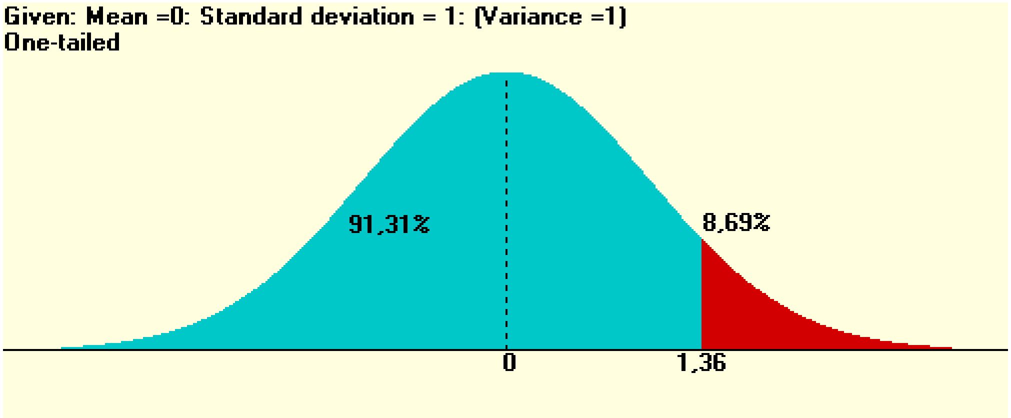
RESOLUCIONES DE ALGUNOS EJERCICIOS DEL TRABAJO PRÁCTICO N° 5

Estadística CA-C-D 2020

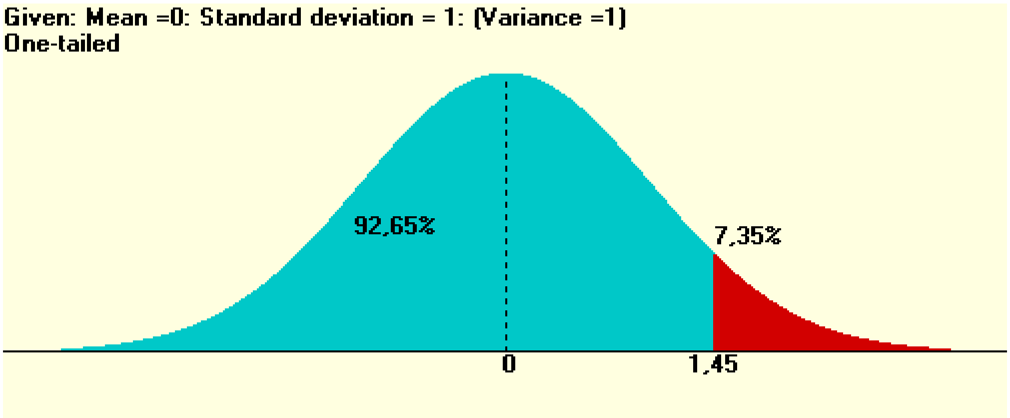
Ejercicio 1

i) a) P (Z < 1,36) = 0,9131 **Atención: se debería llegar al mismo resultado utilizando la tabla o la App**



b) P (Z ≤ 1,36) = 0,9131

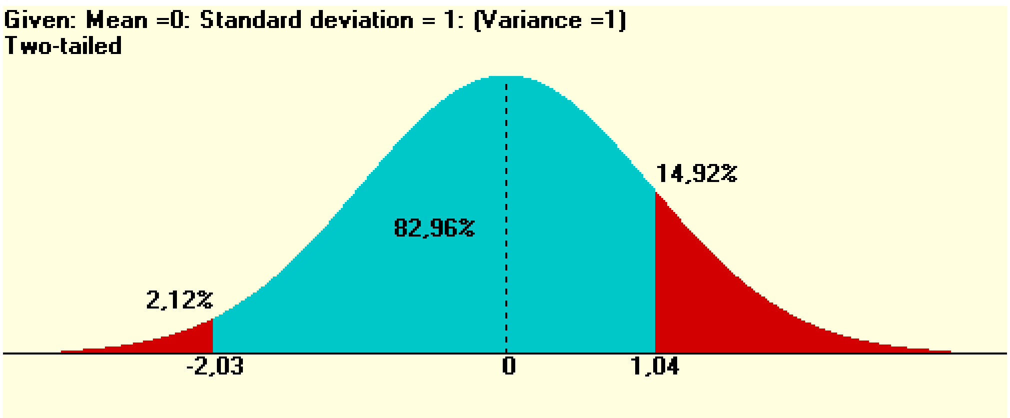
c) P (Z > 1,45) = 1 - P (Z < 1,45) = 1 - 0,9265 = 0,0735



