Resumen DE Matemática Financiera

Matematica Financiera (Universidad Nacional del Sur)

Studocu is not sponsored or endorsed by any college or university
Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

RESUMEN DE MATEMÁTICA FINANCIERA

CONCEPTOS GENERALES

Para poder cumplir con una obligación de dar una cantidad de dinero se deben tener como datos esenciales: **una fecha cierta y una suma determinada.**

Podemos afirmar que solo en el momento de su vencimiento la obligación de pagar será igual al valor escrito en el documento, antes es menor, concretamente vale menos.

A efectos de este razonamiento a ese valor que tiene en cada momento del tiempo lo llamaremos **valor actual** y al importe escrito **valor nominal.**

Cabe destacar que el valor actual de la obligación será distinto en cada momento de tiempo.

Los intereses se calculan sobre el valor de la obligación en cada uno de sus momentos. Es decir que la base de cálculo o importe a partir de la cual se calculan intereses es un valor que, a excepción del valor inicial, ya tiene incluidos intereses y han pasado a ser la base de cálculo o el capital sobre el cual se agregan nuevos intereses.

Así entonces, los intereses generan intereses, diremos que se han capitalizado.

Eje de tiempo

El eje de tiempo es el segmento de recta con el cual representamos el transcurso del mismo. Sus extremos serán, por una parte: el momento de partida o sea “cero” y por el otro el fin del periodo, o sea: “n”

En el sentido positivo se “cargan” o ganan intereses y en el sentido negativo se “quitan” o descuentan intereses.

Llamaremos **interés** o **descuento** a la diferencia existente entre el valor actual de una misma obligación en distintos momentos del tiempo según nos desplacemos, en el eje del tiempo, en sentido positivo o negativo, respectivamente.

Período y subperíodo

Periodo es el lapso durante el cual se generan intereses y que transcurre desde el momento inicial hasta el momento final de la operación.

Subperíodo son las fracciones de tiempo en los cuales ha sido dividido el período.

Legalmente el menor periodo de tiempo posible es un día, luego el menor subperíodo también es un día.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Tasas

Para comprender mejor que es una tasa debemos partir del análisis del concepto de variación.

Una **variación** es la diferencia existente en la variable definida sucedida entre dos momentos. Las variaciones pueden ser:

- Absolutas. Cuando indique la diferencia existente entre una cantidad y otra. (b – a)
- Relativas. Cuando a esa diferencia la expresemos en función de la cantidad inicial. (b – a / a)

Una **tasa** es una variación relativa. Se utiliza para indicar o medir la variación que ha tenido o deberá tener un capital:

Variación absoluta:

$$Monto\ (M) - Capital\ (C) = Interés\ (I)$$

Variación relativa:

$$\frac{Monto - Capital}{Capital} = \frac{Interes}{Capital} = Tasa\ de\ interes\ (i)$$

Tasa nominal

Es la tasa de interés convenida para una operación que corresponde a un periodo sin considerar los subperíodos en que se ha dividido. Es también llamada tasa periódica pues su magnitud se corresponde con un periodo independientemente de la capitalización que hubiere dentro del periodo.

Es común ver que esa tasa esta expresada en un periodo de tiempo distinto al de la operación. Por lo tanto, se debe ajustar al lapso por el que se realiza la operación. O sea que para operar válidamente a la tasa periódica debe dividírsela por la cantidad de subperíodo posibles dentro del periodo, es decir que se la debe sincronizar con el tiempo.

Una tasa de interés es la retribución monetaria por el préstamo de dinero.

Tasa proporcional

La **tasa proporcional** es el cociente resultante de dividir a la tasa periódica por la cantidad de subperíodos contenidos dentro del periodo.

Tasa de interés que se pacta

La tasa de interés a utilizar en una operación puede, indistinta pero excluyentemente, partir de una:

- Tasa nominal periódica.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

- Tasa efectiva periódica. Es aquella que en una capitalización tiene el mismo rendimiento que otra que tiene varias capitalizaciones. Refleja el rendimiento efectivo de una operación incluyendo los subperíodos de capitalización.

Sincronismo

En el cálculo de intereses o de tasas son tres los factores o variables que operan:

- El capital.
- La tasa.
- El tiempo.

Para poder operar debe existir compatibilidad entre las unidades de cuenta en que están expresados los factores: tasa y tiempo.

Por sincronismo entendemos la compatibilidad que debe existir entre la tasa y el tiempo. O sea ambas estar expresadas en la misma unidad de cuenta.

Capitalización

Capitalizar es sumar al capital inicial los intereses ganados durante el subperíodo, para conformar un nuevo capital inicial que ganará intereses en el subperíodo siguiente.

Condiciones de factibilidad para las operaciones

Relación entre tasa, tiempo y capitalización

Las operaciones se pueden pactar de cualquier manera respecto al tiempo, tasa y condiciones de capitalización. Motivo por el cual se puede hacer necesaria no solo la sincronización entre el tiempo y la tasa sino también compatibilizarlo con las condiciones de capitalización.

Respecto al sincronismo y compatibilización entre el tiempo y la tasa

La tasa de interés que se pacta en una operación no necesariamente debe estar expresada en la misma magnitud de tiempo que el plazo por el cual se ha pactado esa operación.

Respecto a la compatibilización de la capitalización

Los subperíodos de capitalización tienen, necesariamente, una duración menor o igual al periodo de vigencia total de la operación.

En el caso que el subperíodo de capitalización fuere igual al periodo total de la operación, se está ante un caso particular de interés donde en realidad no existe capitalización alguna.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Estructura temporal de la tasa de interés

Las tasas de interés a corto plazo difieren de las tasas de interés a largo plazo. La relación que existe entre ambas se conoce como estructura temporal de la tasa de interés.

Cuando las tasas a largo plazo son más altas que las tasas a corto plazo, se expresa como que "la estructura a plazo tiene una pendiente ascendente", y por otra parte, cuando las tasas a corto plazo son más altas "tienen una pendiente descendente".

Conformación de la estructura de la tasa de interés

Existen tres componentes básicos en la conformación de una tasa de interés:

1) **Compensación por la cesión del uso del dinero.**
2) **Incidencia de la inflación.** El interés está expuesto a los nocivos efectos de la inflación, por lo tanto es lógico que se trate de neutralizar ese riesgo. Esta neutralización o compensación recibe el nombre de "prima por inflación".
   Si la tasa de interés se ajusta por los efectos de la inflación se transforma en una **"tasa real de interés**".
3) **El riesgo implícito en el lapso al que está expuesto el capital.** El tiempo y la tasa de interés tienen una correlación directa. A medida que se incrementa el lapso de recupero aumenta el riesgo de la inversión, situación que se traslada directamente a la tasa de interés: aumenta.
   A ese incremento en la cuantía de la tasa de interés se lo llama: "prima de riesgo".

CAPITALIZACIONES

Monto a interés compuesto

En el cálculo de intereses intervienen solo tres factores:

1. **Dinero.** Partiremos de una suma inicial "capital" que es el valor de la operación en el momento inicial. Luego iremos calculando intereses para cada uno de los subperíodos y se los sumaremos a ese capital, este procedimiento se define como "capitalización".
   Así se formara una suma al final de cada lapso, subperíodo, que llamaremos "monto" del subperíodo, el cual pasará a ser el capital inicial del subperíodo siguiente. Así sucesivamente hasta finalizar el periodo y cuyo importe resultante será el valor final de la operación, es decir el capital más los intereses del periodo.
2. **Tiempo.** Dentro de un periodo de tiempo habrá tantos subperíodos "m" como se convengan.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

3. **Tasa de interés.** Independientemente que la tasa de interés sea: nominal periódica, proporcional, equivalente/efectiva, tendremos una tasa de interés que estará expresada en porcentajes y la llamaremos "tasa porcentual" o bien una relación para cada unidad de capital y la llamaremos "tasa unitaria".

