

Tema 3: Práctico N° 3: Variables Aleatorias Discretas – Modelos de Probabilidad Binomial y Poisson

1) Un banco comercial de la ciudad dispone de cuatro cajeros automáticos. Si se define la variable aleatoria X: "Número de cajeros automáticos que sufren desperfecto técnico durante un día", su distribución de probabilidad y la función de distribución acumulada que se presentan a continuación:

X	0	1	2	3	4
P(X = x)	0.41		0.16		0.01
F _x (x)		0.78		0.99	

- a) Completar la tabla.
- b) Calcular las siguientes probabilidades:
 - i) $P(1 \leq X \leq 3)$
 - ii) $P(2 \leq X \leq 3 / X \geq 1)$
- c) Hallar E(X), V(X) y σ . Indicar la unidad de medida para cada caso e interpretar la esperanza y el desvío estándar en términos del problema.

2) Una financiera que cuenta con 10 empleados administrativos registró durante el primer trimestre del año el número de empleados ausentes por día. En la siguiente tabla se resume la información.

N° de empleados ausentes por día	0	1	2	3	4
Frecuencia absoluta (días)	52	20	12	4	2

- a) Elaborar, a partir de la distribución de frecuencias, la distribución de probabilidad empírica de la variable aleatoria X: "Número de empleados ausentes por día".
- b) A partir de la distribución de probabilidad obtenida en el inciso a), hallar la probabilidad de que en un día cualquiera el número de empleados ausentes sea:
 - i) Exactamente dos.
 - ii) Menos de dos.
 - iii) Más de dos.
 - iv) A lo sumo dos.
 - v) Por lo menos dos.
- c) Calcular el valor esperado y desvío estándar de la variable aleatoria en estudio. Interpretar.

3) Una persona planea invertir en 2 tipos de acciones de la Bolsa de Comercio de Buenos Aires: A y B. El rendimiento anual (por cada \$1000 invertido) de cada una de ellas tiene la siguiente distribución de probabilidad:

Rendimiento de A	-50	20	100	150
Probabilidad	0.10	0.30	0.40	0.20

Rendimiento de B	-100	50	130	200
Probabilidad	0.10	0.40	0.40	0.10

¿Qué acción conviene que el inversionista elija si quiere minimizar el riesgo o incertidumbre de la inversión (también llamado volatilidad)? **Sugerencia: la volatilidad puede ser medida con el desvío estándar del rendimiento de la inversión, pero, para comparar los riesgos de varios activos, se recomienda el coeficiente de variación.**

4) Una diseñadora de modas quiere determinar la distribución de probabilidad de la cantidad de camisas a confeccionar en su taller durante una semana. Dadas las capacidades técnicas y de recursos humanos de su taller, se pueden confeccionar como máximo 4 camisas por semana. Por experiencias pasadas se sabe que pueden confeccionarse entre 1 o 2 camisas con igual probabilidad en una semana. La probabilidad de que ninguna costurera pueda asistir al taller en una semana, y por ende no se pueda confeccionar ninguna camisa por semana es de 0,05 y, por último, la probabilidad de que se dé una producción semanal de 3 o 4 camisas es de 0,10 respectivamente en cada caso.

- a) Construir la distribución de probabilidad de X: "Número de camisas a confeccionar por semana".
- b) ¿Cuántas camisas se espera puedan ser confeccionadas por semana en el taller?
- c) Si el salario semanal de una costurera está compuesto por una suma fija de \$3000 más un adicional de \$100 por cada camisa confeccionada, calcular el salario semanal que espera recibir una costurera del taller, la varianza y su desvío estándar.

Sugerencia 1: A partir del punto 5) pueden utilizar la App "Probability Distributions" para desarrollar o verificar los resultados obtenidos. (pueden consultar el tutorial subido al Moodle)

Sugerencia 2: Como ayuda para poder calcular las probabilidades sugerimos definir la variable analizada con su respectiva distribución y parámetros en cada uno de los incisos de los ejercicios.

5) En una empresa el **60%** de los empleados ha completado el plan anual de capacitación interna. Si se eligen al azar **20 empleados** para realizar una experiencia piloto, calcular la probabilidad de encontrar:

- a) 11 empleados **con** el plan anual de capacitación interna completo.
- b) Más de 16 empleados **con** el plan anual de capacitación interna completo.
- c) Por lo menos 4 empleados **con** el plan anual de capacitación interna completo.
- d) A lo sumo 5 empleados **sin** el plan anual de capacitación interna completo.
- e) Ningún empleado **con** el plan anual de capacitación interna completo.
- f) Algún empleado **sin** el plan anual de capacitación interna completo.

6) Una consultora en recursos humanos realizó un estudio sobre la situación de empleo de hombres de entre 20 y 30 años de una determinada ciudad y obtuvo la siguiente información:

Desocupados: 1/5

Subocupados: 2/5

Con empleo: 2/5

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que haya **10 desocupados** en una muestra de **20 hombres**?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya **ningún subocupado** en una muestra de **5 hombres**?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que haya por lo menos **4 ocupados** en una muestra de **20 hombres**?
- d) ¿Cuál es el valor esperado y el desvío estándar del N° de personas **subocupadas o con empleo** en una muestra aleatoria de **250 hombres**?

7) Una fábrica sabe por experiencia que el **10% de su producción** de calefactores presenta fallas durante el período de garantía y estos deben ser reemplazarlos por uno nuevo. Si una empresa constructora adquiere **50 de estos calefactores** para colocarlos en un edificio de departamentos, ¿Cuál es la probabilidad de que, durante el período de garantía, la fábrica deba reemplazar:

- a) **sólo** un calefactor?
- b) **por lo menos** un calefactor?
- c) **a lo sumo 5** calefactores?
- d) **la mitad** de los calefactores?
- e) **entre 4 y 6** calefactores?

8) Con el fin de evaluar si se adicionará un día más de la semana para realizar promociones especiales, el sitio de compras on-line www.bestchoice.com desea calcular las siguientes probabilidades, sabiendo que el número de visitas que recibe este sitio web sigue una distribución de Poisson con un promedio **7 visitas cada 30 segundos** durante los días que se realizan las promociones especiales.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en **30 segundos** se reciba alguna visita?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que en **un minuto** se reciban menos visitas de las que se esperan?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que en un intervalo de **15 segundos** entren al sitio de compras **más de 5 visitantes**?

9) Se sabe que el número de vehículos, medido en un período de **10 min.**, que se detienen en cierta estación de servicio sigue una distribución de Poisson y su promedio es de **12 vehículos**. Si los vehículos se detienen de manera aleatoria e independiente:

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un período de **10 minutos se detenga algún** vehículo?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que en **un minuto** cualquiera se detengan **más de 3 vehículos**?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que se detengan **5 ó 6 vehículos** en el período que va desde las **15:05 a las 15:20**?

10) La empresa concesionaria de una autopista con peaje estima que el número de accidentes automovilísticos que se producen en la autopista es una variable aleatoria que sigue una distribución de Poisson con una media **de 0.4 accidentes diarios**.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en **un día no haya accidentes** en la autopista?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que, **en 15 días**, el número de accidentes sea **inferior a la cantidad esperada**?
- c) Cuando en una semana se producen **menos de 2** accidentes la empresa concesionaria **no es sancionada**, de lo contrario cuando en una semana se producen **2** accidentes en la autopista, la empresa concesionaria del peaje debe pagar una multa de **\$5000** a la Secretaría de Transporte; si se producen **más de 2** accidentes, la multa a pagar es de **\$10000**. Calcular el valor esperado de la multa a pagar semanalmente por la empresa.