d) P (1,26 < Z < 2,25) = P (Z < 2,25) – P (Z <1,26) = 0,9878 – 0,8962 = 0,0916

e) P (Z > 4,30) ≅ 0

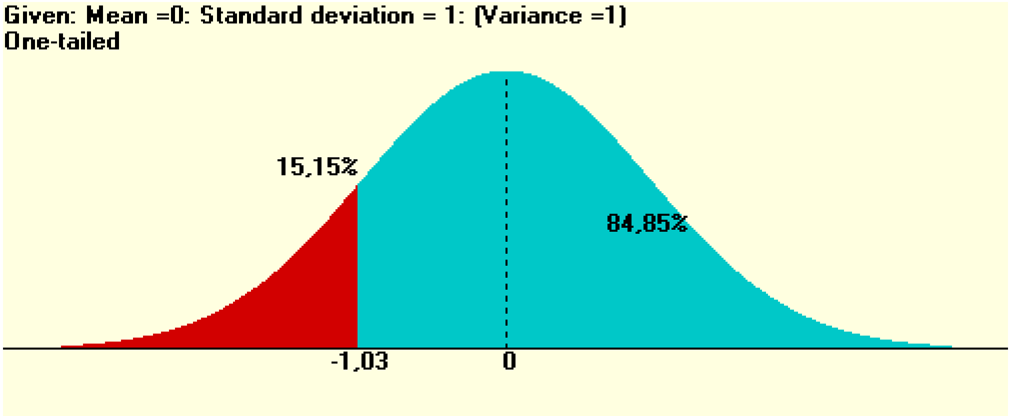
h) P (-2,03 < Z < 1,04) = P (Z < 1,04) – P (Z< -2,03) = 0,8508 – 0,0212 = 0,8296



j) P (Z = 1) = 0

ii) a) P (Z > c) = 0,8485, UTILIZANDO LA TABLA: para hallar c busco en tabla P (Z < c) = 0,1515 que es el área acumulada a la izquierda de c y es la probabilidad que nos daría la tabla si conociéramos el valor de c.

respuesta: c = -1,03 **Atención: debería llegar al mismo resultado si utilizara la App**



b) P (0 < Z < c) = 0,1808, UTILIZANDO LA TABLA: para hallar c busco en tabla P (Z < c) = P (Z < 0) + 0,1808= 0,5 + 0,1808 = 0,6808 que es el área acumulada a la izquierda de c y es la probabilidad que nos daría la tabla si conociéramos el valor de c.

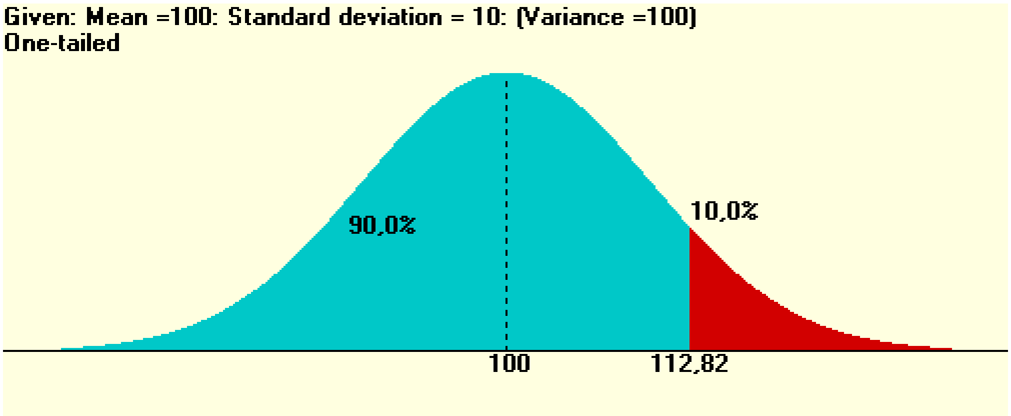
respuesta: c= 0,47 **Atención: debería llegar al mismo resultado si se utilizara la App**

iii) c) $P(X > X_3) = 0{,}10$, para hallar X_3 primero debo hallar el Z correspondiente y luego hallo X_3, por lo tanto:

