3.4 Ejemplos de preferencias

Intentemos relacionar las preferencias con las curvas de indiferencia mediante algunos ejemplos. Describiremos algunas preferencias y veremos cómo son las curvas de indiferencia que las representan.

Existe un procedimiento general para construir curvas de indiferencia dada una descripción "verbal" de las preferencias. Primero situamos el lápiz en una cesta de consumo cualquiera del gráfico, por ejemplo, la (x_1, x_2). A continuación imaginamos que le damos al consumidor un poco más del bien 1, Δx_1 desplazándolo a $(x_1 + \Delta x_1, x_2)$. Después nos preguntamos cómo tendría que *variar* el consumo de x_2 para que el consumidor fuera indiferente al punto de consumo inicial, y llamamos a esta variación Δx_2. A continuación nos preguntamos cómo tendría que variar el bien 2, dada una variación del 1, para que el consumidor fuera indiferente entre $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$ y (x_1, x_2). Una vez determinado el desplazamiento correspondiente a una cesta de consumo ya tenemos una parte de la curva de indiferencia. Ahora intentamos hacer lo mismo con otra cesta, y así sucesivamente hasta obtener claramente la forma general de las curvas de indiferencia.

Sustitutivos perfectos

Dos bienes son **sustitutivos perfectos** si el consumidor está dispuesto a sustituir uno por otro a una tasa *constante*. El caso más sencillo es aquel en el que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro a una tasa igual a 1.

Supongamos, por ejemplo, que los dos bienes son lápices rojos y azules y que al consumidor le gustan los lápices, pero le da igual el color. Escoge una cesta de consumo, por ejemplo, la (10, 10). Para este consumidor cualquier otra cesta que contenga 20 lápices es tan buena como la (10, 10). En términos matemáticos, cualquier cesta de consumo (x_1, x_2) tal que $x_1 + x_2 = 20$ se encontrará en la curva de indiferencia que pasa por el punto (10, 10). Por lo tanto, las curvas de indiferencia de este consumidor son todas rectas paralelas con una pendiente de –1, como muestra la figura 3.3. Las cestas que contienen más lápices se prefieren a las que contienen menos, por lo que las sucesivas curvas de indiferencia son paralelas en sentido ascendente y hacia la derecha, como indica la figura 3.3.

¿Cómo se aplica este razonamiento al procedimiento general para trazar curvas de indiferencia? Si nos encontramos en (10, 10) y aumentamos la cantidad del primer bien en una unidad, ¿cuánto tenemos que cambiar el segundo para volver a la curva de indiferencia inicial? Es evidente que tenemos que reducir el segundo bien en 1 unidad.

Por lo tanto, la curva de indiferencia que pasa por el punto (10, 10) tiene una pendiente de –1. Este mismo procedimiento general puede utilizarse con cualquier cesta de bienes con los mismos resultados; en este caso, todas las curvas de indiferencia tienen una pendiente constante de –1.

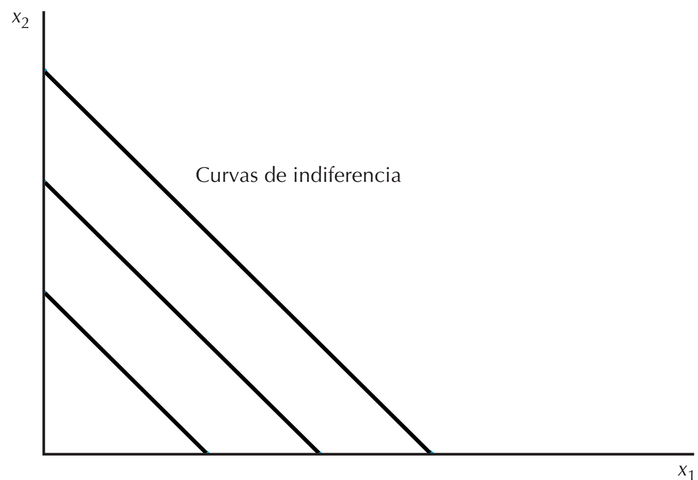

Figura 3.3. Los sustitutivos perfectos. Al consumir sólo le interesa el número total de lápices y no su color. Por lo tanto, las curvas de indiferencia son líneas rectas y tienen una pendiente de –1.

