UNIDAD 4: Teoría de la producción

La naturaleza de la empresa y supuesto general de comportamiento. La función de producción en el corto plazo: la ley de las proporciones variables y la relación entre las curvas de producto medio y marginal. La función de producción en el largo plazo: los rendimientos a escala. Función de producción en proporciones fijas. Incorporación del progreso tecnológico. El problema de optimización en la empresa.

Bibliografía Obligatoria:

- Pindyck, R. y Rubinfeld, D. Capítulo 6. La producción (disponible en el Moodle)
- Mochón, F y Pajuelo, A. Pág. 187. El cambio Tecnológico. (disponible en el Moodle)
- Amazon <u>https://www.youtube.com/watch?v=4D9k3tO4LDA</u>





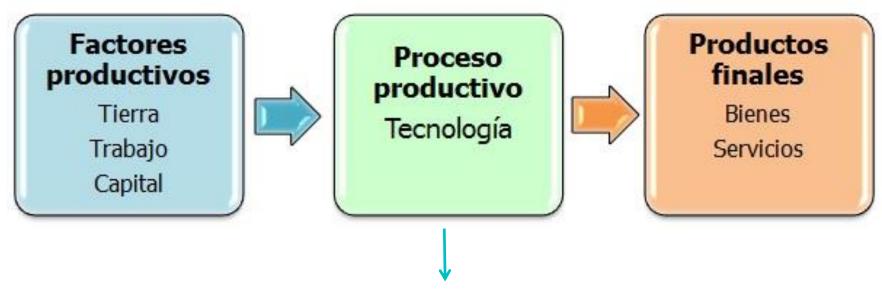
PRODUCCIÓN

- Ahora vamos a analizar en el flujo circular de la renta: la oferta de bienes y servicios y la conducta de los productores.
- Conocer la Teoría de la producción y de los costos es fundamental para la gestión de la empresa.
- Hay muchas actividades productivas:
 ¿Cuáles conocés?





 Método o Proceso productivo: es una combinación de factores que permite obtener determinada cantidad de producto



El proceso productivo se puede representar a través de función de producción

$$Q = f(I_1, I_2, I_3, ... I_n))$$

Las empresas en el proceso productivo convierten los factores productivos/ insumos en productos.

Pensemos en la SIEMBRA DE SOJA

¿Cuáles son los factores que se necesitan para producir?

- Tierra (hectáreas de campo)
- Instalaciones (galpones, silos, etc.)
- Semillas
- Fertilizantes
- Mano de obra ó trabajadores
- Maquinaria (tractores, cosechadoras, sembradoras, etc.)
- Y muchos más.....

FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

- Indica el nivel de producción que puede obtener una empresa con una combinación específica de factores o insumos productivos.
- Es una relación técnica que define lo máximo que se puede producir con determinada combinación de factores productivos.
- Para simplificar suponemos en economía que existen dos factores (trabajo y capital)

$$Q = f(K,L)$$

Por ejemplo:

- Cantidad de copias que puede imprimir una impresora con tonner y hojas
- Kilos de pan que se pueden obtener con harina y levadura
- Tns de trigo que obtengo con semillas y hs máquina (cosechadora)

FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

Tenemos distintos tipos de procesos: Existen procesos

- Más intensivos en capital (> relación K/L)
- Más intensivos en trabajo (< relación K/L)

Por ejemplo:

Sembrar una hectárea con 10 hombres y 10 palas o con 1 hombre y 1 sembradora;

Producir vino patero o vino industrializado;

Cerveza artesanal en el garaje vs la planta de cerveza industrial;

Cosechar aceitunas en forma manual o mecanizada;

Es decir para producir tenemos distintas opciones o procesos que combinan los factores en diferentes proporciones.

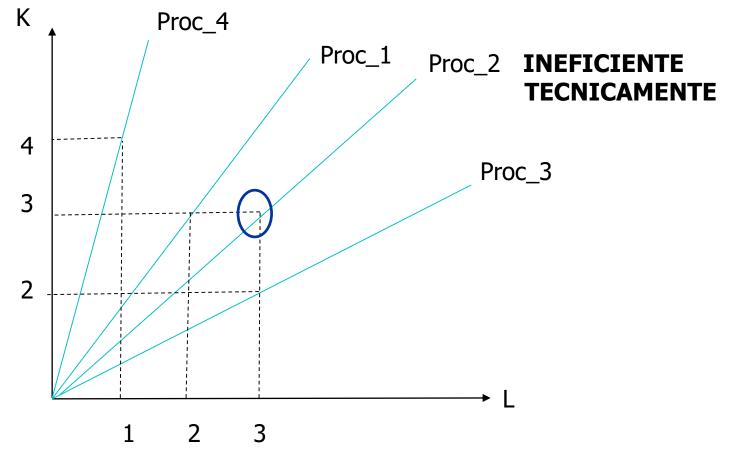
Por ejemplo para producir 10 unidades tenemos 4 procesos diferentes

	Proc_1	Proc_2	Proc_3	Proc_4
L	2	3	3	1
K	3	3	2	4

Observemos los procesos... Podemos decir que alguno es ineficiente?

- El Proceso 2 es técnicamente ineficiente porque utiliza mayor cantidad de L que el proceso 1 y mayor de capital que el proceso 3 para producir lo mismo. Puedo producir las 10 unidades con menos trabajo ó con menos capital.
- Los Proc_1;3 y 4 son técnicamente eficientes. La diferencia es que utilizan distintas combinaciones de factores.

Eficiencia técnica vs Eficiencia económica



Cuanto más empinado es el proceso mayor es la relación K/L $K/L_4 > K/L_1 > K/L_3$

Un método de producción es técnicamente eficiente respecto a otro si se utiliza por lo menos menor cantidad de uno de los factores y lo mismo de los otros.

Función de producción: describe el máximo nivel de producto que se puede obtener con determinada cantidad de factores de una forma técnicamente eficiente

Un proceso es económicamente eficiente si utiliza la combinación de factores que minimiza los costos de producción. En la eficiencia económica se consideran los costos, que dependen del precio de los factores.

Si
$$Pk=1$$
 y $PL=2$

CT Proc
$$1 = 2*2+3*1 = 7$$

CT Proc_2= ineficiente económicamente porque es ineficiente técnicamente (tiene un costo más alto)

CT Proc
$$4=1*2+4*1=5$$

Por lo tanto el Proceso 4 es más eficiente económicamente.

EN PRODUCCIÓN PODEMOS DISTINGUIR ENTRE CORTO Y LARGO PLAZO



Depende del tipo de actividad

Corto plazo

- Se refiere al periodo de tiempo en el que no es posible alterar las cantidades de uno o más factores de producción.
- Al menos algún factor es fijo.
- Normalmente se asocia con el capital, porque la capacidad productiva de las empresas está dada por la inversión inicial y para modificarla se necesita tiempo.
- Se toman decisiones de "producción", no puedo cambiar el stock de K

Largo plazo

- Se refiere al tiempo necesario para que todos los factores de producción sean variables.
- Se toman decisiones de "inversión" ya que puedo elegir el stock de capital (el tamaño de la planta)

Por ejemplo para un vendedor ambulante quizás el corto plazo son 3 días ó 1 semana, mientras que para industria petroquímica 10 años; y para un productor agropecuario 1 año porque piensa hasta la cosecha.

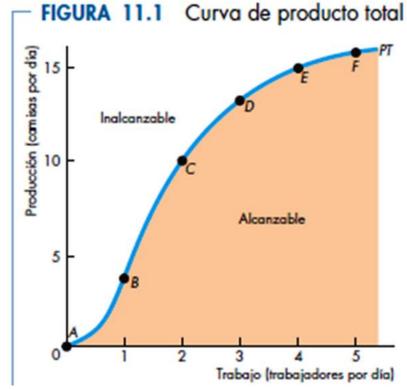
FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN DE CORTO PLAZO

$$Q = f(\overline{K}, L) = f(L)$$

- Producción depende de la cantidad de mano de obra contratada, ya que al menos uno de los factores es fijo.
- Producto total (Q) es la máxima cantidad de producto se puede obtener con un conjunto definido de factores, en este caso por unidad de L.

