

El coste de producción



En el capítulo anterior, hemos examinado la tecnología de producción de la empresa, es decir, la relación que muestra cómo pueden transformarse los factores en productos. A continuación, vemos cómo determina la tecnología de producción, junto con los precios de los factores, el coste de producción de la empresa.

Dada la tecnología de producción de una empresa, los directivos deben decidir *cómo* van a producir. Como hemos visto, los factores pueden combinarse de diferentes maneras para obtener la misma cantidad de producción. Por ejemplo, se puede obtener un determinado nivel de producción con una gran cantidad de trabajo y muy poco capital, con muy poco trabajo y una gran cantidad de capital o con alguna otra combinación de los dos. En este capítulo vemos cómo se elige la combinación *óptima* —es decir, minimizadora de los costes— de factores. También vemos que los costes de una empresa dependen de su nivel de producción y que es probable que varíen con el tiempo.

Comenzamos explicando cómo se definen y se miden los *costes*, distinguiendo entre el concepto de coste que utilizan los economistas, a los cuales les interesan los futuros resultados de la empresa, y el que utilizan los contables, que se fijan en su situación financiera. A continuación, vemos cómo influyen las características de la tecnología de producción de la empresa en los costes, tanto a corto plazo, en que la empresa puede hacer poco para alterar su stock de capital, como a largo plazo, en que puede modificar todos sus factores.

A continuación, mostramos cómo puede generalizarse el concepto de rendimientos de escala para tener en cuenta tanto los cambios de la combinación de factores *como* la producción de muchos bienes diferentes. También mostramos que a veces el coste disminuye con el paso del tiempo a medida que los directivos y los trabajadores adquieren experiencia y aumentan la eficiencia del proceso de producción. Por último, mostramos cómo puede utilizarse la información empírica para estimar las funciones de costes y predecir los costes.

7.1 LA MEDICIÓN DE LOS COSTES: ¿QUÉ COSTES SON IMPORTANTES?

Antes de poder ver cómo minimizan las empresas los costes, debemos aclarar para empezar qué entendemos por *coste* y cómo debemos calcularlo. Por ejemplo, ¿qué conceptos deben incluirse en los

ESBOZO DEL CAPÍTULO

- 7.1 La medición de los costes:
¿qué costes son importantes? 247
 - 7.2 El coste a corto plazo 256
 - 7.3 El coste a largo plazo 262
 - 7.4 Las curvas de costes
a largo plazo y a corto plazo 272
 - 7.5 La producción con dos productos:
las economías de alcance 278
 - * 7.6 Las variaciones dinámicas de los
costes: la curva de aprendizaje 282
 - * 7.7 La estimación y la predicción
de los costes 288
- Apéndice:
- La teoría de la producción
y los costes: análisis matemático 297

LISTA DE EJEMPLOS

- 7.1 La elección de la localización de
una nueva escuela de derecho 250
- 7.2 Los costes irre recuperables, los costes
fijos y los costes variables: las
computadoras, los programas
informáticos y las pizzas 253
- 7.3 El coste a corto plazo
de la fundición de aluminio 259
- 7.4 La influencia de las tasas
sobre los vertidos en la elección
de los factores de producción 268
- 7.5 Las economías de alcance
en el sector del transporte
por carretera 281
- 7.6 La curva de aprendizaje
en la práctica 286
- 7.7 Las funciones de costes
de la energía eléctrica 290



costes de una empresa? Los costes comprenden claramente los salarios que paga a sus trabajadores y el alquiler que paga por el espacio de oficina. Pero, ¿qué ocurre si la empresa ya posee un edificio de oficinas y no tiene que pagar un alquiler? ¿Cómo debemos tratar el dinero que gastó hace dos o tres años (y que no puede recuperar) en equipo o en investigación y desarrollo? Responderemos a este tipo de preguntas en el contexto de las decisiones económicas que toman los directivos.

El coste económico y el coste contable

Los economistas y los contables financieros conciben los costes de forma distinta; los segundos normalmente se ocupan de seguir la evolución del activo y del pasivo y de informar sobre los resultados pasados de la empresa para uso externo, por ejemplo en las memorias anuales. Los contables financieros tienden a adoptar una perspectiva retrospectiva a la hora de analizar las finanzas y las operaciones de la empresa. El **coste contable** —que es el coste que calculan los contables financieros— puede comprender, pues, conceptos que un economista no incluiría y puede no incluir conceptos que los economistas normalmente incluyen. Por ejemplo, comprende los gastos reales más los gastos de depreciación del equipo de capital, que se averiguan aplicando las normas fiscales al respecto.

Los economistas —y confiamos en que los directivos— analizan la empresa pensando en el futuro. Se ocupan de la asignación de los recursos escasos, por lo que les interesa saber cuáles serán probablemente los costes en el futuro y cómo podría reorganizar la empresa sus recursos para reducirlo y mejorar su rentabilidad. Como veremos, les interesa, pues, el **coste económico**, que es el coste de utilizar los recursos en la producción. La palabra *económico* nos dice que debemos distinguir entre los costes que la empresa puede controlar y los que no puede controlar. Aquí desempeña un importante papel el concepto de coste de oportunidad.

• **coste contable** Gastos reales más gastos de depreciación del equipo de capital.

• **coste económico** Coste que tiene para una empresa la utilización de recursos económicos en la producción, incluido el coste de oportunidad.

El coste de oportunidad

El **coste de oportunidad** es el coste de las oportunidades que se pierden por no destinar los recursos de la empresa al mejor fin alternativo. Consideremos, por ejemplo, el caso de una empresa que posee un edificio y que, por tanto, no paga ningún alquiler por el espacio de oficina. ¿Significa eso que el coste de ese espacio es nulo? Mientras que el contable de la empresa diría que sí, un economista señalaría que la empresa podría obtener un alquiler por él arrendándolo a otra empresa. Este alquiler que deja de ganar es el coste de oportunidad de utilizar el espacio de oficinas y debe incluirse en el coste económico de producción.

Veamos cómo puede hacer el coste de oportunidad que el coste económico sea diferente del coste contable en el tratamiento de los salarios y de la depreciación económica. Consideremos el caso del propietario de una tienda que gestiona él mismo, pero que decide no pagarse un sueldo. Aunque no se realice ninguna transacción monetaria (y, por tanto, no se registre ningún coste contable), la empresa incurre en un coste de oportunidad porque el propietario podría percibir un sueldo competitivo trabajando en otro lugar.

Los contables y los economistas también suelen tratar la depreciación de forma distinta. Cuando estiman la futura rentabilidad de una empresa, a los econo-

• **coste de oportunidad** Coste correspondiente a las oportunidades que se pierden cuando no se utilizan los recursos de la empresa para el fin para el que tienen más valor.



mistas y a los directivos les interesa el coste de capital de la planta y la maquinaria. Este implica no solo el gasto monetario realizado para comprar y poner en funcionamiento la maquinaria, sino también el coste del desgaste. Cuando se evalúan los resultados pasados, los expertos en contabilidad de costes, al realizar sus cálculos de los costes y los beneficios, utilizan reglas fiscales que se aplican a tipos de activos definidos en un sentido general para averiguar la depreciación. Pero estas deducciones por depreciación no tienen por qué reflejar el verdadero desgaste del equipo, que es probable que varíe de unos activos a otros.

Los costes irrecuperables

Aunque el coste de oportunidad suele estar oculto, debe tenerse en cuenta cuando se toman decisiones económicas. En el caso de los **costes irrecuperables**, que son un gasto que se ha realizado y que no puede recuperarse, ocurre exactamente lo contrario. Suelen ser visibles, pero una vez que se han realizado, deben dejarse siempre de lado cuando se toman decisiones económicas.

Como no pueden recuperarse, no deben influir en las decisiones de la empresa. Consideremos, por ejemplo, la compra de equipo especializado para una planta. Supongamos que solo puede utilizarse para hacer aquello para lo que se diseñó originalmente y que no puede dársele ningún otro uso. El gasto en este equipo es un coste irre recuperable. *Como no tiene otro uso, su coste de oportunidad es cero.* Por tanto, no debe incluirse en los costes económicos de la empresa. La decisión de comprar este equipo pudo haber sido buena o mala. Da lo mismo. Es agua pasada y no debe influir en las decisiones actuales.

¿Qué ocurriría si se pudiera dar otro uso al equipo o si se pudiera vender o alquilar a otra empresa? En ese caso, su uso implicaría un coste económico, a saber, el coste de oportunidad de utilizarlo en lugar de venderlo o alquilarlo a otra empresa.

Consideremos ahora un *posible* coste irre recuperable. Supongamos, por ejemplo, que la empresa aún no ha comprado el equipo especializado sino que está considerando meramente la posibilidad de comprarlo. Un posible coste irre recuperable es una *inversión*. En este caso, la empresa debe decidir si esa inversión en equipo especializado es *económica*, es decir, si generará una corriente de ingresos suficientemente grande para que esté justificado su coste. En el Capítulo 15, explicamos detalladamente cómo se toma este tipo de decisiones.

Supongamos, a modo de ejemplo, que una empresa está considerando la posibilidad de trasladarse a otra ciudad. El año pasado pagó 500.000 dólares por una opción de compra de un edificio en la ciudad. Esta opción le da derecho a comprarlo con un coste de 5.000.000 de dólares, por lo que su gasto total será de 5.500.000 si acaba comprándolo. Ahora observa que ha quedado libre un edificio semejante en esa misma ciudad por un precio de 5.250.000. ¿Qué edificio debería comprar? La respuesta es el edificio inicial. La opción de 500.000 dólares es un coste irre recuperable que no debe afectar a la decisión actual de la empresa. Lo que está en cuestión es el gasto de otros 5.000.000 de dólares o de otros 5.250.000. Como el análisis económico elimina del análisis el coste irre recuperable de la opción, el coste económico de la propiedad inicial es de 5.000.000 de dólares, mientras que el de la segunda es de 5.250.000. Naturalmente, si el nuevo edificio costara 4.900.000, la empresa debería comprarlo y renunciar a su opción.

• coste irre recuperable

Gasto que no puede recuperarse una vez que se realiza.



EJEMPLO 7.1 La elección de la localización de una nueva escuela de derecho

La Escuela de Derecho de la Universidad de Northwestern está situada desde hace tiempo en Chicago, al borde del lago Michigan. Sin embargo, el campus principal de la universidad se encuentra en el barrio de Evanston, situado en las afueras de la ciudad. A mediados de los años 70, la escuela de derecho comenzó a planear la construcción de un nuevo edificio y tuvo que elegir un emplazamiento adecuado. ¿Debía construirlo en el lugar en el que se hallaba en ese momento, en el cual seguiría encontrándose cerca de los bufetes situados en el centro de la ciudad de Chicago, o debería trasladarse a Evanston, donde se integraría físicamente en el resto de la universidad?

La primera opción tenía numerosos y destacados defensores. Estos sostenían, en parte, que era eficaz desde el punto de vista de los costes construir el nuevo edificio en la ciudad porque la universidad ya era propietaria del suelo. Si se quería construirlo en Evanston, habría que comprar una gran parcela. ¿Tiene sentido este argumento desde el punto de vista económico?

No. Frecuentemente se comete el error de no tener en cuenta los costes de oportunidad. Desde el punto de vista económico, sería muy caro construir el edificio en el centro de la ciudad porque el coste de oportunidad de los valiosos terrenos situados al borde del lago es alto: esa propiedad podría haberse vendido por suficiente dinero para comprar los terrenos de Evanston y todavía habría sobrado dinero.

Al final, Northwestern decidió mantener la escuela de derecho en Chicago. Esta decisión fue cara. Tal vez fuera acertada si la localización de Chicago era especialmente valiosa para la escuela de derecho, pero no lo era si se tomó suponiendo que el suelo del centro de la ciudad no tenía coste alguno.

Costes fijos y costes variables

Algunos costes de la empresa varían cuando varía la producción, mientras que otros no cambian mientras la empresa produzca algo. Esta distinción será importante cuando examinemos en el siguiente capítulo la elección del nivel de producción que maximiza el beneficio de la empresa. Dividimos, pues, el **coste total** (CT o C) —el coste económico total de producción— en dos componentes:

- **coste total (CT o C)**

Coste económico total de producción formado por los costes fijos y los costes variables.

- **coste fijo (CF)** Coste que no varía con el nivel de producción y que solo puede eliminarse cerrando.

- **coste variable (CV)** Coste que varía con el nivel de producción.

- El **coste fijo (CF)**: coste que no varía con el nivel de producción y que solo puede eliminarse cerrando.

- El **coste variable (CV)**: coste que varía cuando varía la producción.

Dependiendo de las circunstancias, los costes fijos pueden comprender los gastos en mantenimiento de la planta, seguro, calefacción y electricidad y quizá un número mínimo de trabajadores. Estos costes no varían independientemente de cuánto produzca la empresa. Los costes variables, que comprenden los gastos en sueldos, salarios y materias primas, aumentan cuando aumenta la producción.

El coste fijo no varía cuando varía el nivel de producción: debe pagarse incluso aunque no se produzca. *La única manera de que una empresa pueda eliminar sus costes fijos es cerrando.*



Cerrar Cerrar no significa necesariamente abandonar el sector. Supongamos que una empresa de confección tiene varias fábricas, su demanda está disminuyendo y quiere reducir la producción y los costes lo más posible en una de las fábricas. Reduciendo la producción de esa fábrica a cero, podría eliminar los costes de materias primas y una gran parte del trabajo, pero seguiría teniendo los costes fijos de pagar a los directivos de la fábrica, los vigilantes de seguridad y el mantenimiento. La única manera de eliminar esos costes fijos sería cerrar las puertas, apagar la electricidad y quizá incluso vender o achatar la maquinaria. La empresa seguiría estando en el sector y podría mantener abierto el resto de las fábricas. Podría incluso reabrir la fábrica cerrada, aunque podría tener costes si tuviera que comprar nueva maquinaria o modernizar la antigua.

¿Qué costes son fijos y cuáles son variables? ¿Cómo sabemos qué costes son fijos y cuáles son variables? La respuesta depende del horizonte temporal que estemos considerando. En un horizonte temporal muy breve —por ejemplo, uno o dos meses— la mayoría de los costes son fijos. En un horizonte tan breve, una empresa normalmente está obligada a recibir y pagar los envíos contratados de materias primas y no puede despedir fácilmente a ningún trabajador, independientemente de lo mucho o poco que produzca.

En cambio, en un horizonte largo —por ejemplo, dos o tres años— muchos costes se vuelven variables. En un largo horizonte, si la empresa quiere reducir su producción, puede reducir su plantilla, comprar menos materias primas y quizá vender incluso parte de su maquinaria. En un horizonte muy largo —por ejemplo, diez años— casi todos los costes son variables. Es posible despedir a los trabajadores y a los directivos (o reducir el empleo no reponiendo las bajas voluntarias) y una gran parte de la maquinaria puede venderse o no sustituirse cuando se queda obsoleta y se achatarra.

Saber qué costes son fijos y cuáles son variables es importante para la gestión de una empresa. Cuando una empresa planea aumentar o reducir su producción, quiere saber cómo afectará ese cambio a sus costes. Consideremos, por ejemplo, un problema que tuvo Delta Air Lines. Delta quería saber cómo variarían sus costes si redujera un 10 por ciento el número de vuelos programados. La respuesta depende de que se considere el corto plazo o el largo plazo. A corto plazo —por ejemplo, en un periodo de seis meses— la programación es fija y es difícil despedir a algunos trabajadores, por lo que la mayor parte de los costes a corto plazo de Delta son fijos y no disminuirán significativamente reduciendo el número de vuelos. A largo plazo —por ejemplo, en un periodo de dos años o más— la situación es muy distinta. Delta tiene tiempo suficiente para vender o para alquilar los aviones que no necesite y para despedir a los trabajadores innecesarios. En este caso, la mayoría de los costes de Delta son variables y, por tanto, pueden reducirse significativamente si se reduce un 10 por ciento el número de vuelos.

Costes fijos y costes irre recuperables

La gente suele confundir los costes fijos con los costes irre recuperables. Como acabamos de explicar, los costes fijos son costes que paga la empresa que está abierta, independientemente de la cantidad que produzca. Esos costes pueden comprender, por ejemplo, los sueldos de los ejecutivos clave y los gastos de su espacio de oficina y del personal auxiliar, así como el seguro y los costes de manteni-



miento de la planta. Los costes fijos pueden evitarse si la empresa cierra o abandona el sector: por ejemplo, ya no serán necesarios los ejecutivos clave y su personal auxiliar.

Los costes irre recuperables, en cambio, son costes en los que se ha incurrido y que *no pueden recuperarse*. Un ejemplo es el coste de I+D de una compañía farmacéutica para desarrollar y probar un nuevo medicamento y, después, si se ha demostrado que el medicamento es seguro y eficaz, el coste de comercializarlo. Independientemente de que el medicamento sea un éxito o un fracaso, estos costes no pueden recuperarse, por lo que son irre recuperables. Otro ejemplo es el coste de una planta de fabricación de chips que produce microprocesadores para computadoras. Como el equipo es demasiado especializado para poder utilizarlo en otra industria, la mayor parte, si no todo, de este gasto, es irre recuperable, es decir, no puede recuperarse (una parte del coste podría recuperarse si el equipo se vendiera como chatarra).

Supongamos, por el contrario, que una empresa hubiera acordado hacer aportaciones a un plan de jubilación de los trabajadores mientras estaba en funcionamiento, independientemente de su nivel de producción o de su rentabilidad. Estas aportaciones solo podrían cesar si la empresa cerrara. En este caso, las aportaciones anuales al plan de jubilación deberían considerarse costes fijos.

¿Por qué se distingue entre los costes fijos y los costes irre recuperables? Porque los costes fijos afectan a las futuras decisiones de la empresa, mientras que los costes irre recuperables no. Los costes fijos que son altos en relación con el ingreso y no pueden reducirse podrían llevar a una empresa a cerrar: eliminar esos costes fijos y obtener un beneficio nulo podría ser mejor que incurrir en pérdidas continuas. Incurrir en un elevado coste irre recuperable podría ser más tarde una mala decisión (por ejemplo, el desarrollo infructuoso de un nuevo producto), pero el gasto se ha realizado y no puede recuperarse cerrando. Naturalmente, un coste irre recuperable *en el que se prevé incurrir* es diferente y, como hemos señalado antes, afectaría desde luego a las futuras decisiones de la empresa (por ejemplo, ¿debe emprender la empresa el desarrollo de ese nuevo producto?).

Amortización de los costes irre recuperables En la práctica, muchas empresas no siempre distinguen entre los costes irre recuperables y los costes fijos. Por ejemplo, la compañía de semiconductores que gastó 600 millones de dólares en la planta de fabricación de chips (claramente un coste irre recuperable) podría **amortizar** el gasto en seis años y tratarlo como un coste fijo de 100 millones de dólares al año. Eso está bien siempre que los directivos de la empresa entiendan que cerrando no desaparecerá el coste anual de 100 millones de dólares. De hecho, amortizar los gastos de capital de esta forma —repartiéndolos en muchos años y tratándolos como costes fijos— puede ser una útil forma de evaluar la rentabilidad a largo plazo de la empresa.

La amortización de unos elevados gastos de capital y su concepción como costes fijos continuos también pueden simplificar el análisis económico del funcionamiento de una empresa. Por ejemplo, como veremos, concibiendo los gastos de capital de esta forma puede ser más fácil comprender la disyuntiva a la que se enfrenta la empresa entre el uso de trabajo y el uso de capital. Para simplificar el análisis, normalmente trataremos los costes irre recuperables de esta forma cuando examinemos las decisiones de producción de la empresa. Cuando la distinción entre los costes irre recuperables y los costes fijos sea esencial para el análisis económico, se lo haremos saber al lector.

• **amortización** Política que consiste en tratar un gasto realizado una sola vez como un coste anual repartido en una serie de años.



EJEMPLO 7.2 Los costes irre recuperables, los costes fijos y los costes variables: las computadoras, los programas informáticos y las pizzas

A medida que avance el lector, verá que las decisiones de precios y de producción de una empresa —y su rentabilidad— dependen extraordinariamente de la estructura de sus costes. Es importante, pues, que los directivos comprendan las características de los costes de producción y que sean capaces de saber cuáles son fijos, cuáles variables y cuáles irre recuperables. Las magnitudes relativas de estos diferentes componentes del coste pueden variar considerablemente de unas industrias a otras. Buenos ejemplos son la industria de computadoras personales (en la que la mayoría de los costes son variables), la industria de programas informáticos (en la que la mayoría de los costes son irre recuperables) y el negocio de las pizzerías (en el que la mayoría de los costes son fijos). Veamos cada una de ellas por separado.

Algunas empresas como Dell, Gateway, Hewlett-Packard e IBM producen millones de computadoras personales todos los años. Como las computadoras son muy parecidas, la competencia es feroz y la rentabilidad depende principalmente de la capacidad para mantener bajos los costes. La mayoría de estos costes son variables: aumentan en proporción al número de computadoras producidas cada año. Lo más importante es el coste de los componentes: el microprocesador que realiza la mayor parte de las operaciones, los chips de memoria, los discos duros y otros dispositivos de almacenamiento, las tarjetas de vídeo y de sonido, etc. Normalmente, la mayor parte de estos componentes se compran a proveedores externos en cantidades que dependen del número de computadoras que se produzca.

Otra importante parte del coste variable para estas empresas es el trabajo, es decir, los trabajadores necesarios para montar las computadoras, empaquetarlas y enviarlas. Hay pocos costes irre recuperables, ya que las fábricas cuestan poco en relación con el valor de la producción anual de la empresa. Asimismo, hay pocos costes fijos, quizá los sueldos de los altos ejecutivos, algunos vigilantes de seguridad y la electricidad. Por tanto, cuando Dell y Hewlett-Packard piensan en la forma de reducir los costes, tratan principalmente de conseguir mejores precios para los componentes o de reducir la cantidad de mano de obra necesaria, factores ambos que reducen los costes variables.

¿Qué ocurre con los programas informáticos que se ejecutan en estas computadoras personales? Microsoft produce el sistema operativo Windows, así como toda una variedad de aplicaciones, como Word, Excel y PowerPoint. Pero otras muchas empresas —unas grandes y otras pequeñas— también producen programas informáticos para computadoras personales. Los costes de producción de esas empresas son muy distintos de los costes de producción de los fabricantes de equipos. En la producción de programas informáticos, la mayoría de los costes son *irre recuperables*. Normalmente, una empresa de programas informáticos gastará una gran cantidad de dinero en desarrollar un nuevo programa. Estos gastos no pueden recuperarse.