La característica más importante de los sustitutivos perfectos reside en que las curvas de indiferencia tienen una pendiente *constante*. Supongamos, por ejemplo, que representamos los lápices azules en el eje de ordenadas y los *pares* de lápices rojos en el de abscisas. Las pendientes de las curvas de indiferencia correspondientes a estos dos bienes serían iguales a –2, ya que el consumidor estaría dispuesto a renunciar a dos lápices azules para obtener un *par* más de lápices rojos.

En este libro analizaremos principalmente el caso en el que los bienes son sustitutivos perfectos a una tasa igual a 1.

Complementarios perfectos

Los **complementarios perfectos** son bienes que siempre se consumen juntos en proporciones fijas. Los bienes se "complementan" en cierto sentido. Un buen ejemplo son los zapatos del pie derecho y los del izquierdo. Al consumidor le gustan los zapatos, pero siempre lleva juntos el derecho y el izquierdo. No le sirve de nada tener uno solo.

Tracemos las curvas de indiferencia de los bienes complementarios perfectos. Supongamos que elegimos la cesta de consumo (10, 10). Ahora añadimos 1 zapato más del pie derecho, por lo que tenemos (11, 10). Por hipótesis, el consumidor es indiferente entre esta nueva posición y la inicial, ya que el zapato adicional no le sirve para nada. Lo mismo ocurre si añadimos 1 zapato más del pie izquierdo: el consumidor también es indiferente entre (10, 11) y (10, 10).

Por lo tanto, como muestra la figura 3.4, las curvas de indiferencia tienen forma de L cuyo vértice se encuentra en el punto en el que el número de zapatos del pie izquierdo es igual al de zapatos del derecho.

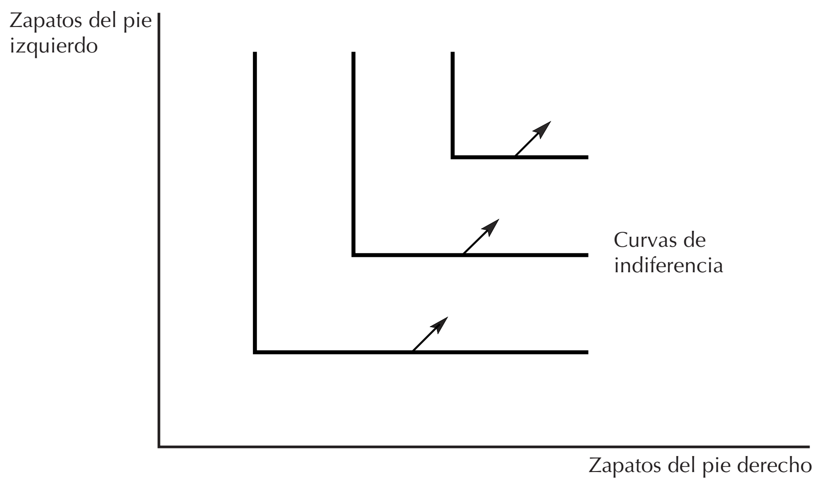

Figura 3.4. Los complementarios perfectos. El individuo siempre desea consumir los bienes en proporciones fijas. Por lo tanto, las curvas de indiferencia tienen forma de L.

El incremento simultáneo del número de zapatos del pie izquierdo y del derecho desplaza al consumidor a una posición mejor, por lo que también en este caso las sucesivas curvas de indiferencia son paralelas en sentido ascendente y hacia la derecha, como muestra el gráfico.