Cálculo del monto

Partimos que tenemos un capital que lo colocamos a interés a la tasa proporcional "i" durante "m" subperíodos de tiempo con capitalización en cada uno de los subperíodos en que dividamos al periodo.

Sucederá que al fin del primer subperíodo habremos ganado un interés igual a "C * i", que sumados al capital inicial pasara a ser el monto de ese primer subperíodo. Luego ese monto pasa a ser el capital inicial del segundo subperíodo y al fin del mismo habrá ganado un interés igual a "M * i", que sumaremos al capital inicial del segundo subperíodo y pasará a ser el monto de ese segundo subperíodo y así sucesivamente durante los "m" subperíodos o sea durante todo el periodo.

Si la tasa de interés es periódica y existe más de un periodo "n" el monto será igual a:

$$\boldsymbol{M = C * (1 + \frac{i}{m})^{m*n}}$$

La fórmula precedente indica que el total obtenido al finalizar un periodo de duración "n" es igual al producto resultante de multiplicar al capital inicial por un factor.

Luego determinaremos el interés. Para ello y considerando que el Monto es igual al Capital más el Interés podemos decir que si al Monto le Restamos el Capital obtendremos el Interés ganado, luego:

$$\boldsymbol{I = C * \left[(1 + \frac{i}{m})^{m*n} - 1\right]}$$

Formulas derivadas a partir de la fórmula de monto:

Determinación de la **fórmula de capital:**

$$\boldsymbol{C = \frac{M}{(1+i)^{m*n}}}$$

Determinación de las **fórmulas de tiempo**:

$$\boldsymbol{n = \frac{\frac{\log \frac{M}{C}}{\log(1+i)}}{m}}$$

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Determinación de la **fórmula de la tasa de interés**:

$$\boldsymbol{i = (\frac{M}{C})^{\frac{1}{m*n}} - 1}$$

Fórmulas derivadas a partir de la fórmula de interés

Determinación de **la fórmula del capital:**

$$\boldsymbol{C = \frac{I}{[(1+i)^{m*n} - 1]}}$$

Determinación de las **fórmulas del tiempo**:

$$\boldsymbol{n = \frac{\frac{\log\left(\frac{M}{C}\right)}{\log(1+i)}}{m}}$$

Determinación de la **fórmula de la tasa de interés**:

$$\boldsymbol{i = (\frac{M}{C})^{\frac{1}{m*n}} - 1}$$

Monto a interés continuo

El **interés continuo** es el resultado de considerar que el lapso que se sucede entre los periodos de capitalización "m" es cada vez menor, tienden a ser cero; por lo tanto la cantidad de veces que se sucede la capitalización dentro de cada periodo será cada vez mayor, crecerá tendiendo a infinito a medida que "m" tienda a cero.

Si definimos: x = m/i

Del siguiente modo:

$$M = C * \left[(1 + \frac{1}{x})^x\right]^i$$

Si los subperíodos "m" son cada vez de menor duración, "m" tenderá a ser cada vez mayor y, por lo tanto, aumentara la cantidad de capitalizaciones.

Por lo tanto conforme "x" tome mayores valores y tienda a crecer hasta un infinito el resultado de la ecuación será cada vez mayor pero aumentando a una tasa de crecimiento decreciente.

El resultado será un número infinito que se lo expresa como el número "e":

$$e = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Puede así afirmarse que:

“e” es el valor máximo para una cantidad que crece en forma continua y que el resultado de una función con ese tipo de crecimiento será una cuantía aproximada a ese valor.

En nuestro caso en la siguiente igualdad, “m” tienda a infinito:

$$M = C * (1 + \frac{i}{m})^{m}$$

El valor máximo que tomará será:

$$M = C * e^{i*m}$$

En este caso a la tasa “i” se la denomina “tasa instantánea (f), luego:

$$\boldsymbol{M = C * e^{f*m}}$$

Equivalencia financiera

Sólo coincidirá el “Valor Actual” con el “Valor Nominal” el día de su vencimiento, antes será numéricamente menor y luego algo superior. Esos valores que si bien no son numéricamente iguales si son equivalentes entre ellos pues es el valor que esa obligación tiene en cada momento de su vida.

Evidentemente $90.909,90 y $100.000,00 no son numéricamente iguales pero, posicionados en el tiempo, se puede afirmar que ambas cantidades, calculados a una tasa de interés, tienen la misma capacidad de pago y, por lo tanto, son equivalentes.

RENDIMIENTOS EFECTIVOS

Tasa equivalente y tasa efectiva

Financieramente: una tasa es equivalente a otra cuando en el mismo periodo de tiempo ambas generan el mismo interés pero con distintos periodos de capitalización.

Por definición de tasa equivalente tanto “m” como “m_1” son fracciones que indican subperíodos de capitalización dentro de un mismo periodo, por lo tanto ambas fracciones deben estar expresadas con el mismo numerador y sus denominadores en las mismas unidades de cuenta.

Por lo antes visto podemos expresarla como:

$$\boldsymbol{(1 + i)^{\frac{z}{x}} - 1 = i_m}$$

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Luego esta fórmula se interpreta como que la tasa "i" va a tener en el caso de "y/x" subperíodos de capitalización, el mismo rendimiento que la tasa "i_m" en "y/z" subperíodos de capitalización.

En este análisis partimos del supuesto de que en: $(1+i)^m-1$: "i" esta expresada en la misma unidad de cuenta que "m" pero puede suceder que así no fuera.

En ese caso "i" será una tasa periódica y debemos proporcionarla a "m" y quedara:

$$\boldsymbol{i' = (1 + \frac{i}{m})^{m} - 1}$$

Esta fórmula debe leerse como que la tasa periódica "i" debe proporcionalizarse a los "m" subperíodos y capitalizarse por los mismos "m" subperíodos.

Este concepto se define como "rendimiento del periodo" y lo llamaremos **tasa efectiva.**

Para el caso que "m" sea una fracción de año el resultado será el "rendimiento efectivo anual" o TEA.

Por lo tanto, la "tasa efectiva anual" es un caso particular de la "tasa efectiva", y el cálculo de la "efectividad de la tasa" para un periodo cualquiera es un caso particular de la "tasa equivalente".

Tasa instantánea

Es aquella que aplicada a un capital C en "n" períodos con capitalización continua, produce el mismo monto que el obtenido al utilizar la tasa nominal "i" en el mismo período de tiempo y con el mismo capital pero con capitalización periódica.

Al solo efecto de diferenciar la tasa instantánea a la tasa continua la simbolizaremos con la letra "f":

$$1 + i = e^{f}$$

$$\ln(1 + i) = f * \ln e$$

$$\boldsymbol{f = \ln(1 + i)}$$

TASA REAL DE INTERÉS

Dada una suma de dinero "C" colocada a interés tiene, a su vencimiento, un valor mayor "M" que si bien es nominalmente mayor es equivalente en términos financieros.

Otra cuestión es saber si la primera cantidad, en el momento inicial, tiene una capacidad de compra mayor, igual o menor que la segunda, en el momento final.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

El objetivo es determinar la incidencia de la inflación sobre la capacidad de compra del dinero colocado a interés.

Luego el resultado real será la mayor o menor capacidad de compra que tiene el dinero disponible en cada uno de los momentos.

Supuestos y nomenclatura

Consideraremos dos momentos: el primer momento es hoy y el otro es al vencimiento de la operación. Nomenclatura:

- n = el tiempo que transcurre desde el día de hoy hasta el vencimiento de la operación.
- r = tasa de rendimiento real de la operatoria en el lapso “n”.
- i = tasa de interés para el periodo “n”.
- f = tasa de inflación.

Capacidad de compra

La **capacidad de compra** es la relación existente entre la suma de dinero disponible y el precio de esos bienes.

Tasa real

La **tasa real** es la variación relativa existente entre la diferencia de las capacidades de compra final e inicial respecto a la capacidad de compra inicial.

$$\boldsymbol{r = \frac{i - f}{1 + f}}$$

Conclusión

El rendimiento real de una operación realizada a una tasa de interés “i” que ha sido afectada por una diferencia de precios “f” es igual a la diferencia entre las tasas de interés e inflación ajustada, por un factor de actualización igual a la unidad más la tasa de inflación.