Una vez terminado el programa, la empresa puede tratar de recuperar su inversión (y de obtener también beneficios) vendiendo el mayor número posible de copias. El coste variable de producir copias del programa es muy bajo:



principalmente el coste de copiar el programa en CD y de empaquetar y enviar el producto. El coste fijo de producción también es pequeño. Como la mayoría de los costes son irrecuperables, entrar en la industria de programas informáticos puede ser considerablemente arriesgado. Hasta que no se gaste el dinero y se ponga a la venta el producto, es improbable que el empresario sepa cuántas copias puede vender y si podrá o no obtener un beneficio.

Pasemos, por último, a la pizzería de la esquina. Para una pizzería el mayor componente del coste es fijo. Los costes irrecuperables son bastante bajos porque los hornos, las sillas, las mesas y los platos pueden volver a venderse si la pizzería abandona el sector. Los costes variables también son bastante bajos: principalmente los ingredientes para hacer la pizza (la harina, la salsa de tomate, el queso y el salchichón para la típica pizza grande podrían costar 1 dólar) y quizá los salarios de un par de trabajadores para ayudar a producir, servir y repartir las pizzas. La mayor parte del coste es fijo: el coste de oportunidad del tiempo del propietario (podría trabajar normalmente entre 60 y 70 horas a la semana), el alquiler y la electricidad y el agua. Como consecuencia de estos elevados costes fijos, la mayoría de las pizzerías (que podrían cobrar 12 dólares por una pizza grande cuya producción tiene un coste variable de alrededor de 3 dólares) no obtienen muchos beneficios.

El coste marginal y el coste medio

Para completar nuestro análisis de los costes, pasamos a continuación a examinar la distinción entre el coste marginal y el coste medio. Para explicar esta distinción, utilizamos un ejemplo numérico concreto de una función de costes (la relación entre el coste y la producción) que representa la situación de los costes de muchas empresas y que se muestra en el Cuadro 7.1. Una vez explicados los conceptos de coste marginal y de coste medio, veremos la diferencia entre el análisis de los costes a corto plazo y a largo plazo.

• coste marginal (CM)

Aumento que experimenta el coste cuando se produce una unidad más.

El coste marginal (CM) El *coste marginal* —denominado a veces *coste incremental*— es el aumento que experimenta el coste cuando se produce una unidad más. Como el coste fijo no varía cuando varía el nivel de producción de la empresa, el coste marginal es igual al aumento que experimenta el coste variable o al aumento que experimenta el coste total cuando se produce una unidad más. Por tanto, puede expresarse de la siguiente manera:

$$CM = \Delta CV / \Delta q = \Delta CT / \Delta q$$

El coste marginal nos dice cuánto cuesta producir una unidad más. En el Cuadro 7.1 se calcula a partir del coste variable (columna 2) o del coste total (columna 3). Por ejemplo, el coste marginal de incrementar la producción de 2 a 3 unidades es de 20 dólares porque el coste variable de la empresa aumenta de 78 a 98 (el coste total de producción también aumenta en 20 dólares, pasando de 128 a 148; el coste total se diferencia solamente del coste variable en el coste fijo, que por definición no varía cuando varía el nivel de producción).

• coste total medio

(CTMe) Coste total de la empresa dividido por su nivel de producción.

El coste total medio (CTMe) El *coste total medio*, que se usa indistintamente con CMe y con el *coste económico medio*, es el coste total de la empresa dividido por

**CUADRO 7.1** Los costes a corto plazo de una empresa

Nivel de producción (unidades anuales)	Coste fijo (dólares anuales)	Coste variable (dólares anuales)	Coste total (dólares anuales)	Coste marginal (dólares por unidad)	Coste fijo medio (dólares por unidad)	Coste variable medio (dólares por unidad)	Coste total medio (dólares por unidad)
	(CF) (1)	(CV) (2)	(CT) (3)	(CM) (4)	(CFMe) (5)	(CVMe) (6)	(CTMe) (7)
0	50	0	50	—	—	—	—
1	50	50	100	50	50	50	100
2	50	78	128	28	25	39	64
3	50	98	148	20	16,7	32,7	49,3
4	50	112	162	14	12,5	28	40,5
5	50	130	180	18	10	26	36
6	50	150	200	20	8,3	25	33,3
7	50	175	225	25	7,1	25	32,1
8	50	204	254	29	6,3	25,5	31,8
9	50	242	292	38	5,6	26,9	32,4
10	50	300	350	58	5	30	35
11	50	385	435	85	4,5	35	39,5

su nivel de producción, CT/q . Así, por ejemplo, el coste total medio de producir cinco unidades es de 36 dólares, es decir, $180 \$/5$. El coste total medio nos dice básicamente cuál es el coste de producción por unidad.

El CTMe tiene dos componentes. El **coste fijo medio (CFMe)** es el coste fijo (columna 1 del Cuadro 7.1) dividido por el nivel de producción, CF/q . Por ejemplo, el coste fijo medio de producir 4 unidades es de 12,50 dólares ($50 \$/4$). Como el coste fijo es constante, el coste fijo medio disminuye cuando aumenta el nivel de producción. El **coste variable medio (CVMe)** es el coste variable dividido por el nivel de producción CV/q . El coste variable medio de producir 5 unidades es de 26 dólares, es decir, $130 \$/5$.

Hemos analizado todos los tipos de costes que son relevantes para las decisiones de producción tanto en los mercados competitivos como en los no competitivos. A continuación, pasamos a ver la diferencia entre los costes a corto plazo y a largo plazo. Esta distinción es especialmente importante en el caso de los costes fijos. Los costes que son fijos a muy corto plazo, por ejemplo, los salarios de los trabajadores que tienen un contrato indefinido, pueden no serlo a más largo plazo. Asimismo, los costes fijos de capital de planta y equipo se vuelven variables si el horizonte temporal es suficientemente largo para que la empresa pueda comprar nuevo equipo y construir una nueva planta. Sin embargo, los costes fijos no tienen por qué desaparecer, ni siquiera a largo plazo. Supongamos, por ejemplo, que una empresa ha estado cotizando a un programa de jubilación de los trabajadores. Sus obligaciones, que son fijas en parte, pueden mantenerse incluso a largo plazo; solo podrían desaparecer si se declarara en quiebra.

• **coste fijo medio (CFMe)**
Coste fijo dividido por el nivel de producción.

• **coste variable medio (CVMe)**
Coste variable dividido por el nivel de producción.



7.2 EL COSTE A CORTO PLAZO

En este apartado, centramos la atención en los costes a corto plazo. En el Apartado 7.3, analizamos los costes a largo plazo.

Los determinantes del coste a corto plazo

Los datos del Cuadro 7.1 muestran que los costes variables y los costes totales aumentan cuando aumenta la producción a corto plazo. El ritmo de aumento de estos costes depende de la naturaleza del proceso de producción y, en particular, del grado en que los factores variables que intervienen en la producción muestren rendimientos decrecientes. Recuértese que en el Capítulo 6 vimos que el trabajo muestra rendimientos marginales decrecientes cuando el producto marginal del trabajo es decreciente. Si el trabajo es el único factor, qué ocurre cuando elevamos el nivel de producción de la empresa? Para producir más, la empresa tiene que contratar más trabajo. En ese caso, si el producto marginal del trabajo disminuye cuando se incrementa la cantidad contratada de trabajo (debido a los rendimientos decrecientes) deben realizarse unos gastos cada vez mayores para producir al ritmo más rápido. Como consecuencia, los costes variables y los costes totales aumentan rápidamente a medida que se eleva el nivel de producción. En cambio, si el producto marginal de trabajo solo disminuye levemente cuando se incrementa la cantidad de trabajo, el coste no aumenta tan deprisa cuando se incrementa el nivel de producción¹.

Examinemos más detalladamente la relación entre la producción y el coste centrando la atención en los costes de una empresa que puede contratar tanto trabajo como desee a un salario fijo w . Recuértese que el coste marginal CM es la variación que experimenta el coste variable cuando la producción varía en una unidad (es decir, $\Delta CV / \Delta q$). Pero la variación del coste variable es el coste unitario del trabajo adicional, w , multiplicado por la cantidad de trabajo adicional necesaria para producir la cantidad adicional, ΔL . Dado que $\Delta CV = w\Delta L$,

$$CM = \Delta CV / \Delta q = w\Delta L / \Delta q$$

Recuértese que en el Capítulo 6 vimos que el producto marginal del trabajo, PM_L , es la variación que experimenta el nivel de producción cuando la cantidad varía en una unidad, o sea, $\Delta q / \Delta L$. Por tanto, el trabajo adicional necesario para obtener una unidad más de producción es $\Delta L / \Delta q = 1 / PM_L$. Así pues,

$$CM = w / PM_L \quad (7.1)$$

La ecuación (7.1) establece que cuando solo hay un factor variable, el coste marginal es igual al precio del factor dividido por su producto marginal. Supongamos, por ejemplo, que el producto marginal del trabajo es 3 y el salario es de 30 dólares por hora. En ese caso, una hora de trabajo elevará la producción en 3 unidades, por lo que una unidad de producción necesitará $1/3$ de hora más de trabajo y costará 10 dólares. El coste marginal de producir esa unidad es de 10

En el Apartado 6.2, explicamos que los rendimientos marginales son decrecientes cuando la utilización de más factores provoca unos incrementos menores de la producción.

El producto marginal del trabajo se analiza en el Apartado 6.2.

¹ Estamos suponiendo implícitamente que como el trabajo se contrata en mercados competitivos, el pago por unidad de trabajo utilizada es el mismo independientemente del nivel de producción de la empresa.



dólares, que es igual al salario, 30 dólares, dividido por el producto marginal del trabajo, 3. Cuando el producto marginal del trabajo es bajo, se necesita una gran cantidad de trabajo adicional para obtener un nivel de producción más alto, lo que hace, a su vez, que el coste marginal sea elevado. En cambio, cuando el producto marginal es alto, se necesita poco trabajo y el coste marginal es bajo. En términos más generales, siempre que disminuye el producto marginal del trabajo, el coste marginal de producción aumenta y viceversa ².

Los rendimientos marginales decrecientes y el coste marginal La presencia de rendimientos marginales decrecientes significa que el producto marginal del trabajo disminuye cuando aumenta la cantidad de trabajo empleada. Como consecuencia, cuando hay rendimientos marginales decrecientes, el coste marginal aumenta cuando aumenta la producción. Esta relación puede observarse examinando los datos sobre los costes marginales del Cuadro 7.1. En los niveles de producción comprendidos entre 0 y 4, el coste marginal es decreciente; sin embargo, en los niveles de producción comprendidos entre 4 y 11, el coste marginal es creciente, debido a la presencia de rendimientos marginales decrecientes.

Las formas de las curvas de costes

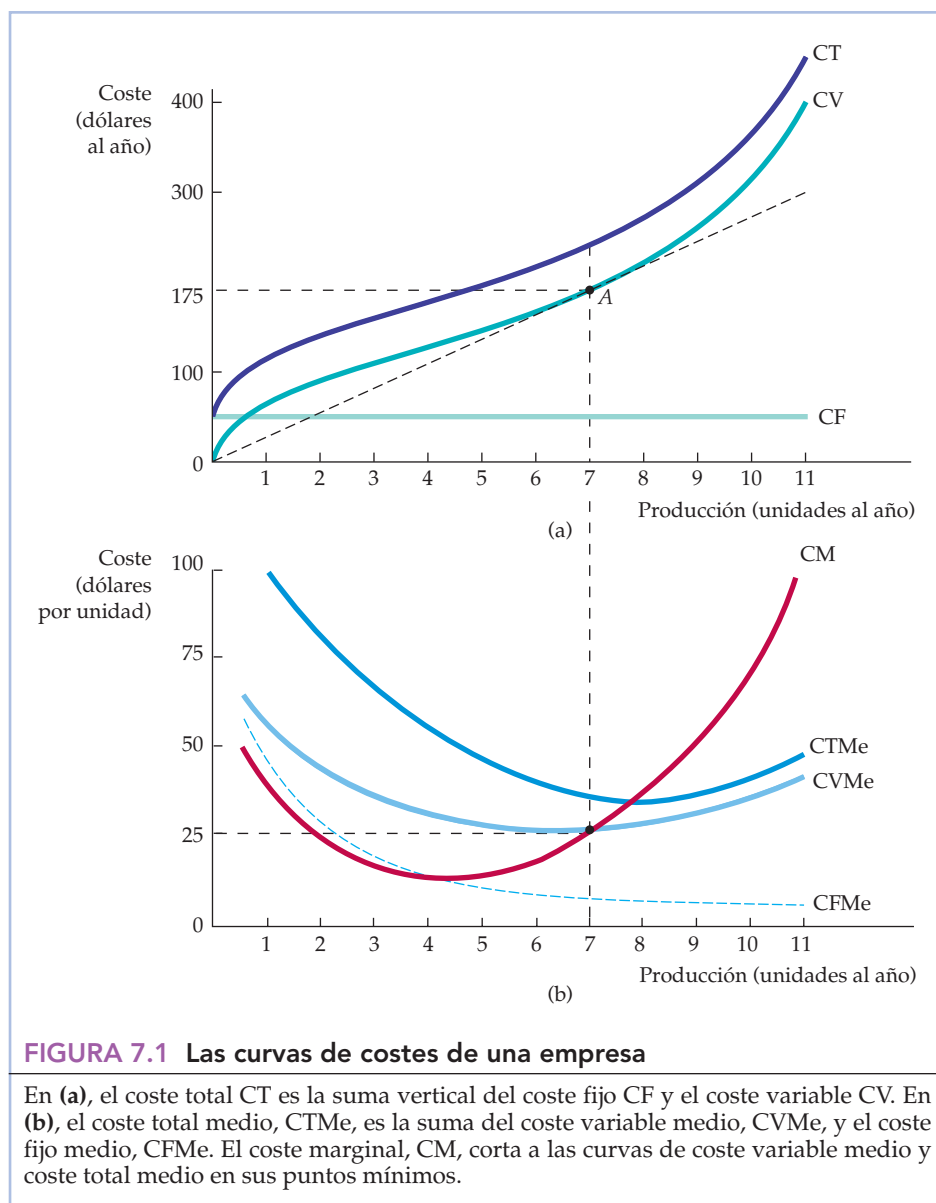
La Figura 7.1 muestra cómo varían diversas medidas de los costes cuando varía la producción. La parte superior muestra el coste total y sus dos componentes: el coste variable y el coste fijo; la parte inferior muestra el coste marginal y los costes medios. Estas curvas de costes, que se basan en el Cuadro 7.1, suministran un tipo de información diferente.

Obsérvese en la Figura 7.1(a) que el coste fijo, CF, no varía cuando varía el nivel de producción y se representa por medio de una línea recta horizontal en 50 dólares. El coste variable, CV, es cero cuando el nivel de producción es cero y, a continuación, aumenta continuamente a medida que se incrementa la producción. La curva de coste total, CT, se obtiene sumando verticalmente la curva de coste fijo a la curva de coste variable. Como el coste fijo es constante, la distancia vertical entre las dos curvas siempre es de 50 dólares.

La Figura 7.1(b) muestra el conjunto correspondiente de curvas de coste variable marginal y medio ³. Como el coste fijo total es de 50 dólares, la curva de coste fijo medio, CFMe, desciende ininterrumpidamente de 50, cuando la producción es 1, a cero, cuando es muy elevada. La forma de las curvas restantes viene determinada por la relación entre la curva de coste marginal y la de coste medio. Siempre que el coste marginal se encuentra por debajo del coste medio, la curva de coste medio es descendente. Siempre que se encuentra por encima, la curva de coste medio es ascendente. Cuando el coste medio es mínimo, el coste marginal es igual al coste medio.

² Cuando hay dos o más factores variables, la relación es más compleja. Sin embargo, sigue cumpliéndose el principio básico: cuanto mayor es la productividad de los factores, menor es el coste variable en que debe incurrir la empresa para obtener un determinado nivel de producción.

³ Las curvas no coinciden exactamente con las cifras del Cuadro 7.1. Como el coste marginal representa la variación del coste correspondiente a una variación de la producción, hemos representado la curva CM correspondiente a la primera unidad de producción suponiendo que el nivel de producción es igual a $1/2$, el correspondiente a la segunda unidad suponiendo que el nivel de producción es igual a $1\frac{1}{2}$, etc.



La relación medio-marginal El coste marginal y el coste medio son otro ejemplo de la relación entre los conceptos «medio» y «marginal» que describimos en el Capítulo 6 (cuando hablamos del producto marginal y medio). Por ejemplo, con un nivel de producción de 5 en el Cuadro 7.1, el coste marginal de 18 dólares es inferior al coste variable medio de 26 dólares; por tanto, la media disminuye cuando aumenta la producción. Pero cuando el coste marginal es de 29 dólares, que es mayor que el coste variable medio (25,5 dólares), la media aumenta cuando aumenta la producción. Por último, cuando el coste marginal (25 dólares) y el coste variable medio (25 dólares) son casi iguales, el coste variable medio solo aumenta levemente.



La curva CTMe muestra el coste total medio de producción. Dado que es la suma del coste variable medio y el coste fijo medio y la curva CFMe descende en todos los puntos, la distancia vertical entre la curva CTMe y la CVMe disminuye a medida que aumenta la producción. La curva de coste CVMe alcanza su punto mínimo en un nivel de producción más bajo que la CTMe, debido a que $CM = CVMe$ en su punto mínimo y $CM = CTMe$ en su punto mínimo. Como CTMe siempre es mayor que CVMe y la curva de coste marginal CM es ascendente, el punto mínimo de la curva CTMe debe encontrarse por encima y a la derecha del punto mínimo de la curva CVMe.

Otra manera de examinar la relación entre las curvas de coste total y las curvas de coste medio y marginal es considerar la línea que va desde el origen hasta el punto A de la Figura 7.1(a). En esa figura, la pendiente de la línea mide el coste variable medio (un coste total de 175 dólares dividido por un nivel de producción de 7, o sea, un coste por unidad de 25 dólares). Como la pendiente de la curva CV es el coste marginal (mide la variación que experimenta el coste variable cuando el nivel de producción aumenta en 1 unidad), la tangente a la curva CV en el punto A es el coste marginal de producción cuando el nivel de producción es de 7. En el punto A, este coste marginal de 25 dólares es igual al coste variable medio de 25, ya que el coste variable medio se minimiza en ese nivel de producción.

El coste total como un flujo Obsérvese que el nivel de producción de la empresa se mide como un flujo: la empresa produce un determinado número de unidades *al año*. Por tanto, su coste total es un flujo, por ejemplo, un determinado número de unidades monetarias al año (sin embargo, el coste medio y el marginal se expresan en unidades monetarias *por unidad*). Para simplificar, a menudo omitimos la referencia temporal y nos referimos al coste total en unidades monetarias y a la producción en unidades. Pero el lector debe recordar que la producción y el gasto de costes de una empresa se producen en un determinado periodo de tiempo. También utilizamos a menudo el concepto de *coste* (C) para referirnos al coste total. Asimismo, a menos que se indique lo contrario, empleamos el término *coste medio* (CMe) para referirnos al coste total medio.

El coste marginal y el coste medio son conceptos muy importantes. Como veremos en el Capítulo 8, son fundamentales en la elección del nivel de producción de la empresa. El conocimiento de los costes a corto plazo es especialmente importante para las empresas que producen en un entorno en el que las condiciones de la demanda fluctúan considerablemente. Si la empresa está produciendo actualmente un nivel de producción cuyo coste marginal es acusadamente creciente y la demanda puede aumentar en el futuro, es posible que la dirección quiera expandir su capacidad de producción para evitar un incremento de los costes.

EJEMPLO 7.3

El coste a corto plazo de la fundición de aluminio

El aluminio es un metal versátil y ligero que tiene numerosas aplicaciones, entre las cuales se encuentran los aviones, los automóviles, el envasado y los materiales de construcción. Su producción comienza con la extracción de la bauxita en países como Australia, Brasil, Guinea, Jamaica y Surinám. La bauxita es un mineral que contiene una concentración relativamente alta de alúmina (óxi-



do de aluminio), que se separa de la bauxita por medio de un proceso químico. La alúmina se convierte entonces en aluminio por medio de un proceso de fundición en el que se utiliza una corriente eléctrica para separar los átomos de oxígeno de las moléculas de óxido de aluminio. Es este proceso de fundición —que es el paso más caro en la producción de aluminio— en el que centramos aquí la atención.

Todos los grandes productores de aluminio, entre los que se encuentran Alcoa, Alcan, Reynolds, Alumax y Kaiser, tienen plantas de fundición. Una planta de fundición representativa tiene dos líneas de producción, cada una de las cuales produce entre 300 y 400 toneladas de aluminio al día. Centraremos la atención en el coste de producción a corto plazo. Consideraremos, pues, el coste de funcionamiento de una planta existente porque no hay tiempo suficiente a corto plazo para construir nuevas plantas (se tarda alrededor de cuatro años en planear, construir y equipar totalmente una planta de fundición de aluminio).

Aunque el coste de una planta de fundición es considerable (más de mil millones de dólares), supondremos que la planta no puede venderse y, por tanto, que el gasto es irrecuperable, por lo que podemos prescindir de él. Por otra parte, como los costes fijos, que son en gran parte, gastos administrativos, son relativamente bajos, también prescindiremos de ellos. Podemos centrar, pues, la atención enteramente en los costes variables a corto plazo. El Cuadro 7.2 muestra los costes medios de producción (por tonelada) de una fundición de aluminio representativa ⁴. Las cifras de costes se refieren a una planta que tiene dos turnos al día y produce 600 toneladas diarias de aluminio. Si los precios fueran suficientemente altos, la empresa podría establecer tres turnos diarios pidiendo a los trabajadores que realizaran horas extraordinarias. Sin embargo, los costes de salarios y de mantenimiento probablemente aumentarían al-

CUADRO 7.2 Costes de producción de la fundición de aluminio (dólares por tonelada) (basados en una producción de 600 toneladas diarias)

Costes por tonelada que son constantes en todos los niveles de producción	Producción ≤ 600 toneladas al día	Producción > 600 toneladas al día
Electricidad	316 \$	316 \$
Alúmina	369	369
Otras materias primas	125	125
Energía y combustible de la planta	10	10
Subtotal	820 \$	820 \$
Costes por tonelada que aumentan cuando la producción es superior a 600 toneladas diarias		
Trabajo	150 \$	225 \$
Mantenimiento	120	180
Transporte	50	75
Subtotal	320 \$	480 \$
Costes totales de producción por tonelada	1.140 \$	1.300 \$

⁴ Este ejemplo se basa en Kenneth S. Corts, «The Aluminum Industry in 1994», Harvard Business School Case N9-799-129, abril, 1999.



rededor de un 50 por ciento en este tercer turno, ya que sería necesario pagar unos salarios más altos por las horas extraordinarias. Hemos dividido los componentes del coste del Cuadro 7.2 en dos grupos. El primero comprende los costes que no variarían cualquiera que fuese el nivel de producción y el segundo comprende los costes que aumentarían si la producción fuera superior a 600 toneladas diarias.