La característica más importante de los complementarios perfectos radica en que el consumidor prefiere consumir los bienes en proporciones fijas y no necesariamente en que la proporción sea de 1 a 1. Si un consumidor echa siempre dos cucharadas de azúcar en el té y no utiliza azúcar para ninguna otra cosa, las curvas de indiferencia tendrán forma de L. En este caso, las esquinas de la L se encontrarán en (2 cucharadas de azúcar, 1 taza de té), (4 cucharadas de azúcar, 2 tazas de té), etc., y no en

(1 zapato del pie derecho, 1 zapato del pie izquierdo), (2 zapatos del pie derecho, 2 zapatos del pie izquierdo), etc.

En este libro analizaremos principalmente el caso en el que los bienes se consumen en la misma proporción.

Males

Un **mal** es una mercancía que no gusta al consumidor. Supongamos, por ejemplo, que ahora las mercancías que consideramos son el salchichón y las anchoas y que al consumidor le gusta el salchichón, pero no las anchoas. Pero supongamos también que existe una posibilidad de intercambiar los dos bienes. Es decir, en una pizza hay una cantidad de salchichón por la que al consumidor le compensaría tener que consumir una cantidad dada de anchoas. ¿Cómo podemos representar estas preferencias mediante curvas de indiferencia?

Escojamos una cesta (x_1, x_2) formada por algunas rodajas de salchichón y algunas anchoas. Si le damos al consumidor más anchoas, ¿cómo tendremos que variar el número de rodajas de salchichón que le damos para que permanezca en la misma curva de indiferencia? Es evidente que tenemos que darle algunas más para compensarle por tener que soportar las anchoas. Por lo tanto, este consumidor debe tener curvas de indiferencia de pendiente positiva como las que muestra la figura 3.5.

Las sucesivas curvas de indiferencia son paralelas en sentido ascendente y hacia la derecha, es decir, el consumidor prefiere consumir menos anchoas y más salchichón, como indican las flechas del gráfico.

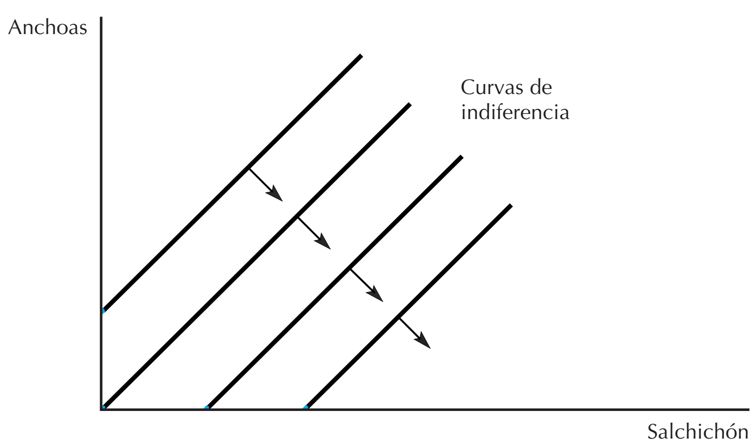

Figura 3.5. Los males. Para este consumidor las anchoas son un "mal" y el salchichón un "bien". Por lo tanto, sus curvas de indiferencia tienen pendiente positiva.

Neutrales

Un bien es **neutral** si al consumidor le da igual. ¿Qué ocurre si un consumidor es neutral respecto a las anchoas?[1] En ese caso, sus curvas de indiferencia serán líneas verticales, como en la figura 3.6. Sólo le interesará la cantidad de salchichón que tenga y no le importará la de anchoas. Cuanto más salchichón tenga, mejor, pero el aumento de las anchoas no le afectará en absoluto.