Efecto Fisher

Es una teoría que relaciona, para un mismo lapso, a la tasa de interés periódica con la tasa de inflación y determina una tasa real de interés.

Se puede expresar como que: “la tasa de interés real es igual a la diferencia entre la tasa de interés y la tasa de inflación menos la incidencia de la inflación respecto a la tasa real de interés”.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Luego, puede ser expresada como:

$$r = i - f - r * f$$

Y a partir de allí deducir la tasa real de interés:

$$\boldsymbol{r = \frac{1 - f}{1 + f}}$$

Desde otro punto de vista, para obtener un rendimiento igual a la tasa de interés periódica "i" se debe tener presente que si

$$r = i - f - r * f$$

Entonces

$$i = r + f + r * f$$

Donde:

- "r" es la tasa real esperada.
- "f" es la compensación por el decremento en el valor de dinero invertido a consecuencia de la inflación.
- "rf" es la compensación por el hecho de que el dinero ganado sobre inversión también vale menos a consecuencia de la inflación.

FACTORES DE ACTUALIZACIÓN Y DE CAPITALIZACIÓN

Por lo visto en los capítulos anteriores podemos partir de la base que **un factor de capitalización** es un multiplicador que transforma una suma de dinero en otra mayor luego de transcurrido un tiempo.

Para obtener el valor final de una suma inicial cualquiera, a la que llamaremos valor actual, corresponderá multiplicarla por un factor de capitalización. Luego esa suma inicial habrá ganado intereses.

Para determinar el valor actual de una obligación con fecha de vencimiento en el futuro, valor final, debemos operar en forma inversa. Es decir: debemos quitar intereses.

Un factor de actualización es la inversa de un factor de capitalización, es un factor de capitalización elevado a menos uno.

Desplazamiento en sentido positivo: **capitalización.**

Desplazamiento en sentido negativo: **actualización.**

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Expresión y desarrollo analítico

Con tasa nominal

$$Factor\ de\ capitalizacion = \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}}\right)^{\boldsymbol{m}}$$

$$Factor\ de\ actualizacion = \left(\mathbf{1} + \frac{\boldsymbol{i}}{\boldsymbol{m}}\right)^{-\boldsymbol{m}}$$

Con tasa efectiva

Pero si partimos de que la tasa dada como dato es efectiva para ese periodo corresponderá determinar la tasa equivalente para ese subperíodo.

Luego al tener que aplicar una tasa equivalente partiendo de una tasa efectiva, lo primero que hay que hacer es determinar la misma a partir de la tasa efectiva dada:

$$i_m = (1 + i')^{\frac{1}{m}} - 1$$

Obtenida la tasa equivalente a partir del dato de la tasa efectiva:

$$Factor\ de\ capitalizacion = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i}')^{\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{m}}}$$

$$Factor\ de\ actualizacion = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i}')^{-\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{m}}}$$

ACTUALIZACIONES Y DESCUENTOS

Utilizando los conceptos y herramientas que conforman el cálculo financiero es posible movernos en el tiempo, posicionarnos en algún momento cualquiera del lapso de la vida de la obligación y determinar el valor que esa transacción tiene ese día.

Obviamente que el valor nominal será igual a su valor real el día de su vencimiento, no antes ni después. Será menor o superior, respectivamente.

Devengamiento y exigibilidad

Esto tiene una directa correlación con los conceptos económicos contables del "devengamiento" y la "exigibilidad".

El primero es el momento en que nace y el segundo es la fecha en que se ha de efectivizar o cumplir.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Descuento

Definiremos como "Descuento" a la quita que se le hace a una obligación no vencida.

Financieramente corresponde que sea realizada sobre el valor que tiene la obligación el día que se realiza la quita o descuento, o sea sobre su valor actual.

Tipos de descuento

1. **Descuento comercial:** es el interés simple del valor nominal.
2. **Descuento racional:** es el interés simple del valor actual, calculado a interés simple.
3. **Descuento compuesto:** es el interés compuesto del valor actual, calculado a interés compuesto.

Nomenclatura

- D: descuento.
- Valor presento o valor actual: C = VA = V = V_0
- Valor nominal o valor final: M = VF = N = VN = V_N

Descuento compuesto

Cabe distinguir que el cálculo del mismo debe realizarse con aplicación de una misma fórmula, pero la de interés utilizado puede ser una:

- Tasa de interés nominal periódica.
- Tasa equivalente/efectiva periódica.

Por otra parte puede suceder que **dentro del periodo** al que está sujeto el descuento:

- Existan subperíodos de capitalización.
- No existan subperíodos de capitalización.

Determinación del descuento sin subperíodos de capitalización

$$D_3 = \frac{N * i}{1 + i}$$

Y esta es la formula vista de **Descuento Racional**, por lo tanto y por definición: el descuento compuesto debe necesariamente tener subperíodos de capitalización.

Determinación del descuento compuesto donde si existen subperíodos de capitalización

Con tasa nominal periódica con subperíodos de capitalización

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

$$D_3 = N * \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m*n}}\right]$$

Con tasa equivalente/efectiva con subperíodos de capitalización

$$D_3 = N * \left[1 - \frac{1}{(1 + i')^{\frac{1}{m}}}\right]$$

TASA DE DESCUENTO = tasa adelantada

Visto que una obligación tiene tantos valores como momentos en los que nos posicionemos a lo largo de su vida y que la quita de una suma sobre su valor nominal constituye el "descuento" se puede inferir que la quita para la unidad de capital en la unidad de tiempo será la "tasa de descuento".

Es la "quita" que se realiza a cada unidad del valor nominal en la unidad de tiempo.

$$d = \frac{N - V}{N} = \frac{D}{N}$$

Tasa de descuento – Tasa de interés (= tasa vencida). Relaciones entre ellas

Tasa de descuento en función de la tasa de interés.

$$\boldsymbol{d = \frac{i}{1 + i}}$$

Tasa de interés en función de la tasa de descuento.

$$\boldsymbol{i = \frac{d}{1 - d}}$$

Proporcionalización de las tasas

Para los casos en que hubiere distintas magnitudes de tiempo hay que sincronizar la operación o sea proporcionalizar las tasas:

$$\boldsymbol{\frac{d}{m} = \frac{\frac{i}{m}}{1 + \frac{i}{m}}}$$

$$\boldsymbol{\frac{i}{m} = \frac{\frac{d}{m}}{1 - \frac{d}{m}}}$$

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Determinación de la tasa de descuento en función de la tasa de interés

$$V_N = N * (1 - d)^n$$

Formulas derivadas

- Valor nominal:

$$N = \frac{V_N}{(1 - d)^n}$$

- Descuento:

$$D = V * (\frac{1 - (1 - d)^n}{(1 - d)^n})$$

RENTAS

Una **renta** es una serie de pagos que se suceden en el transcurso del tiempo. Esa serie tendrá una duración de "n" términos, a cada uno de ellos lo llamaremos **cuota.**

Definiremos el **valor de una renta** como la sumatoria del valor actual de todos y cada uno de los pagos en un momento determinado.

Clasificación

1. **Por el destino de los pagos**:
    a. *Rentas propiamente dichas:* cuando la serie de pagos está destinada a cancelar una deuda.
    b. *Imposiciones:* cuando esa serie está destinada a conformar un capital.
2. **Por el importe de las cuotas.** Las cuotas pueden ser iguales o no. En el supuesto caso que se trate de cuotas variables la diferencia puede ser:
    a. *Sin razón de variabilidad:* es una cuota que varía en función del precio de un bien.
    b. *Con razón de variabilidad:* se presentan dos alternativas:
        i. *En progresión aritmética.*
        ii. *En progresión geométrica.*
3. **Por el momento en que se pagan en cada periodo:**
    a. *Adelantadas:* pago al inicio del subperíodo.
    b. *Vencidas:* pago al final del subperíodo.