Obsérvese que el mayor componente del coste de una fundición de aluminio es la electricidad y el coste de la alúmina; juntos representan alrededor de un 60 por ciento de los costes totales de producción. Como la electricidad, la alúmina y otras materias primas se utilizan en proporción directa a la cantidad producida de aluminio, representan costes de producción por tonelada que se mantienen constantes con respecto al nivel de producción. Los costes del trabajo, el mantenimiento y el transporte también son proporcionales al nivel de producción, pero solo cuando la planta tiene dos turnos diarios. Para producir más de 600 toneladas al día, sería necesario un tercer turno, lo que elevaría un 50 por ciento los costes por tonelada del trabajo, el mantenimiento y el transporte.

La Figura 7.2 muestra las curvas de coste marginal y de coste variable medio a corto plazo de la planta de fundición. En el caso de un nivel de producción q de hasta 600 toneladas al día, el coste variable total es de $1.140q$, por lo

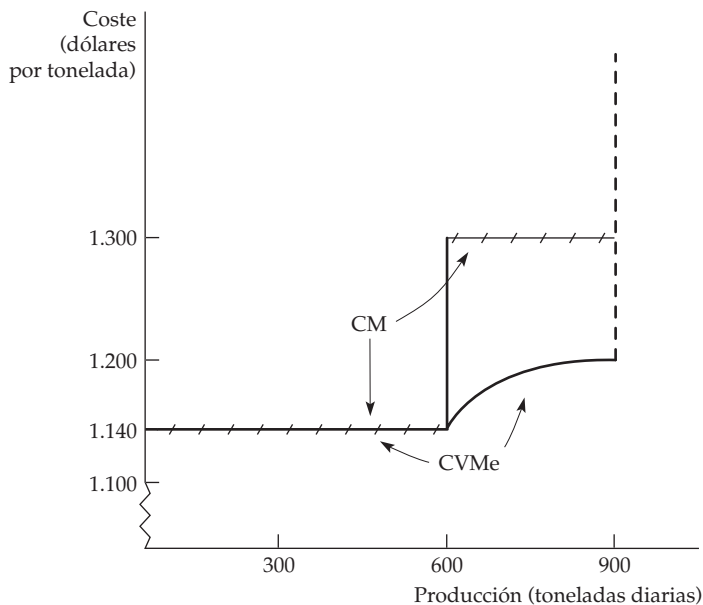


FIGURA 7.2 Los costes variables a corto plazo de la fundición de aluminio

El coste variable medio a corto plazo de la fundición es constante en los niveles de producción para los que se necesitan hasta dos turnos de trabajo. Cuando se añade un tercer turno, el coste marginal y el coste variable medio aumentan hasta que se alcanza la capacidad máxima.



que el coste marginal y el coste variable son constantes e iguales a 1.140 dólares por tonelada. Si producimos más de 600 toneladas al día estableciendo un tercer turno, el coste marginal del trabajo, el mantenimiento y el transporte aumenta de 320 dólares por tonelada a 480, lo que hace que el coste marginal en su conjunto aumente de 1.140 dólares por tonelada a 1.300.

¿Qué ocurre con el coste variable medio cuando se producen más de 600 toneladas al día? Cuando $q > 600$, el coste total variable es igual a:

$$CVT = (1.140)(600) + 1.300(q - 600) = 1.300q - 96.000$$

Por tanto, el coste variable medio es igual a

$$CVMe = 1.300 - \frac{96.000}{q}$$

Como muestra la Figura 7.2, cuando la producción alcanza las 900 toneladas al día, la capacidad absoluta llega a su límite, momento en el que el coste marginal y el coste medio de producción se vuelven infinitos.

7.3 EL COSTE A LARGO PLAZO

A largo plazo, una empresa tiene mucha más flexibilidad. Puede ampliar su capacidad expandiendo las fábricas existentes o construyendo otras nuevas; puede aumentar o reducir su plantilla y, en algunos casos, puede cambiar el diseño de sus productos o introducir otros nuevos. En este apartado, mostramos cómo elige la combinación de factores que minimiza el coste de un determinado nivel de producción. También examinamos la relación entre el coste a largo plazo y el nivel de producción. Comenzamos examinando atentamente el coste que tiene para la empresa la utilización de equipo de capital. A continuación, mostramos cómo entra este coste, junto con el coste del trabajo, en la decisión de producción.

El coste de uso del capital

Las empresas suelen alquilar o arrendar equipo, edificios y demás capital que utilizan en el proceso de producción. Otras veces, el capital se compra. En nuestro análisis, sin embargo, será útil tratar el capital como si se alquilara, aun cuando, en realidad, se compre. Resultará útil un ejemplo para explicar cómo y por qué partimos de este supuesto. Supongamos que Delta Airlines está considerando la posibilidad de comprar un nuevo avión Boeing 777 por 150 millones de dólares. Aunque Delta pagaría una gran cantidad de dinero por el avión hoy, por razones económicas el precio de compra puede repartirse o *amortizarse* a lo largo de toda la vida del avión. Eso permite a Delta comparar sus *flujos anuales* de ingresos y costes. Supondremos que el avión dura 30 años; el coste amortizado es, pues, de 5 millones de dólares al año. Estos 5 millones pueden concebirse como la *depreciación económica anual* del avión.

Hasta ahora hemos prescindido del hecho de que si la empresa no comprara el avión, podría obtener intereses por sus 150 millones de dólares. Estos intereses perdidos constituyen un *coste de oportunidad* que debe tenerse en cuenta. Por



tanto, el **coste de uso del capital** —el coste anual de poseer y utilizar el avión en lugar de venderlo o no comprarlo nunca— es la suma de la depreciación económica y los intereses (es decir, el rendimiento financiero) que podrían obtenerse si el dinero se invirtiera de otra forma ⁵. En términos formales,

$$\text{Coste de uso del capital} = \text{Depreciación económica} + (\text{tipo de interés}) (\text{valor del capital})$$

• **coste de uso del capital**

Coste anual de poseer y utilizar un activo de capital, igual a la depreciación económica más los intereses perdidos.

En nuestro ejemplo, la depreciación económica del avión es de 5 millones de dólares al año. Supongamos que Delta puede obtener un rendimiento del 10 por ciento si invierte su dinero de otra forma. En ese caso, el coste de uso del capital es 5 millones de dólares + (0,10)(150 millones de dólares – depreciación). Como el avión se deprecia con el tiempo, su valor disminuye y lo mismo ocurre con el coste de oportunidad del capital financiero que se invierte en él. Por ejemplo, en el momento de la compra, pensando en el primer año, el coste de uso del capital es 5 millones de dólares + (0,10)(150 millones de dólares) = 20 millones de dólares. En el décimo año de propiedad, el avión, que se habrá depreciado en 50 millones de dólares, valdrá 100 millones. En ese momento, el coste de uso del capital será igual a 5 millones de dólares + (0,10)(100 millones de dólares) = 15 millones de dólares al año.

También podemos expresar el coste de uso del capital como una *tasa* por dólar de capital:

$$r = \text{tasa de depreciación} + \text{tipo de interés}$$

En el ejemplo del avión, la tasa de depreciación es $1/30 = 3,33$ por ciento al año. Si Delta puede obtener una tasa de rendimiento del 10 por ciento al año, su coste de uso del capital será $r = 3,33 + 10 = 13,33$ por ciento al año.

Como ya hemos señalado, a largo plazo la empresa puede alterar todos sus factores. A continuación, mostraremos cómo elige la combinación de factores que minimiza el coste de producir una determinada cantidad, dada la información sobre los salarios y el coste de uso del capital, y examinaremos la relación entre el coste a largo plazo y el nivel de producción.

La elección de los factores que minimizan los costes

Pasamos a continuación a analizar un problema fundamental que tienen todas las empresas: *cómo seleccionar los factores para obtener un determinado nivel de producción con el menor coste posible*. Para simplificar, utilizamos dos factores variables: trabajo (medido en horas de trabajo al año) y capital (medido en horas de uso de maquinaria al año).

La cantidad de trabajo y de capital que utiliza la empresa depende, por supuesto, de los precios de estos factores. Supondremos que como hay mercados competitivos de ambos factores, lo que hace la empresa no afecta a sus precios (en el Capítulo 14 examinaremos los mercados de trabajo que no son competitivos). En este caso, el precio del trabajo es simplemente el *salario*, w . Pero ¿cuál es el precio del capital?

⁵ Más concretamente, el rendimiento financiero debería reflejar una inversión de riesgo similar. El tipo de interés, pues, debería incluir una prima por el riesgo. En el Capítulo 15, analizaremos esta cuestión. Obsérvese también que el coste de uso del capital no se ajusta para tener en cuenta los impuestos; cuando se tienen en cuenta los impuestos, los ingresos y los costes deben medirse después de impuestos.



El precio del capital A largo plazo, la empresa puede ajustar la cantidad de capital que utiliza. Aunque el capital comprenda maquinaria especializada que no puede utilizarse para otros fines, los gastos realizados en esta maquinaria aún no son irre recuperables y deben tenerse en cuenta; la empresa está decidiendo la cantidad de capital que tendrá *en el futuro*. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con el gasto en trabajo, es necesario hacer inicialmente grandes gastos en capital. Para comparar el gasto de la empresa en capital con su coste laboral, expresamos este gasto de capital como un *flujo*, por ejemplo, en dólares al año. Para eso debemos amortizar el gasto repartiéndolo durante la vida del capital y debemos tener también en cuenta los intereses perdidos que podría haber obtenido la empresa invirtiendo el dinero de otra manera. Como acabamos de ver, eso es exactamente lo que hacemos cuando calculamos el *coste de uso del capital*. El precio del capital es, al igual que antes, su *coste de uso*, que viene dado por r = tasa de depreciación + tipo de interés.

• **tasa de alquiler** Coste anual de alquilar una unidad de capital.

Tasa de alquiler del capital Como hemos señalado, a menudo el capital se alquila en lugar de comprarse. Un ejemplo es el espacio de oficina de un gran edificio de oficinas. En este caso, el precio del capital es su **tasa de alquiler**, es decir, el coste anual de alquilar una unidad de capital.

¿Significa eso que debemos distinguir entre el capital que se alquila y el que se compra cuando determinamos el precio del capital? No. Si el mercado de capital es competitivo (como hemos supuesto), *la tasa de alquiler debe ser igual al coste de uso, r* . ¿Por qué? Porque en un mercado competitivo, las empresas que poseen capital (por ejemplo, el propietario del gran edificio de oficinas) esperan obtener un rendimiento competitivo cuando lo alquila, a saber, la tasa de rendimiento que podría obtener invirtiendo el dinero de otra forma, más una cantidad para compensar la depreciación del capital. *Este rendimiento competitivo es el coste de uso del capital*.

Muchos libros de texto suponen simplemente que todo el capital se alquila a una tasa de alquiler r . Como acabamos de ver, este supuesto es razonable. Sin embargo, el lector ya debería comprender *por qué* es razonable: *el capital que se compra puede tratarse como si se alquilara a una tasa de alquiler igual al coste de uso del capital*.

En el resto de este capítulo, supondremos, pues, que la empresa alquila todo su capital a una tasa de alquiler o «precio», r , exactamente igual que contrata trabajo a un salario o «precio», w . También supondremos que las empresas tratan cualquier coste irre recuperable de capital como un coste fijo que se reparte a lo largo del tiempo. Por tanto, no tenemos que preocuparnos de los costes irre recuperables. Ahora podemos ver cómo tiene en cuenta una empresa estos precios cuando decide la cantidad de capital y de trabajo que va a utilizar ⁶.

• **recta isocoste** Gráfico que muestra todas las combinaciones posibles de trabajo y capital que pueden comprarse con un coste total dado.

La recta isocoste

Comenzamos examinando el coste de contratar factores, que puede representarse por medio de las rectas isocoste de una empresa. Una **recta isocoste** muestra todas las combinaciones posibles de trabajo y capital que pueden comprarse con

⁶ Es posible, desde luego, que los precios de los factores suban cuando aumenta la demanda debido a las horas extraordinarias o a una escasez relativa de equipo de capital. En el Capítulo 14, analizamos la posibilidad de que exista una relación entre el precio de los factores y las cantidades demandadas por la empresa.



un coste total dado. Para ver cómo es una recta isocoste, recuérdese que el coste total C de producir una cantidad cualquiera viene dado por la suma del coste laboral de la empresa wL y su coste de capital rK :

$$C = wL + rK \quad (7.2)$$

La ecuación (7.2) describe las rectas isocoste correspondientes a diferentes niveles de coste total. Por ejemplo, en la Figura 7.3 la recta isocoste C_0 describe todas las combinaciones posibles de trabajo y capital cuyo alquiler cuesta un total de C_0 .

Si reformulamos la ecuación de coste total como la ecuación correspondiente a una línea recta, tenemos que

$$K = C/r - (w/r)L$$

La recta isocoste tiene, pues, una pendiente de $\Delta K/\Delta L = -(w/r)$, que es el cociente entre el salario y el coste de alquiler del capital. Obsérvese que esta pendiente es similar a la de la recta presupuestaria a la que se enfrenta el consumidor (porque es determinada únicamente por los precios de los bienes en cuestión, ya sean factores o productos). Nos dice que si la empresa renunciara a una unidad de trabajo (y recuperara w dólares de coste) para comprar w/r unidades de capital con un coste de r dólares por unidad, su coste total de producción seguiría siendo el mismo. Por ejemplo, si el salario fuera de 10 dólares y el coste de alquiler del ca-

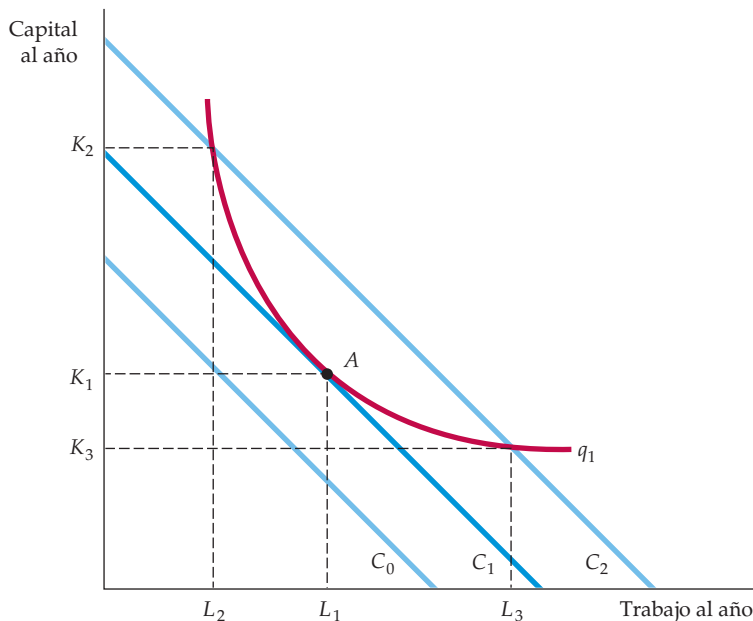


FIGURA 7.3 La obtención de un determinado nivel de producción con un coste mínimo

Las curvas isocoste describen la combinación de factores de producción que cuestan lo mismo a la empresa. La curva isocoste C_1 es tangente a la isocuanta q_1 en el punto A y muestra que el nivel de producción q_1 puede obtenerse con un coste mínimo con la cantidad de trabajo L_1 y la cantidad de capital K_1 . Otras combinaciones de factores $-L_2, K_2$ y L_3 y K_3- generan el mismo nivel de producción con un coste más alto.



pital de 5, la empresa podría sustituir una unidad de trabajo por dos de capital, sin que variara el coste total.

La elección de los factores

Supongamos que deseamos producir la cantidad q_1 . ¿Cómo podemos producirla con un coste mínimo? Examinemos la isocuanta de producción de la empresa denominada q_1 en la Figura 7.3. El problema consiste en elegir el punto de esta isocuanta que minimiza el coste total.

La Figura 7.3 muestra la solución de este problema. Supongamos que la empresa gastara C_0 en factores. Desgraciadamente, no es posible comprar ninguna combinación de factores con un gasto C_0 que permita a la empresa lograr el nivel de producción q_1 . Sin embargo, este puede lograrse con un gasto de C_2 , bien utilizando K_2 unidades de capital y L_2 de trabajo, bien utilizando K_3 unidades de capital y L_3 de trabajo. Pero C_2 no es el coste mínimo. Este mismo nivel de producción q_1 puede obtenerse de un modo más barato: con un coste de C_1 utilizando K_1 unidades de capital y L_1 de trabajo. En realidad, la recta isocoste C_1 es la más baja que permite obtener el nivel de producción q_1 . El punto de tangencia de la isocuanta q_1 y la recta isocoste C_1 en el punto A nos indica la elección de factores minimizadora de los costes, L_1 y K_1 , que puede hallarse observando directamente el gráfico. En este punto, las pendientes de la isocuanta y de la recta isocoste son exactamente iguales.

Cuando se incrementa el gasto en todos los factores, la pendiente de la recta isocoste no varía porque no han variado los precios de los factores. Sin embargo, la ordenada en el origen aumenta. Supongamos que subiera el precio de uno de los factores, como el trabajo. En ese caso, la pendiente de la recta isocoste $-(w/r)$ aumentaría y la recta isocoste se volvería más inclinada. La Figura 7.4 lo muestra. Inicialmente, la recta isocoste es la C_1 y la empresa minimiza sus costes de producir q_1 en el punto A utilizando L_1 unidades de trabajo y K_1 de capital. Cuando sube el precio del trabajo, la recta isocoste se vuelve más inclinada. La C_2 refleja la subida del precio del trabajo. Ante este precio más alto, la empresa minimiza su coste de producir q_1 produciendo en el punto B , utilizando L_2 unidades de trabajo y K_2 de capital. La empresa ha respondido al precio más alto del trabajo sustituyendo trabajo por capital en el proceso de producción.

¿Qué relación existe entre la recta isocoste y el proceso de producción de la empresa? Recuérdese que en nuestro análisis de la tecnología de producción, mostramos que la relación marginal de sustitución técnica RMST de capital por trabajo es la negativa de la pendiente de la isocuanta y es igual al cociente entre los productos marginales del trabajo y el capital.

$$\text{RMST} = -\Delta K / \Delta L = \text{PM}_L / \text{PM}_K \quad (7.3)$$

Antes hemos señalado que la recta isocoste tiene una pendiente de $\Delta K / \Delta L = -w/r$. Por tanto, cuando una empresa minimiza el coste de producir una determinada cantidad, se cumple la siguiente condición:

$$\text{PM}_L / \text{PM}_K = w/r$$

Reordenando levemente esta condición,

$$\text{PM}_L / w = \text{PM}_K / r \quad (7.4)$$

En el Apartado 6.3, explicamos que la RMST es la cantidad en que puede reducirse el capital cuando se utiliza una unidad más de trabajo, de tal manera que la producción se mantiene constante.

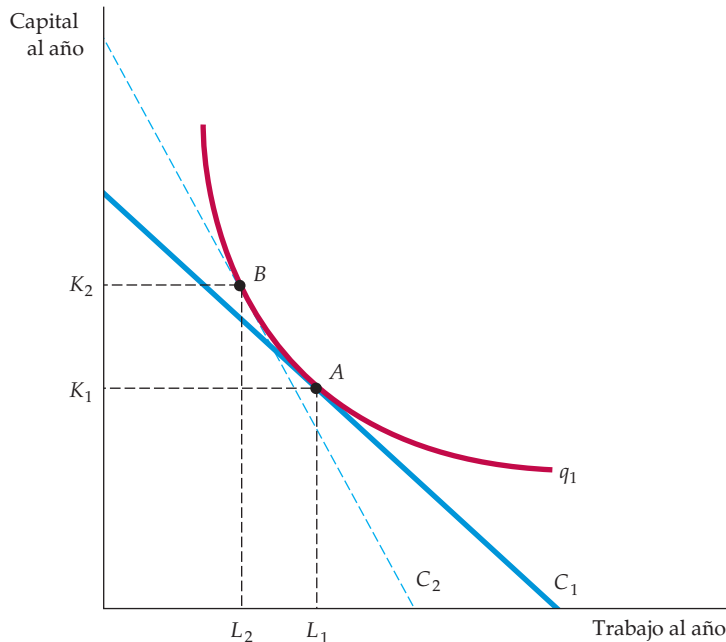


FIGURA 7.4 La sustitución de los factores cuando varía el precio de uno de ellos

Con una curva isocoste C_1 , la empresa produce la cantidad q_1 en el punto A utilizando L_1 unidades de trabajo y K_1 de capital. Cuando sube el precio del trabajo, las curvas isocoste se vuelven más inclinadas. Ahora el nivel de producción q_1 se obtiene en el punto B de la curva isocoste C_2 utilizando L_2 unidades de trabajo y K_2 de capital.

PM_L/w es la producción adicional que se obtiene gastando un dólar más en trabajo. Supongamos que el salario es de 10 dólares y que añadiendo un trabajador al proceso de producción se producen 20 unidades más. La producción adicional por dólar gastado en un trabajador más será $20/10 = 2$ unidades de producción por dólar. Asimismo, PM_K/r es la producción adicional generada por el gasto de un dólar más en capital. Por tanto, la ecuación (7.4) nos indica que una empresa minimizadora de los costes debe elegir sus cantidades de factores de tal forma que el último dólar gastado en cualquier factor que incorpore al proceso de producción genere la misma cantidad de producción adicional.

¿Por qué debe cumplirse esta condición para minimizar los costes? Supongamos que además del salario de 10 dólares, la tasa de alquiler del capital es de 2. Supongamos también que añadiendo una unidad de capital se producen 20 unidades más. En ese caso, la producción adicional por dólar de capital sería $20/2 \$ = 10$ unidades de producción por dólar. Como un dólar gastado en capital es cinco veces más productivo que un dólar gastado en trabajo, la empresa querrá utilizar más capital y menos trabajo. Si reduce el trabajo y aumenta el capital, su producto marginal del trabajo aumentará y su producto marginal del capital disminuirá. Finalmente, se alcanzará un punto en el que la producción de una unidad más cueste lo mismo independientemente de qué factor adicional se utilice. En ese punto, la empresa minimiza su coste.