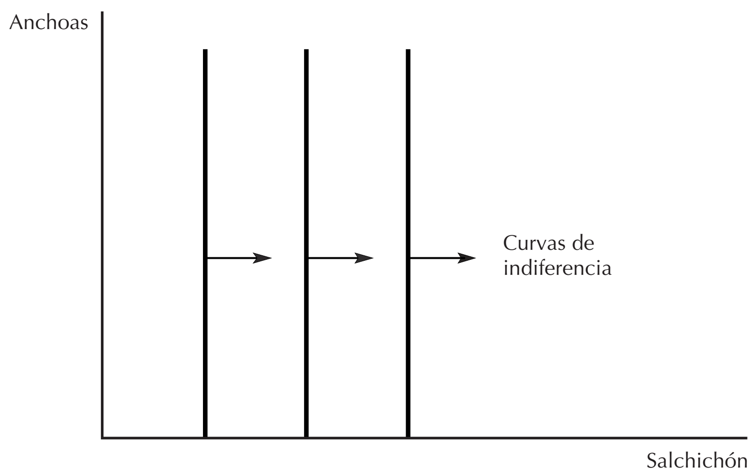

Figura 3.6. Un bien neutral. Al consumir le gusta el salchichón, pero es neutral ante las anchoas, por lo que sus curvas de indiferencia son líneas verticales.

Sustitutivos perfectos

¿Recuerda el lector el ejemplo del lápiz rojo y el azul? Al consumidor sólo le importaba el número total de lápices. En consecuencia, es natural medir la utilidad en función del número total de lápices. Por lo tanto, elegimos provisionalmente la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. ¿Es adecuada esta función? Para responder a esta cuestión hay que preguntarse dos cosas: ¿es constante a lo largo de las curvas de indiferencia?; ¿asigna una etiqueta más alta a las cestas preferibles? Como la respuesta es afirmativa en ambos casos, la función es adecuada.

Naturalmente, ésta no es la única función de utilidad posible. También podríamos utilizar el *cuadrado* del número de lápices. Por lo tanto, la función de utilidad $v(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ también representa las preferencias por los sustitutivos perfectos, como las representaría cualquier otra transformación monótona de $u(x_1, x_2)$.

¿Qué ocurre si el consumidor está dispuesto a sustituir el bien 2 por el 1 a una tasa distinta de 1? Supongamos, por ejemplo, que para compensarlo por la renuncia a una unidad del bien 1 se necesitaran *dos* unidades del 2. Eso significaría que el bien 1 es el *doble* de valioso para el consumidor que el 2. Por lo tanto, la función de utilidad adoptaría la forma $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Obsérvese que esta utilidad genera curvas de indiferencia que tienen una pendiente de –2.

En general, las preferencias por los sustitutivos perfectos pueden representarse por medio de una función de utilidad de la forma siguiente:

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 .$$

En esta expresión a y b son números positivos que miden el "valor" que tienen los bienes 1 y 2 para el consumidor. Obsérvese que la pendiente de una curva de indiferencia representativa viene dada por $-a/b$.

Complementarios perfectos

Éste es el caso de los zapatos del pie izquierdo y del pie derecho, en el que al consumidor sólo le interesa el número de *pares* de zapatos que tiene, por lo que es natural elegir dicho número como función de utilidad. El número de pares completos de zapatos que tengamos es el *mínimo* del número de zapatos del pie derecho que tengamos, x_1, y del número de zapatos del pie izquierdo que tengamos, x_2. Por lo tanto, la función de utilidad de los complementarios perfectos tiene la forma $u(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$.

Para verificar si esta formulación es adecuada, escogemos una cesta de bienes como la (10, 10). Si añadimos una unidad más del bien 1, obtenemos (11, 10), que debería estar situada en la misma curva de indiferencia. ¿Sucede así? Sí, ya que $\min\{10, 10\} = \min\{11, 10\} = 10$.

Así pues, $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ es una función de utilidad posible para describir complementarios perfectos. Como siempre, también los describiría cualquier transformación monótona.

¿Qué ocurre en el caso del consumidor que desea consumir los bienes a una tasa distinta de 1? ¿Qué ocurre, por ejemplo, en el caso del consumidor que siempre consume 2 cucharadas de azúcar con cada taza de té? Si x_1 es el número de tazas de té y x_2 es el número de cucharadas de azúcar, el número de tazas de té correctamente azucaradas será $\min\{x_1, x_2/2\}$.

Este caso es algo complejo, por lo que debemos detenernos a examinarlo. Si el número de tazas de té es mayor que la mitad del número de cucharadas de azúcar, sabemos que no podremos echar 2 cucharadas en cada taza. En este caso, sólo estará correctamente azucarada $x_2/2$ taza (el lector puede dar algunos valores numéricos a x_1 y x_2 para convencerse).