A medida que aumenta el número de trabajadores aumenta el PT (movimiento a lo largo de función de producción).

Q=F(L) pendiente positiva (+) Primero crece a tasa creciente, luego a tasa decreciente, llega al máximo y comienza a descender.



MEDIDAS DE PRODUCTIVIDAD

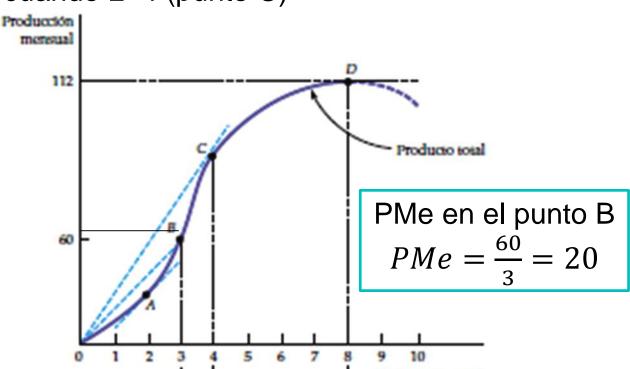


- Producto medio
- Producto marginal

 Producto medio (PMe): es el nivel de producción por unidad de trabajador. ¿En cuánto contribuye cada trabajador?

$$PMe = \frac{PT}{L} = \frac{Q}{L}$$

Es la pendiente del rayo que sale del origen.
 Primero crece y luego decrece. Es máximo cuando L=4 (punto C)



Trabajo mensus

MEDIDAS DE PRODUCTIVIDAD

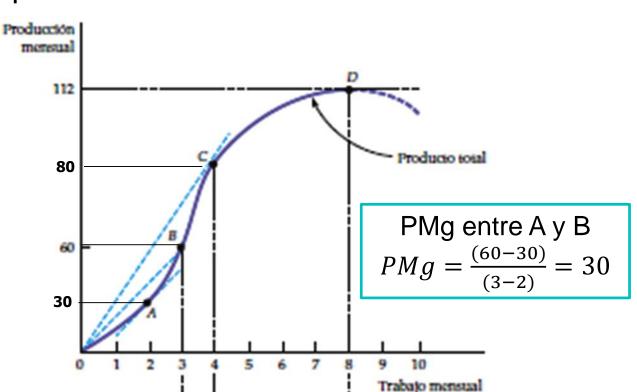


- Producto medio
- Producto marginal

 Producto marginal (PMg): es la producción adicional que se obtiene al incorporar un trabajador más.

$$PMg = \frac{\Delta PT}{\Delta L} = \frac{dQ}{dL}$$

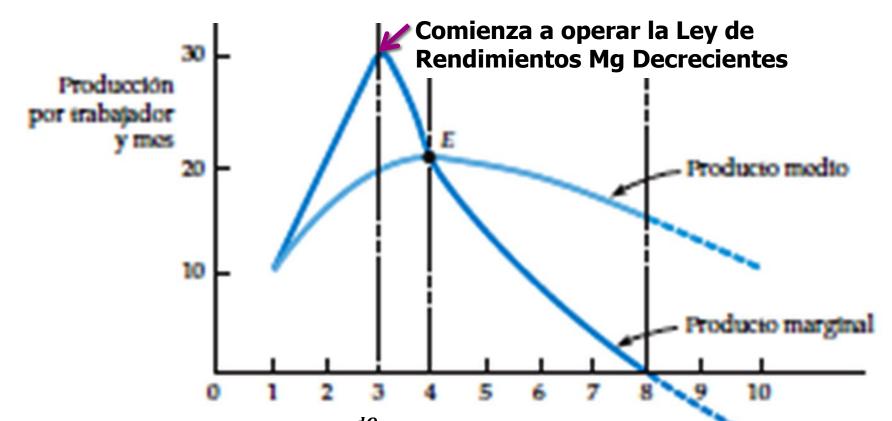
 Es la pendiente de la función de producción.



Relación entre PMe y PMg

Cuando el PT crece a tasa creciente (PMg es positivo y creciente; es decir PMg>0 y dPMg/dL>0)

Cuando el PT crece tasa decreciente (PMg es positivo pero decreciente (disminuye a medida que aumenta factor variable). (Pmg>0 y dPmg/dL<0)



Cuando el PT es máx; PMg=0 ($\frac{dQ}{dL}$ = 0). Luego PMg es negativo cuando la producción disminuye.

Trabajo mensual

TRABAJAR MAS HORAS DISMINUYE LA PRODUCTIVIDAD

Hora Nalga no es Hora Producción -



productivas y creativas del día.

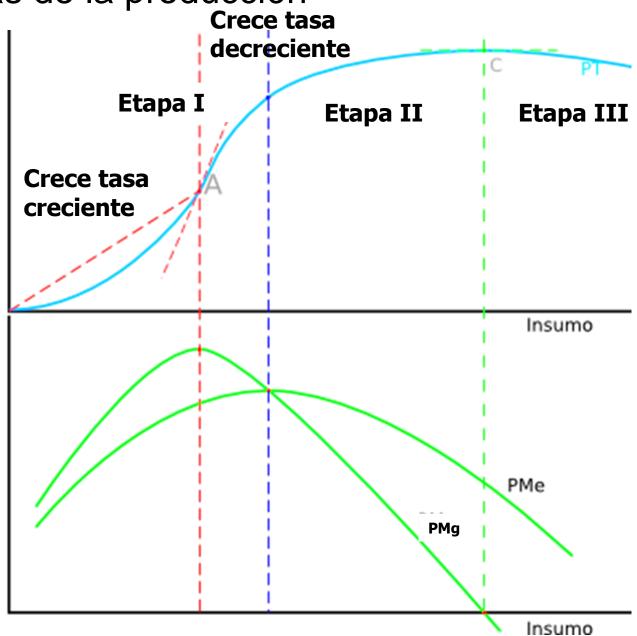
comienza a perderse el interés en lo que se está haciendo. disminuyendo el ritmo de producción. el agotamiento es evidente. La calidad empeora y la producción es mínima.

ya no hay producción. Ni concentración. Ni energia. Ni alma.

En la Producción existen rendimientos marginales decrecientes.

- Los rendimientos marginales decrecientes comienzan a operar cuando PMg comienza a descender (PMg decreciente, pero positivo).
- Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes: es una ley de corto plazo; como consecuencia que uno de los factores es fijo.
- A medida que aumenta la cantidad del factor variable con el capital fijo llega un punto donde los aumentos de la producción son cada vez más pequeños (aumenta la producción a tasa decreciente).

Etapas de la producción



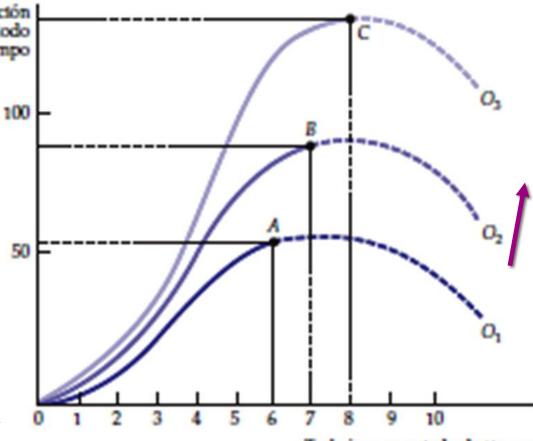
ETAPAS DE LA PRODUCCIÓN

- Etapa I- PMe y PMg crecen, todavía se utiliza una pequeña cantidad del factor variable en relación al fijo (bajo porcentaje de la capacidad instalada). La etapa termina cuando el PMe es máximo. En esta etapa PMe<PMg
- Etapa II- A partir del máximo del PMe hasta que el PMg es cero (ó PT máximo). En esta etapa se ubica el empresario, el PMg y PMe disminuyen pero son positivos. En esta etapa Pme > PMg.
- Etapa III- A medida que aumenta el L disminuye el PT; es ineficiente (PMg < 0 negativo). Hay tantos trabajadores en relación al K fijo que se molestan, charlan, producen menos...