**EJEMPLO 7.4****La influencia de las tasas sobre los vertidos en la elección de los factores de producción**

Las acerías suelen construirse en o cerca de los ríos. Los ríos son medios de transporte fácilmente accesibles y baratos tanto del mineral de hierro que se utiliza en el proceso de producción como del propio acero acabado. Desgraciadamente, también constituyen un barato método para deshacerse de los subproductos del proceso de producción, llamados *vertidos*. Por ejemplo, una

acería procesa su mineral de hierro para utilizarlo en sus altos hornos triturando los yacimientos de taconita hasta que esta tiene una fina consistencia. Durante este proceso, el mineral de hierro se extrae por medio de un campo magnético a medida que una corriente de agua y mineral de hierro fino pasa por la acería. Uno de los subproductos de este proceso —las finas partículas de taconita— puede verterse al río sin apenas costes para la empresa. Los demás métodos de eliminación o plantas privadas de tratamiento son relativamente caros.

Como las partículas de taconita son un residuo no degradable que puede ser perjudicial para la flora y la fauna, la Environmental Protection Agency (Agencia de Protección del Medio Ambiente) de Estados Unidos (EPA) ha impuesto una tasa sobre los vertidos, es decir, una tasa por unidad que debe pagar la acería por los vertidos que arroja al río. ¿Cómo debe responder el gerente de una acería a la imposición de esta tasa sobre los vertidos para minimizar los costes de producción?

Supongamos que sin una tasa sobre los vertidos la acería produce 2.000 toneladas de acero al mes utilizando 2.000 horas-máquina de capital y 10.000 galones de agua (que contiene partículas de taconita cuando vuelve al río). El gerente estima que una hora-máquina cuesta 40 dólares y que el vertido de cada galón de agua de residuos en el río le cuesta 10. Por tanto, el coste total de producción es de 180.000 dólares: 80.000 por el capital y 100.000 por el agua de residuos. ¿Cómo debe responder el gerente a la tasa sobre los vertidos de 10 dólares por galón de agua vertida impuesta por la EPA? El gerente sabe que existe una cierta flexibilidad en el proceso de producción. Si la empresa instala un equipo de tratamiento de los vertidos más caro, puede conseguir la misma producción con menos vertidos.

La Figura 7.5 muestra la respuesta que minimiza los costes. El eje de ordenadas mide la cantidad de capital de la empresa en horas-máquina al mes y el de abscisas la cantidad de agua residual en galones mensuales. Examinemos primero el nivel en el que produce la empresa cuando no hay una tasa sobre los vertidos. El punto *A* representa la cantidad de capital y el nivel de agua residual que permite a la empresa producir su cuota de acero con el menor coste posible. Como la empresa minimiza los costes, el punto *A* se encuentra en la recta isocoste *FC*, que es tangente a la isocuanta. La pendiente de la recta isocoste es igual a $-10 \$ / 40 \$ = -0,25$ porque una unidad de capital cuesta cuatro veces más que una de agua de residuos.

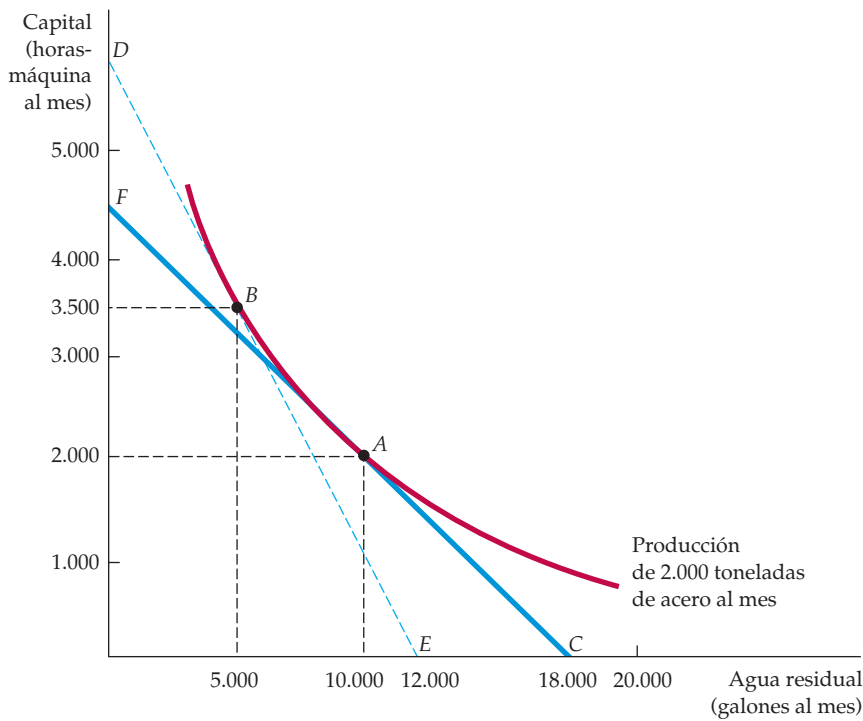


FIGURA 7.5 La respuesta minimizadora de los costes a una tasa sobre los vertidos

Cuando la empresa no paga por verter su agua residual al río, decide producir una cantidad para la que utiliza 10.000 galones de agua residual y 2.000 horas-máquina de capital en el punto A. Sin embargo, una tasa sobre los vertidos eleva el coste del agua residual, desplaza la curva isocoste de FC a DE y lleva a la empresa a producir en el punto B, proceso que genera muchos menos vertidos.

Cuando se establece una tasa sobre los vertidos, el coste del agua residual aumenta de 10 dólares por galón a 20: por cada galón de agua residual (que cuesta 10 dólares), la empresa tiene que pagar al Estado otros 10 dólares. La tasa sobre los vertidos aumenta, pues, el coste del agua residual en relación con el capital. Para obtener el mismo nivel de producción con el menor coste posible, el gerente debe elegir la recta isocoste que tenga una pendiente de $-20 \$ / 40 \$ = -0,5$, que es tangente a la isocuenta. En la Figura 7.5, DE es la recta isocoste adecuada y B indica la elección adecuada de capital y agua residual. El movimiento de A a B muestra que con una tasa sobre los vertidos la utilización de otra tecnología de producción que requiera más capital (3.500 horas-máquina) y produzca menos agua residual (5.000 galones), es más barata que el proceso original, que no ponía el acento en el reciclaje. Obsérvese que el coste total de producción ha aumentado a 240.000 dólares: 140.000 por el capital, 50.000 por el agua de residuos y 50.000 por la tasa sobre los vertidos.

Cabe extraer dos lecciones de esta decisión. En primer lugar, cuanto más fácil es sustituir los factores en el proceso de producción, es decir, cuanto más



fácil es para la empresa resolver el problema de sus partículas de taconita sin utilizar el río para verter los residuos, más eficaz es la tasa para reducir los vertidos. En segundo lugar, cuanto mayor es el grado de sustitución, menos tiene que pagar la empresa. En nuestro ejemplo, la tasa sería de 100.000 dólares si la empresa no alterara sus factores. Sin embargo, la acería solo paga una tasa de 50.000 trasladando la producción de A a B.

La minimización de los costes cuando se altera el nivel de producción

En el apartado anterior, hemos visto cómo selecciona una empresa minimizadora de los costes una combinación de factores para obtener un determinado nivel de producción. Ahora ampliamos este análisis para mostrar que los costes de la empresa dependen de su nivel de producción. Para ello averiguamos las cantidades de factores minimizadoras de los costes de la empresa correspondientes a cada nivel de producción y calculamos el coste resultante.

El ejercicio de minimización de los costes da el resultado que muestra la Figura 7.6. Hemos supuesto que la empresa puede contratar trabajo L a $w = 10$ dólares por hora y alquilar una unidad de capital K por $r = 20$ dólares por hora. Dados estos costes de los factores, hemos trazado tres de las rectas isocoste de la empresa. Cada una viene dada por la siguiente ecuación:

$$C = (10 \$ \text{ por hora})(L) + (20 \$ \text{ por hora})(K)$$

En la Figura 7.6(a), la recta más baja (que no tiene rótulo) representa un coste de 1.000 dólares; la intermedia representa un coste de 2.000 y la más alta representa un coste de 3.000.

El lector puede ver que cada uno de los puntos A, B, y C de la Figura 7.6(a) es un punto de tangencia entre una curva isocoste y una isocuanta. Por ejemplo, el punto B muestra que la manera de producir 200 unidades con un coste mínimo es utilizar 100 unidades de trabajo y 50 de capital; esta combinación se encuentra en la recta isocoste 2.000 dólares. Asimismo, la manera de producir 100 unidades con un coste mínimo (la isocuanta más baja que no tiene rótulo) es 1.000 dólares (en el punto A, $L = 50$, $K = 25$); la manera de producir 300 unidades con un coste mínimo es 3.000 dólares (en el punto C, $L = 150$, $K = 75$).

La curva que pasa por los puntos de tangencia de las rectas isocoste de la empresa y sus isocuantas es su *senda de expansión*. La **senda de expansión** describe las combinaciones de trabajo y capital que elige la empresa para minimizar los costes en cada nivel de producción. En la medida en que la utilización tanto de trabajo como capital aumente a medida que aumenta la producción, la curva tendrá pendiente positiva. En este caso concreto, podemos calcular fácilmente la pendiente de la recta. Cuando la producción aumenta de 100 a 200 unidades, el capital aumenta de 25 a 50, mientras que el trabajo aumenta de 50 a 100 unidades. Para cada nivel de producción, la empresa utiliza la mitad de capital que de trabajo. Por tanto, la senda de expansión es una línea recta cuya pendiente es igual a

$$\Delta K / \Delta L = (50 - 25) / (100 - 50) = \frac{1}{2}$$

• senda de expansión

Curva que pasa por los puntos de tangencia de las rectas isocoste de una empresa y sus isocuantas.

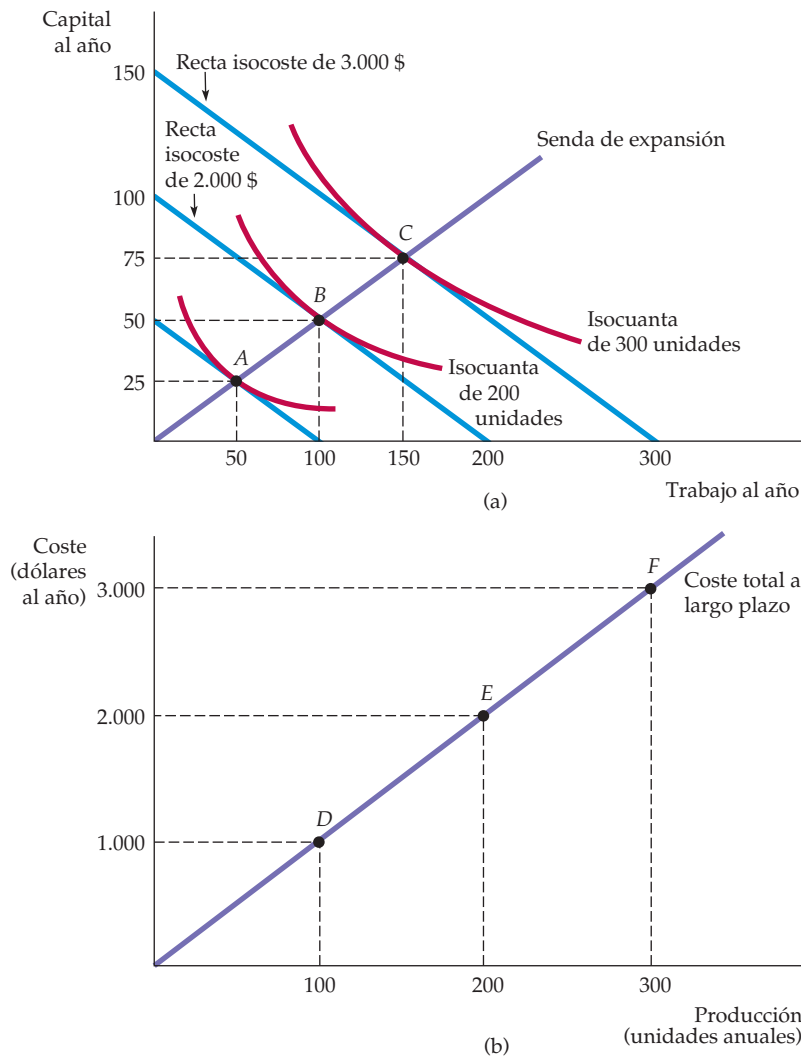


FIGURA 7.6 La senda de expansión de una empresa y la curva de coste total a largo plazo

En (a), la senda de expansión (que parte del origen y pasa por los puntos A, B y C) muestra las combinaciones de trabajo y capital de menor coste que pueden utilizarse para obtener cada nivel de producción a largo plazo, es decir, cuando es posible alterar ambos factores de producción. En (b), la curva de coste total a largo plazo correspondiente (que parte del origen y pasa por los puntos D, E y F) mide el coste mínimo de obtener cada nivel de producción.

La senda de expansión y los costes a largo plazo

La senda de expansión de la empresa contiene la misma información que su curva de coste total a largo plazo, $C(q)$, como puede verse en la Figura 7.6(b). Para pasar de la senda de expansión a la curva de costes, seguimos tres pasos:



1. Elegimos un nivel de producción representado por una isocuanta en la Figura 7.6(a). A continuación, hallamos el punto de tangencia de esa isocuanta con una recta isocoste.
2. A partir de la recta isocoste elegida hallamos el coste mínimo de producción de la cantidad seleccionada.
3. Representamos gráficamente la combinación de producción y coste en la Figura 7.6(b).

Supongamos que comenzamos con un nivel de producción de 100 unidades. El punto de tangencia de la isocuanta de 100 unidades con una recta isocoste es el punto *A* de la Figura 7.6(a). Como *A* se encuentra en la recta isocoste de 1.000 dólares, sabemos que el coste mínimo de producir 100 unidades a largo plazo es de 1.000 dólares. Representamos esta combinación de 100 unidades de producción y 1.000 dólares de coste por medio del punto *D* en la Figura 7.6(b). El punto *D* representa, pues, el coste de 1.000 dólares de producir 100 unidades. Asimismo, el punto *E* representa el coste de 2.000 dólares de producir 200 unidades, que corresponde al punto *B* de la senda de expansión. Por último, el punto *F* representa el coste de 3.000 dólares de 300 unidades correspondiente al punto *C*. Repitiendo estos pasos con cada nivel de producción, obtenemos la *curva de coste total a largo plazo* de la Figura 7.6(b), es decir, el coste a largo plazo mínimo de obtener cada nivel de producción.

En este ejemplo concreto, la curva de coste total a largo plazo es una línea recta. ¿Por qué? Porque hay rendimientos constantes de escala en la producción: cuando aumentan los factores proporcionalmente, también aumenta el nivel de producción. Como veremos en el siguiente apartado, la forma de la senda de expansión suministra información sobre cómo varían los costes con la escala de operaciones de la empresa.

7.4 LAS CURVAS DE COSTES A LARGO PLAZO Y A CORTO PLAZO

Hemos visto antes (véase la Figura 7.1) que las curvas de coste medio a corto plazo tienen forma de U. Veremos que las curvas de coste medio a largo plazo también pueden tener forma de U, pero son diferentes los factores económicos que explican la forma de estas curvas. En este apartado, analizamos las curvas de coste medio y marginal a largo plazo y destacamos las diferencias entre estas curvas y las curvas a corto plazo.

La rigidez de la producción a corto plazo

Recuérdese que a largo plazo todos los factores de la empresa son variables. A largo plazo, su horizonte de planificación es suficientemente largo para poder alterar el tamaño de la planta. Esta flexibilidad adicional permite a la empresa producir con un coste medio menor que a corto plazo. Para ver por qué, podemos comparar la situación en la que el capital y el trabajo son flexibles con la situación en la que el capital es fijo a corto plazo.

La Figura 7.7 muestra las isocuantas de producción de la empresa. La *senda de expansión a largo plazo* de la empresa es la línea recta que parte del origen y que corresponde a la senda de expansión de la Figura 7.6. Supongamos ahora que el

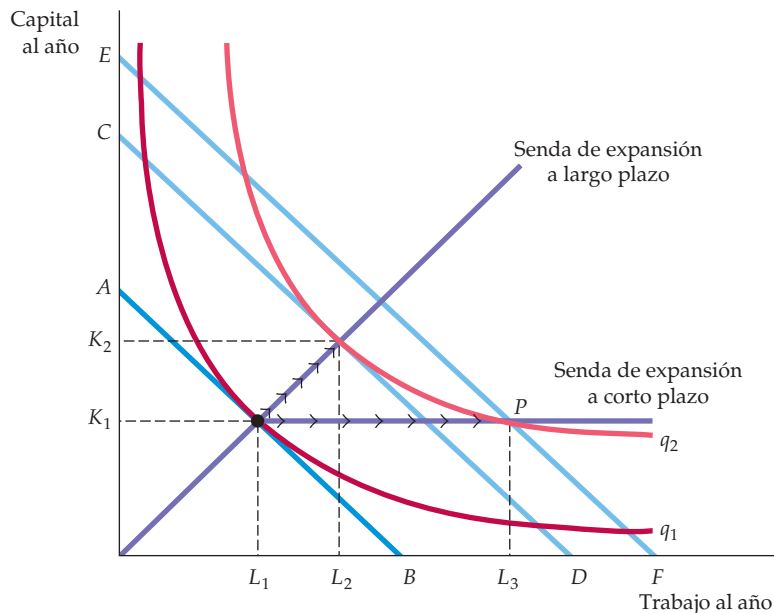


FIGURA 7.7 La rigidez de la producción a corto plazo

Cuando una empresa produce a corto plazo, puede no minimizar su coste de producción debido a la rigidez en el uso de capital. El nivel de producción inicial es q_1 . A corto plazo, solo puede producir el nivel q_2 elevando la cantidad de trabajo de L_1 a L_3 , ya que el capital se mantiene fijo en K_1 . A largo plazo, puede obtener el mismo nivel de producción de un modo más barato elevando la cantidad de trabajo de L_1 a L_2 y la de capital de K_1 a K_2 .

capital se mantiene fijo en el nivel K_1 a corto plazo. Para producir la cantidad q_2 , la empresa minimizaría los costes eligiendo una cantidad de trabajo igual a L_1 , que corresponde al punto de tangencia con la recta isocoste AB . La rigidez aparece cuando la empresa decide elevar su nivel de producción a q_2 sin utilizar más capital. Si el capital no se mantuviera fijo, obtendría este nivel de producción con una cantidad de capital K_2 y una cantidad de trabajo L_2 . Sus costes de producción se reflejarían en la recta isocoste CD .

Sin embargo, el hecho de que el capital se mantenga fijo obliga a la empresa a elevar su nivel de producción utilizando capital K_1 y trabajo L_3 en el punto P . Este punto se encuentra en la recta isocoste EF , que representa un coste más alto que la CD . ¿Por qué es el coste de producción más alto cuando el capital se mantiene fijo? Porque la empresa no es capaz de sustituir el trabajo más caro por capital relativamente barato cuando expande su producción. Esta rigidez se refleja en la *senda de expansión a corto plazo*, que comienza siendo una recta que parte del origen y después se vuelve horizontal cuando la cantidad de capital es K_1 .

El coste medio a largo plazo

A largo plazo, la posibilidad de alterar la cantidad de capital permite a la empresa reducir los costes. Para ver cómo varían estos cuando la empresa se des-



plaza a lo largo de su senda de expansión a largo plazo, podemos observar las curvas de coste medio y marginal a largo plazo⁷. El determinante más importante de la forma de las curvas de coste medio y marginal es la relación entre la escala de operaciones de la empresa y los factores necesarios para minimizar sus costes. Supongamos, por ejemplo, que el proceso de producción de la empresa muestra rendimientos constantes de escala en todos los niveles de producción. En ese caso, una duplicación de los factores provoca una duplicación de la producción. Como los precios de los factores no varían a medida que aumenta la producción, el coste medio de producción debe ser el mismo en todos los niveles de producción.

Supongamos, en cambio, que el proceso de producción de la empresa muestra rendimientos crecientes de escala: una duplicación de los factores provoca una duplicación con creces de la producción. En ese caso, el coste medio de producción disminuye cuando aumenta la producción debido a que una duplicación de los costes va acompañada de una duplicación con creces de la producción. Por la misma razón, cuando hay rendimientos decrecientes de escala, el coste medio de producción debe aumentar conforme se incrementa esta.

Hemos visto que la curva de coste total a largo plazo correspondiente a la senda de expansión de la Figura 7.6(a) era una línea recta que partía del origen. En este caso de rendimientos constantes de escala, el coste medio de producción a largo plazo es constante: no varía cuando aumenta la producción. Cuando se producen 100 unidades, el coste medio a largo plazo es $1.000 \$/100 = 10$ dólares por unidad. Cuando se producen 200, el coste medio a largo plazo es $2.000 \$/200 = 10$ dólares por unidad. Cuando se producen 300, el coste medio también es de 10 dólares por unidad. Como un coste medio constante significa un coste marginal constante, las curvas de coste medio y marginal a largo plazo están representadas por una línea horizontal en un coste de 10 dólares por unidad.

Recuérdese que en el capítulo anterior examinamos una tecnología de producción de la empresa que muestra primero rendimientos crecientes de escala, a continuación constantes y, finalmente, decrecientes. La Figura 7.8 representa una **curva de coste medio a largo plazo (CMeL)** representativa coherente con esta descripción del proceso de producción. La curva de coste medio a largo plazo tiene forma de U, exactamente igual que la **curva de coste medio a corto plazo**, pero la causa de la forma de U son los rendimientos crecientes y decrecientes de escala más que los rendimientos decrecientes de un factor de producción.

La **curva de coste marginal a largo plazo (CML)** puede hallarse a partir de la curva de coste medio a largo plazo; mide la variación que experimentan los costes totales a largo plazo a medida que va incrementándose la producción. El CML se encuentra por debajo de la curva de coste medio a largo plazo cuando CMeL es decreciente y por encima cuando es creciente⁸. Las dos curvas se cortan en el punto A, en el que la curva de coste medio a largo plazo alcanza su punto mínimo. En el caso especial en el que CMeL es constante, CMeL y CML son iguales.

- **curva de coste medio a largo plazo (CMeL)**

Curva que relaciona el coste medio de producción y el nivel de producción cuando todos los factores, incluido el capital, son variables.

- **curva de coste medio a corto plazo (CMeC)**

Curva que relaciona el coste medio de producción y el nivel de producción cuando el nivel de capital es fijo.

- **curva de coste marginal a largo plazo (CML)**

Curva que muestra la variación que experimenta el coste total a largo plazo cuando se produce 1 unidad más.