1) primero busco en tabla $P (Z < z_0) = 0{,}90$ que es área acumulada a la izquierda de z_0 y es la que nos da la tabla

$z_0 = 1{,}28$

2) si $z_0 = 1{,}28$, $X_3 = z_0 \times \sigma + \mu = 1{,}28 \times 10 + 100 = 112{,}80$ **Atención: debería llegar al mismo resultado si se utilizara la App si hubiera alguna diferencia esta será mínima debido a que la tabla solo utiliza dos decimales para z y la App utiliza todos.**



Recordar en este inciso que por definición el desvío estándar es la raíz cuadrada de la varianza.

<u>Ejercicio 3</u>

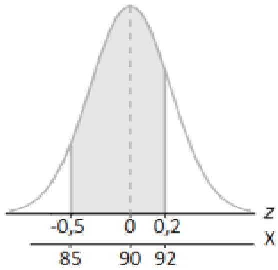
Atención: debería llegar al mismo resultado utilizando la tabla o la App

X = tiempo que tarda un alumno en entregar el examen final [minutos] $X \sim N (\mu = 90; \sigma = 10)$

a) i) P (85 < X < 92) =

Estandarizando nos queda:

P $(\frac{85-\mu}{\sigma} < Z < \frac{92-\mu}{\sigma})$ = P $(\frac{85-90}{10} < Z < \frac{92-90}{10})$ = P (-0,5 < Z < 0,2) =



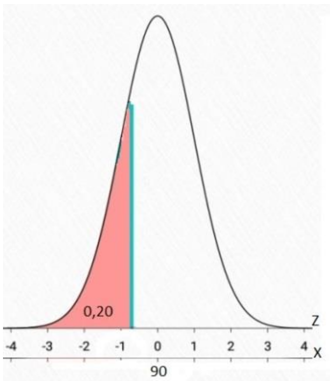
El objetivo es hallar el área pintada de gris (ver gráfico). Entonces al área acumulada desde -∞ hasta Z=0,2 le restamos el área desde -∞ hasta Z=-0,5. En términos probabilísticos se escribe:

P (-0,5 < Z < 0,2) = P (Z < 0,2) – P (Z < -0,5) = 0,5793 – 0,3085 = **0,2708** Atención: debería llegar al mismo resultado utilizando la tabla o la App

ii) Es una probabilidad condicional P (X < 95 / X > 90) $=\frac{P(X<95 \cap X>90)}{P(X>90)} = \frac{P(90<X<95)}{P(X>90)} =$

$$\frac{P\left(\frac{90-90}{10} < Z < \frac{95-90}{10}\right)}{P\left(Z > \frac{90-90}{10}\right)} = \frac{P(0 < Z < 0,5)}{P(Z>0)} = \frac{P(Z<0,5)-P(Z<0)}{P(Z>0)} = \frac{0,6915-0,5}{0,5} = \mathbf{0,383}$$

b) El 20% de los alumnos que menos tardan, es la cola de la izquierda de la campana. Donde termina esta cola (franja turquesa), es el valor máximo de z ó x que corresponde al 20% de los que menos tardan.