Naturalmente, cualquier transformación monótona de esta función de utilidad describirá las mismas preferencias. Por ejemplo, podemos multiplicar por dos las cantidades de los dos bienes para eliminar la fracción. De esa manera obtendremos la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$.

En general, la forma de una función de utilidad que describa las preferencias por los complementarios perfectos es:

$$u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\},$$

donde a y b son números positivos que indican las proporciones que se consumen de cada bien.

Preferencias Cobb-Douglas

Otra función de utilidad que se utiliza frecuentemente es la **Cobb-Douglas**:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d,$$

donde c y d son números positivos que describen las preferencias del consumidor.[2]

La función de utilidad Cobb-Douglas resultará útil en algunos ejemplos. Las preferencias representadas mediante esta función tienen la forma general que muestra la figura 4.5. En la 4.5A hemos representado las curvas de indiferencia correspondientes a $c = 1/2$, $d = 1/2$ y en la 4.5B las curvas de indiferencia correspondientes a $c = 1/5$, $d = 4/5$. Obsérvese que la diferencia entre los valores de los parámetros c y d da lugar a curvas de indiferencia de forma distinta.

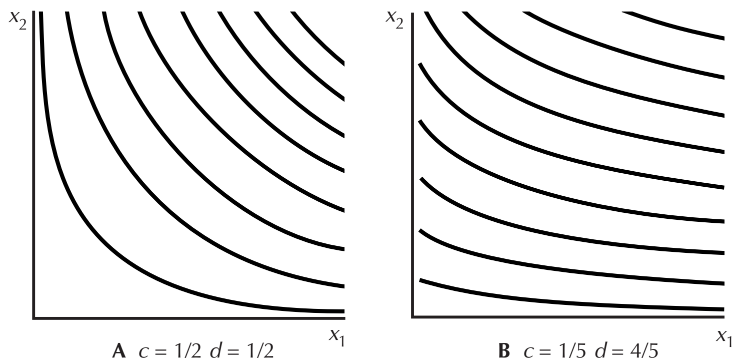

Figura 4.5. Las curvas de indiferencia Cobb-Douglas. La parte A muestra el caso en que $c = 1/2$, $d = 1/2$ y la parte B muestra el caso en el que $c =1/5$, $d = 4/5$.

Las curvas de indiferencia Cobb-Douglas son exactamente iguales que las curvas de indiferencia monótonas convexas que en el capítulo 3 llamamos "curvas de indiferencia regulares". Las preferencias Cobb-Douglas son el ejemplo clásico de curvas de indiferencia regulares y, de hecho, la fórmula que las describe es una de las expresiones algebraicas más sencillas de todas las que generan preferencias de este tipo. Veremos que las preferencias Cobb-Douglas nos resultarán bastante útiles para presentar ejemplos algebraicos de los conceptos económicos que estudiaremos más adelante.

Naturalmente, una transformación monótona de la función de utilidad Cobb-Douglas representa exactamente las mismas preferencias, por lo que es interesante analizar un par de ejemplos de estas transformaciones.

En primer lugar, si tomamos el logaritmo natural de la utilidad, el producto de los términos se convertirá en una suma, por lo que tendremos que

$$v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

[2] Paul Douglas fue un economista del siglo XX, profesor de la Universidad de Chicago y, más tarde, senador de Estados Unidos. Charles Cobb fue matemático y profesor del Amherst College. La forma funcional Cobb-Douglas se utilizó inicialmente para estudiar la producción.

Las curvas de indiferencia de esta función de utilidad se parecerán a las de la primera función Cobb-Douglas, ya que el logaritmo es una transformación monótona (para un breve repaso de los logaritmos naturales, véase el apéndice matemático que se encuentra al final del libro).

