j) = 0$$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 130 + 75.398j & 0 & -22.6195j \\ -22.6195j & -125 & 125 - 10.538j \\ 0 & 125 - 16.579j & -125 \end{pmatrix}$$

$$|M_1| = ((130 + 75.398j)(-125)(-125)) + 0 + (-22.6195j)(-22.6195j)(125 - 16.579j) - (0 + 0 + (130 + 75.398j)(125 - 10.538j)(125 - 16.579j)) = -296813.7635 + 462306.4836j$$

$$M_4 = \begin{pmatrix} 130 + 75.398j & 0 & 105 \\ -22.6195j & -125 & 0 \\ 0 & 125 - 16.579j & -55 \end{pmatrix}$$

$$|M_4| = ((130 + 75.398j)(-125)(-55) + 0 + (105)(-22.6195j)(125 - 16.579j)) - (0 + 0 + 0) = 854374.1397 + 221480.7062j$$

$$I_C = \frac{\det(M_4)}{\det(M_1)}$$

$$I_C = \frac{854374.1397+221480.7062j}{-296813.7635+462306.4836j}$$

$$I_C = I_{C2} = -0.5009 - 1.5264j$$

$$U_{C2} = I_{C2} \cdot Z_5$$

$$U_{C2} = (-0.5009 - 1.5264j) \cdot (-33.1573j)$$

$$U_{C2} = -50.614 - 16.61j$$

$$\varphi_{C2} = \pi - \arctan\left(\frac{16.61}{50.614}\right)$$

$$\varphi_{C2} = \pi - 0.3171\text{rad} = 161.831929\text{deg}$$

$$\varphi_{C2} = 2.8245\text{rad}$$

$$U_{m_{C2}} = |U_{C2}|$$

$$U_{m_{C2}} = \sqrt{50.614^2 + 16.61^2}$$

$$U_{m_{C2}} = \underline{53.27V}$$

$$\underline{U_{m_{C2}} = 53.27 \cdot \sin(\omega t + 2.8245\text{rad})}$$

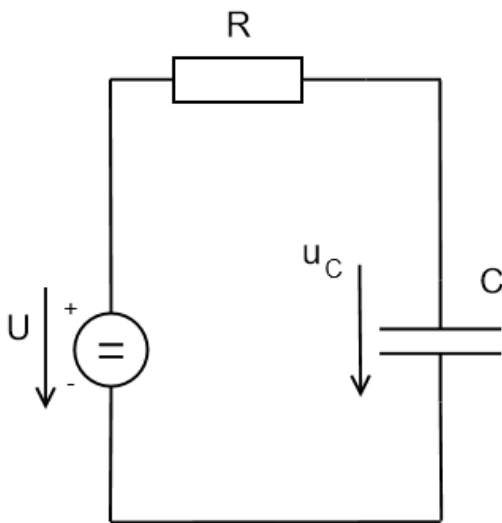
5 Príklad 5

Zadanie

Sestavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvodu na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametru. Vypočítajte analytické riešenie $u_C = f(t)$. Proved'te kontrolu výpočtu dosadením do sestavenej diferenciálnej rovnice.

sk.	$U[\text{V}]$	$C[\text{F}]$	$R[\Omega]$	$u_C(0)[\text{A}]$
A	20	40	10	9

Schéma obvodu



Riešenie

1. Zostavíme rovnicu podľa II. Kirchhoffovho zákona pre obvod
2. Rovnicu dosadíme do axiómu a následne derivujeme

$$U_R + u_C - U = 0$$

$$i = \frac{U - u_C}{R}$$

$$\text{Axióm : } u'_C = \frac{1}{C}$$

$$u'_C = \frac{U - u_C}{RC}$$

$$u'_C = \frac{20 - u_C}{400}$$

$$u'_C + \frac{1}{400}u_C = \frac{1}{40}$$

Zostavíme charakteristickú rovnicu

$$\lambda + \frac{1}{400} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{400}$$

Očakávaný tvar riešenia

$$u_C(t) = c(t)e^{\lambda t}$$

$$u_C(t) = c(t)e^{-\frac{1}{400}t}$$

$$u'_C(t) = c'(t)e^{-\frac{1}{400}t} + c(t)e^{-\frac{1}{400}t} \cdot \left(-\frac{1}{400}\right)$$

$$u'_C(t) + \frac{1}{400}u_C(t) = \frac{20}{400}$$

$$c'(t)e^{-\frac{1}{400}t} - c(t)e^{-\frac{1}{400}t} + c(t)e^{-\frac{1}{400}t} = \frac{20}{400}$$

$$c'(t)e^{-\frac{1}{400}t} = \frac{20}{400}$$

$$c'(t) = \frac{20}{400}e^{\frac{1}{400}t}$$

$$\int c'(t)dt = \int \frac{20}{400}e^{\frac{1}{400}t}dt$$

$$c(t) + K_1 = \frac{20}{400} \cdot 400 \cdot e^{\frac{1}{400}t} + K_2$$

$$c(t) = 20 \cdot e^{\frac{1}{400}t} + K$$

$$u_C(t) = (20 \cdot e^{\frac{1}{400}t} + K) \cdot e^{-\frac{1}{400}t}$$

$$u_C(t) = 20 + K \cdot e^{-\frac{1}{400}t}$$

$$\text{Pre } u_C(0) = 9$$

$$u_C(0) = 20 + K$$

$$9 = 20 + K$$

$$-11 = K$$

$$u_C(t) = 20 - 11 \cdot e^{-\frac{1}{400}t}$$

6 Tabuľka výsledkov

Číslo príkladu	Skupina	Výsledky
1	G	$U_{R3} = 36.953V$ $I_{R3} = 0.1119A$
2	A	$I_{R3} = 0.0283A$ $U_{R3} = 5.9443V$
3	A	$U_A = 412.6142V$ $U_B = 310.2515V$ $U_C = 47.3782V$
4	G	$U_{C2} = 53.27$ $\varphi = 2.8245rad$
5	A	$u_C(t) = 20 - 11.e^{-\frac{1}{400}t}$