    Las alternativas posibles son cuatro y es el resultado de la combinación de:

Rentas de pago:

- Vencido.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

- Adelantado.

Valorización:

- Al momento del inicio (V_0): Valor actual.
- Al momento en que finaliza (V_N): Valor final.

Si lo que se trata es calcular:

- El "valor final": una renta de pago vencido tendrá, respecto a una renta de pago adelantado, un subperíodo menos de capitalización y viceversa.
- El "valor inicial": una renta de pago vencido tendrá un subperíodo más de actualización que una renta de pago adelantado.

4. **Por el régimen al que están sujetas respecto al interés.**
    a. *Régimen de Interés Simple.*
    b. *Régimen de Interés Compuesto.*
5. **Por el momento en que se valorizan.** Para clasificarlas según el momento en que se valorizan definiremos tres momentos en la vida de una renta que llamaremos "épocas":
    - Época inicial (EI): el inicio de los pagos.
    - Época final (EF): cuando finaliza.
    - Época de valuación (EV): cuando se la valoriza.

    Luego las alternativas que se presentan son tres:
    a. *Rentas diferidas:* cuando la época inicial es **posterior** a la época de valuación.
    b. *Rentas inmediatas:* cuando la época inicial **coincide** con la época de valuación.
    c. *Rentas anticipadas:* cuando la época inicial es **anterior** a la época de valuación.
6. **Por su duración o vida.**
    a. *Temporarias:* son rentas que tienen un principio y un final determinado.
    b. *Perpetuas:* son rentas que tienen un principio pero no un final.
    c. *Vitalicias:* son rentas que están vinculadas con la vida de una persona.

Valorización de rentas

Según lo expuesto precedentemente una renta se puede valorizan en cualquier momento de su vida operando con las tres variables: dinero, tiempo y tasa.

Rentas inmediatas

Rentas perpetuas vencidas

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Se puede definir al valor actual de una renta perpetua como una suma de dinero tal que colocada a una determinada tasa de interés da como rendimiento periódico la cuantía de la cuota de esa renta.

Luego la "cuota" es igual a al valor actual de la renta multiplicado por una tasa de interés "i":

$$\boldsymbol{a = VA * i}$$

Por lo tanto el "valor actual de la renta" será igual a la cuantía de la cuota dividida por la tasa de interés "i":

$$\boldsymbol{VA = \frac{a}{i}}$$

Rentas perpetuas adelantadas

Por ser de pago adelantado, todos y cada uno de los pagos serán por un periodo menos.

Una manera de hacerlo es multiplicar cada sumando por un factor de capitalización de exponente unitario: (1 + i).

El valor actual de una renta perpetua adelantada es:

$$\boldsymbol{VA = \frac{a}{i} * (1 + i)}$$

Rentas temporarias

Una **renta temporaria** puede definirse como la diferencia entre dos rentas perpetuas.

El valor actual de una renta temporaria es igual a la sumatoria del valor actual de todos y cada uno de los valores actuales de sus cuotas. Puede ser expresado como:

$$\boldsymbol{VA = a * \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}\right]}$$

Conocido el importe del valor actual de una renta, la tasa de interés y la cantidad de cuotas para la determinación del importe de la cuota se debe despejar su valor partiendo de la fórmula del valor actual:

$$\boldsymbol{a = VA * \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i}\right]^{-1}}$$

Valor final

El valor final de una renta temporaria vencida será igual a su valor actual capitalizado hasta la época de vencimiento:

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

$$VN = a * \left[\frac{(1+i)^n - 1)}{i}\right]$$

Conocido el importe del valor final de una renta temporaria vencida, la tasa de interés y la cantidad de cuotas para obtener el importe de la cuota se debe despejar su valor partiendo de la fórmula del valor final:

$$a = VN * \left[\frac{(1+i)^n - 1)}{i}\right]^{-1}$$

Renta temporaria adelantada

Valor actual

El valor actual de todas y cada una de las cuotas de una renta adelantada va a ser igual al valor actual de todos y cada uno de los pagos de una renta vencida actualizados por un periodo.

$$VA = a * \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}\right] * (1+i)$$

Conocido el importe del valor actual de una renta, la tasa de interés y la cantidad de cuotas para la determinación del importe de la cuota se debe despejar su valor partiendo de la fórmula del valor actual:

$$a = VA * \left(\left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}\right] * (1+i)\right)^{-1}$$

Valor final

El valor final de una renta temporaria adelantada será igual al valor actual de una renta temporaria adelantada capitalizado hasta la época de vencimiento.

$$VN = a * \left[\frac{(1+i)^n - 1)}{i}\right] * (1+i)$$

Conocido el importe del valor final de una renta temporaria adelantada, la tasa de interés y la cantidad de cuotas para obtener el importe de la cuota se debe despejar su valor partiendo de la fórmula del valor final.

$$a = VN * \left[\frac{(1+i)^n - 1)}{i} * (1+i)\right]^{-1}$$

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Síntesis

Los cuatro valores antes determinados, y obviamente las cuotas que los conforman también, están interrelacionados entre sí.

	Pagos vencidos	**Pagos adelantados**
Valor actual	α_0	a_0
Valor final	S_N	S_N

- Para obtener el valor final partiendo de un valor actual o para obtener el valor actual partiendo de un valor final – entre filas- se multiplica por $(1+i)^N$ o $(1+i)^{-N}$ respectivamente.
- Para calcular el valor actual de una renta de pagos adelantados partiendo del valor actual que tiene una renta de pagos vencidos se debe multiplicar el primer valor por $(1+i)^{-1}$ y para calcular el valor actual de una renta de pagos vencidos partiendo del valor de una renta de pagos adelantados se ha de multiplicar por $(1+i)$.

Rentas anticipadas y diferidas

Rentas vencidas

Renta anticipada

La realización de los pagos transcurre desde la época inicial (EI) hasta el momento "n" (EF) y el lapso del anticipo de pagos "k" es el tiempo que transcurre desde la época inicial (EI) hasta la época de valuación (EV).

Renta diferida

La realización de los pagos transcurre desde la época inicial (EI) hasta el momento "n" (EF) y el lapso de diferimiento de pagos (k) es el tiempo que transcurre desde la época de valuación (EV) gasta la época inicial (EI).

Rentas adelantadas

Renta anticipada

En el caso de una renta anticipada o sea cuando la época inicial (EI) es anterior a la época de valuación (EV) el valor hallado mediante a_0 y que corresponde al momento cero deberemos capitalizarlo hasta la época de valuación (EV).

Renta diferida

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

En el caso de una renta diferida, vencida, o sea cuando la época inicial (EI) es posterior a la época de valuación (EV) al valor hallado mediante a_0 y que corresponde al momento cero deberemos actualizarlo hasta la época de valuación (EV).

Conclusión

Independientemente que en una renta se presente alguna combinación de pago con su época de valorización, en todos los casos lo que hay que hacer es:

1. Determinar su valor al momento de inicio de sus pagos "Época inicial".
2. Conocido ese importe se debe llevar, según corresponda, mediante un factor de capitalización o actualización hasta su "Época de valuación".

Rentas con cuotas variables

Existen tantas formas en las que puedan variar las cuotas como acuerdos se puedan pactar entre las partes.

Variación en progresión geométrica

La cuota en este tipo de rentas varía, pago a pago, en una cantidad que resulta igual al producto de la cuota inmediata anterior por un factor constante que llamaremos "q", por lo tanto la diferencia entre cuota y cuota no es una cantidad constante sino variable.