P (Z < Z_c) = 0,2

Con tabla o app, entro con el valor del área 0,20 y obtengo el valor de z:

Z_c =- 0,84

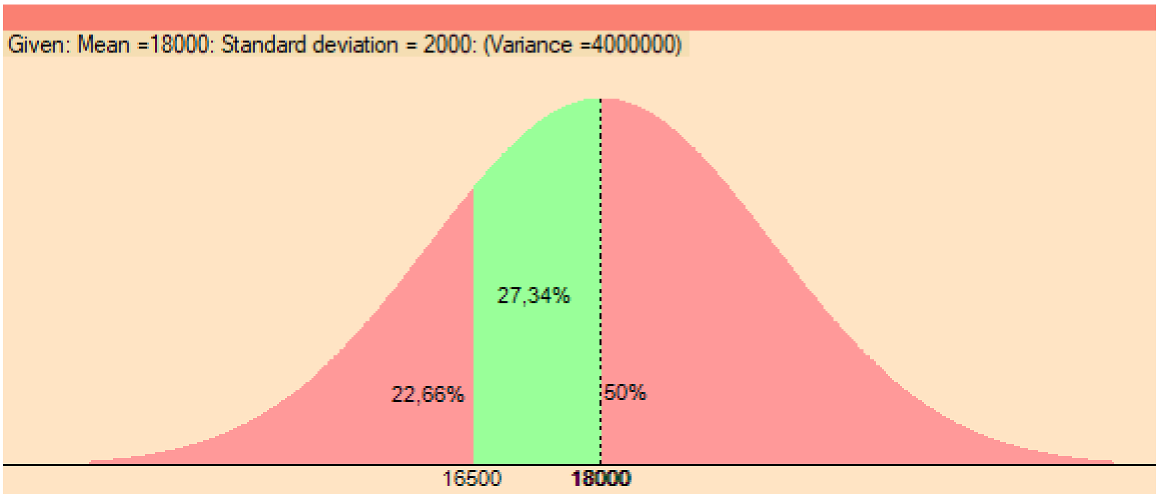
¿Cuánto vale en la escala de x?

$z = \frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow \quad -0,84 = \frac{x-90}{10}$ → Respuesta x **= 81,6 minutos**

Ejercicio 4

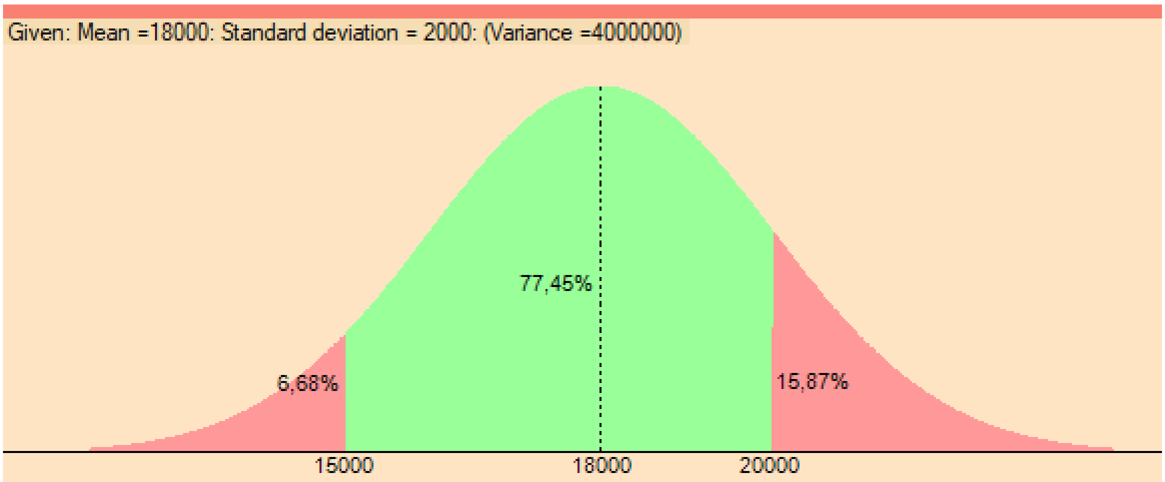
a) X: comisión mensual recibida por un vendedor X ~ N (μ = 18000; σ = 2000)