⁷ A corto plazo las formas de las curvas de coste medio y marginal dependen principalmente de los rendimientos decrecientes. Como mostramos en el Capítulo 6, los rendimientos decrecientes de cada factor son coherentes con unos rendimientos constantes (o incluso crecientes) de escala.

⁸ Recuérdese que $CMe = CT/Q$, lo que significa que $\Delta CMe/\Delta q = [q(\Delta CT/\Delta q) - CT]/q^2 = (CM - CMe)/q$. Es evidente que cuando CMe es creciente, $\Delta CMe/\Delta q$ es positivo y $CM > CMe$. Asimismo, cuando CMe es decreciente, $\Delta CMe/\Delta q$ es negativo y $CM < CMe$.

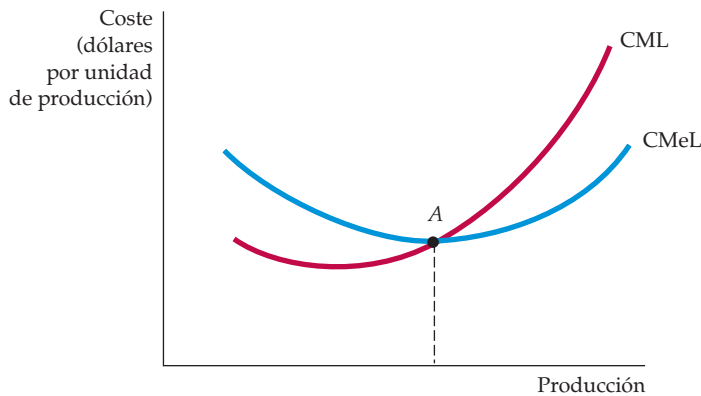


FIGURA 7.8 El coste medio y marginal a largo plazo

Cuando una empresa produce en un nivel de producción en el que el coste medio a largo plazo CMeL es decreciente, el coste marginal a largo plazo, CML, es menor que el CMeL. En cambio, cuando CMeL es creciente, el CML es mayor que el CMeL. Las dos curvas se cortan en el punto A, en el que la curva CMeL alcanza su mínimo.

Economías y deseconomías de escala

Cuando aumenta la producción, es probable que el coste medio de producción de la empresa disminuya, al menos hasta cierto punto, por las siguientes razones:

1. Si la empresa produce en mayor escala, los trabajadores pueden especializarse en lo que son más productivos.
2. La escala puede dar flexibilidad. Modificando la combinación de factores utilizados para producir el producto de la empresa, los directivos pueden organizar el proceso de producción más eficazmente.
3. La empresa puede adquirir algunos factores de producción con un coste más bajo, ya que los compra en grandes cantidades, por lo que puede negociar mejores precios. La combinación de factores puede cambiar con la escala de operaciones de la empresa si los directivos pueden aprovechar los factores de menor coste.

Sin embargo, hay un punto a partir del cual es probable que el coste medio de producción comience a aumentar conforme mayor es la producción por tres razones:

1. Al menos a corto plazo, el espacio de la fábrica y la maquinaria pueden hacer que sea más difícil para los trabajadores hacer su trabajo eficazmente.
2. Gestionar una empresa mayor puede ser más complejo e ineficiente a medida que aumenta el número de tareas.
3. Las ventajas de comprar al por mayor pueden desaparecer una vez que se llega a una determinada cantidad. Hay un punto a partir del cual las ofertas de factores clave pueden ser limitadas, lo que presiona al alza sobre sus costes.

Para analizar la relación entre la escala de la operación de la empresa y sus costes, es necesario reconocer que cuando cambian las proporciones de productos, la



• **economías de escala**

Situación en la que la producción puede duplicarse por menos que el doble del coste.

• **deseconomías de**

escala Situación en la que una duplicación de la producción exige una duplicación con creces del coste.

En el Apartado 6.4, explicamos que hay rendimientos crecientes de escala cuando la producción se duplica con creces cuando los factores se duplican proporcionalmente.

senda de expansión de la empresa ya no es una línea recta, por lo que ya no se aplica el concepto de rendimientos de escala. Decimos que una empresa disfruta de **economías de escala** cuando duplica su producción por un coste de menos del doble. Hay **deseconomías de escala** cuando la duplicación de la producción requiere más del doble de costes. El término *economías de escala* incluye los rendimientos crecientes de escala como un caso especial, pero es más general, ya que refleja las proporciones de factores que varían cuando la empresa altera su nivel de producción. En este contexto más general, la curva de coste medio a largo plazo de la empresa que tiene economías de escala en los niveles de producción relativamente bajos y deseconomías de escala en los más altos tiene forma de U.

Para ver la diferencia entre los rendimientos de escala (en los que los factores se utilizan en proporciones constantes cuando se incrementa la producción) y las economías de escala (en las que las proporciones de factores son variables), consideremos el caso de una granja lechera. La producción de leche depende de la tierra, el equipo, las vacas y el pienso. Una granja de 50 vacas utiliza una combinación de factores en la que la proporción de trabajo es mayor que la de equipo (es decir, las vacas se ordeñan a mano). Si se duplicaran todos los factores, una granja de 100 vacas podría duplicar su producción de leche. Lo mismo ocurriría en una granja de 200 vacas, y así sucesivamente. En este caso, hay rendimientos constantes de escala.

Sin embargo, las grandes granjas tienen la posibilidad de utilizar máquinas de ordeño. Si una gran granja continúa ordeñando las vacas manualmente, independientemente del tamaño de la granja, los rendimientos seguirán siendo constantes. Sin embargo, cuando la granja pasa de 50 a 100 vacas, cambia su tecnología en favor del uso de máquinas y de esa forma puede reducir su coste medio de la producción de leche de 20 centavos de dólar por galón a 15. En este caso, hay economías de escala.

Este ejemplo ilustra el hecho de que el proceso de producción de una empresa puede mostrar rendimientos constantes de escala, pero tener también economías de escala. Naturalmente, las empresas pueden disfrutar tanto de rendimientos crecientes de escala como de economías de escala. Es útil comparar los dos:

Rendimientos crecientes de escala:

La producción aumenta más del doble cuando se duplican las cantidades de todos los factores.

Economías de escala:

La duplicación de la producción no exige una duplicación de los costes.

Las economías de escala suelen medirse por medio de la elasticidad del coste con respecto a la producción, E_C . E_C es la variación porcentual que experimenta el coste de producción cuando se eleva el nivel de producción un 1 por ciento:

$$E_C = (\Delta C / C) / (\Delta q / q) \quad (7.5)$$

Para ver qué relación existe entre E_C y nuestras medidas tradicionales del coste, reformulamos la ecuación (7.5) de la manera siguiente:

$$E_C = (\Delta C / \Delta q) / (C / q) = CM / CMe \quad (7.6)$$

Es evidente que E_C es igual a 1 cuando el coste marginal y el medio son iguales. En ese caso, los costes aumentan proporcionalmente cuando aumenta la produc-



ción y no hay ni economías ni deseconomías de escala (habría rendimientos constantes de escala si las proporciones de factores fueran fijas). Cuando hay economías de escala (cuando los costes aumentan menos que proporcionalmente con el nivel de producción), el coste marginal es menor que el coste medio (ambos son decrecientes), por lo que E_C es menor que 1. Por último, cuando hay deseconomías de escala, el coste marginal es mayor que el coste medio, por lo que E_C es mayor que 1.

La relación entre el coste a corto plazo y el coste a largo plazo

La Figura 7.9 muestra la relación entre el coste a corto plazo y el coste a largo plazo. Supongamos que una empresa no sabe con certeza cuál será la futura demanda de su producto y está considerando tres tamaños de planta. Las curvas de coste medio a corto plazo correspondientes a las tres plantas son $CMeC_1$, $CMeC_2$ y $CMeC_3$. La decisión es importante porque, una vez construida una planta, es posible que la empresa no pueda alterar su tamaño durante un tiempo.

La Figura 7.9 muestra el caso en el que hay tres tamaños posibles de plantas. Si la empresa espera producir q_0 unidades, debe construir la planta más pequeña. Su coste medio de producción sería de 8 dólares (si decidiera producir q_1 , su coste medio a corto plazo seguiría siendo de 8 dólares). Sin embargo, si espera producir q_2 , la planta de tamaño intermedio es la mejor. Asimismo, con una producción de q_3 , la mayor de las tres plantas sería la elección más eficiente.

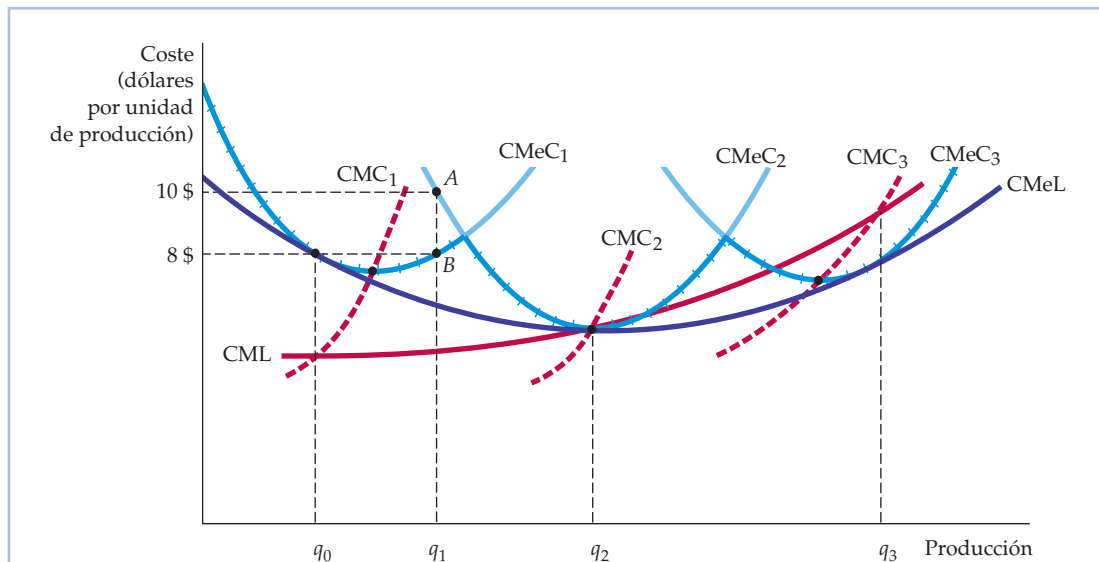


FIGURA 7.9 El coste a largo plazo con economías y deseconomías de escala

La curva de coste medio a largo plazo $CMeL$ es la envolvente de las curvas de coste medio a corto plazo $CMeC_1$, $CMeC_2$ y $CMeC_3$. Con economías y deseconomías de escala, los puntos mínimos de las curvas de coste medio a corto plazo no se encuentran en la curva de coste medio a largo plazo.



¿Cuál es la curva de coste medio a largo plazo de la empresa? A largo plazo, la empresa puede alterar el tamaño de su planta. De esa forma, siempre elegirá la planta que minimice el coste medio de producción.

La curva de coste medio a largo plazo viene dada, pues, por los tramos de las curvas de coste medio a corto plazo indicados con cruces porque estos muestran el coste mínimo de obtener cualquier nivel de producción. La curva de coste medio a largo plazo es la *envolvente* de las curvas de coste medio a corto plazo, es decir, envuelve o rodea a las curvas a corto plazo.

Supongamos ahora que es posible elegir entre muchos tamaños de planta, cada uno de los cuales tiene una curva de coste medio a corto plazo diferente. Una vez más, la curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de las curvas a corto plazo. En la Figura 7.9, es la curva CMeL. Cualquiera que sea la cantidad que desee producir la empresa, puede elegir el tamaño de la planta (y la combinación de capital y trabajo) que le permita producir esa cantidad con el coste medio mínimo. La curva de coste medio a largo plazo muestra inicialmente economías de escala, pero deseconomías de escala en los niveles de producción más altos.

Para aclarar la relación entre las curvas de coste a corto plazo y a largo plazo, consideremos una empresa que desea producir la cantidad q_1 . Si construye una planta pequeña, la curva de coste medio a corto plazo CMeC₁ es relevante. El coste medio de producción (en el punto B de CMeC₁) es de 8 dólares. Una planta pequeña es una opción mejor que una planta de tamaño intermedio con un coste medio de producción de 10 dólares (el punto A de la curva CMeC₂). Por tanto, el punto B sería un punto de la función de coste a largo plazo cuando solo son posibles tres tamaños de planta. Si pudieran construirse plantas de otros tamaños y al menos uno de ellos permitiera a la empresa producir q_1 por menos de 8 dólares la unidad, B dejaría de encontrarse en la curva de coste a largo plazo.

En la Figura 7.9, la envolvente que surgiría si pudiera construirse una planta de cualquier tamaño tiene forma de U. Obsérvese, una vez más, que la curva CMeL nunca se encuentra por encima de ninguna de las curvas de coste medio a corto plazo. Obsérvese también que como hay economías y deseconomías de escala a largo plazo, los puntos de coste medio mínimo de las plantas más pequeñas y más grandes *no* se encuentran en la curva de coste medio a largo plazo. Por ejemplo, una pequeña planta que produzca con un coste medio mínimo no es eficiente porque una planta mayor puede aprovechar los rendimientos crecientes de escala para producir con un coste medio más bajo.

Obsérvese finalmente que la curva de coste marginal a largo plazo CML no es la envolvente de las curvas de coste marginal a corto plazo. Los costes marginales a corto plazo se aplican a una determinada planta; los costes marginales a largo plazo se aplican a todos los tamaños posibles de planta. Cada punto de la curva de coste marginal a largo plazo es el coste marginal a corto plazo correspondiente a la planta más eficiente desde el punto de vista de los costes. De acuerdo con esta relación, CMC₁ corta a CML en la Figura 7.10 en el nivel de producción q_0 en el que CMeC₁ es tangente a CMeL.

7.5 LA PRODUCCIÓN CON DOS PRODUCTOS: LAS ECONOMÍAS DE ALCANCE

Muchas empresas producen más de un producto. A veces estos se encuentran estrechamente relacionados entre sí: por ejemplo, una granja avícola produce pollos

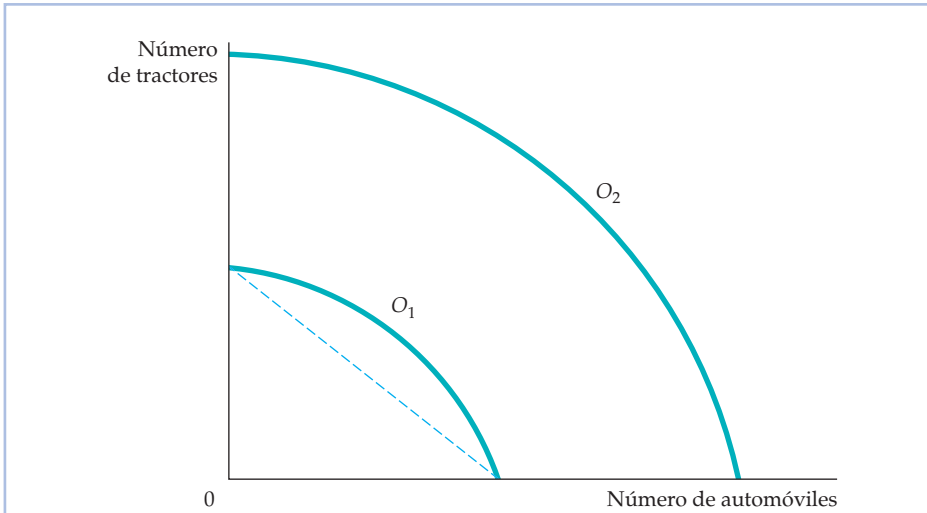


FIGURA 7.10 La curva de transformación del producto

La curva de transformación del producto describe las diferentes combinaciones de dos productos que pueden obtenerse con una cantidad fija de factores de producción. Las curvas de transformación del producto O_1 y O_2 están combadas hacia fuera (son cóncavas) porque hay economías de alcance en la producción.

y huevos, una compañía de automóviles produce automóviles y camiones y una universidad produce enseñanza e investigación. Otras veces, las empresas producen productos que no están relacionados físicamente entre sí. Sin embargo, en ambos casos es probable que la empresa disfrute de ventajas de producción o de costes cuando produce dos o más productos. Estas ventajas podrían deberse a la utilización conjunta de factores o de instalaciones productivas, a programas conjuntos de marketing o posiblemente al ahorro de costes de una administración común. En algunos casos, la producción de un producto genera un subproducto automático e inevitable que es valioso para la empresa. Por ejemplo, los fabricantes de planchas de metal producen chatarra y virutas de metal que, a su vez, pueden vender.

Las curvas de transformación del producto

Para estudiar las ventajas económicas de la producción conjunta, consideremos una compañía de automóviles que produce dos productos: automóviles y tractores. Ambos productos utilizan capital (fábricas y maquinaria) y trabajo como factores. Los automóviles y los tractores normalmente no se producen en la misma planta, pero sí comparten los recursos de gestión y ambos utilizan una maquinaria y una mano de obra similares. Los directivos de la compañía deben elegir la cantidad de cada producto que van a producir. La Figura 7.10 muestra dos **curvas de transformación del producto**, cada una de las cuales indica las distintas combinaciones de automóviles y tractores que pueden producirse con una determinada cantidad de trabajo y maquinaria. La curva O_1 describe todas las combinaciones de los dos productos que pueden obtenerse con un nivel relativamente

• **curva de transformación del producto** Curva que muestra las distintas combinaciones de dos productos que pueden producirse con un conjunto dado de factores.



bajo de factores y la O_2 describe las combinaciones de productos correspondientes al doble de factores.

¿Por qué tiene la curva de transformación del producto pendiente negativa? Porque para obtener una cantidad mayor de un producto, la empresa debe renunciar a alguna del otro. Por ejemplo, una empresa que ponga énfasis en la producción de automóviles dedicará menos recursos a producir tractores. En la Figura 7.10, la curva O_2 se encuentra el doble de lejos del origen que la O_1 , lo cual significa que el proceso de producción de esta empresa muestra rendimientos constantes de escala en la producción de ambas mercancías.

Si la curva O_1 fuera una línea recta, la producción conjunta no implicaría ganancia (o pérdida) alguna. Una compañía más pequeña que se especializara en la producción de automóviles y otra en la de tractores generarían la misma cantidad de producción que una única compañía que produjera ambos. Sin embargo, la curva de transformación del producto está combada hacia fuera (es *cóncava*) porque la producción conjunta normalmente tiene ventajas que permiten a una única compañía producir más automóviles y tractores con los mismos recursos que dos compañías que produjeran cada producto por separado. Estas ventajas de producción implican la utilización conjunta de los factores. Una única dirección, por ejemplo, suele ser capaz de programar y organizar la producción y de resolver los aspectos contables y financieros más eficazmente que direcciones independientes.

Economías y deseconomías de alcance

- **economías de alcance**

Situación en la que la producción conjunta de una empresa es mayor que la producción que podrían obtener dos empresas si cada una produjera un único producto.

- **deseconomías de alcance**

Situación en la que la producción conjunta de una empresa es menor que la que podrían lograr empresas independientes produciendo cada una un único producto.

Generalmente, existen **economías de alcance** cuando la producción conjunta de una única empresa es mayor que la producción que podrían obtener dos empresas diferentes que produjeran cada una un único producto (con factores de producción equivalentes distribuidos entre las dos empresas). Si la producción conjunta de una empresa es *menor* que la que podrían conseguir empresas independientes, su proceso de producción muestra **deseconomías de alcance**. Esto podría ocurrir si la producción de uno de los productos estuviera de alguna manera en conflicto con la producción del otro.

No existe una relación directa entre las economías de escala y las economías de alcance. Una empresa que fabrique dos productos puede disfrutar de economías de alcance, aunque su proceso de producción implique deseconomías de escala. Supongamos, por ejemplo, que es más barato fabricar flautas y flautines conjuntamente que por separado. Sin embargo, el proceso de producción exige una mano de obra muy cualificada y es más eficaz si se realiza en pequeña escala. Del mismo modo, una empresa que produzca varios productos puede tener economías de escala en cada uno y, sin embargo, no disfrutar de economías de alcance. Imaginemos, por ejemplo, un gran consorcio que posea varias empresas que produzcan eficientemente en gran escala pero que no tienen la ventaja de las economías de alcance porque se administran por separado.

El grado de economías de alcance

El grado en que hay economías de alcance también puede averiguarse estudiando los costes de una empresa. Si una combinación de factores utilizada por una empresa genera más producción que dos empresas independientes, cuesta menos a una única empresa producir ambos productos de lo que costaría a las empre-



sas independientes. Para medir el *grado* en que hay economías de alcance, debemos preguntarnos qué porcentaje del coste de producción se ahorra cuando se producen conjuntamente dos (o más) productos en lugar de individualmente. La ecuación (7.7) indica el **grado de economías de alcance (EA)** que mide este ahorro de costes:

$$EA = \frac{C(q_1) + C(q_2) - C(q_1, q_2)}{C(q_1, q_2)} \quad (7.7)$$

$C(q_1)$ representa el coste de producir q_1 , $C(q_2)$ el coste de producir q_2 y $C(q_1, q_2)$ el coste conjunto de producir ambos productos. Cuando pueden sumarse las unidades físicas de producción, como en el ejemplo de los automóviles y los tractores, la expresión se convierte en $C(q_1 + q_2)$. Cuando hay economías de alcance, el coste conjunto es menor que la suma de los costes individuales, por lo que EA es mayor que 0. Cuando hay deseconomías de alcance, EA es negativo. En general, cuanto mayor es el valor de EA, mayores son las economías de alcance.

• **grado de economías de alcance (EA)** Porcentaje de ahorro de costes que se obtiene cuando dos o más productos se producen conjuntamente en lugar de individualmente.

EJEMPLO 7.5 Las economías de alcance en el sector del transporte por carretera



Supongamos que dirigimos una empresa de transporte por carretera que transporta mercancías de diferentes tamaños de unas ciudades a otras⁹. En el sector del transporte por carretera, pueden ofrecerse varios productos relacionados entre sí pero distintos dependiendo del tamaño de la carga y de la distancia que haya que recorrer. En primer lugar, cualquier carga, grande o pequeña,

puede transportarse directamente de un lugar a otro sin hacer paradas intermedias. En segundo lugar, una carga puede combinarse con otras (que pueden ir destinadas a diferentes lugares) y acabar siendo transportada indirectamente desde su origen hasta su destino. Es posible que cada tipo de carga tenga que recorrer, parcial o totalmente, diferentes distancias.