Formulas

Rentas variables en progresión aritmética

Valor final renta vencida:

$$\mathrm{Vvn} = \left[Sn * \left(\mathrm{p} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{i}}\right)\right] - \left[\mathrm{n} * \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{i}}\right]$$

Valor final renta adelantada:

$$Vvn = \left[\mathrm{Sn} * (\mathrm{p} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{i}})\right] - \left[n * \frac{d}{i} * (1+i)\right]$$

Valor actual renta vencida:

$$Vvo = \left[An * (p + \frac{d}{i} + n * d)\right] - \left[n * \frac{d}{i}\right]$$

Valor actual renta adelantada:

$$Vvo = \left[An * (p + \frac{d}{i} + n * d)\right] - \left[n * \frac{d}{i} * (1+i)\right]$$

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Rentas variables en progresión geométrica

Valor final renta vencida:

$$\mathrm{Vvn} = \mathrm{p} * \left[\frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)}\right]$$

Valor final renta adelantada:

$$Vvn = p * (1+i) * \left[\frac{q^n - (1+i)^n}{q - (1+i)}\right]$$

Valor actual renta vencida:

$$Vvo = p * \left[\frac{q^n - (1+i)^n}{\big(q - (1+i)\big) * (1+i)^n}\right]$$

Valor actual renta adelantada:

$$Vvo = p * \left[\frac{q^n - (1+i)^n}{\big(q - (1+i)\big) * (1+i)^{n-1}}\right]$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

RESUMEN DE MATEMATICA FINANCIERA. SEGUNDO PARCIAL

SISTEMAS DE AMORTIZACIÓN

Se denomina sistema de amortización al pago de una deuda en cuotas.

El interés siempre se genera sobre el saldo adeudado independientemente que su pago pueda hacerse al inicio o al final del período.

Toda erogación para el pago de una deuda se debe imputar en primer lugar al pago de intereses y luego, de existir un remanente, a la deuda que origina los intereses, o sea el capital.

Existen dos formas de pago de los intereses: al inicio del periodo o al final. Si es al inicio se tratara de un "pago de intereses adelantados" y si es al final será un "pago de intereses vencidos".

Con pago de intereses adelantados

Sistema alemán

Es un sistema de cancelación de deudas con pago de intereses, sobre saldos, adelantados.

El primer pago, al inicio del a vida del sistema, es solo intereses y el último pago es solo capital. Las restantes cuotas contienen parte de interés y parte de capital, al ser el interés sobre saldos la composición interna de la cuota va variando, la participación del interés en la composición de la cuota tiende a decrecer en el tiempo y, consecuentemente, aumentar el capital.

$$\boldsymbol{Valor\ del\ prestamo = V_O = a * \frac{1-(1-i)^n}{i}}$$

$$\boldsymbol{Valor\ de\ la\ cuota = a = V_O * \frac{i}{1-(1-i)^n}}$$

Con pago de intereses vencidos

Al ser de pago de interés vencido y sobre saldos todas las cuotas contienen en si una parte de capital y otra de interés.

En este, como en todo el espectro del cálculo financiero, las variables o alternativas que se combinan son solo tres: dinero, tiempo y tasa. Luego los distintos sistemas de pago resultan de las diferentes formas de cada una de ellas, a saber:

1. La tasa de interés: puede ser fija o variable.
2. El tiempo: las cuotas pueden ser sincrónicas o no.
3. El dinero:

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

a. Respecto de la cuota: puede ser fija o variable:
b. Sobre el saldo adeudado: puede ser una suma de dinero prestablecida o variable.

Sistema francés

Es una forma de pago donde la cuota es constante y el interés es sobre saldos, donde el destino de todas y cada una de las cuotas es el pago de interés y capital.

A medida que transcurre el tiempo y la realización de los pagos, el saldo de capital adeudado será cada vez menor y al ser la cuota de una cuantía constante se alterara la participación del capital e interés en cada una de ellas. Concretamente: en el primer pago se paga más interés y menos capital que en la última.

Es un sistema de pago cuyas cuotas incluyen capital (amortización real) e intereses.

El pago de los intereses es vencido y sobre saldos, su cuota puede ser fija o variable y el lapso que transcurre entre pago y pago puede o no ser igual.

$$\boldsymbol{Valor\ del\ prestamo = V_O = a * \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

$$\boldsymbol{Valor\ de\ la\ cuota = a = V_O * \frac{i}{1-(1-i)^{n}}}$$

Sistema alemán II

Es una forma de pago cuya cuota esta conformada por capital e interés, el capital se obtiene de dividir el total adeudado por la cantidad de cuotas, es decir es una suma constante, y los intereses son sobre saldos. Resulta así un sistema de cuotas decrecientes.

$$\boldsymbol{Capital\ que\ cancela\ en\ cada\ cuota = C_K = \frac{V_O}{n}}$$

$$\boldsymbol{Cuota\ de\ pago = a_k = C_K + I_K}$$

Sistema americano

Este sistema se basa en el concepto de que se pagan intereses a la tasa **i** al fin de cada subperíodo y al finalizar el plazo del préstamo se cancela totalmente el capital más los intereses de ese subperíodo y que a efectos de cancelar el crédito en cada momento en que se pagan intereses se destina una suma de dinero que se coloca a la tasa **i**’ para ir formando un capital igual a la deuda.

$$\boldsymbol{Valor\ de\ la\ cuota = a = V_O * (i + \frac{i'}{(1+i')^{n}-1}}$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Consiste en el pago de una suma su periódica en concepto de intereses y a su vencimiento el pago del total de la deuda, si se da el caso de que a medida que se pagan los intereses se destina una suma a manera de ahorro periódico para la conformación de un capital de manera tal que al vencimiento del plazo ese capital sea igual al total adeudado.

Análisis de alternativas u opciones.

Sistema francés o sistema alemán

En principio es de destacar que la respuesta que, en su gran mayoría, se obtiene es que la alternativa más conveniente es el Sistema Alemán y se argumenta que:

1. El interés total pagado es menor.
2. Si en las primeras cuotas, se quisiera cancelar el saldo de deuda la suma a abonar es menor que si se hubiera optado por el sistema francés.

En el Sistema Alemán, a consecuencia que la participación del capital es constante en cada cuota y que el interés es sobre saldos, las cuotas iniciales son de una mayor cuantía que en el Sistema Francés.

Por lo tanto, dado que el costo en términos relativos es el mismo, la opción por uno u otro sistema dependerá de los flujos de fondos del tomador pues pagará menos intereses en la medida que cancele más rápido su deuda.

Sistema americano

La aplicación del Sistema Americano consiste en el pago periódico de intereses, la cancelación de la deuda en la última cuota y que al me momento del pago de cada cuota se destine una suma de dinero para la conformación de un fondo igual a la suma adeudada de manera tal que con esa suma se pague el total de la deuda.

Este sistema opera con dos tasas de interés:

- La que paga el deudor: tasa activa.
- La que cobra el deudor: tasa pasiva.

En general, si se trata de una operación realizada en una misma institución, la tasa pasiva va a ser menor que la tasa activa.

Para determinar cuál es la tasa de interés que esta efectivamente pagando se debe analizar la serie de pagos que realiza por el procedimiento de Baylli: la deuda total y la cantidad de cuotas son datos, la cuota total resulta de la suma de los intereses que paga más el dinero que destina a la conformación del fondo.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Conclusión general

Para cada caso en particular habrá uno que se ajusta de mejor modo al destino o aplicación del dinero y es por ello que la decisión de la forma de pago de un préstamo deuda está en función de dos variables:

1. **Relativas:** la tasa de interés.
2. **Absolutas:** el flujo de fondos resultante de la forma de pago del interés y reintegro del capital.

La tasa, al ser una variación relativa, debe ser comparada con la rentabilidad del destino de los fondos en tanto que el reintegro del capital y pago de intereses debe ser analizado en función del flujo de fondos que se sucederán a consecuencia de la aplicación de los fondos del préstamo.