En segundo lugar, supongamos que partimos de la forma Cobb-Douglas

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

En ese caso, elevando la utilidad a la potencia $1/(c + d)$, tenemos que

$$x_1^{\frac{c}{c+d}} \; x_2^{\frac{d}{c+d}}.$$

Definamos ahora un nuevo número:

$$a = \frac{c}{c + d}.$$

Ahora podemos expresar nuestra función de utilidad de la forma siguiente:

$$v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}.$$

Eso significa que siempre podemos tener una transformación monótona de la función de utilidad Cobb-Douglas en la que los exponentes sumen 1. Más adelante veremos que esta propiedad tiene una útil interpretación.

La función de utilidad Cobb-Douglas puede expresarse de muy distintas formas; el lector debe aprender a reconocerlas, ya que esta familia de preferencias es muy útil para entender los ejemplos.

5.3 Algunos ejemplos

Apliquemos el modelo de la elección del consumidor que hemos expuesto a los ejemplos de preferencias descritos en el capítulo 3. El procedimiento básico es el mismo en todos ellos: trazar las curvas de indiferencia y la recta presupuestaria y encontrar el punto en el que ésta toca la curva de indiferencia más alta.

Sustitutivos perfectos

La figura 5.5 muestra el caso de los sustitutivos perfectos. Tenemos tres posibilidades. Si $p_2 > p_1$, la pendiente de la recta presupuestaria es más horizontal que la pendiente de las curvas de indiferencia. En este caso, la cesta óptima es aquella en la que el consumidor gasta todo su dinero en el bien 1. Si $p_1 > p_2$, entonces el consumidor adquiere sólo el bien 2. Si $p_1 = p_2$, hay toda una gama de elecciones óptimas: en este caso es óptima cualquier cantidad de los bienes 1 y 2 que satisfaga la restricción presupuestaria. Por lo tanto, la función de demanda del bien 1 es

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{cuando } p_1 < p_2; \\ \text{cualquier número situado entre 0 y } m/p_1 & \text{cuando } p_1 = p_2; \\ 0 & \text{cuando } p_1 > p_2. \end{cases}$$

¿Son estos resultados compatibles con el sentido común? Lo único que dicen es que si dos bienes son sustitutivos perfectos, el consumidor comprará el más barato. Si ambos tienen el mismo precio, al consumidor le dará igual comprar uno que otro.

Complementarios perfectos

La figura 5.6 muestra el caso de los complementarios perfectos. Obsérvese que la elección óptima debe encontrarse siempre en la diagonal, en la cual el consumidor compra cantidades iguales de ambos bienes, cualesquiera que sean los precios. En nuestro ejemplo, esto quiere decir que las personas que tengan dos pies comprarán los zapatos por pares.[1]

[1] No se preocupe el lector; más adelante obtendremos algunos resultados más interesantes.

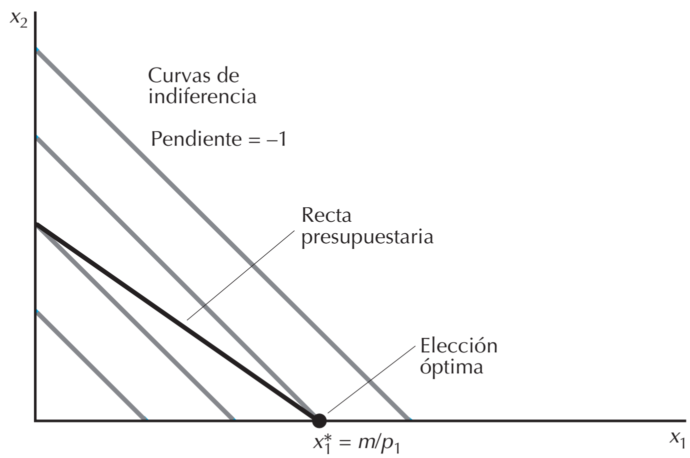

Figura 5.5. La elección óptima con sustitutivos perfectos. Si los bienes son sustitutivos perfectos, normalmente la elección óptima se encuentra en la esquina.