 Malthus (economista ingles siglo XIX) creía que la Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes iba a implicar hambruna porque la tierra destinada al cultivo (factor fijo) no podía crecer al ritmo del crecimiento de la población.

1

Evidencia muestra que la predicción de Malthus era equivocada a pesar de la Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes....



Porque no tuvo en cuenta el efecto de la Tecnología

El efecto de la tecnología no elimina la Ley de Rendimientos Decrecientes (la forma de la curva de PT)

 Cuando aumenta la tecnología ó aumenta el capital (factor fijo) para la misma cantidad de mano de obra se puede producir más. La función de producción se desplaza hacia arriba (O1, O2, O3).

Causas del crecimiento de la productividad del trabajo:

- Crecimiento del stock de capital: cantidad de capital que tiene para producir
- Cambio tecnológico: desarrollo de nuevas tecnologías que permiten utilizar el L (y otros factores) de una manera más eficaz y producir bienes nuevos y de mayor calidad.

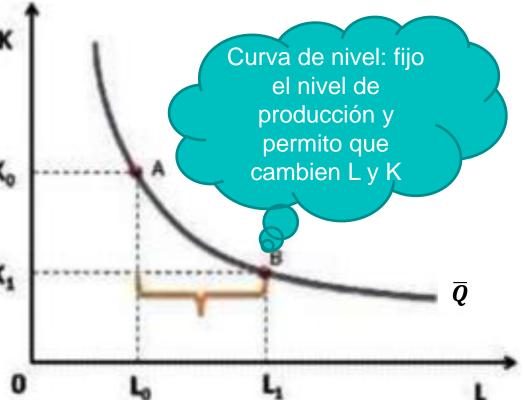
FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN DE LARGO PLAZO

$$Q = f(L; K)$$

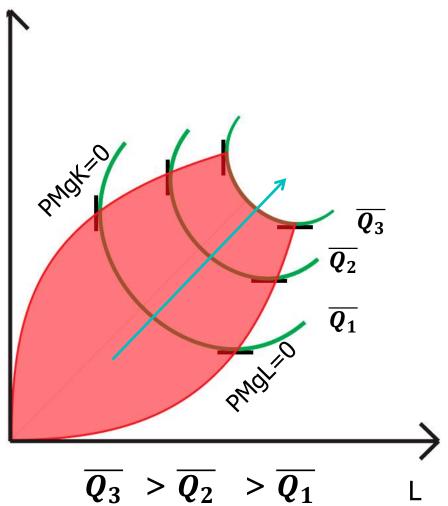
- La empresa puede producir combinando distintas cantidad de K y L. Todos los factores son variables.
- Función de producción de largo plazo está representada por curvas de nivel que se llaman ISOCUANTAS

$$\bar{Q} = f(L; K)$$

ISOCUANTA es una curva que muestra las distintas combinaciones de K y L que permiten obtener el mismo nivel de producción.



- Mapa de isocuantas: Cada isocuanta corresponde a un nivel de producción (Q) diferente y el nivel de producción aumenta a medida que nos desplazamos en sentido ascendente y hacia la derecha.
- Zona económica: combinaciones de factores técnicamente eficientes Pendiente de isocuanta es (-)
- En el contorno PMgL=0 ó PMgK=0.
- Fuera de la zona económica: los rendimientos marginales son negativos y los métodos de producción ineficientes.

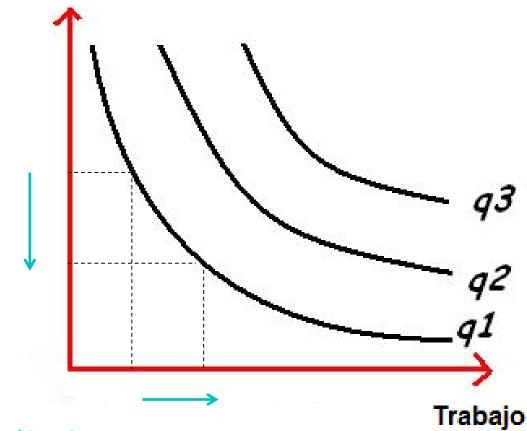


 Si el proceso productivo tiene alto grado de sustitución entre factores, las isocuantas son convexas al origen.

Funciones Coob Douglas

$$Q = f(K, L) = K^{\beta}L^{\alpha}$$

 $\alpha \ y \ \beta \ son \ constantes$



Por ejemplo: $Q = 2 K^{1/2} L^3$

CASOS EXTREMOS

 Si los factores son sustitutos perfectos la isocuanta es lineal.

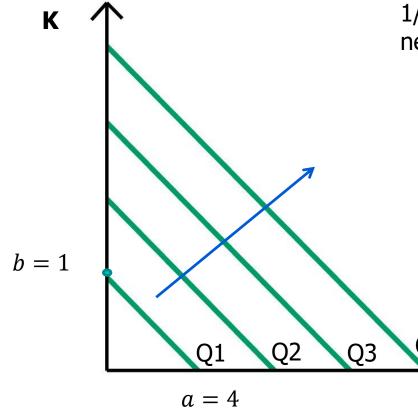
$$Q = f(K, L) = \frac{1}{a}L + \frac{1}{b}K$$

1/a y 1/b son las proporciones que se necesitan para realizar una unidad de producto

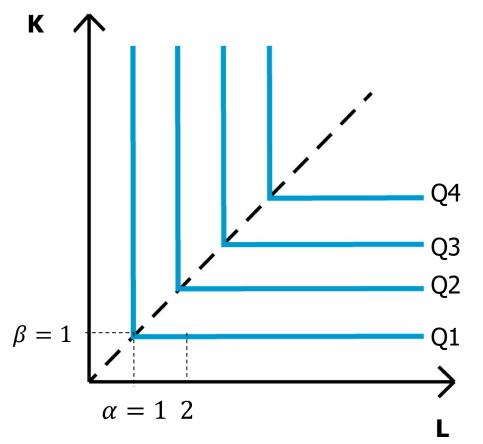
Trabajo ó capital?

Por ejemplo: los empleados necesitan 4 hs para limpiar lo que 1 robot hace en 1 hora (El Robot es 4 veces más eficiente que el trabajo)

$$Q = 4K + L \acute{o} Q = K + 1/4 L$$



 Si los factores se combinan en Proporciones Fijas (función de producción de Leontief). No existe sustitución. Las isocuantas son angulares.



$$Q = Min \left\{ \frac{1}{\alpha} L; \frac{1}{\beta} K \right\}$$

 α y β son las unidades necesarias para realizar determinada cantidad de producto.

1 Programador y 1 PC

1 Programador; 1 PC para realizar una app.

Si tengo un programador más (L=2) ¿Puedo aumentar la Q?

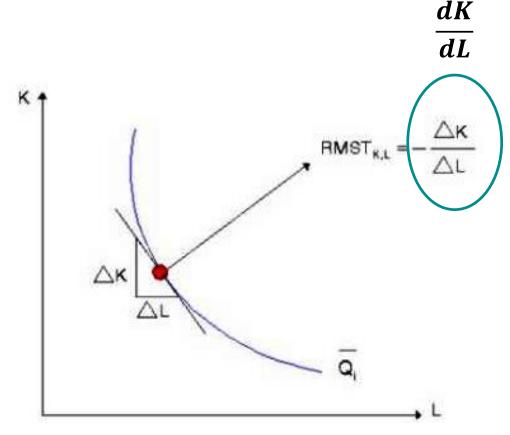
No, el PMgL= $(\Delta Q/\Delta L)$ =0. Añadir una unidad adicional de L, sin aumentar el otro factor no aumenta la producción.