INTERES CARGADO

Se denomina interés cargado a una forma de determinar el recargo de una suma a financiar y a devolver en más de un pago o cuota. El interés se calcula en forma lineal como en el Interés Simple:

$$\boldsymbol{I = C * i * n}$$

Calculado el interés se presentan dos alternativas para el pago: una es que se lo sumemos al capital y la otra es que se lo restemos. Cabe destacar que siempre:

- El valor del préstamo "Vo" es lo que efectivamente se recibe.
- El total adeudado "M" es igual a la suma efectivamente recibida más los intereses:

$$\boldsymbol{M = V_O + I}$$

- El valor de la cuota a pagar es igual al total adeudado dividido por la cantidad de cuotas pactadas.

$$\boldsymbol{a = \frac{M}{n}}$$

Interés cargado

Si sumamos el interés al capital solicitado se llama "interés cargado".

El total a financiar será la suma de capital solicitado más los intereses.

$$\boldsymbol{Cuota = \frac{C + C * i * n}{n}}$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Interés deducido

Si restamos el interés al capital solicitado se llama "interés deducido".

El valor del préstamo será el capital solicitado menos el interés.

$$\boldsymbol{Cuota = \frac{C}{n}}$$

Determinación de la tasa efectiva implícita en la operación.

Para poder determinar cuál es el costo efectivo en términos relativos debemos partir del concepto de renta propiamente dicha, o sea: una serie de pagos destinados a cancelar una deuda donde tenemos como datos el capital prestado, la cantidad de cuotas y el importe de cada una de ellas.

Buscamos la tasa de interés utilizada en la siguiente igualdad:

$$\boldsymbol{V_O = a * \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}}$$

De dicho procedimiento se obtiene la llamada "Formula de Baily" que permite calcular con gran aproximación la tasa de interés cuando el número de periodos sea menor que 50 y la tasa no sea elevada.

$$\boldsymbol{i = \frac{12-(n-1)*h}{12-2(n-1)*h} * h}$$

Siendo:

$$\boldsymbol{h = \left(\frac{a*n}{V_O}\right)^{\frac{2}{n+1}} - 1}$$

Alternativas que se presentan respecto a las cuotas adelantadas o vencidas

Nunca es el Monto lo que se adeuda en ese momento.

Es muy común que el cálculo del interés en forma directa se realice tomando como factor tiempo "n" a la cantidad total de cuotas que se pagan, independientemente que el vencimiento sea adelantado o vencido.

En todos los casos la Formula de Baily solo es aplicable para amortizaciones vencidas, es decir que en el caso que la cuota sea adelantada se debe ajustar la financiación a la modalidad de pago con cuota vencida.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Por lo tanto se puede inferir que la tasa efectiva resultante será no solo mayor a la nominal sino también a la que hubiere resultado si la modalidad de pago hubiese sido de cuota vencida.

INTERES SIN CAPITALIZACION

Se denomina interés simple al cálculo de intereses sin capitalización al cabo de cada subperíodo.

Calculo del interés

Tal lo antes dicho partimos de un capital "C" que colocamos a interés a la tasa "i" durante "n" periodos de tiempo sin capitalización en cada uno de los periodos en que dividamos al tiempo de vigencia de la operación.

Cada uno de los periodos en que se divida la vigencia de la operación será un factor de la multiplicación que dará como resultado el interés.

$$I = C * i * n$$

Formulas derivadas de la fórmula de interés

$$C = \frac{I}{C * n}$$

$$i = \frac{I}{C * n}$$

$$n = \frac{I}{C * i}$$

Calculo del monto

Luego para obtener el monto habrá que sumar los intereses obtenidos al capital inicial:

$$M = C * (1 + i * n)$$

Formulas derivadas de la fórmula del monto

$$C = \frac{M}{1 + i * n}$$

$$i = \frac{\left(\frac{M}{C}\right) - 1}{n}$$

$$n = \frac{\left(\frac{M}{C}\right) - 1}{i}$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Descuentos

Descuento comercial

El descuento comercial es el interés simple del valor nominal.

$$D_1 = N * i * n$$

$$V_1 = N * (1 - i * n)$$

Operar un descuento sobre el valor nominal es una forma muy simple desde el punto de vista comercial y aritmético pero es esencialmente inequitativa y no responde a la realidad financiera.

Ello es así pues se está calculando el descuento o quita de intereses sobre una suma u obligación que hoy no "vale" esa cantidad. Tendrá ese valor llegada la fecha de vencimiento.

Descuento racional

El descuento racional es el interés simple del valor actual calculado a interés simple.

$$D_2 = \frac{N * i * n}{1 + i * n}$$

$$V_2 = \frac{N}{1 + i * n}$$

Diferencia entre el descuento comercial y el descuento racional.

$$D_1 - D_2 = D_2 * i * n$$

La diferencia entre el Descuento Comercial y el Descuento Racional es el interés simple del Descuento Racional.

CAMBIOS EN LAS CONDICIONES PACTADAS DE FINANCIACION

Ante la eventual situación de cambio de las condiciones pactadas o de obligaciones preexistentes pueden suceder diversas alternativas que alteren:

- La cantidad de cuotas.
- Los valores nominales.
- Las fechas de vencimiento.
- Cualquiera de las anteriores combinadas entre ellas.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Para que pueda hacerse el cambio de un conjunto de obligaciones preexistentes por otro distinto, sin condiciones que beneficien o perjudiquen a las partes, debe tenerse en cuenta que: “La sumatoria de los valores actuales de las obligaciones preexistentes debe ser igual a la sumatoria de los valores actuales de las obligaciones futuras operando en ambos casos con la misma tasa de interés”.

Alternativas de estudio comunes

Se dan en casi todos los programas de estudio y consecuente bibliografía dos casos que pretenden cubrir la totalidad del espectro de estas situaciones, y ellos son:

- **Vencimiento medio:** parte del supuesto que dada una serie de obligaciones futuras se van a canjear por otra que cuyo valor nominal sea igual a la suma de los valores nominales de las obligaciones preexistentes, siendo la incógnita la fecha de vencimiento.
- **Vencimiento común:** es el mismo planteo pero, dado como dato la fecha de vencimiento hay que determinar el valor nominal de la nueva obligación.

Determinación del valor actual

- El valor actual es igual al valor nominal menos el descuento.

$$V = N - D$$

- El valor actual de la nueva obligación es igual a la sumatoria de los valores actuales de los compromisos preexistentes.

$$V_O = V_1 + V_2 + V_3 + \cdots + V_N$$

Desarrollo de las fórmulas de valor actual en función de los tres tipos de descuento

1. Con descuento comercial:

$$V_1 = N * (1 - i * n)$$

2. Con descuento racional:

$$V_2 = \frac{N}{1 + (i * n)}$$

3. Con descuento compuesto:

A. Utilizando tasa nominal periódica:

$$V_3 = \frac{N}{\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{n*m}}$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

B. Utilizando tasa equivalente/efectiva:

$$V_3 = \frac{N}{(1 + i')^{\frac{1}{m}}}$$

BONOS Y TITULOS VALORES

Un "bono" es una forma de instrumentar un préstamo y pasa a ser la representación del mismo. Son documentos emitidos al portador y de libre circulación, su tenencia implica la propiedad, la cual se transmite por la mera entrega del papel o título.

Desde el punto de vista del deudor es asumir el compromiso de entregas futuras de dinero a cambio de una suma que recibe al momento de su emisión.

Luego esa serie de movimiento de dinero conforma un "flujo de fondos".

Flujo de fondos

Un flujo de fondos es el movimiento del dinero que se sucede en una operación o presupuesto.

En todo flujo de fondos hay movimientos "positivos" y "negativos" según se recupere o entregue dinero.

En el caso de un bono hay, desde el punto de vista del comprador, inversor o acreedor, una entrega inicial "flujo negativo" y luego la totalidad de los restantes movimientos son recuperos o cobros "flujos positivos" sea por intereses y/o capital.

Instrumentación

Las condiciones de la operatoria: su importe, tasa de interés, forma de pago y otras particularidades propias del bono las establece el deudor en lo que se llama "prospecto de emisión".

Precio

En el caso de un "bono" el precio será la suma de dinero que el inversor esté dispuesto a pagar para ser acreedor de los flujos futuros.

