

VALORIZACIÓN DE RENTAS CIERTAS TEMPORARIAS INMEDIATAS

INTRODUCCION

Con el presente desarrollo se pretende asociar los conceptos teóricos que hacen al estudio de la valorización de una renta.

En primer lugar se plantea un problema a resolver, luego se desarrollan los conceptos teóricos necesarios para la correcta formulación del mismo y finaliza con la resolución del problema planteado al inicio.

El mismo tiene el siguiente ordenamiento:

INTRODUCCION	1
PROBLEMA A RESOLVER	1
VALORIZACIONES POSIBLES	2
PREMISAS	2
Relación entre el Valor Actual y el Valor Final de una misma renta:	3
Relación en la valorización de una renta “de pago vencido” y una renta de “pago adelantado”	3
DESARROLLO DE FÓRMULAS Y RELACIONES ENTRE ELLAS	4
Valor actual	4
Pago vencido	4
Pago adelantado.....	4
Valor final	5
Pago vencido	5
Pago adelantado.....	5
Gráficamente.....	6
RESOLUCIÓN	6
PROBLEMA A RESOLVER	

Dada una renta de 10 cuotas, iguales, con vencimiento cada 30 días, de \$ 10.000,00 cada una, operando con una tasa proporcional para 30 días del 3,00%, calcular:

1. Su valor actual
2. Su valor final

Considerando que su pago sea:

- a. Adelantado
- b. Vencido

Primero desarrollar la fórmula del factor de actualización para el caso de una renta temporaria de pago vencido y luego, a partir de ella, las restantes.

Aplicar directamente las fórmulas estableciendo claramente las relaciones entre ellas.

VALORIZACIÓN DE RENTAS CIERTAS TEMPORARIAS INMEDIATAS

VALORIZACIONES POSIBLES

Los casos de valorización de una renta que se pueden presentar son cuatro, a saber:

1. Calcular el valor actual " V_0 " de una renta de:
 - 1.1. Pago adelantado
 - 1.2. Pago vencido
2. Calcular el valor final " V_n " de una renta de:
 - 2.1. Pago adelantado
 - 2.2. Pago vencido

Esquemáticamente:

	0	1	2	3	4	5		n-2	n-1	n
	/	-----	/	-----	/	-----	/	-----	/	-----
	V_0									V_n
Pago Vencido:		α_1	α_2	α_3	α_4			α_{n-2}	α_{n-1}	α_n
Pago Adelantado:	α_1	α_2	α_3	α_4				α_{n-1}	α_n	

PREMISAS

Se considera que:

- I. El "*Valor Actual* V_0 " de una renta temporaria es igual a la diferencia de valor de una misma renta perpetua en dos momentos del tiempo.

Sea, por caso la suma que resulta de restar los valores entre "cero" y "n", donde el valor de una renta iniciada en:

- ♣ "n" es V_1 y
- ♣ "cero" es V_2

$$\begin{array}{ccc}
 0 & & n \\
 / \text{-----} / & & \\
 V_2 = V_1 (1+i)^{-n} & & V_1 = \alpha/i
 \end{array}$$

$$V_{0v} = \alpha/i - \alpha/i (1+i)^{-n}$$

Luego el lapso que se sucede entre "cero" y "n" es la vida de una renta temporaria de "n" períodos.

- II. La operatoria respecto a la valorización de una renta es siempre la misma independientemente que fuere de pago adelantado o vencido y lo que se desee calcular sea el valor actual y/o final.

Correlación que permite, conociendo uno de los cuatro valores calcular cualquiera de los restantes tres.

VALORIZACIÓN DE RENTAS CIERTAS TEMPORARIAS INMEDIATAS

Relación entre el Valor Actual y el Valor Final de una misma renta:

El “Valor Actual” y el “Valor Final” se relacionan mediante un “*factor de capitalización*” o un “*factor de actualización*”, según el caso sea la generación o quita de intereses, respectivamente.

$$V_n = V_0 (1+i)^n$$

$$V_0 = V_n (1+i)^{-n}$$

Relación en la valorización de una renta “de pago vencido” y una renta de “pago adelantado”

La relación entre una “*renta de pago vencido*” con una “*renta de pago adelantado*” en lo que a valorización respecta es para el caso de una:

1. **Actualización:** *que todos y cada uno de los pagos se deben actualizar por un período menos que en el caso de una renta vencida, pues, tal como se ve en el gráfico el primer pago es al inicio de la renta y, por lo tanto, todas las cuotas de pago están expuestas por un período menos.*

$$V_{0A} = V_{0V} (1+i)$$

2. **Imposición o valor final:** *que todos y cada uno de los pagos se deben capitalizar por un período más que en el caso de una renta vencida, tal como también se representa en el eje del tiempo que precede.*

$$V_{nA} = V_{nV} (1+i)$$

VALORIZACIÓN DE RENTAS CIERTAS TEMPORARIAS INMEDIATAS

DESARROLLO DE FÓRMULAS Y RELACIONES ENTRE ELLAS

En primer lugar se calculará el valor actual de una renta vencida, a partir de ella el valor actual para el caso de que fuere de pago adelantado.

Luego, partiendo del valor actual de una renta vencida se calculará el valor final de la misma para terminar operando sobre el caso de una imposición de pago adelantado.