¿Cuál es la pendiente de la isocuanta?

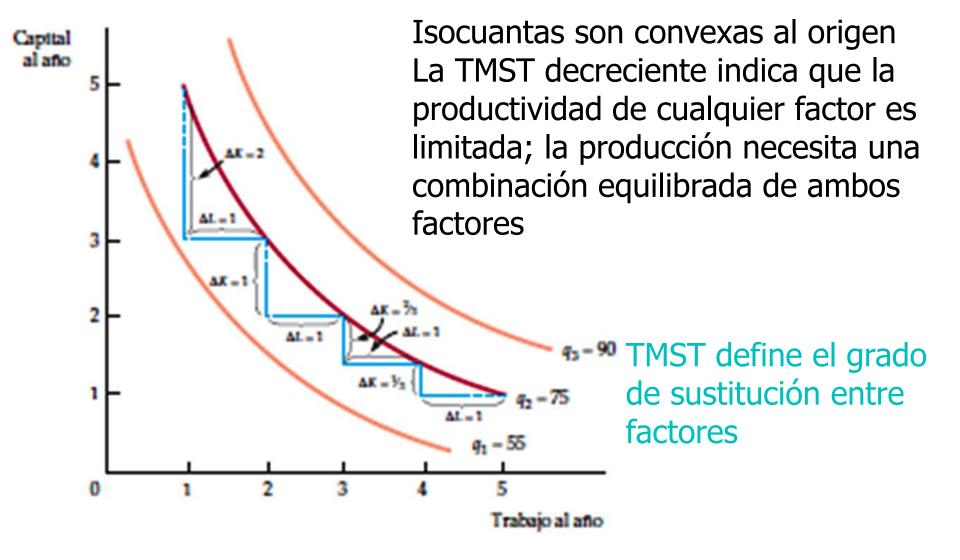
TASA MARGINAL DE SUSTITUCIÓN TÉCNICA (TMST ó RMST)

 Es la relación a la que puede sustituir un factor por otro sin modificar el nivel de producción.

$$\bar{Q} = f(K, L) \quad differenciar \\
0 = \frac{df}{dk}dK + \frac{df}{dL}dL \\
\frac{df}{dk}dK = \left(-\frac{df}{dL}\right)dL \\
\frac{dk}{dL} = -\frac{PMgL}{PMgK} = TMST_{L,K}$$



TMST es decreciente. Disminuye a medida que aumenta la cantidad de trabajo.



• TMST
$$_{L,K} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMgL}{PMgK}$$

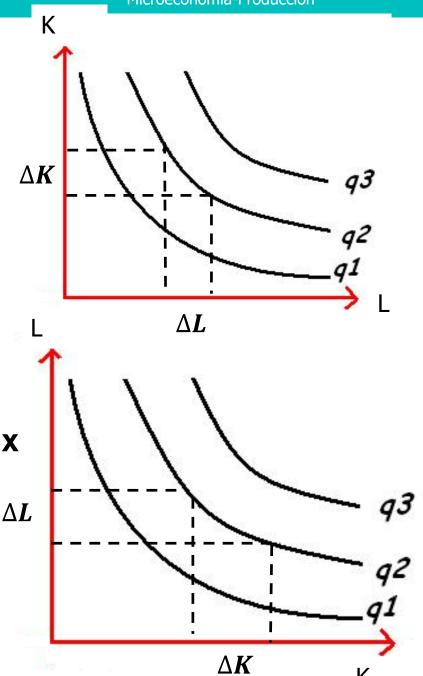
Ejemplo

$$K=3$$
; $L=2$; $Q=75$

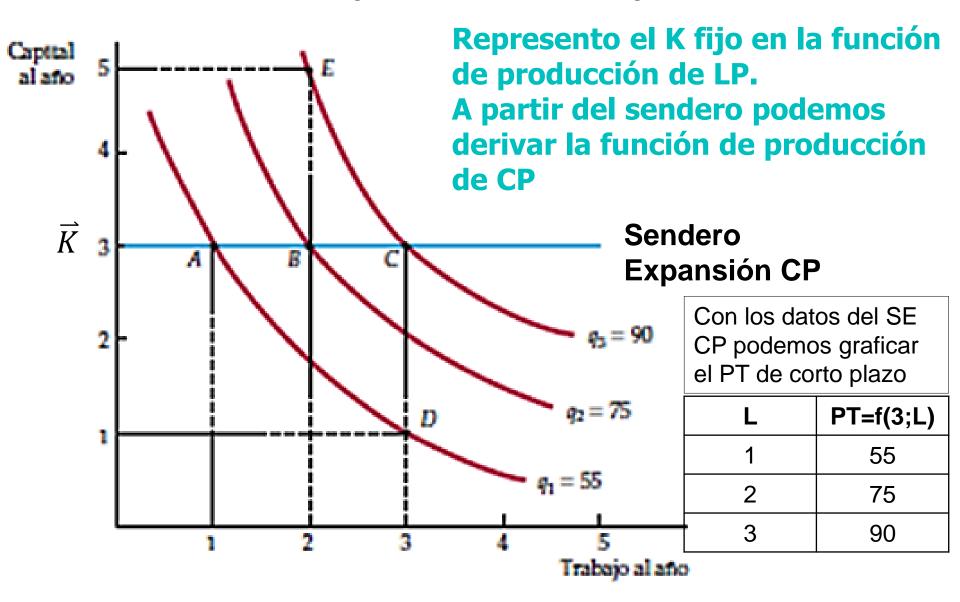
TMST L,K =
$$\frac{(3-5)}{(2-1)}$$
 = -2 = |-2|

Si mido el capital (K) en el eje x

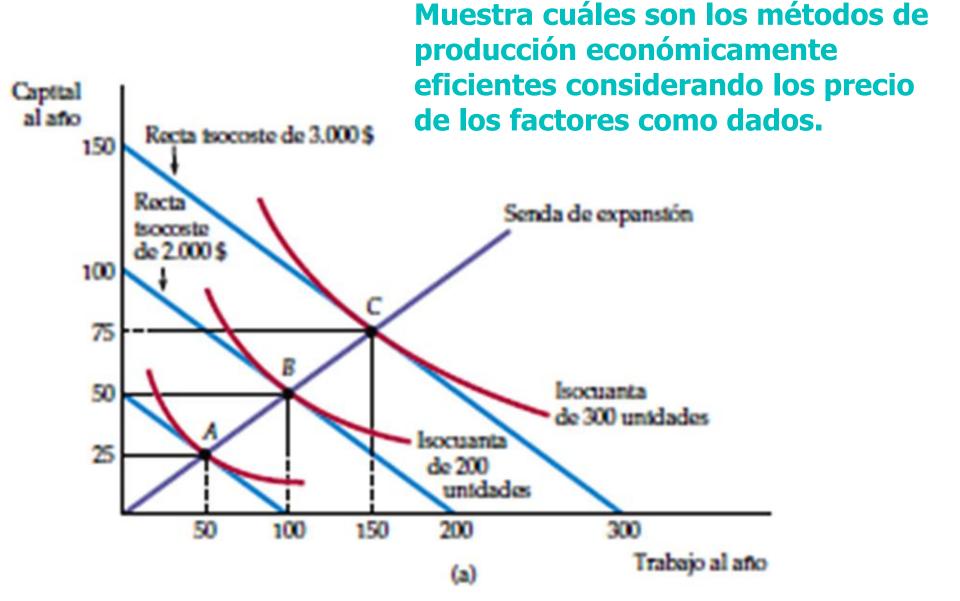
$$TMST_{k,L} = \frac{\Delta L}{\Delta K} = \frac{PMgK}{PMgL}$$