El precio tendrá una correlación inversa con la tasa de interés: a mayor tasa menor precio y viceversa.

Considerando que el cronograma de flujos futuros (positivos) se está calculado a la tasa de interés ofrecida que la única posibilidad que tiene el inversor de incrementar su rentabilidad es calculando el precio o valor actual a una tasa menor que la propuesta por el emisor.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Sencillamente: pagará menos dinero por la compra del bono.

Valor de emisión

Para el deudor el precio es el "valor de emisión" y será la suma que resulte de la aplicación de la tasa de interés que el mismo propone en las condiciones de emisión.

Precio de mercado

El precio de mercado es el valor actual que el mercado dice que tiene ese flujo de fondos.

Mercado y conceptos generales

Un mercado es el lugar a donde concurren y se encuentran la oferta y la demanda de bienes y productos.

Respecto al tipo de operaciones existen dos tipos:

- **Mercados físicos** que es donde se opera con cosas.
- **Mercados financieros** en el cual se opera con documentos.

En el caso particular de los bonos lo que se está realizando al momento de materializar una operación de compraventa es una transferencia de derechos sobre los cobros futuros, sea capital y/o renta.

Conceptos generales

La tasa de interés que se utiliza para la determinación de la renta del bono es comúnmente denominada "tasa de cupón" o "tasa de renta" y al pago de intereses se los denomina "pago de servicios" o "importe del cupón".

En el caso de que el capital sea abonado en forma parcial durante la vida del bono se realiza mediante el pago de "cupones de amortización".

Al saldo de deuda de capital se lo denomina "valor residual" o "capital residual".

Al resultado de la suma del "valor residual" más los "intereses corridos" se los denomina "valor técnico".

Maduración

Por maduración de un bono se entiende el momento en el cual será cancelado, es decir pagado el capital o inversión.

Los plazos pueden ser clasificados o considerados como:

- Corto plazo: hasta cinco años.
- Plazo intermedio: de cinco a doce años.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

- Largo plazo: de más de doce años.

Volatilidad

Es la variación que tiene el precio de un bien en el tiempo.

Portafolio

Si por lo antes visto se espera que un buen inversor realice sus inversiones tendiendo a:

- Minimizar la duration para una misma tasa de rentabilidad.
- Maximizar la tasa para una misma duration.

La "duration" es una magnitud de tiempo que indica el plazo que ha de transcurrir hasta el momento de recupero de la inversión realizada.

Arbitraje

Se entiendo por "arbitraje" la operatoria que se realiza en forma simultanea entre dos o más mercados ante el caso de que un mismo producto tenga precios diferentes entre ellos.

Tasas de corte y de transferencia

La tasa de corte es la suma máxima que una entidad está dispuesta a pagar por una unidad de capital en la unidad de tiempo.

La tasa de transferencia de un préstamo es aquella a la cual se calcula el valor actual de los ingresos futuros de un bono. Es la tasa de rendimiento del flujo de fondos que se está comprando.

Clasificación

A los bonos, títulos, empréstitos o de la forma en que denominemos el préstamo se los puede clasificar de más de una forma y en función de sus características.

- **Por el tipo de desembolso inicial:**
    - **A la par:** se abona una suma igual al valor nominal.
    - **Bajo la par:** se abona una suma menor al valor nominal.
    - **Sobre la par:** el pago es mayor al valor nominal.
- **Por el plazo de duración:**
    - **Temporarios:** tienen una duración determinada entre dos fechas.
    - **Vitalicios:** están relacionadas con la vida de una persona.
    - **Perpetuos:** no tienen fecha de finalización.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

- **Por el ente emisor:**
  - **Gobierno nacional,** se los denomina “deuda soberana”.
  - **Provincias, municipios o entes públicos.**
  - **Empresas privadas,** se lo denomina “deuda privada”.
- **Según las garantías ofrecidas por el deudor:**
  - **Simples o sin garantías:** el aval está dado por el nombre y prestigio del deudor.
  - **Con garantías:** existen maneras de garantizar un bono, la más usual es mediante la constitución de una hipoteca.
- **Por la variabilidad del pago de capital e intereses:**
  - **Valores históricos:** los pagos de la renta y/o capital no se ajustan.
  - **Indexados:** los pagos de la renta y/o capital se ajustan en función de alguna variable pactada.
- **Por la tasa de interés:**
  - **Constantes o fijos.**
  - **Variables.**
- **Por la amortización:**
  - **A la par.** Se paga una suma igual al valor nominal.
  - **Bajo la par.** El importe que se reintegra a la inversión es menor que el valor nominal del bono, se los denomina de “cupón cero”.
  - **Sobre la par.** Inversa a la anterior.
  - **A perpetuidad.** No se devuelve el capital y se cobra una renta perpetua.
- **Según la forma de pago:**
  - **Integro:** se rescatan todos los bonos de una sola vez en un solo pago.
    - Capital e intereses en forma conjunta.
    - Con pago de intereses periódicos y el capital al final de su vida.
    - Títulos ex cupón: no se cobra el último servicio de intereses, a ese momento solo se paga el capital.
    - Con sobreprecio obligatorio: a su vencimiento se cobra el último servicio de intereses, el capital y una suma adicional.
  - **Parcial o periódico:** no se abona la totalidad del valor nominal de la totalidad de los bonos sino que se rescatan de una manera diferente:
    - Un pago parcial de la totalidad de los bonos.
    - El pago total de una parte parcial de los bonos.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Valor de emisión o precio

Ya está visto y definido que un bono es una manera de instrumentar un préstamo, que para un inversor el precio de un bono es la suma que está dispuesto a pagar por su propiedad, en tanto que para el emisor es la suma que pretende recibir por asumir ese compromiso de pago.

Existen dos topos de ingresos: el recupero del capital y la renta.

La suma del valor actual de ambos es la cantidad que el inversor pagará, concretamente: su precio.

Se le llama nuda propiedad al valor actual de los ingresos para el recupero de la inversión y usufructo al valor actual de la renta.

Determinantes del precio

Tasa de interés

La rentabilidad del bono está dada por la tasa de interés.

Puede suceder que en el mercado los inversionistas coincidan o no con la tasa propuesta por el deudor, a la tasa utilidad para el cálculo se denomina: tasa de rentabilidad.

La tasa de interés es un indicativo de la ponderación del riesgo: a mayor riesgo mayor tasa y viceversa.

Tiempo

Se entiendo por tiempo al lapso que se sucede entre la fecha e compra del bono y la de los futuros ingresos.

Para el caso de un mismo valor nominal y una misma tasa de interés el valor actual de un flujo de dinero tiende a disminuir a medida que se difiere su vencimiento,

Componentes del precio

Para el caso de un flujo de intereses periódicos y cobro recupero de la inversión al finalizar el plazo es:

$$\boldsymbol{Valor = renta + nuda\ propiedad}$$

Conclusión

El precio de un bono esta correlacionado en forma directa y negativa con el riesgo pues al ser preestablecidas e inamovibles tanto las fechas como los importes de cobro de las rentas y/o de los recuperos de capital al asumir un mayor riesgo el único modo que resta para poder incrementar la ganancia es una reducción del precio de compra.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

El precio de un bono tiene una correlación inversa respecto a la tasa de interés: a medida que aumenta la tasa de interés el precio del bono decrece y viceversa.

Valuación de títulos

Visto esta que el precio o valor de emisión de un título es igual a la sumatoria de los valores actuales de los ingresos futuros pactados.

Bonos a perpetuidad

Son rentas que se cobran sin que en algún momento sea devuelto el capital invertido, su precio o valor es el valor actual del usufructo dado que la nuda propiedad no existe.

$$\boldsymbol{C = \frac{a}{i}}$$

Rescate único (Bullet)

A la par. El valor actual de la nuda propiedad es:

$$\boldsymbol{k = \frac{C_1}{(1+i')^n}}$$

Luego el valor de emisión será:

$$\boldsymbol{e = k + \frac{i_1}{i'} * (C_1 - k_1)}$$

Bajo la par

Se lo denomina de esta manera cuando el reembolso del capital aportado se realiza a valor nominal menos una suma de dinero. Existen dos maneras de calcular esa reducción: una suma cualquiera o bien mediante el no pago de la última cuota.

