2016-2017 学年春季学期多变量微积分期中考试卷

一、（12 分）填空

（1）设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\mathrm{F}(x+\frac{z}{y},y+\frac{z}{x})=0$ 确定，其中 F 有连续的一阶偏导数，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$____________________，$\frac{\partial z}{\partial y}=$____________________

（2）积分 $\iint_D f(x,y)dxdy$，其中 D 由直线 $x=-2,y=0,y=2$ 及曲线 $x=-\sqrt{2y-y^2}$ 围成。则它的累次积分形式为__________________________

二、（10 分）求函数 $f(x,y)=\frac{x^2}{2p}-\frac{y^2}{2q}$，$p>0,q>0$ 在 R^2 上的极值

三、（10 分）l 为过点 $M_0=(22,0,2)$ 且与两直线

$$L_1\text{:}\ \frac{x-1}{-1}=y+1=\frac{z+6}{-2}$$
$$L_{21}\text{:}\ \frac{x+2}{3}=\frac{y-1}{-1}=z-1$$

都相交的直线。求出 l 的方向及 L_1 与 l 的交点。

四、（10 分）判断下面的极限是否存在，若存在，求出这个极限值

（1）$\lim\limits_{(x,y)\to(0,5)}\frac{e^{xy}-1}{x}$ （2）$\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2-y^3}{x^2+y^3}$

五、（10 分）求曲线 $\begin{cases}x^2+y^2=2z\\x^2+y^2+xy=1\end{cases}$ 到 Oxy 平面最小和最大距离

六、（10 分）二元函数 F 具有一阶连续的偏导数，证明曲面 $F(\frac{x-a}{z-c},\frac{y-b}{z-c})=0$ 的所有切平面过定点，其中 a,b,c,为常数

七、（10 分）求三重积分 $\iiint_\Omega\frac{x^2y^2}{z}dxdydz$，$\Omega$由$z=\frac{x^2+y^2}{a},z=\frac{x^2+y^2}{b},xy=c,xy=d,$ $y=\alpha x,y=\beta x$ 围城，其中 $0<a<b,0<c<d,0<\alpha<\beta$。

八、（10 分）求曲面 S 的面积，其中 S 是曲面 $x^2+y^2+z^2=2Rz$ 在 $z^2\ge 3x^2+3y^2$ 内的部分。

九、（10 分）计算 $\int_L z^2ds$，其中 L 为圆周 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2=a^2\\x+y-z=0\end{cases}$

十、（8 分）连续函数 $f(x)>0,\ x\in[a,b]$，证明 $\int_a^b f(x)dx\int_a^b\frac{1}{f(x)}dx\ge(b-a)^2$