P (16500 ≤ X ≤ 18000) = P ($\frac{16500-18000}{2000} \leq Z \leq \frac{18000-18000}{2000}$) = P (-0,75 ≤ Z ≤ 0) = P (Z ≤ 0) - P (Z ≤ -0,75) = 0,5 – 0,2266= 0,2734



b) $P(15000 \le X \le 20000) = P\left(\frac{15000-18000}{2000} \le Z \le \frac{20000-18000}{2000}\right) = P(-1{,}5 \le Z \le 1) = P(Z \le 1) - P(Z \le -1{,}5) = 0{,}8413 - 0{,}0668 = 0{,}7745$

El 77,45% de los vendedores tiene una comisión mensual que oscila entre los $15000 y $20000.



c) $P[(X \le 13000) \cup (X \ge 23000)] = P(X \le 13000) + (X \ge 23000) = P\left(Z \le \frac{13000-18000}{2000}\right) + P\left(Z \ge \frac{23000-18000}{2000}\right) = P(Z \le -2{,}5) + P(Z \ge 2{,}5)$ $= 2\times 0{,}0062 = 0{,}0124$, ya que $P(Z \ge 2{,}5) = P(Z \le -2{,}5)$ dado que la campana es simétrica.

d) dato $P(X>x_0) = 0{,}80$ tengo que hallar el valor de x_0, entonces primero deberemos encontrar el valor de z_0: $P(Z \le z_0) = 0{,}20 \rightarrow$

$$z_0 = -0{,}84, \text{ por lo tanto, } x_0 = z_0 \times \sigma + \mu = -0{,}84 \times 2000 + 18000 = 16320$$

Interpretación: $16320 es el monto por encima del cual se encuentra el 80% de las comisiones mensuales más altas.

e) dato $P(X<x_0) = 0{,}60$ en el eje de Z: $P(Z \le z_0) = 0{,}60 \rightarrow z_0 = 0{,}25$

$$x_0 = z_0 \times \sigma + \mu = 0{,}25 \times 2000 + 18000 = 18500$$

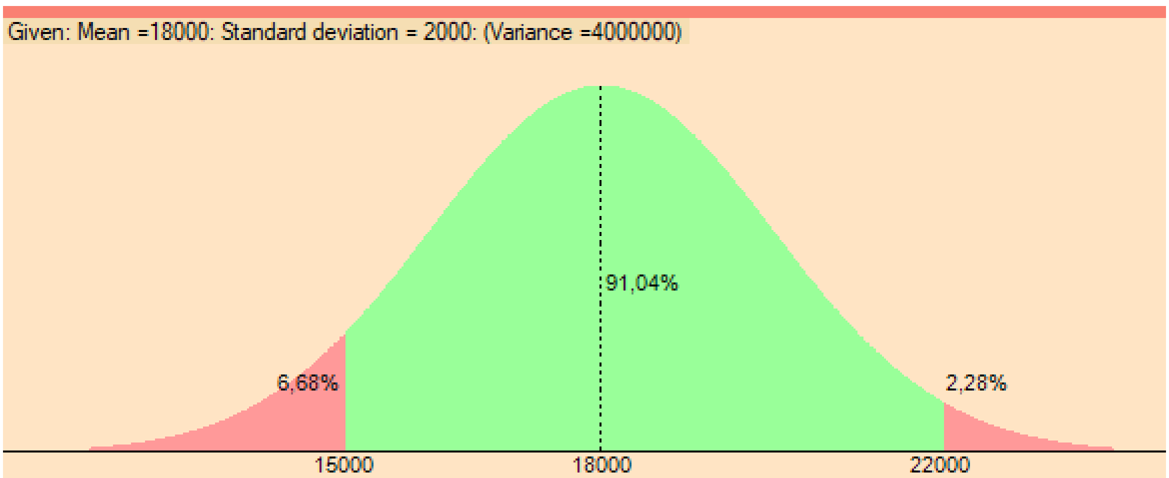
Interpretación: $18500 es el monto máximo del 60% de las comisiones mensuales más bajas

f) $P(X \ge 16000 / X \le 18000) = \frac{P(X \ge 16000 \cap X \le 18000)}{P(X \le 18000)} = \frac{P(16000 \le X \le 18000)}{P(X \le 18000)} = \frac{P(-1 \le Z \le 0)}{P(Z \le 0)} = \frac{0{,}3413}{0{,}5} = 0{,}6826$

g) $P(X < 15000) = P(Z < -1{,}5) = 0{,}0668$, es la probabilidad de no recibir vales.

