

## **TASAS DE INTERES**

---

El presente trabajo ha sido desarrollado al solo efecto de presentar en forma sintética, bajo el ordenamiento que en el mismo se ha dado, a la relación existente entre los diversos modos en que se puede expresar a la “tasa de interés” y su aplicación para el análisis del costo / rentabilidad del dinero.

### **ÍNDICE:**

VARIACIONES RELATIVAS – TASAS .....	2
TASAS EN GENERAL .....	2
TASA DE INTERÉS.....	2
Magnitud de la tasa.....	2
Tasa de interés unitaria.....	2
Tasa de interés porcentual.....	2
Tasas para el cálculo del valor del dinero .....	3
Tasa nominal .....	3
Tasa proporcional.....	3
Tasa efectiva.....	3
Tasa equivalente .....	3
Epílogo.....	4
OPERACIONES ENTRE TASAS .....	4
Tasas efectiva y equivalente: generación .....	4
Relaciones “en columnas” de las tasas .....	4
Particularidades.....	5
EJEMPLOS .....	6
Primero – Desarrollo práctico de vinculaciones entre tasas.....	6
Enunciado.....	6
Planteo: .....	6
Cálculos auxiliares .....	6
Desarrollo: .....	6
Verificación.....	6
Segundo – Tasas equivalentes .....	7
Tercero – Tasas equivalentes .....	7

## TASAS DE INTERES

---

### VARIACIONES RELATIVAS – TASAS

#### TASAS EN GENERAL

Una tasa siempre es la expresión de una variación relativa, que surge de comparar el resultado obtenido con la cantidad de la que se parte.

Se trata de una proporción y como tal es: *un ratio, una razón o, en general, una fracción.*

Por ejemplo: supongamos que en la República Argentina había, al 31 de diciembre de 1999, la cantidad de 40.000.000 de cabezas de ganado vacuno y al día 31 de diciembre de 2009 la existencia era de 48.000.000. Luego para saber la “tasa” de variación, crecimiento en este caso:

$$8.000.000 / 40.000.000 = 0,20$$

Es decir que:

- ♣ Para cada unidad al inicio había, al final, 0,20 cabezas más.
- ♣ La tasa de crecimiento, expresada para cada cien unidades, fue de: 20,00 %

#### TASA DE INTERÉS

En el caso de que lo que se analice sea dinero a la tasa se la llama: “*tasa de interés*” y como tal relaciona el incremento de dinero en el lapso respecto a la cantidad que había al inicio.

Luego: *tasa de interés = interés / capital.*

#### Magnitud de la tasa

##### Tasa de interés unitaria

En este caso, *el resultado expresa el interés obtenido por la unidad de capital en la unidad de tiempo* y se la llama “tasa unitaria” que la representamos gráficamente con la letra “*i*”.

En tal sentido es importante tener presente que, en general, cuando hablamos de “tasas de interés” en el mercado financiero o bien en el comercio la vemos como un dato que se toma del mercado.

##### Tasa de interés porcentual

Su mención lleva implícito de que se trata de una tasa anual y por uso y práctica se expresa para cada cien unidades de capital y por ello se la llama “tasa porcentual” y se la representa con la letra “*r*” y/o el símbolo “%”.

Por ejemplo: en las pantallas de los bancos vemos que se informa la tasa de interés como un número sin otra explicación alguna. Así lo es pues está implícito, por uso y práctica, que se trata de una “*tasa nominal anual*”. Luego veremos en detalle el caso pero, por ahora, asumamos que la realidad es tal como la dijimos.

## TASAS DE INTERES

---

### Tasas para el cálculo del valor del dinero

Así lo es en el comercio y en las finanzas pero cuando se pretende calcular el costo del dinero no es un dato suficiente pues existe más de una forma de expresar a la tasa de interés, en realidad son cuatro, y según de la que se parta podrá o no variar el resultado final, a saber:

#### Tasa nominal

Es la tasa que se pacta, es decir la tasa que se “nomina” se la representa como: “*i*”.

Esta tasa se correlaciona con un período independientemente del plazo de la operación.

Luego no necesariamente se corresponde con el lapso por el cual se realiza la operación, por lo tanto es necesario “ajustar” la tasa al tiempo de manera tal que ambas magnitudes queden expresadas en la misma unidad de cuenta.

Ese ajuste se define como: sincronización.

#### Tasa proporcional

Para ello se debe expresar la tasa en términos del subperíodo, esa tasa se llama, precisamente, “subperiódica” y se la representa como: “*i/m*”.

#### Tasa efectiva

Ahora si lo que se desea conocer es el rendimiento efectivo periódico de una tasa nominal periódica bajo un determinado régimen de capitalización se debe calcular el interés de la unidad de capital en la unidad de tiempo.