Sendero de expansión de la producción



Sendero de expansión de la producción



Sendero de Expansión de LP

- Se obtiene al unir los puntos de equilibrio de LP del productor (A,B,C) que son procesos económicamente eficientes (Equilibrio: tangencia entre ISOCUANTA y la RESTRICCIÓN de recursos).
- En el equilibrio el productor/empresa produce la mayor cantidad posible con los recursos disponibles. Estos recursos los destina a contratar L y K (R= P_LL+P_kK). (Esto lo vamos a ver más adelante)
- Si cuenta con más recursos puede producir más, por eso se desplaza a los largo del sendero de LP a mayores niveles de producción (A, B, C)

Ejemplo de Pindyck $P_L=10 \text{ yP}_k=20$

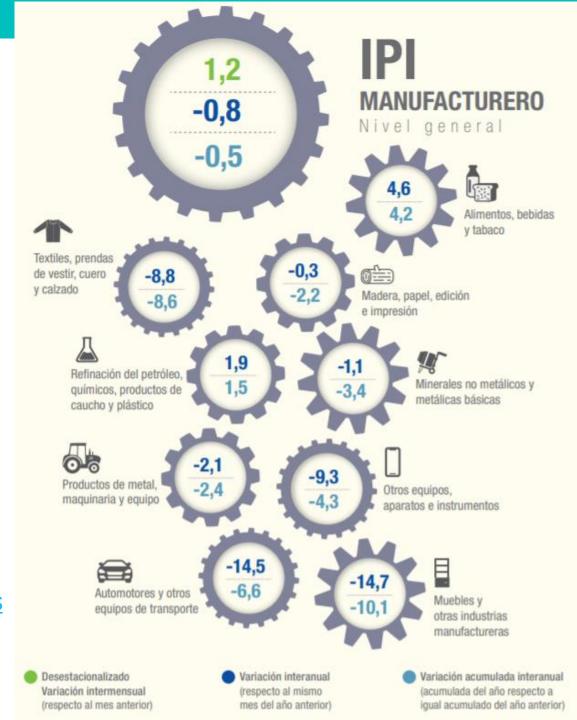
- En (B) con 2000 pesos: 2000= 10L+ 20K; en el equilibrio contrata L=100, K=50 y produce Q=200
- En (C) con 3000 pesos 3000=10L+20K; en el equilibrio contrata L=150,
 K=75 y produce Q=300

INDEC calcula el Índice de Producción Industrial Manufacturero (IPI) que reemplaza al Estimador Mensual Industrial (EMI)

Informe Febrero-2020

Fuente:

https://www.indec.gob.ar/uploads/informesdeprensa/ipi_manufactu_rero_04_20A57ABA0D43.pdf



Análisis de los datos...

 En conjunto la industria cayó un 0,8% respecto a febrero de 2019, pero aumentó 1,2% respecto a enero de 2020.

- Los sectores que más cayeron respecto a febrero de 2019 son muebles (14,7%) y automóviles (14,5%).
- ¿Qué se puede esperar en los índices de actividad industrial luego de la cuarentena? ¿cuáles serán los sectores más afectados?... Investiguen

INFOBAE, 4 de marzo 2020

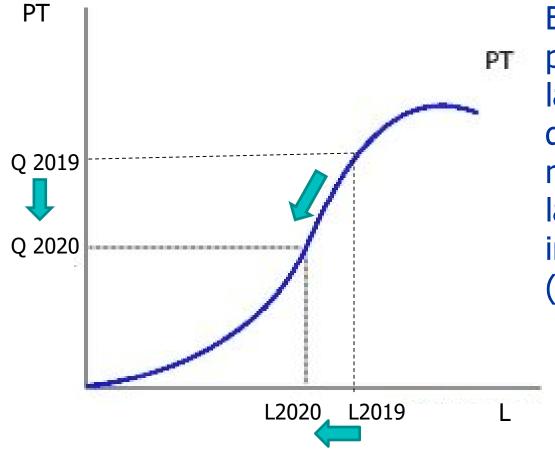
El sector automotriz y una caída sin frenos: bajó 20% la producción en febrero y encadenó 18 meses negativos

La Asociación de Fábricas de Automotores (Adefa) emitió su informe mensual en donde señala que el sector alcanzó una producción de 26.133 vehículos de pasajeros y utilitarios livianos. Esta cifra significó un 20% menos respecto de las 32.662 unidades que se produjeron en el mismo mes del 2019.

Esta caída queda también al descubierto en el informe del Indec sobre capacidad instalada. Según el último informe, el sector automotor operó al 21,1%, es decir con un nivel de ociosidad del 78,6%, el más elevado para el mes en por lo menos una década, de acuerdo con los registros del Instituto Nacional de Estadística y Censos (Indec). Esto implica muchos trabajadores con jornadas reducidas y despidos.

Vamos a analizar la noticia del sector automotriz...

- Industria bajo un 20% la producción r/ 2019
- Operando al 21,1% de su capacidad instalada
- Reducción de personal

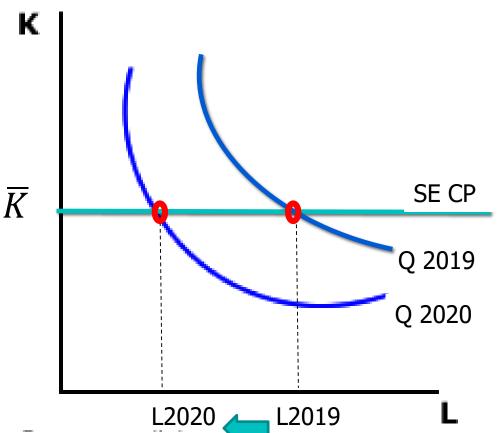


Esta situación la podemos representar en la función de producción de CP a través de un movimiento a lo largo de la curva. La capacidad instalada de la industria (K) es fija.

- Disminuye Q (PT)
- Disminuye L

Vamos a analizar la noticia del sector automotriz...

- Industria bajo un 20% la producción r/ 2019
- Operando al 21,1% de su capacidad instalada
- Reducción de personal



También lo podemos representar a través del sendero de expansión de CP.

- Sendero de CP lo marco en el nivel de la capacidad instalada que es fija (\overline{K})
- Muestro la disminución de Q
- Y la disminución de L (factor variable)

RENDIMIENTOS A ESCALA



Son un fenómeno de Largo Plazo



Rendimientos Marginales Decrecientes (Corto Plazo)

RENDIMIENTOS A ESCALA: podemos analizar cuanto varía la producción cuando varían todos los factores productivos. Existen tres tipos de rendimientos a escala:

- * constantes
- * crecientes
- * decrecientes

- Q = f(L, K) si aumento L y K en la misma proporción m
- Q = f(L, K) = f(mL; mK)

Comparando Q y Q'puedo analizar el tipo de rendimientos

- Rendimientos constantes a escala: Si ante un aumento de m unidades en los factores, la producción aumenta en la misma proporción m. Es decir, $Q^* = mQ$
- Rendimientos crecientes a escala: Si ante aumento de m unidades en los factores, la producción aumenta en mayor proporción que m. Es decir, $Q^* > mQ$
- Rendimientos decrecientes a escala: Si ante aumento de m unidades en los factores, la producción aumenta en menor proporción que m. Q * < mQ

