

Kelompok 5

1. Rafif Rabbani (2102286)
2. Bagus Ghulam Maulana (2102476)
3. Muhammad Rahman Wicaksono (2102800)

Pertemuan 5 Analisis Numerik

Diberikan data berikut:

t	1	1.2	1.4	1.6	1.8
$y = f(t)$	7.38906	11.02318	16.44465	24.53253	44.70118

Hampiri nilai fungsi y pada $t = 1.1$ dengan metode berikut:

1. Interpolasi Linier

Nilai fungsi $y = f(t)$ pada $t = 1.1$ dihamperi dengan

$$\begin{aligned}f(t) &= f(t_0) + \frac{f(t_1) - f(t_0)}{t_1 - t_0}(t - t_0) \\f(1.1) &= 7.38906 + \frac{11.02318 - 7.38906}{1.2 - 1}(1.1 - 1) \\&= 9.20612\end{aligned}$$

Perhitungan dengan "Microsoft Excel"

t	1	1.2	1.4	1.6	1.8
$y = f(t)$	7.38906	11.02318	16.44465	24.53253	44.70118
$t =$	1.1				
y	9.20612				

2. Interpolasi Kuadrat

Misalkan

$$\begin{aligned}L_0 &= \frac{(t - t_1)(t - t_2)}{(t_0 - t_1)(t_0 - t_2)} \\&= \frac{(1.1 - 1.2)(1.1 - 1.4)}{(1 - 1.2)(1 - 1.4)} \\&= 0.375 \\L_1 &= \frac{(t - t_0)(t - t_2)}{(t_1 - t_0)(t_1 - t_2)} \\&= \frac{(1.1 - 1)(1.1 - 1.2)}{(1.2 - 1)(1.2 - 1.4)} \\&= 0.75 \\L_2 &= \frac{(t - t_0)(t - t_1)}{(t_2 - t_0)(t_2 - t_1)} \\&= \frac{(1.1 - 1)(1.1 - 1.2)}{(1.4 - 1.1)(1.4 - 1.2)} \\&= -0.125\end{aligned}$$

Maka

$$\begin{aligned} f(t) &= t_0 L_0 + t_1 L_1 t_2 L_2 \\ &= 1(0.375) + 1.2(0.75) + 1.4(-0.125) \\ &= 8.982701 \end{aligned}$$

Perhitungan dengan "Microsoft Excel"

t	1	1.2	1.4	1.6	1.8
y = f(t)	7.38906	11.02318	16.44465	24.53253	44.70118
t =	1.1				
y =	8.98270125				

3. Interpolasi Beda Maju Newton-Gregory

Tabel beda:

x	$f(x)$	Δf	Δf^2	Δf^3	Δf^4
1	7.38906	3.63412	1.78735	0.87906	8.53529
1.2	11.02318	5.42147	2.66641	9.41436	
1.4	16.44465	8.08788	12.08077		
1.6	24.53253	20.16865			
1.8	44.70118				

Hampiran nilai fungsi akan dihitung dengan

$$\begin{aligned} f(t) = & f(t_0) + (x - x_0) \left(\frac{\Delta f_0}{1!h} \right) + (x - x_0)(x - x_1) \left(\frac{\Delta^2 f_0}{2!h^2} \right) + \\ & \dots + (x - x_0) \dots (x - x_{n-1}) \left(\frac{\Delta^n f_0}{n!h^n} \right) \end{aligned}$$

Perhitungan dilakukan dengan "Microsoft Excel"

t=x	1	1.2	1.4	1.6	1.8
y = f(t)	7.38906	11.02318	16.44465	24.53253	44.70118
t =	1.1				
h =	0.2				
f(x) =	8.70423234375				

4. Interpolasi Beda Mundur Newton-Gregory

Tabel beda

x	$f(x)$	Δf	Δf^2	Δf^3	Δf^4
1	7.38906	3.63412	1.78735	0.87906	8.53529
1.2	11.02318	5.42147	2.66641	9.41436	
1.4	16.44465	8.08788	12.08077		
1.6	24.53253	20.16865			
1.8	44.70118				

Hampiran nilai fungsi akan dihitung dengan

$$f(t) = f(t_n) + (t - t_n) \frac{1}{1!h} \nabla f(t_n) + f(t - t_n)(t - t_{n-1}) \frac{1}{2!h^2} \nabla^2 f(t_n) + \dots (t - t_n) \dots (t - t_1) \frac{1}{n!h^n} \nabla^n f(t_n)$$

Perhitungan dilakukan dengan "Microsoft Excel"

t=x	1	1.2	1.4	1.6	1.8
y = f(t)	7.38906	11.02318	16.44465	24.53253	44.70118
t=	1.1				
h=	0.2				
f(x)=	8.70423234374999				

Dari keempat metode tersebut, metode pertama yaitu interpolasi linier lebih mudah dihitung. Namun, metode ini hanya menggunakan tepat 2 titik sehingga tingkat akurasinya rendah. Lalu untuk metode interpolasi kuadrat, tingkat akurasinya lebih tinggi dibanding metode interpolasi linier karena menggunakan tepat 3 titik yang juga menjadi kelemahannya karena jika terdapat lebih dari 3 titik, maka titik-titik tersebut tidak terjamin cocok dengan solusi akhirnya. Metode terakhir adalah metode interpolasi beda maju dan mundur Newton-Gregory. Walau metode ini paling sulit dilakukan, tingkat akurasinya lebih tinggi dibanding 2 metode sebelumnya dan jumlah titik yang diinterpolasi tidak dibatasi.