Esta variedad de posibilidades plantea cuestiones relacionadas tanto con las economías de escala como con las economías de alcance. Por lo que se refiere a las primeras, se trata de saber si el transporte directo en gran escala es más barato y más rentable que el transporte individual por medio de pequeños camiones. Por lo que se refiere a las segundas, se trata de saber si una gran empresa de transporte tiene ventajas de costes transportando mercancías tanto rápida y directamente como más lenta e indirectamente (pero de un modo más barato). La planificación central y la organización de rutas podrían brindar la posibilidad de conseguir economías de alcance. La clave de la presencia de economías de escala es el hecho de que la organización de las rutas y los tipos de servicios que hemos descrito pueden conseguirse más eficientemente cuando se transportan muchas mercancías. En esos casos, es más probable que

⁹ Este ejemplo se basa en Judy S. Wang Chiang y Ann F. Friedlaender, «Truck Technology and Efficient Market Structure», *Review of Economics and Statistics*, 67, 1985, págs. 250-258.



la empresa pueda programar el transporte de tal manera que la mayoría de los camiones vayan llenos en lugar de medio vacíos.

Los estudios del sector del transporte por carretera muestran que existen economías de alcance. Por ejemplo, en un análisis de 105 empresas de transporte, se examinaron cuatro productos distintos: (1) los recorridos cortos con camiones cargados parcialmente; (2) los recorridos intermedios con camiones cargados parcialmente; (3) los recorridos largos con camiones cargados parcialmente; y (4) los recorridos con camiones totalmente cargados. Los resultados indican que el grado de economías de alcance EA era de 1,576 en una empresa razonablemente grande. Sin embargo, desciende a 0,104 cuando la empresa es muy grande. Como las grandes empresas transportan cargas suficientemente grandes, normalmente no tiene ventaja alguna detenerse en un punto intermedio para llevar un camión medio vacío. Un viaje directo desde el origen hasta el punto de destino es suficiente. Sin embargo, parece que como la gestión de empresas muy grandes tiene otros inconvenientes, las economías de alcance disminuyen a medida que las empresas son más grandes. En todo caso, la posibilidad de combinar cargas parciales en un punto intermedio reduce los costes de la empresa y aumenta su rentabilidad.

El estudio sugiere, pues, que para competir en el sector del transporte por carretera una empresa debe ser suficientemente grande para poder combinar cargas en puntos intermedios.

* 7.6

LAS VARIACIONES DINÁMICAS DE LOS COSTES: LA CURVA DE APRENDIZAJE

En el análisis realizado hasta ahora hemos sugerido una de las razones por las que una gran empresa puede tener un coste medio a largo plazo menor que el de una pequeña empresa: los rendimientos crecientes de escala en la producción. Es tentador extraer la conclusión de que las empresas que tienen un coste medio más bajo con el paso del tiempo son empresas en expansión que tienen rendimientos crecientes de escala. Pero eso no tiene por qué ser cierto. En algunas empresas, el coste medio a largo plazo puede disminuir con el paso del tiempo porque los trabajadores y los directivos asimilan la nueva información tecnológica a medida que adquieren más experiencia en su trabajo.

A medida que la dirección y los trabajadores adquieren experiencia en la producción, el coste marginal y el coste medio de producir una determinada cantidad disminuyen por cuatro razones:

1. Los trabajadores suelen tardar más en realizar una determinada tarea las primeras veces. A medida que son más expertos, su velocidad aumenta.
2. Los directivos aprenden a programar el proceso de producción más eficazmente, desde el flujo de materiales hasta la organización de la propia producción.
3. Los ingenieros que al principio son muy cautos en el diseño de los productos pueden adquirir suficiente experiencia para poder introducir tolerancias en el diseño que ahorren costes sin aumentar los defectos. La mejora y el aumento



de las herramientas especializadas y de la organización de la planta también pueden reducir el coste.

4. Los proveedores de materias primas pueden aprender a elaborar las que necesita la empresa más eficazmente y traspasarle, en parte, esta ventaja en forma de una reducción de los costes.

Por tanto, una empresa «aprende» con el paso del tiempo a medida que va aumentando la producción acumulada. Los directivos pueden utilizar este proceso de aprendizaje para ayudar a planificar la producción y predecir los futuros costes. La Figura 7.11 muestra este proceso por medio de una **curva de aprendizaje**, que es una curva que describe la relación entre la producción acumulada de una empresa y la cantidad de factores que necesita para obtener una unidad de producción.

• **curva de aprendizaje**
Gráfico que relaciona la cantidad de factores que necesita la empresa para producir cada unidad de producción y su producción acumulada.

Representación gráfica de la curva de aprendizaje

La Figura 7.11 muestra una curva de aprendizaje correspondiente a la producción de máquinas-herramienta. El eje de abscisas mide el número *acumulado* de lotes de máquinas-herramienta (grupos de unas 40) que ha producido la empresa y el de ordenadas el número de horas de trabajo necesarias para producir cada lote. La cantidad de trabajo por unidad de producción afecta directamente al cos-

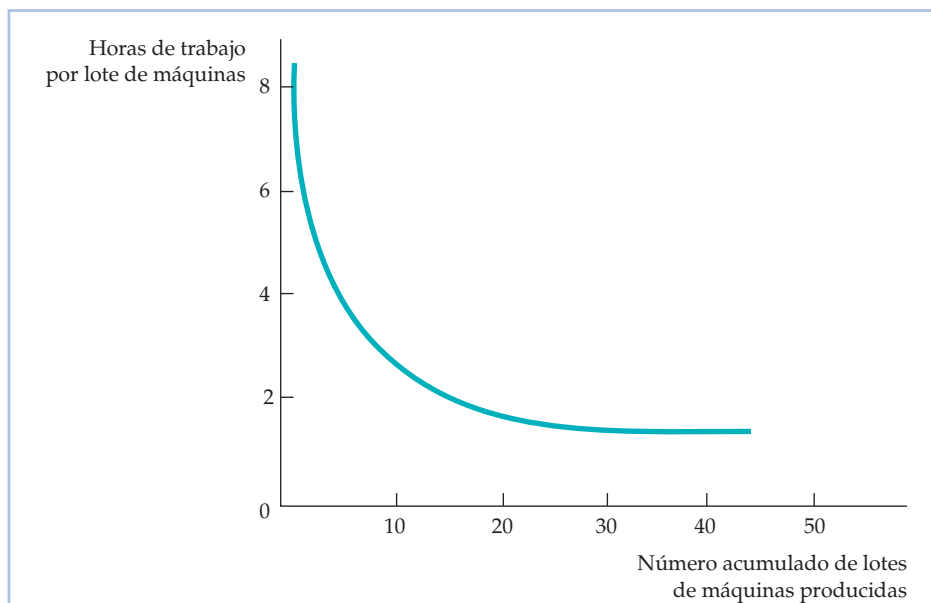


FIGURA 7.11 La curva de aprendizaje

El coste de producción de una empresa puede disminuir con el paso del tiempo a medida que los directivos y los trabajadores adquieren más experiencia y son más eficaces en la utilización de la planta y el equipo con que cuentan. La curva de aprendizaje muestra el grado en que disminuyen las horas necesarias de trabajo por unidad de producción a medida que aumenta la producción acumulada.



te de producción de la empresa, ya que cuantas menos horas de trabajo se necesiten, menor es el coste marginal y medio de producción.

La curva de aprendizaje de la Figura 7.11 se basa en la relación

$$L = A + BN^{-\beta} \quad (7.8)$$

donde N representa las unidades acumuladas de producción, L es la cantidad de trabajo por unidad de producción y A , B y β son constantes; A y B tienen valores positivos y β , entre 0 y 1. Cuando N es igual a 1, L es igual a $A + B$, por lo que $A + B$ mide la cantidad de trabajo necesaria para obtener la primera unidad de producción. Cuando β es igual a 0, la cantidad de trabajo por unidad de producción no varía a medida que aumenta el nivel de producción acumulado, por lo que no hay aprendizaje. Cuando β tiene un valor positivo y N es cada vez mayor, L se vuelve arbitrariamente cercano a A , por lo que A representa la cantidad mínima de trabajo por unidad de producción una vez concluido el aprendizaje.

Cuanto más alto es el valor de β , más importante es el efecto del aprendizaje. Por ejemplo, cuando β es igual a 0,5, la cantidad de trabajo por unidad de producción disminuye proporcionalmente a la raíz cuadrada del nivel de producción acumulado. Este grado de aprendizaje puede reducir significativamente los costes de producción de la empresa a medida que esta adquiere más experiencia.

En este ejemplo de las máquinas-herramienta, el valor de β es 0,31. En el caso de esta curva de aprendizaje, cada duplicación del nivel de producción acumulado hace que la cantidad de factores necesaria (menos la mínima alcanzable) disminuya alrededor de un 20 por ciento¹⁰. Como muestra la Figura 7.11, la curva de aprendizaje desciende acusadamente cuando el número acumulado de lotes producidos aumenta a alrededor de 20. A partir de esa cantidad, el ahorro de costes es relativamente pequeño.

Aprendizaje frente a economías de escala

Una vez que la empresa ha producido 20 lotes o más de máquinas, el efecto de la curva de aprendizaje estaría completo y podría utilizarse el análisis habitual de los costes. Sin embargo, si el proceso de producción fuera relativamente nuevo, el hecho de que el coste fuera relativamente alto en los niveles de producción bajos (y relativamente bajo en los niveles de producción más altos) indicaría que hay efectos de aprendizaje y no economías de escala. Con aprendizaje, el coste de producción de una empresa madura es relativamente bajo independientemente de su escala de operaciones. Si una empresa que produce máquinas-herramienta en lotes sabe que disfruta de economías de escala, debe producir sus máquinas en lotes muy grandes para aprovechar la reducción de los costes relacionada con el tamaño. Si hay una curva de aprendizaje, la empresa puede reducir su coste programando la producción de muchos lotes independientemente del tamaño de cada uno.

La Figura 7.12 muestra este fenómeno. CMe_1 representa el coste medio de producción a largo plazo de una empresa que tiene economías de escala en la producción. Por tanto, el aumento del nivel de producción de A a B a lo largo de CMe_1 provoca una reducción de los costes debido a las economías de escala. Sin embargo, el movimiento del punto A de CMe_1 al punto C de CMe_2 provoca una

¹⁰ Dado que $(L - A) = BN^{-0,31}$, podemos verificar que $0,8(L - A)$ es aproximadamente igual a $B(2N)^{-0,31}$.

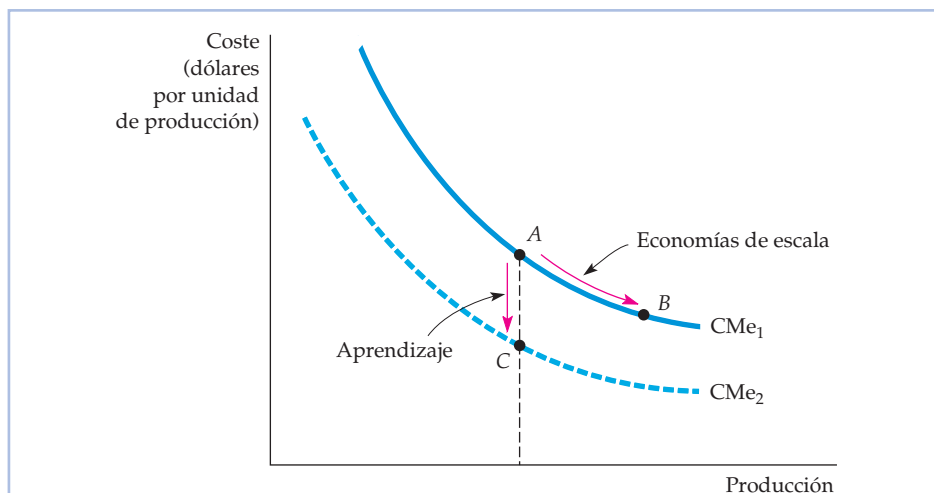


FIGURA 7.12 Las economías de escala frente al aprendizaje

El coste medio de producción de una empresa puede disminuir con el paso del tiempo debido al crecimiento de las ventas cuando hay rendimientos crecientes (un movimiento de A a B en la curva CMe_1) o porque hay una curva de aprendizaje (un movimiento del punto A situado en la curva CMe_1 al punto C situado en la curva CMe_2).

reducción de los costes debido al aprendizaje, lo cual desplaza la curva de coste medio en sentido descendente.

La curva de aprendizaje es fundamental para una empresa que desee predecir el coste de producción de un nuevo producto. Supongamos, por ejemplo, que una empresa que produce máquinas-herramienta sabe que la cantidad de trabajo necesaria por máquina para producir las 10 primeras es 1,0, que la cantidad mínima necesaria de trabajo, A, es igual a cero y que β es aproximadamente igual a 0,32. El Cuadro 7.3 calcula la cantidad total de trabajo necesaria para producir 80 máquinas.

CUADRO 7.3 Predicción de la cantidad de trabajo necesaria para obtener un determinado nivel de producción

Producción acumulada (N)	Cantidad de trabajo necesario por unidad por cada 10 unidades de producción (L)*	Cantidad total de trabajo necesario
10	1,00	10,0
20	0,80	18,0 = (10,0 + 8,0)
30	0,70	25,0 = (18,0 + 7,0)
40	0,64	31,4 = (25,0 + 6,4)
50	0,60	37,4 = (31,4 + 6,0)
60	0,56	43,0 = (37,4 + 5,6)
70	0,53	48,3 = (43,0 + 5,3)
80	0,51	53,4 = (48,3 + 5,1)

* Las cifras de esta columna se han calculado a partir de la ecuación $\log(L) = -0,322 \log(N/10)$, donde L es la cantidad de trabajo necesario por unidad y N es la producción acumulada.



Como hay una curva de aprendizaje, la cantidad de trabajo por unidad disminuye cuando aumenta la producción. Por tanto, la cantidad total de trabajo necesaria para producir las sucesivas unidades de producción aumenta en una cuantía cada vez menor. Por consiguiente, una empresa que solo observe que necesita inicialmente una gran cantidad de trabajo extraerá una impresión excesivamente pesimista. Supongamos que la empresa tiene intención de permanecer mucho tiempo en el sector y producir 10 unidades al año y que la cantidad total de trabajo que necesita para producirlas durante el primer año es de 10. Durante el primer año de producción, el coste de la empresa será alto mientras va enterándose de cómo funciona el negocio. Pero una vez que se deje sentir el efecto del aprendizaje, los costes de producción serán menores. Después de 8 años, para producir 10 unidades solo necesitará una cantidad de trabajo de 5,1 y el coste por unidad será aproximadamente la mitad de lo que era durante el primer año de producción. Por tanto, la curva de aprendizaje puede ser importante para una empresa que tenga que averiguar si es rentable o no entrar en un sector.

EJEMPLO 7.6 La curva de aprendizaje en la práctica



Supongamos que como directivos de una empresa que acaba de entrar en la industria química nos encontramos ante el siguiente problema: ¿debemos producir una cantidad relativamente pequeña y venderla a un elevado precio o debemos fijar un precio más bajo y aumentar nuestro nivel de ventas? La segunda opción es atractiva si hay una curva de aprendizaje en esta industria: el

aumento del volumen de producción reducirá nuestros costes medios de producción con el paso del tiempo y aumentará la rentabilidad de la empresa.

Para ver qué debemos hacer, podemos examinar la evidencia estadística existente que distingue los componentes de la curva de aprendizaje (aprendizaje de nuevos procesos por parte de los trabajadores, mejoras técnicas, etc.) de los rendimientos crecientes de escala. Por ejemplo, según un estudio de 37 productos químicos, las reducciones de los costes de la industria química estaban relacionadas directamente con el crecimiento de la producción acumulada de la industria, con la inversión en mejores bienes de capital y, en menor medida, con las economías de escala ¹¹. En realidad, por lo que se refiere a toda la muestra de productos químicos, los costes medios de producción descendieron un 5,5 por ciento al año. El estudio revela que por cada duplicación de la escala de la planta, el coste medio de producción disminuye un 11 por ciento. Sin embargo, por cada duplicación del nivel de producción acumulado, el coste medio de producción disminuye un 27 por ciento. La evidencia muestra claramente que en la industria química los efectos del aprendizaje son más importantes que las economías de escala ¹².

¹¹ El estudio se debe a Marvin Lieberman, «The Learning Curve and Pricing in the Chemical Processing Industries», *RAND Journal of Economics*, 15, 1984, págs. 213-228.

¹² El autor utilizó el coste medio, CMe, de los productos químicos, el nivel de producción acumulado de la industria X y el tamaño medio de una planta de producción Z. A continuación, estimó la re-



También se ha demostrado que la curva de aprendizaje es importante en la industria de semiconductores. Según un estudio de siete generaciones de semiconductores del periodo 1974-1992, las tasas de aprendizaje eran, en promedio, del 20 por ciento aproximadamente, por lo que un aumento de la producción acumulada del 10 por ciento provocaría una reducción del coste de un 2 por ciento¹³. En este estudio, también se comparó el aprendizaje de empresas de Japón con el de empresas de Estados Unidos y se observó que no existía ninguna diferencia distinguible en el ritmo de aprendizaje.

Otro ejemplo es la industria aeronáutica, en la que se ha observado que las tasas de aprendizaje pueden llegar a ser del 40 por ciento. Los resultados se muestran en la Figura 7.13, que representa la cantidad de trabajo necesaria para producir aviones en Airbus Industrie. Obsérvese que la producción de los 10 o 20 primeros aviones necesita mucho más trabajo que la producción del centésimo o del ducentésimo. Obsérvese también cómo se aplanan la curva de apren-

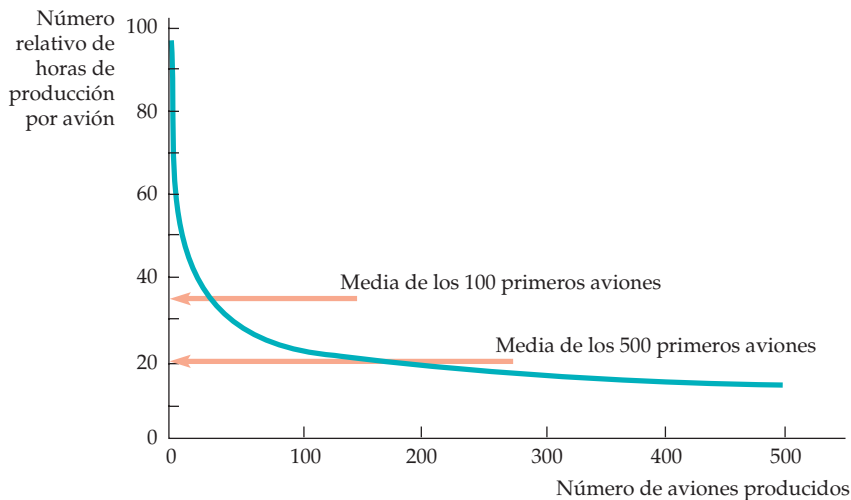


FIGURA 7.13 La curva de aprendizaje de Airbus Industrie

La curva de aprendizaje relaciona la cantidad necesaria de trabajo por avión con el número acumulado de aviones producidos. A medida que se organiza mejor el proceso de producción y los trabajadores se familiarizan con su trabajo, la cantidad de trabajo necesario disminuye espectacularmente.

lación $\log(\text{CMe}) = -0,387 \log(X) - 0,173 \log(Z)$. El coeficiente $-0,387$ del nivel de producción acumulado nos dice que por cada aumento del nivel de producción acumulado de un 1 por ciento, el coste medio disminuye un 0,387 por ciento. El coeficiente $-0,173$ del tamaño de la planta nos dice que por cada aumento del tamaño de la planta de un 1 por ciento, el coste disminuye un 0,173 por ciento.

Interpretando los dos coeficientes a la luz de los niveles de producción y del tamaño de la planta, podemos atribuir alrededor de un 15 por ciento de la reducción de los costes a los aumentos de la escala media de las plantas y un 85 por ciento a los aumentos del nivel de producción acumulada de la industria. Supongamos que se duplicara la escala de las plantas y que el nivel de producción acumulado se multiplicara por 5 durante el estudio. En ese caso, los costes disminuirían un 11 por ciento como consecuencia del aumento de la escala y un 62 por ciento como consecuencia del aumento de la producción acumulada.

¹³ El estudio es de D. A. Irwin y P. J. Klenow, «Learning-by-Doing Spillovers in the Semiconductor Industry», *Journal of Political Economy*, 102, diciembre, 1994, págs. 1200-1227.



dizaje una vez traspasado un determinado punto; en este caso, casi todo el aprendizaje está terminado una vez que se han construido 200 aviones.

Los efectos de la curva de aprendizaje pueden ser importantes para averiguar la forma de las curvas de coste a largo plazo y, por tanto, pueden servir de orientación a los directivos. Estos pueden utilizar la información de la curva de aprendizaje para ver si una operación de producción es rentable y, en caso afirmativo, para ver de qué magnitud han de ser las operaciones de la planta y el volumen de producción acumulada para obtener un *cash flow* positivo.

* 7.7

LA ESTIMACIÓN Y LA PREDICCIÓN DE LOS COSTES

• función de costes

Función que relaciona el coste de producción y el nivel de producción y otras variables que la empresa puede controlar.

Una empresa que esté expandiendo o contrayendo sus operaciones necesita predecir cómo evolucionarán sus costes a medida que varíe la producción. Los costes futuros pueden estimarse a partir de una **función de costes**, que relaciona el coste de producción con el nivel de producción y otras variables que puede controlar la empresa.

Supongamos que quisiéramos caracterizar el coste de producción a corto plazo de la industria automovilística. Podríamos obtener datos sobre el número de automóviles Q producidos por cada compañía y relacionar esta información con el coste variable de producción CV. La utilización del coste variable en lugar del coste total evita el problema de tratar de atribuir el coste fijo del proceso de producción de una empresa que fabrica muchos productos al producto específico que esté estudiándose ¹⁴.

La Figura 7.14 muestra un patrón representativo de los datos sobre los costes y los niveles de producción. Cada punto del gráfico relaciona el nivel de producción de una compañía de automóviles con su coste variable de producción. Para predecir los costes exactamente, necesitamos averiguar la relación subyacente entre el coste variable y el nivel de producción. En ese caso, si una compañía expande su producción, podemos calcular los costes que entrañará probablemente. La curva de la figura se ha trazado teniéndolo en cuenta: ofrece un ajuste razonablemente bueno de los datos sobre los costes (normalmente, se utilizaría un análisis de regresión mediante el método de los mínimos cuadrados para ajustar la curva a los datos). Pero ¿cuál es la forma de la curva más adecuada y cómo la representamos algebraicamente?