$P(15000 \le X \le 22000) = P(-1{,}5 \le Z \le 2) = P(Z \le 2) - P(Z \le -1{,}5) = 0{,}9772 - 0{,}0668 = 0{,}9104$, es la probabilidad de recibir vales por 40 litros de combustible.

$P(X > 22000) = P(Z > 2) = 1 - P(Z \le 2) = 0{,}0228$, es la probabilidad de recibir vales por 60 litros de combustible.



Y: Litros de combustible	0	40	60
Probabilidad	P(X<15000)	P(15000 ≤ X ≤ 22000)	P(X>22000)
	0.0668	0.9104	0.0228

El número esperado de litros de combustible a recibir en vales es =

E (Y) = $0 \times 0{,}0668 + 40 \times 0{,}9104 + 60 \times 0{,}0228 =$ 36,416 + 1,368 = 37, 784 litros.

Ejercicio 6

X_1: gasto en compras por cliente que abona con tarjeta de débito. $X_1 \sim N$ (μ = 2700; σ = 450)

X_2: gasto en compras por cliente que abona con efectivo. $X_2 \sim N$ (μ = 2450; σ = 270)

a) $CV_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{\mu}_1} = \frac{450}{2700} * 100 = 16{,}7\%$
$CV_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{\mu}_2} = \frac{270}{2450} * 100 = 11{,}0\%$

El grupo más homogéneo es el cliente que pagan con efectivo.

b) $\mathrm{P}(\mathrm{X}_1 > 3000) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} > \frac{3000-2700}{450}\right) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} > 0{,}66) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{Z} < 0{,}66) = 1 - 0{,}7454 = 0{,}2546$
$\mathrm{P}(\mathrm{X}_2 > 3000) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} > \frac{3000-2450}{270}\right) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} > 2{,}03) = 1 - \mathrm{P}(\mathrm{Z} < 2{,}03) = 1 - 0{,}9788 = 0{,}0211$

Es más probable que gaste más de $3000 en una compra el grupo de clientes que abona con tarjeta de débito

c) $\mathrm{P}(\mathrm{X}_1 < 2500) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} < \frac{2500-2700}{450}\right) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} < -0{,}44) = 0{,}33$
$\mathrm{P}(\mathrm{X}_2 < 2500) = \mathrm{P}\left(\mathrm{Z} < \frac{2500-2450}{270}\right) = \mathrm{P}(\mathrm{Z} < 0{,}18) = 0{,}5714$

Es más probable que gaste menos de $2500 en una compra el grupo de clientes que abona en efectivo

Atención: debería llegar al mismo resultado utilizando la tabla y utilizando la App si hubiera alguna diferencia esta será mínima debido a que la tabla solo utiliza dos decimales para z y la App utiliza todos.

Ejercicio 7

a) dato que tenemos P(X >100) = 0,03, pesando en el eje de Z tendríamos que P ($Z > z_0$)=0,03, entonces busco en la tabla el valor de z_0: P ($Z \leq z_0$) = 0,97, z_0 = 1,88

1,88 = $\frac{100-90}{\sigma}$, despejo el desvío estándar $\sigma = 5{,}32$

Ejercicio 10

X = Tiempo de espera para pasar por la inspección de seguridad en un aeropuerto en minutos.

μ= 12,1 min

a) P (X < 10) = 1 – $e^{-10/12{,}1}$= 1 – 0,4376 = 0,5624
b) P (X > 20) = 1 - P (X < 20) = 1 – (1 - $e^{-20/12{,}1}$) = 0,1915
c) P (10 < X < 20) = P (X < 20) - P (X < 10) = (1 - $e^{-20/12{,}1}$) - (1 – $e^{-10/12{,}1}$) = 0,8085- 0,5624 = 0,2461

(LOS GRÁFICOS ORIENTATIVOS DE LOS EJERCICIOS 1 Y 4 FUERON REALIZADOS CON EL SOFTWARE QM FOR WINDOWS 5.3)