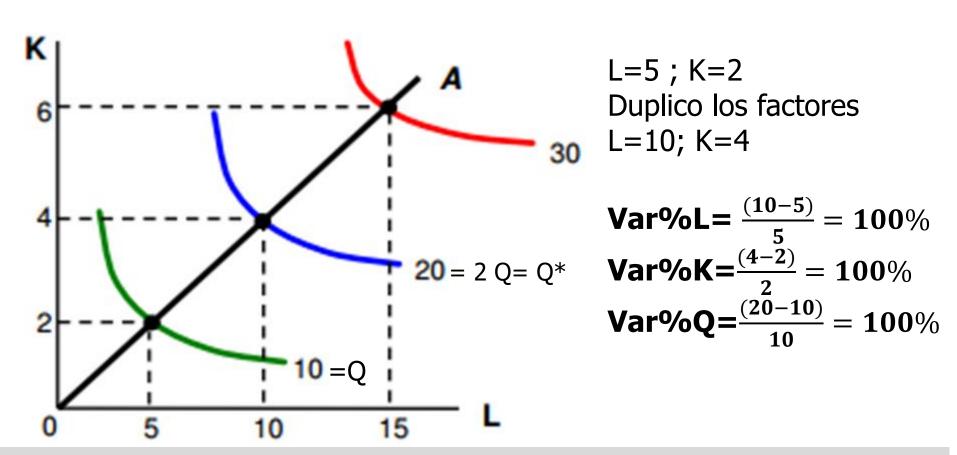
Funciones de producción homogéneas



Puedo conocer grado de rendimientos a escala

Rendimientos constantes a escala:

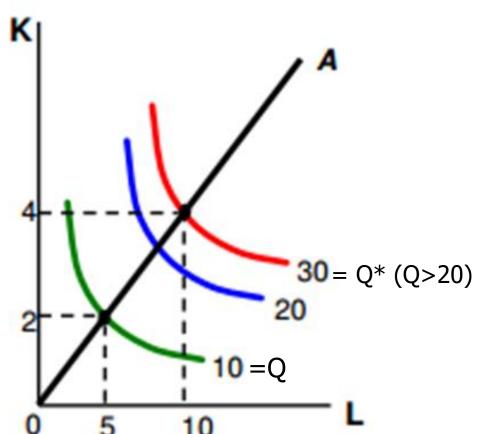
La producción aumenta en la misma proporción que los factores productivos (var% K = var% L = var% Q)



Como la producción aumenta en la misma proporción que los factores productivos existen Rendimientos constantes a escala

Rendimientos crecientes a escala:

La producción aumenta en mayor proporción que los factores productivos (var% K = var% L < var% Q)

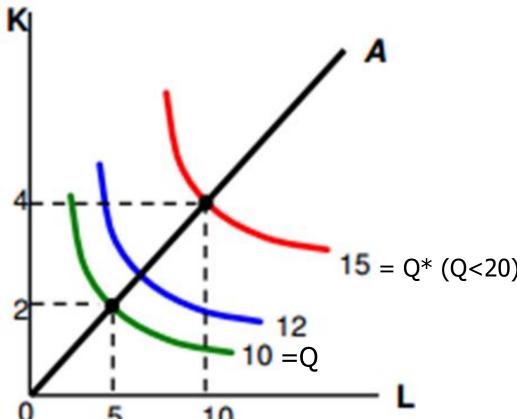


Var%L=
$$\frac{(10-5)}{5}$$
 = 100%
Var%K= $\frac{(4-2)}{2}$ = 100%
Var%Q= $\frac{(30-10)}{10}$ = 200%

Como la producción aumenta en mayor proporción que los factores productivos existen Rendimientos crecientes a escala

Rendimientos decrecientes a escala:

La producción aumenta en menor proporción que los factores productivos (var% K = var% L > var% Q)



Var%L=
$$\frac{(10-5)}{5}$$
 = 100%
Var%K= $\frac{(4-2)}{2}$ = 100%
Var%Q= $\frac{(15-10)}{10}$ = 50%

Como la producción aumenta en menor proporción que los factores productivos existen Rendimientos decrecientes a escala

Si la función de producción es homogénea



- $Q = f(K, L) = K^{\alpha}L^{\beta}$ aumento en m los factores
- Q *= $f(mK; mL) = m(K^{\alpha}L^{\beta}) = (mK)^{\alpha}(mL)^{\beta}$
- $Q = m^{\alpha}K^{\alpha}m^{\beta}L^{\beta}$ sumar los exponentes
- Q *= m^{α} + β ($K^{\alpha}L^{\beta}$)

Como puedo extraer la función original, es homogénea. El grado de homogeneidad está dado por la suma de los exponentes $(\alpha + \beta)$.

Si $(\alpha + \beta)$ =1 Rendimientos Constantes a Escala

Si $(\alpha + \beta) > 1$ Rendimientos Crecientes a Escala.

Si $(\alpha + \beta)$ <1 Rendimientos Decrecientes a Escala .

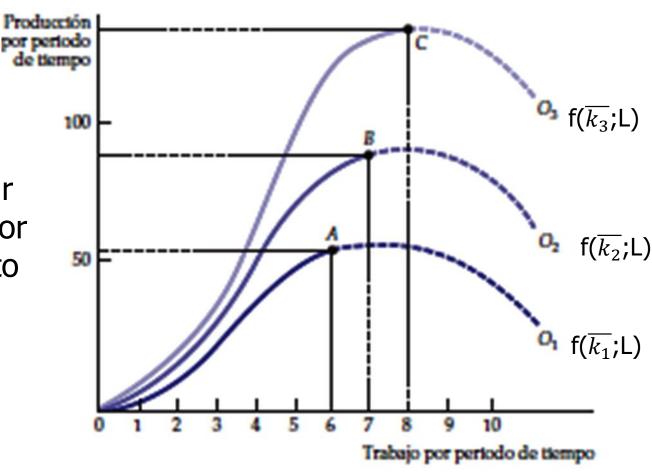
¿Qué sucede con $Q = A L^2 + K$? Verifiquen si es homogénea???

PROGRESO TECNOLÓGICO

 El Progreso Tecnológico (inversión/ cambio en la capacidad instalada)



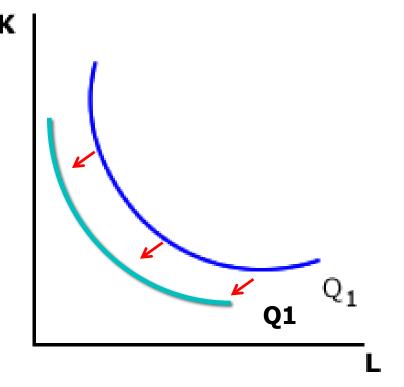
Como vimos anteriormente se puede representar en el corto lazo por un desplazamiento de la función de producción



CAMBIO TECNOLÓGICO O PROGRESO TÉCNICO:

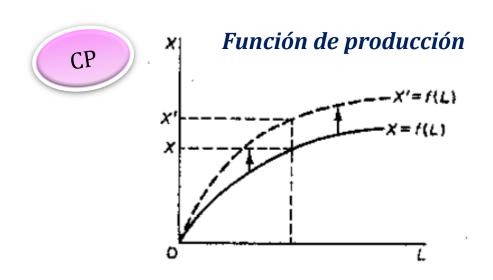
 Implica el descubrimiento de mejores métodos de producción, de mejores técnicas de organización empresarial, de comercialización, etc.

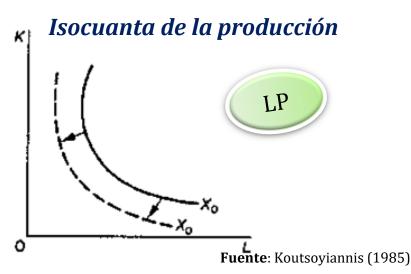
- Hace que la producción sea más eficiente
- Puedo producir más con la misma cantidad de factores;
 o producir lo mismo con menor cantidad de factores



Innovación en los procesos

- ✓ Se puede obtener un mismo volumen de producción con menos insumos de factores
- ✓Se puede obtener un volumen de producción mayor con los mismos insumos.
- ✓ Constantemente lo vemos en la realidad a través de las inversiones e innovaciones aplicadas por las empresas a los procesos productivos (miren las noticias de la diapositiva siguiente)







TRES TIPOS DE CAMBIOS TECNOLÓGICOS

- Progreso técnico neutral
- Progreso técnico intensivo en K ó Ahorrador de mano de obra.
- Progreso técnico intensivo en L ó Ahorrador de K

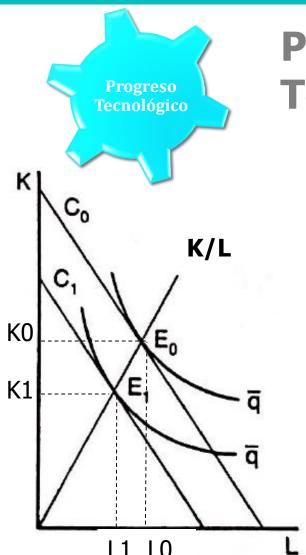
Hicks define el proceso tecnológico, como intensivo en capital, en trabajo o neutral de acuerdo al comportamiento de la Tasa Marginal de Sustitución Técnica y la relación capital- trabajo.