Luego se parte de la fórmula de interés compuesto y se debe

- ♣ ajustar los valores en la fórmula de “Monto”, pues “*C* = 1” y “*n* = 1”, y
- ♣ restar el Capital del que partimos para saber su rendimiento.

$$M = (1 + i/m)^{mn}$$

$$M - C = (1 + i/m)^{mn} - C$$

$$I = C [(1 + i/m)^{mn} - 1]$$

$$C = n = 1$$

$$i' = (1 + i/m)^m - 1$$

Obtendremos, de ese modo, el rendimiento de la unidad de capital en la unidad de tiempo y le llamamos: “tasa efectiva de interés” y la representamos con “*i'*”

#### Tasa equivalente

Si se parte de una tasa efectiva y lo que se desea es obtener una tasa subperiódica de manera tal que capitalizada la cantidad de subperíodos que contiene el periodo tenga mismo

## TASAS DE INTERES

rendimiento que la tasa periódica de la que se ha partido, se le llama “tasa equivalente” y se representa con “ $i_m$ ”.

Lo que se obtendrá, por definición, es una tasa subperiódica que tiene, para el subperíodo, el mismo rendimiento que la tasa periódica de la cual se parte.

### Epílogo

En función del lapso al que estén relacionadas las tasas pueden ser: periódicas y subperiódicas.

A su vez dentro de cada una de las precitadas opciones existen dos modos, a saber: periódicas nominales o efectivas y subperiódicas proporcionales o equivalentes.

Seguidamente expresaremos en forma sintética en un cuadro desarrollado al efecto:

Dentro de este esquema se ve que entre ellas existe una relación, en primer lugar en forma de “columnas” y luego, veremos en detalle, en forma de “renglones”.

Todas están vinculadas con todas y esa es nuestra labor: estudiar el modo en que se vinculan.

Tasas	Relación lineal	Relación exponencial
Periódicas	Nominal “ $i$ ” (1)	Efectiva $i' = (1 + i/m)^m - 1$ (3)
Sub periódicas	Proporcional “ $i / m$ ” (2)	Equivalente $i_m = (1 + i')^{1/m} - 1$ (4)

### OPERACIONES ENTRE TASAS

#### Tasas efectiva y equivalente: generación

1. Para generarse una “tasa efectiva” el período debe, necesariamente, tener subperíodos de capitalización, es decir que “ $m$ ” debe ser un número mayor que la unidad.
2. Una “tasa equivalente” se genera a partir de una “tasa efectiva”, luego el exponente debe, necesariamente, ser un número fraccionario.

#### Relaciones “en columnas” de las tasas

1. La **tasa nominal (1) con la proporcional (2)**, y viceversa, tienen una relación lineal, por lo tanto se vinculan por medio de productos.
2. La **tasa efectiva (3) con la tasa equivalente (4)**, y viceversa, tienen una relación exponencial, por lo tanto se vinculan entre ellas por medio de potencias.

En el esquema, cuadro, planteado es posible comenzar con cualquiera de las cuatro opciones y a partir de ese ingreso calcular cualquiera de las 3 restantes.

Hay dos tipos de operaciones en lo que complejidad respecta.

El tipo más sencillo es el cálculo entre tasas de una misma columna, pues partiendo de una:

## TASAS DE INTERES

---

- ♣ Tasa nominal periódica **(1)** calcular una tasa proporcional **(2)** y viceversa
- ♣ Tasa efectiva **(3)** calcular una tasa equivalente **(4)** y viceversa.

Las restantes relaciones no son directas, pero si extremadamente sencillas, por ejemplo calcular:

- ♣ Una tasa nominal periódica **(1)** partiendo de una tasa equivalente **(4)** o viceversa
- ♣ Una tasa proporcional **(2)** partiendo de una tasa efectiva **(3)** o viceversa

Sobre todos los casos se desarrolla un ejemplo.

### Particularidades

1. Una “tasa subperiódica” tiene una doble lectura respecto a la tasa periódica que puede generar pues es:
  - a. *proporcional* respecto a una *tasa nominal* y
  - b. *equivalente* respecto a una *tasa efectiva*
2. En el caso de las tasas equivalentes puede suceder que se calculen de una de las dos siguiente formas:
  - a. Partiendo de una tasa efectiva se trate de calcular una tasa equivalente para un subperíodo comprendido dentro del período.

$$\clubsuit \quad i_m = (1 + i')^{1/m} - 1$$

- b. Que se parta de una tasa nominal periódica, dada para un determinado subperíodo de capitalización, por ejemplo “ $m_1$ ”, y se desee obtener una tasa equivalente, para el mismo período pero con un diferente subperíodo de capitalización del que se parte, por ejemplo: “ $m_2$ ”.

Aquí cabe recordar la definición de “tasa equivalente” y dice que: “*una tasa es equivalente a otra cuando en un mismo período de tiempo, pero con diferentes subperíodos de capitalización tienen el mismo rendimiento efectivo*”.