Al no pago de la última cuota de renta se les llama "títulos ex cupón", por lo que al final de su vida se cobra solo el capital y no los intereses de ese periodo.

Así entonces, se expresará simbólicamente a:

- La suma no cobrada o "quita": Q
- La "quita" será igual a: C*i
- C_1 a la suma a recuperar

$$\boldsymbol{C_1 = C - C * i}$$

$$\boldsymbol{k_1 = \frac{C_1}{(1+i')^n}}$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

$$i_1 = \frac{C * i}{C_1}$$

Luego el valor de emisión será:

$$e = k_1 + \frac{i_1}{i'} * (C_1 - k_1)$$

Sobre la par (sobreprecio)

Se denomina de esta manera al caso de los títulos en los que al final de su vida se cobra el capital aportado, los intereses del periodo y una suma adicional.

$$C_1 = C + S$$

$$k_1 = \frac{C_1}{(1 + i')^n}$$

$$i_1 = \frac{C * i}{C_1}$$

Luego el valor de emisión será:

$$e = k_1 + \frac{i_1}{i'} * (C_1 - k_1)$$

Rescate periódico de títulos

Se pueden dar dos alternativas o casos:

1. Un porcentaje de cada título.
2. El total de un número de títulos.

Amén de ello puede suceder que la tasa pactada sea igual a la tasa que se espera que realmente rinda el título o no.

Determinación de la cuota de amortización

La suma que se destina en forma periódica a rescate será la cuota que amortiza el capital a la tasa y en el tiempo pactado:

$$a = C * \left(\frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}}\right)$$

Determinación del valor de emisión

En el caso de que:

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

1. Ambas tasas son iguales:

$$e = C$$

2. Las tasas no son iguales:

$$a = C * \left(\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right)^{-1} * \left(\frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}\right)$$

El valor de emisión es igual al valor actual de las sumas destinadas a cancelar la deuda.

Prima de emisión

Se llama prima de emisión a la diferencia entre la cotización de mercado de un título y su valor nominal.

Esa cantidad refleja la menor renta que se está dispuesto a cobrar por la seguridad que da la tenencia de ese bono.

$$P = C * (i - i') * \left(\frac{1-(1+i')^{-n}}{i'}\right)$$

Por lo tanto la prima de emisión es el valor actual de la diferencia de intereses.

Luego si la tasa pactada es igual a la tasa esperada no existirá prima de emisión alguna y se ratifica que el valor de emisión será igual al valor actual de las sumas destinadas a cancelar la deuda e intereses.

DEPRECIACION DE ACTIVOS

Se tratará de un gasto si la cosa o servicio es consumida totalmente en su primer uso o será una inversión si ese primer uso no la extingue.

Amortización significa acción y efecto de reducir hasta que se muera en términos contables. Es un concepto que se utiliza para registrar una pérdida de valor.

Métodos de amortización

Se analizarán tres tipos o métodos de amortización y dentro de cada modo las alternativas de interés a saber:

1. Proporcionales de cuota fija.
   a. Directo o línea recta.
   b. Del servicio.
   c. Del rendimiento.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

2. De reducción uniforme.
    a. Tanto por ciento fijo sobre saldos.
    b. De los números dígitos.
3. Con interés.
    a. Anualidades.
    b. Fondo amortizante.

Métodos proporcionales o de cuota fija

Estos métodos no consideran aspectos financieros, solamente operan con el costo incurrido en la adquisición del bien, su valor residual y la vida útil del mismo.

Directo o línea recta

Este método se funda en que el menor valor del bien se sucede en forma igual a lo largo de toda la vida útil, es decir que la amortización periódica, generalmente anual, es una cuota constante.

Si "n" es la vida útil del bien la cuota de amortización periódica "a" será:

$$\boldsymbol{a = \frac{C - VR}{n}}$$

Del servicio

En este caso se considera que la amortización del bien debe ser aplicada en función de las horas de trabajo que el mismo tiene para cada caso en particular.

Si llamamos "h" a las horas de trabajo y "k" al total de las horas de vida útil la cuota de amortización será:

$$\boldsymbol{a = (C - VR) * \frac{h}{k}}$$

Del rendimiento

En este caso se considera que la amortización del bien debe ser aplicada en función de las unidades que se han producido a consecuencia de su uso para cada caso en particular.

Si llamamos "m" a las unidades producidas y "j" al total de las unidades a producir la cuota de amortización será:

$$\boldsymbol{a = (C - VR) * \frac{m}{j}}$$

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Métodos de reducción uniforme

Son métodos de cuotas de amortización decreciente, o sea que se amortiza el bien en mayor cuantía en los primeros años de vida útil.

Tanto por ciento fijo sobre saldos

Se trata de un método de amortización de cuotas decrecientes pues si bien la tasa periódica de amortización es fija o constante el cálculo de la cuota se realiza sobre el valor residual del bien, al inicio de cada lapso, el cual es obviamente decreciente.

Valor del bien al final del último año de vida útil:

$$\boldsymbol{VR = S_n = C * (1 - i)^n}$$

Vida útil de un bien:

$$\boldsymbol{n = \frac{ln\left(\frac{VR}{C}\right)}{ln(1 - i)}}$$

Tasa de amortización de un bien:

$$\boldsymbol{i = 1 - \sqrt[n]{\frac{VR}{C}}}$$

De los números dígitos

Es un valor de amortización periódico decreciente, el cual es el resultado de multiplicar el valor del bien por un ratio decreciente.

K= suma de los dígitos.

Y= n° de años de vida útil que restan al inicio del periodo o ejercicio.

$$Cuota = (C - VR) * \frac{Y}{K}$$

Métodos con interés

Son métodos que consideran el componente financiero implícito en la amortización a consecuencia de la consideración del interés en el valor a amortizar.

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

Anualidades

En este sistema se toma como total a amortizar el precio del bien más el costo del capital invertido menos su valor residual.

$$\boldsymbol{Total\ a\ amortizar = C * (1 + i)^n - VR}$$

$$\boldsymbol{Cuota\ de\ amortizacion = (C * (1 + i)^n - VR) * (\frac{i'}{(1 + i')^n - 1})}$$

Fondo amortizante

El objetivo es la conformación de una suma al cabo de "n" años que sea igual a la amortización del bien:

$$\boldsymbol{Cuota\ de\ amortizacion = (C - VR) * \left(\frac{i'}{(1 + i')^n - 1}\right)}$$

Vida media de un activo

Conocer la vida media del conjunto es conocer el grado de obsolencia del conjunto de los bienes afectados a la producción.

Determinación de la vida media

$$\boldsymbol{n = \frac{ln\left(1 + U * \frac{i}{S}\right)}{ln(1 + i)}}$$

Valuación de bienes extinguibles

Se trata de bienes que tienen una vida útil limitada pues carecen del a capacidad de general el producto que se les extrae. Pierden valor a medida que se los explota hasta quedar totalmente agotados.

- M = la suma del ingreso periódico.
- i = tasa de rentabilidad esperada de la inversión.
- C = capital a invertir o inversión.
- C i = renta de la inversión.
- i' = tasa de interés de la imposición.

Determinación del capital a invertir:

El valor de "M" será el del mínimo ingreso periódico deseado.

This document is available free of charge on studocu

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)

$$\boldsymbol{M = C * \left(i + \frac{i'}{(1 + i')^n - 1}\right)}$$

$$\boldsymbol{C = \frac{M}{i + \frac{i'}{(1 + i')^n - 1}}}$$

Downloaded by Juan Emilio Mastrandrea (juanemastrandrea@gmail.com)