Miremos el video de Amazon en el siguiente link: https://www.youtube.com/watch?v=4D9k3tO4LDA

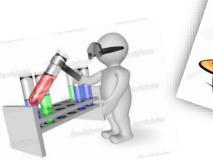
 ¿Con qué tipo de cambio tecnológico creen que lo podemos asociar?

 ¿Qué impacto generan los robots sobre la productividad de la Mano de Obra? ¿Y sobre las ventas de Amazon?

Una vez leídas las próximas diapositivas vuelvan a mirar el video y confirmen las respuestas dadas.



Progreso Técnico Neutral





- El Progreso Técnico aumenta la productividad del capital y del trabajo en la misma proporción (↑ PMg_K = ↑ PMg_L).
- K/L no se modifica porque no hay sustitución entre factores.
- TMST_{L,K}¹ no se modifica, permanezco sobre la misma relación k/L.

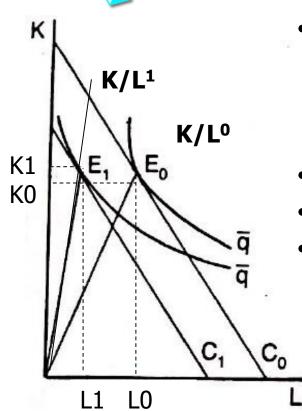
$$TMST_{L, K}{}^{0} = \frac{\uparrow PMg_{L}}{\uparrow PMg_{K}} = TMST_{L, K}{}^{1}$$

Ante un cambio tecnológico aumenta la productividad del K y L en la misma proporción. Es el caso más difícil de encontrar en la realidad.

Progreso Tecnológico

Progreso intensivo en K o Ahorrador de L





- El Progreso Técnico aumenta la productividad del capital en mayor medida que la productividad del trabajo (↑ PMg_K > ↑ PMg_⊥).
- En el equilibrio ↑K y ↓L
- Aumenta la relación K/L (↑ K/L)
- TMST $_{L,K}^{0}$ es más grande que TMST $_{L,K}^{1}$ (Disminuye la TMST)

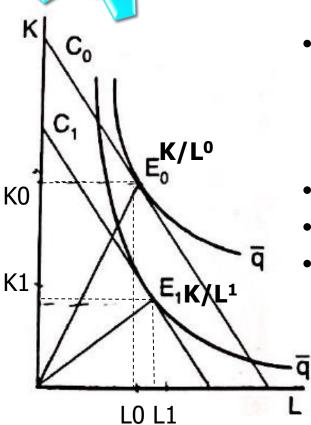
$$TMST_{L, K}^{0} > \frac{\uparrow PMg_{L}}{\uparrow PMg_{K}} = TMST_{L, K}^{1}$$

Ante el cambio tecnológico aumenta la productividad del K en mayor medida que la productividad del L. Me muevo a procesos más intensivos en capital (cajas de autoservicio; robots; etc).

Progreso Tecnológico

Progreso intensivo en L o Ahorrador de K





- El Progreso Técnico aumenta la productividad del trabajo en mayor medida que la productividad del capital (↑ PMg_L >↑ PMg_K).
- En el equilibrio ↑L y ↓K
- Disminuye la relación K/L (↓ K/L)
- TMST $_{L,K}^{-1}$ es mayor que la TMST $_{L,K}^{-0}$ (Aumenta la TMST)

$$TMST_{L, K}^{0} < \frac{|PMg_{L}|}{\uparrow PMg_{K}} = TMST_{L, K}^{1}$$

Ante el cambio tecnológico aumenta la productividad del L en mayor medida que la productividad del K. Me muevo a procesos más intensivos en trabajo (más artesanales)

El productor quiere maximizar beneficios

El problema se puede plantear de tres maneras:

1.- Se puede maximizar el beneficio sin restricciones
$$B = IT - CT \qquad o \qquad B = PQ - (P_IL + P_kK)$$

2.- Se puede maximizar la producción sujeta a un costo dado:

Máx Q SA
$$CT = P_L L + P_k K$$

3.- Se puede minimizar el costo para alcanzar un nivel de producción dado:

Min CT SA Q (K,L) =
$$\overline{q}$$

El productor quiere maximizar beneficios

En cualquiera de las tres formas de plantear la maximización del beneficio, lo que hacemos es encontrar las cantidades óptimas de K y de L que resuelven cada problema.

Vamos a comenzar con el problema 2, luego el 3 y finalmente el 1...

Recta de Recursos de la empresa ó Isocosto

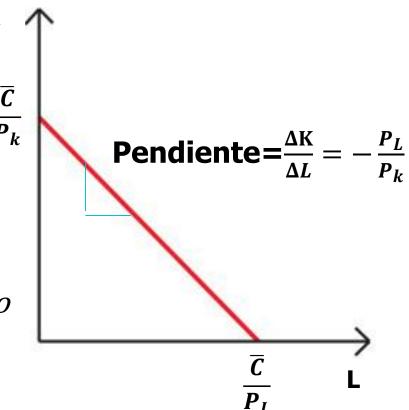
 Nos muestra el conjunto alcanzable para la empresa o la restricción de recursos

$$\begin{array}{c} \bullet \; \bar{C} = \underbrace{(P_L \mathbf{L}) + (P_k \mathbf{K})}_{\text{Gasto}} \\ \text{Gasto} \\ \text{en L} & \text{en K} \\ \end{array}$$

Despejo K

$$\bullet K = \frac{\bar{C}}{P_k} - \frac{P_L}{P_k} L$$

Cuanto más recursos tiene la empresas (\bar{C}), mayor es el conjunto alcanzable, por lo tanto la isocosto se desplaza hacia la derecha.

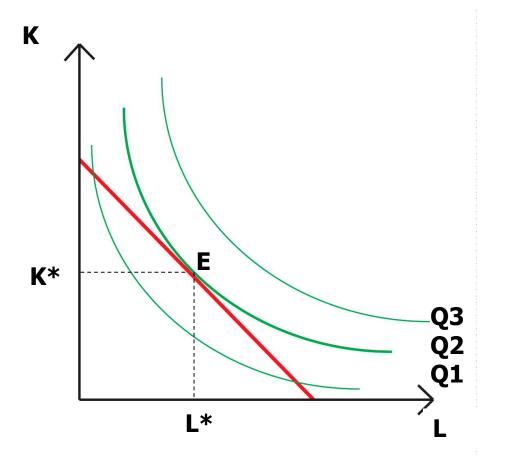


Esto lo vamos a profundizar más adelante en la próxima unidad.