He aquí una función de costes que podríamos elegir:

$$CV = \beta q \quad (7.9)$$

Esta relación *lineal* entre el coste y el nivel de producción, aunque es fácil de utilizar, solo puede aplicarse si el coste marginal es constante ¹⁵. Por cada aumen-

La regresión de mínimos cuadrados se explica en el apéndice de este libro.

¹⁴ Si se necesita una máquina más cuando se eleva el nivel de producción, el coste anual de alquiler de los bienes de capital debe contabilizarse como un coste variable. Sin embargo, si puede utilizarse la misma máquina en todos los niveles de producción, su coste es fijo y no debe incluirse.

¹⁵ En los análisis estadísticos de los costes, podrían añadirse otras variables de producción a la función de costes para tener en cuenta las diferencias entre los costes de los factores, los procesos de producción, la combinación de productos, etc., de las empresas.

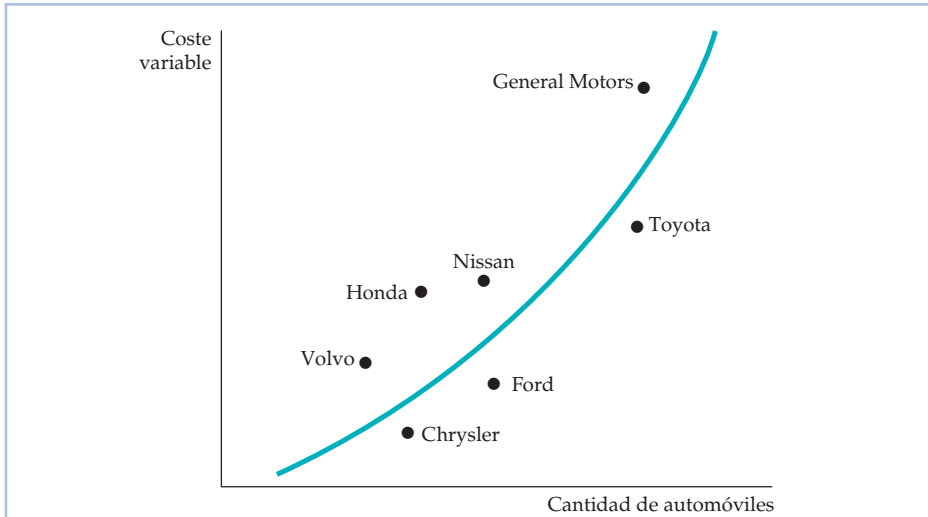


FIGURA 7.14 La curva de coste variable de la industria automovilística

La curva de coste variable puede estimarse empíricamente utilizando datos de las empresas de una industria. La curva de coste variable de la producción de automóviles se obtiene determinando estadísticamente la curva que mejor ajusta los puntos que relacionan el nivel de producción de cada empresa y el coste variable de producción.

to unitario del nivel de producción, el coste variable aumenta en β , por lo que el coste marginal es constante e igual a β .

Si queremos que la curva de coste medio tenga forma de U y que el coste marginal no sea constante, debemos utilizar una función de costes más compleja. Una posibilidad es la función de costes *cuadrática*, que relaciona el coste variable con el nivel de producción y con el nivel de producción al cuadrado:

$$CV = \beta q + \gamma q^2 \quad (7.10)$$

Esta función implica una curva de coste marginal en línea recta de la forma $CM = \beta + 2\gamma q$ ¹⁶. El coste marginal aumenta con el nivel de producción si γ tiene un valor positivo y disminuye cuando aumenta el nivel de producción si γ tiene un valor negativo.

Si la curva de coste marginal no es lineal, podemos utilizar una función de costes *cúbica*:

$$CV = \beta q + \gamma q^2 + \delta q^3 \quad (7.11)$$

La Figura 7.15 muestra esta función de costes cúbica. Implica que tanto la curva de coste marginal como la de coste medio tienen forma de U.

Las funciones de costes pueden ser difíciles de medir por varias razones. En primer lugar, los datos sobre la producción suelen representar un agregado de diferentes tipos de productos. Por ejemplo, los automóviles producidos por General Motors son de diferentes modelos. En segundo lugar, los datos sobre los costes suelen obtenerse directamente de información contable que no tiene en

¹⁶ El coste marginal a corto plazo viene dado por $\Delta CV / \Delta q = \beta + \gamma \Delta (q^2) / \Delta q = 2\gamma q$ (verifíquelo el lector por medio del cálculo o de un ejemplo numérico). Por tanto, $CM = \beta + 2\gamma q$.

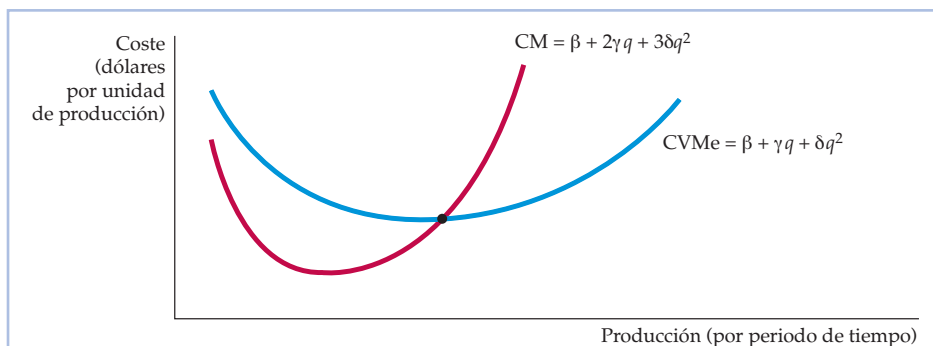


FIGURA 7.15 La función de costes cúbica

Una función de costes cúbica implica que las curvas de coste medio y marginal tienen forma de U.

cuenta los costes de oportunidad. En tercer lugar, es difícil atribuir los costes de mantenimiento y otros costes de la planta a un determinado producto cuando la empresa es un conglomerado que produce más de una línea de productos.

Las funciones de costes y la medición de las economías de escala

Recuérdese que la elasticidad del coste con respecto a la producción, E_C , es menor que 1 cuando hay economías de escala y mayor que 1 cuando hay deseconomías de escala. El *índice de economías de escala* (IEE) es un índice que indica si hay o no economías de escala. Se define de la forma siguiente:

$$\text{IEE} = 1 - E_C \quad (7.12)$$

Cuando $E_C = 1$, $\text{IEE} = 0$ y no hay ni economías ni deseconomías de escala. Cuando E_C es mayor que 1, IEE es negativo y hay deseconomías de escala. Finalmente, cuando E_C es menor que 1, IEE es positivo y hay economías de escala.

EJEMPLO 7.7

Las funciones de costes de la energía eléctrica



En 1955, los consumidores estadounidenses compraron 369.000 millones de kilovatios-hora (kvh) de electricidad; en 1970, compraron 1,083 billones. Como en 1970 había menos compañías eléctricas, la producción por empresa había aumentado significativamente. ¿Se debió este aumento a las economías de escala o a otros factores? Si se debió a las eco-

nomías de escala, sería económicamente ineficiente que el Estado «destruyera» los monopolios de las compañías eléctricas.



Existe un interesante estudio de las economías de escala basado en los años 1955 y 1970 que se refiere a compañías propiedad de sus inversores cuyos ingresos eran superiores a un millón de dólares ¹⁷. El coste de la energía eléctrica se estimó utilizando una función de costes algo más complicada que las funciones cuadrática y cúbica que hemos analizado antes ¹⁸. El Cuadro 7.4 muestra las estimaciones resultantes del índice de economías de escala. Los resultados se basan en una clasificación de todas las compañías en cinco categorías según su tamaño y se indica el nivel mediano de producción (expresado en kilovatios-hora) correspondiente a cada categoría.

CUADRO 7.4 Las economías de escala en la industria de energía eléctrica					
Producción (millones de kwh)	43	338	1.109	2.226	5.819
Valor de IEE, 1955	0,41	0,26	0,16	0,10	0,04

Los valores positivos del IEE nos indican que todos los tamaños de las empresas tenían algunas economías de escala en 1955. Sin embargo, la magnitud de las economías de escala disminuye a medida que aumenta el tamaño de la empresa. La Figura 7.16 muestra la curva de coste medio relacionada con el estudio de 1955 que se denomina 1955. El coste medio mínimo se encuentra

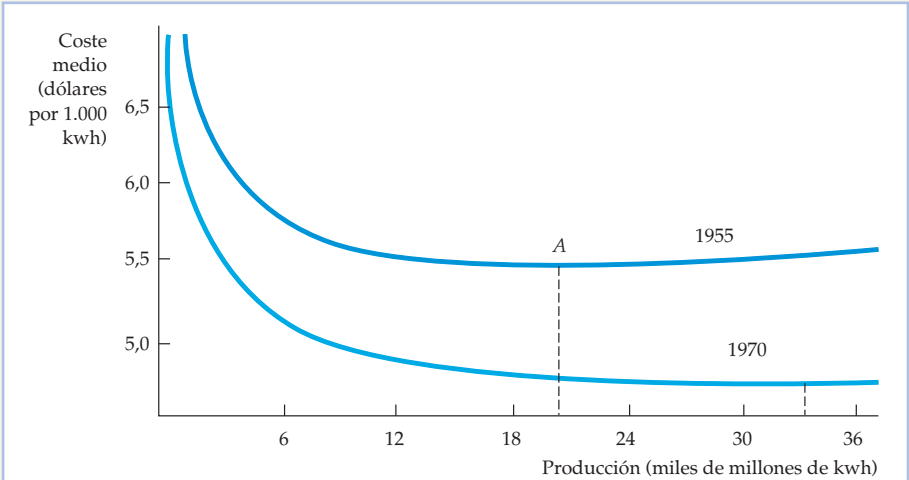


FIGURA 7.16 El coste medio de producción en la industria de energía eléctrica

El coste medio de la energía eléctrica en 1955 era mínimo cuando se producían alrededor de 20.000 millones de kilovatios-hora. En 1970, había descendido acusadamente y había alcanzado un mínimo en un nivel de producción superior a los 33.000 millones de kilovatios-hora.

¹⁷ Este ejemplo se basa en Laurits Christensen y William H. Greene, «Economies of Scale in U. S. Electric Power Generation», *Journal of Political Economy*, 84, 1976, págs. 655-676.
¹⁸ La función de costes translogarítmica que se utilizó ofrece una relación funcional más general que cualquiera de las que hemos analizado.



en el punto A, que corresponde a un nivel de producción de unos 20.000 millones de kilovatios. Como en 1955 no había empresas de estas dimensiones, ninguna había agotado la posibilidad de obtener rendimientos de escala en la producción. Obsérvese, sin embargo, que la curva de coste medio es relativamente plana a partir de un nivel de producción de 9.000 millones de kilovatios, intervalo en el que producían 7 de 124 empresas.

Cuando se estimaron las mismas funciones de costes con datos de 1970, el resultado fue la curva de costes llamada 1970 en la Figura 7.16. El gráfico muestra claramente que los costes medios de producción descendieron entre 1955 y 1970 (los datos se expresan en dólares reales de 1970). Pero la parte plana de la curva ahora comienza en unos 15.000 millones de kilovatios-hora. En 1970, 24 de 80 empresas producían en este intervalo. Por tanto, había muchas más empresas produciendo en el tramo plano de la curva de coste medio en el que las economías de escala no son un fenómeno significativo. Y lo que es más importante, la mayoría de las empresas producían en un tramo de la curva de costes de 1970 que era más plano que el correspondiente al punto en el que producían en la curva de 1955 (cinco empresas se encontraban en un punto de deseconomías de escala: Consolidated Edison [IEE = - 0,003], Detroit Edison [IEE = - 0,004], Duke Power [IEE = - 0,012], Commonwealth Edison [IEE = - 0,014] y Southern [IEE = - 0,028]). Por tanto, las economías de escala sin explotar eran mucho menores en 1970 que en 1955.

Este análisis basado en las funciones de costes deja claro que el descenso del coste de producción de energía eléctrica no puede atribuirse a la capacidad de las empresas más grandes para aprovechar las economías de escala, sino que las mejoras tecnológicas no relacionadas con la escala de operaciones de la empresa y el descenso del coste real de los factores energéticos, como el carbón y el petróleo, son importantes causas de la reducción de los costes. La tendencia descendente del coste medio provocada por un desplazamiento hacia la derecha a lo largo de una curva de coste medio es mínima en comparación con el efecto de la mejora de la tecnología.

RESUMEN

1. Los directivos, los inversores y los economistas deben tener en cuenta el *coste de oportunidad* de la utilización de los recursos de la empresa, es decir, el coste correspondiente a las oportunidades a las que se renuncia cuando la empresa utiliza sus recursos en su siguiente mejor alternativa.
2. Un *coste irrecuperable* es un gasto que se ha realizado y que no puede recuperarse. Una vez que se ha incurrido en él, no debe tenerse en cuenta cuando se toman decisiones económicas en el futuro.
3. A corto plazo, uno o más factores de la empresa se mantienen fijos. El coste total puede dividirse en coste fijo y coste variable. El *coste marginal* de una empresa es el coste variable adicional correspondiente a cada unidad adicional de producción. El *coste variable medio* es el coste variable total dividido por el número total de unidades de producción.
4. A corto plazo, cuando no todos los factores son variables, la presencia de rendimientos decrecientes determina la forma de las curvas de coste. En concreto, existe una relación inversa entre el producto marginal de un único factor variable y el coste marginal de producción. Las curvas de coste variable medio y coste total medio tienen forma de U. La curva de coste marginal a corto plazo es ascendente una vez traspasado un determinado punto y corta a ambas curvas de coste medio desde abajo en sus puntos mínimos.
5. A largo plazo, todos los factores que intervienen en el proceso de producción son variables. Por tanto, la elección de los factores depende tanto de los costes relativos



de los factores de producción como del grado en que la empresa puede sustituir unos factores por otros en su proceso de producción. La elección de factores minimizadora de los costes se realiza hallando el punto de tangencia de la isocuanta que representa el nivel de producción deseado y una recta isocoste.

6. La *senda de expansión* de la empresa describe cómo varían sus elecciones de factores minimizadoras de los costes a medida que aumenta el nivel de producción. Por tanto, la senda de expansión suministra útil información relevante para las decisiones de planificación a largo plazo.
7. La curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de las curvas de coste medio a corto plazo de la empresa y refleja la presencia o la ausencia de rendimientos de escala. Cuando hay rendimientos crecientes de escala inicialmente y después rendimientos decrecientes, la curva de coste medio a largo plazo tiene forma de U y la envolvente no comprende todos los puntos de coste medio a corto plazo mínimo.
8. Una empresa disfruta de *economías de escala* cuando puede duplicar su producción con un coste inferior al doble. Por tanto, hay *deseconomías de escala* cuando una duplicación del nivel de producción exige más del doble del coste. Hay *economías y deseconomías de escala* incluso cuando las proporciones de factores son variables; solo hay rendimientos de escala cuando las proporciones de factores son fijas.
9. Cuando una empresa produce dos (o más) productos, es importante observar si hay *economías de alcance* en la producción. Hay *economías de alcance* cuando la empresa puede producir cualquier combinación de los dos productos de un modo más barato que dos empresas independientes produciendo cada una de ellas un único producto. El grado de *economías de escala* se mide por medio de la reducción porcentual que experimenta el coste cuando una empresa produce dos productos en relación con el coste de producirlos por separado.
10. El coste medio de producción de una empresa puede disminuir con el paso del tiempo si esta «aprende» a producir más eficazmente. La *curva de aprendizaje* indica cuánto disminuye la cantidad del factor necesaria para obtener un determinado nivel de producción cuando se incrementa la producción acumulada de la empresa.
11. Las funciones de costes relacionan el coste de producción y el nivel de producción de la empresa. Pueden medirse tanto a corto como a largo plazo utilizando datos sobre las empresas de una industria correspondientes a un determinado periodo o datos de una industria a lo largo del tiempo. Para representar las funciones de costes pueden utilizarse algunas relaciones funcionales, entre las que se encuentran la lineal, la cuadrática y la cúbica.

TEMAS DE REPASO

1. Una empresa paga a su contable una cantidad fija de 10.000 dólares. ¿Es este un coste explícito o implícito?
2. El dueño de una pequeña tienda minorista realiza su propio trabajo contable. ¿Cómo mediría usted el coste de oportunidad de su trabajo?
3. Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.
 - a. Si el propietario de una empresa no se paga a sí mismo un salario, el coste contable es cero, pero el coste económico es positivo.
 - b. Una empresa que tiene un beneficio contable positivo no tiene por qué tener un beneficio económico positivo.
 - c. Si una empresa contrata a un trabajador que está actualmente desempleado, el coste de oportunidad de utilizar los servicios de ese trabajador es cero.
4. Suponga que el trabajo es el único factor variable en el proceso de producción. Si el coste marginal de producción es decreciente a medida que se producen más unidades, ¿qué puede decir del producto marginal del trabajo?
5. Suponga que un fabricante de sillas observa que la relación marginal de sustitución técnica de trabajo por capital en su proceso de producción es significativamente mayor que el cociente entre el alquiler de la maquinaria y el salario del trabajo de la cadena de montaje. ¿Cómo debe alterar su utilización de capital y trabajo para minimizar el coste de producción?
6. ¿Por qué son rectas las líneas isocoste?
7. Suponga que el coste marginal de producción es creciente. ¿Puede saber si el coste variable medio es creciente o decreciente? Explique su respuesta.
8. Suponga que el coste marginal de producción es mayor que el coste variable medio. ¿Puede saber si el coste variable medio es creciente o decreciente? Explique su respuesta.
9. Si las curvas de coste medio de la empresa tienen forma de U, ¿por qué alcanza su curva de coste variable medio su punto mínimo en un nivel de producción más bajo que la curva de coste total medio?
10. Si una empresa disfruta de *economías de escala* hasta un determinado nivel de producción y el coste aumenta entonces proporcionalmente con el nivel de producción, ¿qué puede decir sobre la forma de su curva de coste medio a largo plazo?



11. ¿Cómo varía la senda de expansión a largo plazo de la empresa cuando varía el precio de un factor?
12. Distinga entre las economías de escala y las economías de alcance. ¿Por qué pueden existir las unas sin las otras?
13. ¿Es la senda de expansión de la empresa siempre una línea recta?
14. ¿Qué diferencia hay entre economías de escala y rendimientos de escala?

EJERCICIOS

1. José abandona su trabajo de programador informático, en el que ganaba 50.000 dólares al año para montar su propia empresa de programas informáticos en un edificio de su propiedad que antes tenía alquilado por 24.000 dólares al año. Durante el primer año, tiene los gastos siguientes: el sueldo que se paga a sí mismo, 40.000 dólares; el alquiler, 0 dólares; otros gastos, 25.000 dólares. Halle el coste contable y el coste económico de la empresa de programas informáticos de José.
2. a. Rellene los huecos del cuadro de abajo.
b. Represente gráficamente el coste marginal, el coste variable medio y el coste total medio colocando el coste en el eje de ordenadas y la cantidad en el de abscisas.
3. Una empresa tiene un coste de producción fijo de 5.000 dólares y un coste marginal de producción constante de 500 dólares por unidad producida.
a. ¿Cuál es la función de coste total de la empresa? ¿Y la de coste medio?
b. Si la empresa quisiera minimizar el coste total medio, ¿decidiría ser muy grande o muy pequeña? Explique su respuesta.
4. Suponga que una empresa debe pagar un impuesto anual, que es una cantidad fija e independiente de que produzca o no.
 - a. ¿Cómo afecta este impuesto a los costes fijos, marginales y medios de la empresa?
 - b. Ahora suponga que la empresa debe pagar un impuesto proporcional al número de artículos que produce. ¿Cómo afecta, una vez más, este impuesto a los costes fijos, marginales y medios de la empresa?
5. Recientemente, *Business Week* publicó lo siguiente:

Durante la reciente caída de las ventas de automóviles, GM, Ford y Chrysler llegaron a la conclusión de que era más barato vender automóviles a compañías de alquiler experimentando pérdidas que despedir a algunos trabajadores. Eso se debe a que cerrar y reabrir plantas es caro, debido en parte a que los convenios colectivos actuales de los fabricantes de automóviles les obligan a pagar a muchos trabajadores aunque no trabajen.

Cuando en el artículo se analiza la venta de automóviles «experimentando pérdidas», ¿se refiere a los beneficios contables o a los beneficios económicos? ¿En qué se diferenciarían ambos en este caso? Explique brevemente su respuesta.

Unidades de producción	Coste fijo	Coste variable	Coste total	Coste marginal	Coste fijo medio	Coste variable medio	Coste total medio
0			100				
1			125				
2			145				
3			157				
4			177				
5			202				
6			236				
7			270				
8			326				
9			398				
10			490				



6. Suponga que la economía entra en una recesión y que los costes laborales descienden un 50 por ciento y se espera que permanezcan mucho tiempo en ese nivel. Muestre gráficamente cómo afecta esta variación del precio relativo del trabajo y del capital a la senda de expansión de la empresa.
7. El coste de transportar un avión de pasajeros del punto A al B es de 50.000 dólares. La compañía aérea hace esta ruta cuatro veces al día: a las 7 de la mañana, a las 10 de la mañana, a la 1 de la tarde y a las 4 de la tarde. El primer y el último vuelo van al límite de su capacidad con 240 personas. El segundo y el tercero solo se llenan la mitad. Halle el coste medio por pasajero de cada vuelo. Suponga que la compañía lo contrata como consultor de marketing y quiere saber qué tipo de cliente debe atraer: el cliente que no viaja en hora punta (el usuario de los dos vuelos intermedios) o el cliente que viaja en hora punta (el usuario del primer y el último vuelo). ¿Qué consejo le daría?
8. Usted gestiona una planta en la que se producen motores en serie por medio de equipos de trabajadores que utilizan máquinas de montaje. La tecnología se resume por medio de la función de producción

$$q = 5 KL$$

donde q es el número de motores a la semana, K es el número de máquinas de montaje y L es el número de equipos de trabajo. Cada máquina de montaje se alquila a $r = 10.000$ dólares semanales y cada equipo cuesta $w = 5.000$ dólares semanales. Los costes de los motores vienen dados por el coste de los equipos de trabajo y de las máquinas más 2.000 dólares por motor correspondientes a materias primas. Su planta tiene una instalación fija de 5 máquinas de montaje como parte de su diseño.