Valor actual

Pago vencido

V_1 es una renta perpetua que se valoriza en "n"

V_2 es la renta perpetua que se valoriza en "0"

$$\begin{array}{ccc} 0 & & n \\ / \text{-----} / & & \\ V_2 = V_1 (1 + i)^{-n} & & V_1 = \alpha/i \end{array}$$

Luego el valor de una renta temporaria comprendida entre "cero" y "ene" es igual a la diferencia del valor actual de una renta perpetua valorizada en sendos momentos.

Se valoriza en "n" y luego en "0", obtenidos los valores se restan.

$$V_1 = \alpha/i$$

$$V_2 = V_1 (1 + i)^{-n}$$

$$V_{0v} = \alpha/i - \alpha/i (1 + i)^{-n}$$

$$V_{0v} = \alpha [1/i - 1/i (1 + i)^{-n}]$$

$$V_{0v} = \alpha \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Que es la fórmula del "Valor Actual de una renta temporaria vencida" y el factor de actualización se lo representa con: α_0

Luego:

$$V_{0v} = \alpha \alpha_0$$

Pago adelantado

En el supuesto caso de que esa renta fuese de "pago adelantado", tal lo antes dicho, se trata de la misma estructura donde solo ha cambiado el momento del pago, pues se realiza al inicio.

Por lo tanto, al ser de pago adelantado, a todos y cada uno de los pagos se los ha de actualizar por un período menos, es decir que al valor de cada uno de ellos se los ha de multiplicar por un factor de capitalización $(1 + i)$ y por ser un factor común a todos los sumandos se lo puede considerar, precisamente "factor común".

Luego:

VALORIZACIÓN DE RENTAS CIERTAS TEMPORARIAS INMEDIATAS

$$V_{0A} = \alpha V_{0v} (1+i)$$

$$V_{0A} = \alpha \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] * (1+i)$$

Que es la fórmula del “Valor Actual de una renta temporaria adelantada” y el factor de actualización se lo representa con: a_0

Luego:

$$V_{0A} = \alpha a_0$$

Valor final

Pago vencido

Una manera de calcularlo es a partir del valor actual de una renta de pago vencido.

Esta suma se puede asimilar al “Capital” que se ha de multiplicar por un “factor de capitalización” para obtener el “valor final” o, en ese caso, el “Monto”.

Luego:

$$V_{nv} = \alpha a_0 (1+i)^n$$

$$V_{nv} = \alpha \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] (1+i)^n$$

$$V_{nv} = \alpha \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

Que es la fórmula del “Valor Final de una renta temporaria vencida” y el factor de actualización se lo representa con: s_n

Luego:

$$V_{nv} = \alpha s_n$$

Pago adelantado

En el supuesto caso de que esa renta fuese de “pago adelantado”, tal lo antes dicho, se trata de la misma estructura donde solo ha cambiado el momento del pago, se realiza al inicio.

Por lo tanto, al ser de pago adelantado, a todos y cada uno de los pagos se los ha de capitalizar por un período más, es decir que al valor de cada uno de ellos se los ha de multiplicar por un factor de capitalización $(1+i)$ y por ser un factor común a todos los sumandos se lo puede considerar, precisamente “factor común”.

Luego:

Una manera de calcularlo es a partir del valor final de una renta de pago vencido.

$$V_{na} = \alpha s_n (1+i)$$

$$V_{na} = \alpha \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$$

VALORIZACIÓN DE RENTAS CIERTAS TEMPORARIAS INMEDIATAS

Que es la fórmula del “Valor Final de una renta temporaria adelantada” y el factor de actualización se lo representa con: S_n

Luego:

$$V_{nA} = \alpha S_n$$

Gráficamente

Partiendo siempre del “Valor Actual” de una renta de “pago vencido” se puede desarrollar el siguiente esquema:

Pagos / Valorizaciones	Vencido	Adelantado
Valor Actual	$\alpha_0 = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$	$a_0 = \alpha_0 (1+i) = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} (1+i)$
Valor Final	$S_n = \alpha_0 (1+i)^n = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$S_n = a_0 (1+i)^n (1+i) = \frac{(1+i)^n - 1}{i} (1+i)$

Nota: tal lo antes dicho es posible iniciar el razonamiento desde uno de las cuatro opciones y obtener cualquiera de las restantes.

RESOLUCIÓN

Valor actual, pagos vencidos:

$$V_o = \alpha \alpha_0 = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} = 10.000,00 * \frac{1 - (1+0,03)^{-10}}{0,03} = \mathbf{85.302,02}$$

Valor actual, pagos adelantados:

$$V_o = \alpha a_0 = \alpha_0 (1+i) = 10.000,00 * \frac{1 - (1+0,03)^{-10}}{0,03} (1+0,03) = 85.302,02 * 1,03 = \mathbf{87.861,09}$$

Valor final, pagos vencidos:

$$S_n = \alpha \alpha_0 (1+i)^n = 10.000,00 * \frac{1 - (1+0,03)^{-10}}{0,03} (1+0,03)^{10} = 85.302,02 * (1+0,03)^{10} = \mathbf{114.638,79}$$

Valor final, pagos adelantados:

$$S_n = \alpha a_0 (1+i)^n (1+i) = 10.000,00 * \frac{1 - (1+0,03)^{-10}}{0,03} (1,03)^{10} = 114.638,79 * (1+0,03) = \mathbf{118.077,96}$$

Bahía Blanca, 29 de setiembre de 2020