2do PROBLEMA: MAXIMIZAR PRODUCCIÓN SA COSTO



- $\bar{C} = (P_L L + P_k K)$ Recursos /Isocosto
- Mapa de isocuantas



Buscar el equilibrio (E)



En la TANGENCIA entre ISOCOSTO e ISOCUANTA

Q3 es inalcanzable

Q2 Equilibrio

Q1 deja recursos ociosos

Matemáticamente lo planteamos como problema de optimización

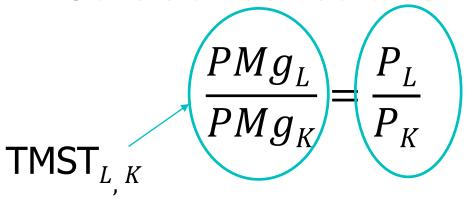
• MAX
$$Q = f(L, K)$$

SA $\overline{C} = (P_L L + P_k K)$

Buscar valores de K y L que maximicen la producción Los C, PL y PK están dados.

$$L=Q(L,K) + \lambda(C - P_L L - P_K K)$$

- Condición de 1er orden
- Condición de 2do orden



CONDICIÓN de EQUILIBRIO DEL PRODUCTOR

Reemplazando los valores óptimos Q*= f(L*,K*)

$$L=Q(L,K) + \lambda(C-PLL-PKK)$$

Condiciones de primer orden

$$L_1 = \frac{dQ}{dL} + \lambda P_L = 0 \longrightarrow PMg_L - \lambda P_L = 0$$

$$L_{2} = \underbrace{\frac{dQ}{dK}} + \lambda P_{K} = 0 \longrightarrow PMg_{K} - \lambda P_{K} = 0$$

$$L_{\lambda} = \overline{C} - P_{L} L - P_{K} K = 0$$

$$L_{\lambda} = \overline{C} - P_{L} L - P_{K} K = 0$$

$$\left.\begin{array}{l}
\mathbf{PMg}_{L} = \lambda \ \mathbf{P}_{L} \\
\mathbf{PMg}_{K} = \lambda \ \mathbf{P}_{K}
\end{array}\right\} \quad \lambda = \lambda$$

$$\frac{PMg_{L}}{PL} = \frac{PMg_{K}}{PK}$$

Reordenando la condición de equilibrio

$$\frac{PMg_{L}}{PL} = \frac{PMg_{K}}{PK} \longrightarrow \frac{PMg_{L}}{PMg_{K}} = \frac{P_{L}}{PK}$$

$$TMST_{L.K}$$

En el equilibrio
$$\Rightarrow$$
 TMST_{L,K} = $\frac{P_L}{P_K}$
Pendiente de la Isocuanta = Pendiente de la Isocosto

Reemplazando obtenemos los valores de equilibrio

$$K^*$$
; L^* ; $Q^*=F(L^*,K^*)$

Ejemplo: Q = 100KL; Presupuesto de 1800 pesos;

$$P_L = 30 \text{ y } P_K = 120$$

MAX
$$Q = 100 KL$$

SA $1800 = 30L + 120K$

Puedo resolver el Lagrangiano o aplicar directamente la condición de equilibrio del productor

$$L = 100KL + \lambda(1800 - 30L - 120K)$$

$$\frac{dL}{dL} = 100K - 30\lambda = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dL}{dK} = 100L - 120\lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 1800 - 30L - 120K = 0 \quad (3)$$

Condiciones de 1er orden De las condiciones de 1er orden despejo λ

$$De(1) \lambda = \frac{100K}{30}; \ y \ de(2) \lambda = \frac{100L}{120} \implies \lambda = \lambda$$

$$\frac{100K}{30} = \frac{100L}{120} \implies K = \frac{30}{120}L \text{ voy a la ecuación (3)}$$

$$1800 - 30L - 120 \left(\frac{30}{120}L\right) = 0 \text{ despejo L}$$

Con L^* puedo despejar el valor de las otras variables

$$K^* = \frac{30}{120}(30) = 7.5$$

 $Q^* = 100KL = (30)(7.5) = 225$

1800 = 60L L *= 30

3er PROBLEMA: MINIMIZAR COSTOS SA PRODUCCIÓN



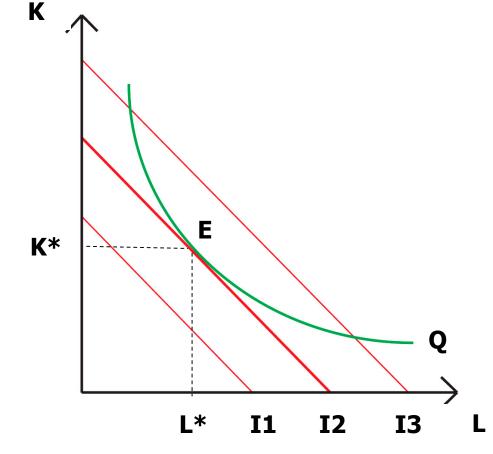
• $C = (P_L L + P_k K)$ Recursos /Isocosto

Isocuanta (Q fijo)

Buscar el equilibrio



TANGENCIA
ISOCOSTO E
ISOCUANTA



Busco el costo mínimo de producir Q

Matemáticamente lo planteamos como problema de optimización

• MIN
$$C = P_L L + P_k K$$

SA $\overline{Q} = f(L, K)$

Buscar valores de K y L que minimicen costos Q , PL y PK están dados.

L=
$$P_L L + P_k K + \lambda (\overline{Q} - f(L, K))$$

- Condición de 1er orden
- Condición de 2do orden

$$\mathsf{TMST}_{L,K} = \underbrace{\frac{PMg_L}{PMg_K}} = \underbrace{\frac{P_L}{P_K}}$$

CONDICIÓN de EQUILIBRIO DEL PRODUCTOR

Reemplazando los valores óptimos $C = P_L L + P_k K$

L=
$$P_L$$
L + P_k K + $\lambda(\overline{Q} - f(L, K))$

Condiciones de primer orden (necesarias pero no suficientes)

$$L_1 = P_L - \left(\frac{dQ}{dL}\right)\lambda = 0 \longrightarrow P_L - PMg_L\lambda = 0$$

$$L_2 = P_K - \left(\frac{dQ}{dK}\right)\lambda = 0 \longrightarrow P_K - PMg_K \lambda = 0$$

$$L_{\lambda} = (\overline{Q} - f(L, K)) = 0$$

OBTENGO LA MISMA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO

$$\left. \begin{array}{l} PMg_L = \lambda \ P_L \\ PMg_K = \lambda \ P_K \end{array} \right\} \lambda = \lambda \left\{ \begin{array}{l} PMg_L \\ \overline{PMg_K} \end{array} \right\} = \frac{P_L}{P_K}$$

Reemplazando obtenemos los valores de equilibrio

$$K^*$$
; L^* ; $C^* = P_L L^* + P_k K^*$

Ejemplo:
$$Q = 100KL$$
; Producir 10000 unidades;
 $P_L = 30$ y $P_K = 120$

MIN
$$C = 30L + 120K$$

SA $10000 = 100 KL$

Puedo resolver el Lagrangiano o aplicar directamente la condición de equilibrio del productor

$$L = 30L + 120K + \lambda(10000 - 100KL)$$

$$\frac{dL}{dL} = 30 - 100K\lambda = 0 \quad (1)$$

$$\frac{dL}{dK} = 120 - 100L\lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 10000 - 100KL = 0 \quad (3)$$

Condiciones de 1er orden

Despejo para obtener el valor de las variables

Aplico la condición de equilibrio $\frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{P_L}{P_K}$

$$\frac{100K}{100L} = \frac{30}{120}$$
 \Rightarrow $K = \frac{30}{120}L$ voy a la ecuación (3)

$$10000 = 100L \left(\frac{^{30}}{^{120}}L\right)$$

$$10000 = 25L^2 \ L^2 = 400 \ L^* = 20$$

Con \boldsymbol{L}^* puedo despejar el valor de las otras variables

$$K^* = \frac{30}{120}(20) = 5$$
 $CT^* = 30(20) + 120(5) = 1200$

1er PROBLEMA: MAXIMIZAR BENEFICIOS

$$\mathsf{B=PQ}(L,K)-(P_LL+P_KK)$$

El precio por el PMg es el Valor del Producto Marginal

$$B_L = Pf_L - P_L = 0$$

$$B_K = Pf_K - P_K = 0$$

$$P PMg_L = P_L VPMg_L = P_L$$

$$P PMg_K = P_K VPMg_K = P_K$$

$$\frac{PMg_L}{PMg_K} = \frac{P_L}{P_K}$$