- a. ¿Cuál es la función de coste de su planta, a saber, cuánto cuesta producir q motores? ¿Cuáles son los costes medio y marginal de producir q motores? ¿Cómo varían los costes medios cuando varía la producción?
- b. ¿Cuántos equipos se necesitan para producir 250 motores? ¿Cuál es el coste medio por motor?
- c. Se le pide que haga recomendaciones para diseñar unas nuevas instalaciones de producción. ¿Qué relación capital/trabajo (K/L) debería tener la nueva planta si quiere reducir lo más posible el coste total de producir cualquier cantidad q ?
9. La función de costes a corto plazo de una empresa viene dada por la ecuación $CT = 200 + 55q$, donde CT es el coste total y q es la cantidad total de producción, expresados ambos en miles.
 - a. ¿Cuál es el coste fijo de la empresa?
 - b. Si la empresa produjera 100.000 unidades de bienes, ¿cuál sería su coste variable medio?

- c. ¿Cuál sería su coste marginal de producción?
- d. ¿Cuál sería su coste fijo medio?
- e. Suponga que la compañía pide un préstamo y amplía su fábrica. Su coste fijo aumenta 50.000 dólares, pero su coste variable desciende a 45.000 por 1.000 unidades. El coste de los intereses (i) también entra en la ecuación. Cada aumento del tipo de interés de un punto eleva los costes en 3.000 dólares. Formule la nueva ecuación de costes.
- *10. Un fabricante de sillas contrata a la mano de obra de la cadena de montaje a 30 dólares la hora y calcula que el coste de alquiler de su maquinaria es de 15 la hora. Suponga que una silla puede producirse utilizando 4 horas de trabajo o de maquinaria en cualquier combinación. Si la empresa está utilizando actualmente 3 horas de trabajo por cada hora de tiempo de máquina, ¿está minimizando sus costes de producción? En caso afirmativo, ¿por qué? En caso negativo, ¿cómo puede mejorar la situación? Represente gráficamente la isocuanta y las dos rectas isocoste correspondientes a la combinación actual de trabajo y capital y a la combinación óptima de trabajo y capital.
- *11. Suponga que la función de producción de una empresa es $q = 10L^{1/2}K^{1/2}$. El coste de una unidad de trabajo es de 20 dólares y el coste de una unidad de capital es de 80 dólares.
 - a. La empresa está produciendo actualmente 100 unidades de producción y ha decidido que las cantidades de trabajo y de capital minimizadas de los costes son 20 y 5, respectivamente. Muéstrelo gráficamente utilizando isocuantas y rectas isocostes.
 - b. Ahora la empresa quiere aumentar la producción a 140 unidades. Si el capital es fijo a corto plazo, ¿cuánto trabajo necesitará la empresa? Muéstrelo gráficamente y halle el nuevo coste total de la empresa.
 - c. Identifique gráficamente el nivel de capital y de trabajo que minimiza el coste a largo plazo si la empresa quiere producir 140 unidades.
 - d. Si la relación marginal de sustitución técnica es K/L , halle el nivel óptimo de capital y de trabajo necesario para producir las 140 unidades.
- *12. La función de costes de una compañía de computadoras, que relaciona su coste medio de producción CMe y su producción acumulada en miles de computadoras Q y su tamaño de planta en miles de computadoras producidas al año q (dentro del intervalo de producción de 10.000 a 50.000 computadoras), viene dada por

$$CMe = 10 - 0,1Q + 0,3q$$

- a. ¿Existe un efecto de la curva de aprendizaje?
- b. ¿Hay rendimientos crecientes o decrecientes de escala?



- c. Durante su existencia, la empresa ha producido un total de 40.000 computadoras y está produciendo 10.000 al año. El próximo año planea aumentar su producción a 12.000. ¿Aumentará o disminuirá su coste medio de producción? Explique su respuesta.
- *13. Suponga que la función de coste total a largo plazo de una industria viene dada por la ecuación cúbica $CT = a + bq + cq^2 + dq^3$. Muestre (mediante el cálculo) que esta función de coste total es coherente con una curva de coste medio en forma de U al menos en el caso de algunos valores de los parámetros a , b , c y d .
- *14. Una compañía de computadoras produce computadoras y programas utilizando la misma planta y el mismo trabajo. El coste total de producción de equipos H y programas S viene dado por

$$CT = aH + bS - cHS$$

donde a , b y c son positivos. ¿Es esta función de coste total coherente con la presencia de economías o deseconomías de escala? ¿Y con la presencia de economías o deseconomías de alcance?

Apéndice del Capítulo 7



LA TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN Y LOS COSTES: ANÁLISIS MATEMÁTICO

En este apéndice, presentamos un análisis matemático de los elementos básicos de la teoría de la producción y de los costes. Al igual que en el apéndice del Capítulo 4, utilizamos el método de los multiplicadores de Lagrange para resolver el problema de minimización de los costes de la empresa.

La minimización de los costes

La teoría de la empresa se basa en el supuesto de que las empresas eligen los factores del proceso de producción que minimizan el coste de producción. Si hay dos factores, capital K y trabajo L , la función de producción $F(K, L)$ describe el nivel máximo de producción que puede obtenerse con cada combinación posible de factores. Suponemos que cada uno de los factores del proceso de producción tiene productos marginales positivos pero decrecientes. Por tanto, expresando el producto marginal del capital y del trabajo de la manera siguiente, $PM_K(K, L) = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K}$ y $PM_L(K, L) = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L}$, respectivamente, tenemos que

$$PM_K(K, L) = \frac{\partial F(K, L)}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial K^2} < 0$$
$$PM_L(K, L) = \frac{\partial F(K, L)}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial^2 F(K, L)}{\partial L^2} < 0$$

Una empresa competitiva considera dados los precios tanto del trabajo w como del capital r . En ese caso, el problema de minimización de los costes puede expresarse de la manera siguiente:

$$\text{Minimizar } C = wL + rK \quad (\text{A7.1})$$

sujeto a la restricción de que debe producirse una cantidad fija q_0 :

$$F(K, L) = q_0 \quad (\text{A7.2})$$

C representa el coste de producir una cantidad fija q_0 .

Para hallar la demanda de los factores capital y trabajo de la empresa, elegimos los valores de K y L que minimizan la expresión (A7.1) sujeta a la condición (A7.2). Resolvemos este problema de optimización restringida en tres pasos utilizando el método analizado en el apéndice del Capítulo 4:

- **Primer paso:** Formulamos el lagrangiano, que es la suma de dos componentes: el coste de producción (que se quiere minimizar) y el multiplicador de Lagrange λ multiplicado por la restricción de la producción a la que está sujeta la empresa:

$$\Phi = wL + rK - \lambda[F(K, L) - q_0] \quad (\text{A7.3})$$



- **Segundo paso:** Diferenciamos el lagrangiano con respecto a K , L y λ e igualamos las derivadas a cero para obtener las condiciones necesarias para alcanzar un mínimo ¹:

$$\begin{aligned}\partial\Phi / \partial K &= r - \lambda PM_K(K, L) = 0 \\ \partial\Phi / \partial L &= w - \lambda PM_L(K, L) = 0 \\ \partial\Phi / \partial \lambda &= q_0 - F(K, L) = 0\end{aligned}\tag{A7.4}$$

- **Tercer paso:** En general, estas ecuaciones pueden resolverse para obtener los valores optimizadores de L , K y λ . Resulta especialmente instructivo combinar las dos primeras condiciones de (A7.4) para obtener

$$PM_K(K, L)/r = PM_L(K, L)/w\tag{A7.5}$$

La ecuación (A7.5) nos dice que si la empresa está minimizando los costes, elegirá las cantidades de factores que igualen el cociente entre el producto marginal de cada uno y su precio. Esta es exactamente la misma condición que hemos obtenido en la ecuación 7.4 (página 266) de este capítulo.

Por último, podemos reescribir las dos primeras condiciones de (A7.4) para evaluar el multiplicador de Lagrange:

$$\begin{aligned}r - \lambda PM_K(K, L) = 0 &\Rightarrow \lambda = \frac{r}{PM_K(K, L)} \\ w - \lambda PM_L(K, L) = 0 &\Rightarrow \lambda = \frac{w}{PM_L(K, L)}\end{aligned}\tag{A7.6}$$

Supongamos que la producción aumenta en una unidad. Como el producto marginal del capital mide la producción adicional correspondiente a una cantidad adicional de capital, $1/PM_K(K, L)$ mide el capital adicional necesario para obtener una unidad más de producción. Por tanto, $r/PM_K(K, L)$ mide el coste adicional de obtener una unidad más de producción aumentando el capital. Asimismo, $w/PM_L(K, L)$ mide el coste adicional de obtener una unidad más de producción utilizando más trabajo como factor. En ambos casos, el multiplicador de Lagrange es igual al coste marginal de producción, porque indica cuánto aumenta el coste si se incrementa la cantidad en una unidad.

La relación marginal de sustitución técnica

Recuérdese que una *isocuanta* es una curva que representa el conjunto de todas las combinaciones de factores que proporcionan a la empresa el mismo nivel de producción, por ejemplo, q_0 . Por tanto, la condición de que $F(K, L) = q_0$ representa una isocuanta de producción. Cuando se alteran las combinaciones de factores a lo largo de una isocuanta, la variación de la producción, que viene dada por la derivada total de $F(K, L)$, es igual a cero (es decir, $dq = 0$). Por tanto,

$$PM_K(K, L)dK + PM_L(K, L)dL = dq = 0\tag{A7.7}$$

¹ Estas condiciones son necesarias para llegar a una solución en la que las cantidades de ambos factores sean positivas.



Reordenando, tenemos que

$$-dK/dL = \text{RMST}_{LK} = \text{PM}_L(K, L) / \text{PM}_K(K, L) \quad (\text{A7.8})$$

donde RMST_{LK} es la relación marginal de sustitución técnica entre el trabajo y el capital.

Ahora, reformulando la condición de (A7.5), tenemos que

$$\text{PM}_L(K, L) / \text{PM}_K(K, L) = w/r \quad (\text{A7.9})$$

Como el primer miembro de (A7.8) representa la negativa de la pendiente de la isocuanta, en el punto de tangencia de la isocuanta y la recta isocoste, la relación marginal de sustitución técnica de la empresa (que indica el intercambio de factores manteniendo constante la producción) es igual a la relación de precios de los factores (que representa la pendiente de la recta isocoste de la empresa).

Este resultado puede observarse de otra manera reformulando de nuevo la ecuación (A7.9):

$$\text{PM}_L/w = \text{PM}_K/r \quad (\text{A7.10})$$

La ecuación (A7.10) es igual que la (A7.5) y nos dice que los productos marginales de todos los factores de producción deben ser iguales cuando estos productos se ajustan por medio del coste unitario de cada factor.

La dualidad en la producción y la teoría de los costes

Al igual que en la teoría del consumidor, la decisión de la empresa relacionada con los factores tiene un carácter dual. La elección óptima de K y L puede analizarse no solo como un problema consistente en elegir la recta isocoste más baja tangente a la isocuanta de producción, sino también como un problema consistente en elegir la isocuanta de producción más alta tangente a una determinada recta isocoste. Supongamos que queremos gastar C_0 en la producción. El problema dual pregunta qué combinación de K y L generará la máxima producción con un coste de C_0 . Podemos ver la equivalencia de los dos enfoques resolviendo el siguiente problema:

$$\text{Maximizar } F(K, L) \text{ sujeta a } wL + rK = C_0$$

Podemos resolver este problema utilizando el método de Lagrange:

- **Primer paso:** Formulamos el lagrangiano

$$\Phi = F(K, L) - \mu(wL + rK - C_0) \quad (\text{A7.12})$$

donde μ es el multiplicador de Lagrange.

- **Segundo paso:** Diferenciamos el lagrangiano con respecto a K , L y μ e igualamos a cero cada una de las ecuaciones resultantes para hallar las condiciones necesarias para la maximización de la producción:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial K} &= \text{PM}_K(K, L) - \mu r = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial L} &= \text{PM}_L(K, L) - \mu w = 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial \mu} &= wL + rK - C_0 = 0 \end{aligned} \quad (\text{A7.13})$$



- **Tercer paso:** normalmente, podemos utilizar las ecuaciones de A7.13 para hallar K y L . En particular, combinamos las dos primeras ecuaciones para ver que

$$\begin{aligned}\mu &= \frac{PM_K(K, L)}{r} \\ \mu &= \frac{PM_L(K, L)}{w} \\ \Rightarrow \frac{PM_K(K, L)}{r} &= \frac{PM_L(K, L)}{w}\end{aligned}\tag{A7.14}$$

Este resultado es igual que el de A7.5, es decir, la condición necesaria para la minimización de los costes.

Las funciones de costes y de producción Cobb-Douglas

Dada una determinada función de producción $F(K, L)$, podemos utilizar las condiciones (A7.13) y (A7.14) para hallar la *función de costes* $C(q)$. Para comprender este principio, utilicemos el ejemplo de una **función de producción Cobb-Douglas**. Esta función de producción es

$$F(K, L) = AK^\alpha L^\beta$$

donde A , α y β son constantes positivas.

Suponemos que $\alpha < 1$ y $\beta < 1$, por lo que los productos marginales del trabajo y del capital de la empresa son decrecientes². Si $\alpha + \beta = 1$, la empresa tiene *rendimientos constantes de escala*, ya que duplicando K y L , se duplica F . Si $\alpha + \beta > 1$, la empresa tiene *rendimientos crecientes de escala* y si $\alpha + \beta < 1$, tiene *rendimientos decrecientes de escala*.

Examinemos a modo de ejemplo la industria de alfombras descrita en el Ejemplo 6.4 (página 242). La producción tanto de las pequeñas empresas como de las grandes puede describirse por medio de funciones de producción Cobb-Douglas. En el caso de las empresas pequeñas, $\alpha = 0,77$ y $\beta = 0,23$. Como $\alpha + \beta = 1$, hay rendimientos constantes de escala. Sin embargo, en el caso de las empresas grandes, $\alpha = 0,83$ y $\beta = 0,22$. Por tanto, $\alpha + \beta = 1,05$, por lo que hay rendimientos crecientes de escala. La función de producción Cobb-Douglas se encuentra frecuentemente en economía y puede utilizarse para analizar muchos tipos de producción. Ya hemos visto cómo puede tener en cuenta las diferencias entre los rendimientos de escala. También puede tener en cuenta los cambios de la tecnología o de la productividad a través de los cambios del valor de A : cuanto mayor es el valor de A , más puede producirse, dado un nivel de K y L .

Para hallar las cantidades de capital y de trabajo que debe utilizar la empresa para minimizar el coste de producir q_0 , primero escribimos el lagrangiano:

$$\Phi = wL + rK - \lambda(AK^\alpha L^\beta - q_0)\tag{A7.15}$$

² Por ejemplo, si el producto marginal del trabajo viene dado por $PM_L = \partial[F(K, L)]/\partial L = \beta AK^\alpha L^{\beta-1}$, por lo que PM_L disminuye cuando L aumenta.

• **función de producción Cobb-Douglas** Función de producción de la forma $q = AK^\alpha L^\beta$, donde q es el nivel de producción, K es la cantidad de capital y L es la cantidad de trabajo y donde A , α y β son constantes.



Diferenciando con respecto a L , K y λ e igualando las derivadas a 0, tenemos que

$$\partial\Phi/\partial L = w - \lambda(\beta AK^\alpha L^{\beta-1}) = 0 \quad (\text{A7.16})$$

$$\partial\Phi/\partial K = r - \lambda(\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta) = 0 \quad (\text{A7.17})$$

$$\partial\Phi/\partial\lambda = AK^\alpha L^\beta - q_0 = 0 \quad (\text{A7.18})$$

A partir de la ecuación (A7.16), tenemos que

$$\lambda = w / \beta AK^\alpha L^{\beta-1} \quad (\text{A7.19})$$

Introduciendo este resultado en la ecuación (A7.17), tenemos que

$$r\beta AK^\alpha L^{\beta-1} = w\alpha AK^{\alpha-1} L^\beta \quad (\text{A7.20})$$

o sea,

$$L = \frac{\beta r}{\alpha w} K \quad (\text{A7.21})$$

A7.21 es la senda de expansión. Ahora utilizamos la ecuación (A7.21) para eliminar L de la ecuación (A7.18):

$$AK^\alpha \left(\frac{\beta r}{\alpha w} K \right)^\beta - q_0 = 0 \quad (\text{A7.22})$$

Reformulando la nueva ecuación, tenemos que

$$K^{\alpha+\beta} = \left(\frac{\alpha w}{\beta r} \right)^\beta \frac{q_0}{A} \quad (\text{A7.23})$$

o sea,

$$K = \left(\frac{\alpha w}{\beta r} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \quad (\text{A7.24})$$

A7.24 es la demanda del capital como factor. Hemos averiguado ya la cantidad de capital que minimiza los costes: por tanto, si queremos producir q_0 unidades de producción con el menor coste, (A7.24) nos dice cuánto capital debemos emplear como parte de nuestro plan de producción. Para averiguar la cantidad de trabajo que minimiza los costes, basta introducir la ecuación (A7.24) en la (A7.21):

$$L = \frac{\beta r}{\alpha w} K = \frac{\beta r}{\alpha w} \left[\left(\frac{\alpha w}{\beta r} \right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \right] \quad (\text{A7.25})$$

$$L = \left(\frac{\beta r}{\alpha w} \right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A} \right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

A7.25 es la demanda restringida del trabajo como factor. Obsérvese que si el salario w sube en relación con el precio del capital r , la empresa utilizará más ca-



pital y menos trabajo. Supongamos que como consecuencia de un cambio tecnológico, A aumenta (por lo que la empresa puede producir más con los mismos factores); en ese caso, tanto K como L disminuyen.

Hemos mostrado cómo puede utilizarse la minimización de los costes sujeta a una restricción de la producción para averiguar la combinación óptima de capital y trabajo de la empresa. Ahora averiguaremos la función de costes de la empresa. El coste total de obtener *cualquier nivel de producción* q puede hallarse sustituyendo en la ecuación $C = wL + rK$, K y L por sus valores de las ecuaciones (A7.24) y (A7.25). Tras algunas manipulaciones algebraicas, observamos que

$$C = w^{\beta/(\alpha+\beta)} r^{\alpha/(\alpha+\beta)} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\beta/(\alpha+\beta)} + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{-\alpha/(\alpha+\beta)} \right] \left(\frac{q}{A} \right)^{1/(\alpha+\beta)} \quad (\text{A7.26})$$

Esta *función de costes* nos dice (1) cómo aumenta el coste total de producción cuando aumenta el nivel de producción q y (2) cómo varían los costes cuando varían los precios de los factores. Cuando $\alpha + \beta$ es igual a 1, la ecuación (A7.26) se simplifica y se convierte en

$$C = w^{\beta} r^{\alpha} [(\alpha/\beta)^{\beta} + (\alpha/\beta)^{-\alpha}] (1/A) q \quad (\text{A7.27})$$

En este caso, pues, el coste aumenta proporcionalmente con la producción. Como consecuencia, el proceso de producción muestra rendimientos constantes de escala. Asimismo, si $\alpha + \beta$ es mayor que 1, hay rendimientos crecientes de escala y si es menor que 1, hay rendimientos decrecientes de escala.

La función de costes de la empresa contiene muchas características deseables. Para apreciarlo, consideremos la función especial de costes con rendimientos constantes de escala (A7.27). Supongamos que queremos producir q_0 , pero que nos enfrentamos a una duplicación del salario. ¿Cómo es de esperar que varíen nuestros costes? Los nuevos costes vienen dados por

$$C_1 = (2w)^{\beta} r^{\alpha} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\beta} + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{-\alpha} \right] \left(\frac{1}{A} \right) q_0 = 2^{\beta} w^{\beta} r^{\alpha} \underbrace{\left[\left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\beta} + \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{-\alpha} \right] \left(\frac{1}{A} \right) q_0}_{C_0} = 2^{\beta} C_0$$

Recuérdese que al comienzo de este apartado hemos partido del supuesto de que $\alpha < 1$ y $\beta < 1$. Por tanto, $C_1 < 2C_0$. Aunque se duplicaran los salarios, el coste de producción de q_0 no se duplicaría. Este es el resultado esperado. Si una empresa tuviera que pagar de repente más por el trabajo, sustituiría trabajo y emplearía una cantidad mayor del capital relativamente barato, controlando así el aumento de los costes totales.

Consideremos ahora el problema dual de maximizar el nivel de producción que puede obtenerse con un gasto de C_0 dólares. Dejamos al lector que resuelva este problema con una función de producción Cobb-Douglas. Deberá ser capaz de demostrar que las ecuaciones (A7.24) y (A7.25) describen las elecciones de los factores minimizadoras de los costes. Para ayudarlo a comenzar, observe que el lagrangiano de este problema dual es $\Phi = AK^{\alpha}L^{\beta} - \mu(wL + rK - C_0)$.



EJERCICIOS

- ¿Cuál de las siguientes funciones de producción muestra rendimientos crecientes, constantes o decrecientes de escala?
 - $F(K, L) = K^2L$
 - $F(K, L) = 10K + 5L$
 - $F(K, L) = (KL)^{0.5}$
- La función de producción de un producto viene dada por $q = 100KL$. Si el precio del capital es de 120 dólares al día y el del trabajo de 30 al día, ¿cuál es el coste mínimo de producir 1.000 unidades?
- Suponga que una función de producción viene dada por $F(K, L) = KL^2$ y que el precio del capital es de 10 dólares y el del trabajo de 15. ¿Qué combinación de trabajo y capital minimiza el coste de obtener un determinado nivel de producción?
- Suponga que el proceso de producir parkas ligeras por parte de Parkas Polly viene descrito por la función

$$q = 10K^{0.8}(L - 40)^{0.2}$$

donde q es el número de parkas producidas, K es el número de horas de máquinas de coser informatizadas y L es el número de horas de trabajo. Además de capital

y trabajo, se utilizan materias primas por valor de 10 dólares en la producción de cada parka.

- Minimizando el coste sujeto a la función de producción, halle las demandas de K y L minimizadoras del coste en función de la producción (q), los salarios (w) y los alquileres de las máquinas (r). Utilice estos resultados para hallar la función de coste total, es decir, los costes en función de q , r , w y el coste constante de materias primas de 10 dólares por unidad.
- Este proceso exige trabajadores cualificados, que ganan 32 dólares por hora. La tasa de alquiler de las máquinas usadas en el proceso es de 64 dólares por hora. A estos precios de los factores, ¿cuáles son los costes totales en función de q ? ¿Muestra esta tecnología costes decrecientes, constantes o crecientes?
- Parkas Polly planea producir 2.000 parkas a la semana. A los precios de los factores antes citados, ¿cuántos trabajadores debe contratar (a 40 horas semanales) y cuántas máquinas debe alquilar (a 40 horas-máquina semanales)? ¿Cuáles son el coste marginal y el coste medio correspondientes a este nivel de producción?