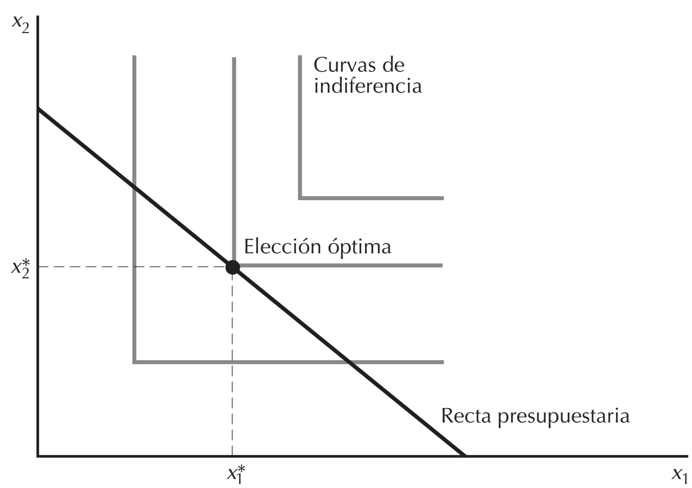

Figura 5.6. La elección óptima con complementarios perfectos. Si los bienes son complementarios perfectos, las cantidades demandadas siempre se encuentran en la diagonal, ya que la elección óptima se halla en el punto en el que x_1 es igual a x_2.

Hallemos la elección óptima algebraicamente. Sabemos que este consumidor está comprando la misma cantidad del bien 1 y del 2, cualesquiera que sean los precios.

Sea x esta cantidad. En ese caso, tenemos que satisfacer la restricción presupuestaria.

$$p_1x + p_2x = m.$$

Despejando x, tenemos las elecciones óptimas de los bienes 1 y 2:

$$x_1 = x_2 = x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

Esta función de demanda de la elección óptima es bastante intuitiva. Dado que los dos bienes siempre se consumen juntos, es como si el consumidor gastara todo su dinero en un único bien cuyo precio fuera $p_1 + p_2$.

Neutrales y males

En el caso del bien neutral, el consumidor gasta todo su dinero en el bien que le gusta y no compra nada del bien neutral. Lo mismo ocurre si la mercancía es un mal. Así, por ejemplo, si la mercancía 1 es un bien y la 2 un mal, las funciones de demanda serán

$$x_1 = \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = 0\ .$$

Preferencias Cobb-Douglas

Supongamos que la función de utilidad tiene la forma Cobb-Douglas, $u(x_1, x_2) = x_1^c\, x_2^d$. En el apéndice de este capítulo utilizamos el cálculo diferencial para derivar las elecciones óptimas de esta función de utilidad. Son

$$x_1 = \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1}$$
$$x_2 = \frac{d}{c+d} \frac{m}{p_2}.$$

Estas funciones de demanda suelen ser útiles en los ejemplos algebraicos, por lo que conviene que el lector las memorice.

Las preferencias Cobb-Douglas tienen una interesante propiedad. Consideremos la proporción de la renta que gasta un consumidor Cobb-Douglas en el bien 1. Si consume x_1 unidades del bien 1, le cuesta $p_1 x_1$, lo que presenta una proporción $p_1 x_1 / m$ de la renta total. Sustituyendo x_1 por la función de demanda, tenemos que

$$\frac{p_1 x_1}{m} = \frac{p_1}{m} \frac{c}{c+d} \frac{m}{p_1} = \frac{c}{c+d}.$$

Del mismo modo, la proporción de la renta que gasta el consumidor en el bien 2 es $d/(c+d)$.

Así pues, el consumidor Cobb-Douglas siempre gasta una proporción fija de su renta en cada bien. La magnitud de dicha proporción es exactamente igual al exponente de la función Cobb-Douglas.

Ésa es la razón por la que a menudo resulta útil elegir una representación de la función de utilidad Cobb-Douglas en la que los exponentes sumen 1. Si $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, podemos interpretar inmediatamente a como la fracción de la renta gastada en el bien 1. Ésa es la razón por la cual generalmente expresaremos las preferencias Cobb-Douglas de esta manera.