Por lo tanto, el primer paso para resolver el problema es plantear una igualdad de montos:

$$\clubsuit \quad (1 + i/m_1)^{m_1} - 1 = (1 + i_m)^{m_2} - 1$$

Luego se despeja la incógnita

$$\clubsuit \quad i_m = (1 + i/m_1)^{m_1/m_2} - 1$$

## TASAS DE INTERES

---

### EJEMPLOS

#### Primero – Desarrollo práctico de vinculaciones entre tasas

##### Enunciado

Dada una tasa nominal anual del 36 % que capitaliza cada 60 días se pregunta:

- cuál es la tasa efectiva anual,
- calcular la tasa equivalente para un período de 120 días y
- a partir de esta calcular cuál es la tasa nominal anual que se corresponde con la misma.

Verificar.

##### Planteo:

- Primero hay que *calcular la tasa proporcional*:  $i/m$
- Luego a partir de la tasa proporcional hallada se ha de *calcular la tasa efectiva anual*:  $i'$
- A partir de la tasa efectiva anual se debe *calcular la tasa equivalente*:  $i_m$
- Obtenida la tasa equivalente se ha de *calcular la TNA* que le corresponde:  $i$
- La verificación, una manera, consiste en comprobar que el rendimiento efectivo periódico, anual en este caso, es el mismo para ambas tasas subperiódicas.

##### Cálculos auxiliares

- ♣ TNA:  $i = 0,36$  para operaciones que capitaliza cada 60 días
- ♣  $m_1 = 365 / 60 = 6,083333$
- ♣  $m_2 = 365 / 120 = 3,041666$

##### Desarrollo:

- Tasa nominal anual:**  $i = 0,36$  para operaciones que capitaliza cada 60 días
- Tasa proporcional:**  $i/m_1 = 0,36 / 365/60 = 0,36 / 6,08333 = 0,059178$
- Tasa efectiva:**  $i' = (1 + i/m_1)^{m_1} - 1 = (1 + 0,059178)^{6,08333} - 1 = \mathbf{0,41871}$
- Tasa equivalente:**  $i_m = (1 + i')^{1/m_2} - 1 = (1 + 0,41871)^{1/3,04166} - 1 = (1,41871)^{0,32877} - 1 = 0,12186$
- Tasa nominal:**  $i_2 = i_m * m_2 = 0,12186 * 3,041666 = 0,37065$

##### Verificación

Una manera es partir de la tasa nominal hallada y proporcionalizarla a los subperíodos de capitalización.

El resultado debe ser la misma tasa efectiva que la resultante según los datos iniciales.

## TASAS DE INTERES

---

♣ Tasa proporcional:  $i_2 / m_2 = 0,37065 / 365/120 = 0,059178$

♣ Tasa efectiva:  $i'_2 = (1 + i/m_2)^{m_2} - 1 = (1 + 0,37065 / 3,04166)^{3,04166} - 1 =$   
 $= (1 + 0,12186)^{3,04166} - 1 = \mathbf{0,41871}$

### Segundo – Tasas equivalentes

Dada una tasa de interés nominal anual del 28 % para operaciones a 24 días calcular la tasa equivalente para operaciones a 40 días. Comprobar.

$$i'_1 = i'_2$$

$$(1 + i_1 / m_1)^{m_1} - 1 = (1 + i_2 / m_2)^{m_2} - 1$$

$$m_1 = 365/24$$

$$m_2 = 365/40$$

$$(1 + 0,28 / 365/24)^{365/24} - 1 = (1 + i_m)^{365/40} - 1$$

$$(1 + 0,28 / 365/24)^{365/24 * 40/365} - 1 = i_m$$

$$(1 + 0,01841)^{40/24} - 1 = i_m$$

$$0,03087 = i_m$$

Comprobación:

$$(1 + 0,01841)^{365/24} - 1 = 1,01841^{15,20833} = 0.31975$$

$$(1 + 0,03087)^{365/40} - 1 = 1,03087^{9,1250} = 0.31975$$

### Tercero – Tasas equivalentes

Dada una tasa de interés efectiva anual del 28 % para operaciones a 24 días calcular la tasa equivalente para operaciones a 40 días. Comprobar.

$$i'_1 = i'_2 = 0,28$$

$$m = 365 / 24$$

$$i' = (1 + i_m)^m - 1$$

$$(1 + i')^{1/m} - 1 = i_m$$

$$(1 + 0,28)^{24 / 365} - 1 = 0,0654753$$

Comprobación:

$$(1 + 0,508979)^{24 / 365} - 1 = 1,508979^{0,065753}$$

$$0,027422 = 0,027422$$

## **TASAS DE INTERES**

---

Para todo tipo de consulta respecto al contenido teórico y/o práctico del presente dirigirse a la dirección de email del Profesor.

**MG. GUSTAVO SERGIO BIONDO**  
**PROFESOR ASOCIADO**