第二章 牛顿动力学

2015年10月3日　　17:09

一、作用力

二、力和质点运动的关系

一、作用力

2015年10月3日　　17:11

1. 作用力（interaction force）
   a. 作用力是两个物体间的相互作用.
      i. 施力物体和受力物体总成对出现.
      ii. 若某力作用于物体但没有施力物体，则该力不是物理真实的力. 称为虚拟力.
   b. 力可以叠加.
      i. 物体所受外力$\overrightarrow{F_i}, \mathrm{i} = 1,2,3,\cdots,n$，等效于只受一个合外力$\overrightarrow{F_{合}} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i}$
      ii. $\overrightarrow{F_x} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_{ix}}$
      iii. $\overrightarrow{F_y} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_{iy}}$
      iv. $\overrightarrow{F_z} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_{iz}}$
   c. 力信号的传播速度
      i. 牛顿假设为无穷大.
      ii. 实际上$v_F = c$.
2. 四种基本相互作用
   a. 万有引力
      i. m_1、m_2以c交换引力子.
      ii. 大量引力子形成引力波.
   b. 电磁力
      i. q_1、q_2以c交换光量子（光子）.
      ii. 大量光子形成电磁波.
   c. 强核力
      i. 原子能.
      ii. n、p以c交换胶子
   d. 弱核力
      i. 加热地幔，火山爆发.
      ii. n、p、$\pi\cdots$以c交换玻色子
3. 常见作用力

a. 地面附近物体受重力mg，$g = 9.8m \cdot s^{-2}$.
b. 弹性力$F = -k\Delta x$.
    i. 张力是一种弹力，其中$\Delta x \to 0, k \to \infty$.
c. 摩擦力（friction）
    i. 两物体接触面大量分子产生的随机作用力（电磁力），其宏观合力为摩擦力.
    ii. 动摩擦（kinetic friction）$\left|\overrightarrow{f_k}\right| = \mu_k N$.
    iii. 静摩擦（static friction）
        1) 干摩擦
            a) $\overrightarrow{f_s} \le \mu_S N$.
            b) μ_S略大于μ_k.
        2) 湿摩擦
            a) 低速下：$\overrightarrow{f_v} = -\eta\overrightarrow{v_r}$.
            b) 高速下：$\overrightarrow{f_v} = -\eta v_r^2\overrightarrow{e_v}$.

二、力和质点运动的关系

2015年10月10日 19:14

1. 惯性（inertia）
    a. 惯性定律
        i. 公理地位的牛顿第一定律.
        ii. 惯性定律的现代表述：自由粒子永远保持静止或匀速直线运动的状态.
    b. 惯性参考系
        i. 该系中，所有不变的物体保持速度不变.
        ii. 一旦找到惯性系K，则相对于K做匀速直线运动的所有参考系K'都满足惯性定律，因而都是惯性系.
        iii. 不存在绝对惯性参考系.
            1) 即不存在以太系.
            2) 自然界中存在近似的参考系.
    c. 惯性质量
        i. 希格斯玻色子对物质的粘滞产生惯性质量.
        ii. 随着速度上升，粘滞增强，惯性质量上升.
            1) $m_{惯}=f\left(\frac{v}{c}\right)$
            2) 当$v\ll c$时，$m_{惯}$近似为常量.
2. 力的定义
    a. 动量（momentum）$\vec{p}=m\vec{v}$.
    b. $\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}$
        i. 低速时，m近似为常量，有：$\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}(m\vec{v})}{\mathrm{d}t}1=m\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=m\vec{a}$.
    c. 作用力与反作用力
        i. 作用力与反作用力大小相等，方向相反.
        ii. 只适用于低速运动；高速情况下，由于力信号只能以光速传递，因而与低速下结论不同.
3. 伽利略变换（Galilean Transformation, GT）
    a. 设$K(t,\vec{r}),K'(t',\vec{r}')$.
        i. $\vec{r}'=\vec{r}-\vec{\mu}t-\overrightarrow{d_0}$
        ii. 其中$\vec{\mu}$为K'相对于K的运动速度.
    b. 实际上假定了$\mathrm{d}t=\mathrm{d}t'$.

- 例题：一根均匀纯金细链挂在一个钉在墙上的铁钉子上，连接面绝对光滑. 钉子左侧的细链长为l_b，右侧长为l_a（$l_a > l_b$），重力加速度为g. 求细链完全脱离钉子的时间.
  - 解：
    - 设细链质量为m，总长为L，t时刻细链右侧长x，取地面系.
    - $left\colon T-\dfrac{m}{L}(L-x)g=\dfrac{m}{L}(L-x)a, right\colon T-\dfrac{m}{L}xg=-\dfrac{m}{L}xa$
    - $\Rightarrow a=\dfrac{(2x-L)g}{L}\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{(2x-L)g}{L}\Rightarrow v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=\dfrac{(2x-L)g}{L}$
    - $\Rightarrow v\,\mathrm{d}v=\dfrac{g}{2}(2x-L)\,\mathrm{d}x\Rightarrow \int_0^v v\,\mathrm{d}v=\dfrac{g}{L}\int_{l_a}^x(2x-L)\,\mathrm{d}x$
    - $\Rightarrow \dfrac{1}{2}v^2=\dfrac{g}{L}(x^2-Lx+l_al_b)\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\sqrt{\dfrac{2g}{L}(x^2-Lx+l_al_b)}$
    - $\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-Lx+l_al_b}}=\sqrt{\dfrac{2g}{L}}\mathrm{d}t\Rightarrow \int_{l_a}^L\dfrac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x^2-Lx+l_al_b}}=\int_0^T\sqrt{\dfrac{2g}{L}}\mathrm{d}t$
    - $\Rightarrow T=\sqrt{\dfrac{l_a+l_b}{2g}}\ln\dfrac{\sqrt{l_a}+\sqrt{l_b}}{\sqrt{l_a}-\sqrt{l_b}}$
  - 实验结果：
    - 基本与理论值相符.
    - 当$t\to T$时，左侧链条向外甩，不可忽略惯性离心力的作用

4. 非惯性系
   a. 爱因斯坦：惯性系并无特殊优越性
   b. 加速平动系$K'(t',\vec{r}')$，相对于$K(t,\vec{r})$，假设以$\vec{a}$沿$\vec{x}$方向平

动，令$x = x' + s(t)$

i. $K: F_x = m\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \Rightarrow K': m\dfrac{\mathrm{d}^2 x'}{\mathrm{d}t^2} = \dfrac{m\,\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - \dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\right)$
$= m\dfrac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} - m\dfrac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = F_x - ma$

ii. 平移惯性力$\overrightarrow{f_{\text{惯}}} = -m\vec{a}$.

c. 转动的非惯性系

i. 惯性离心力$\overrightarrow{f_{\text{惯}}} = -m\overrightarrow{a_{\text{向}}} = m\omega^2\vec{r}$.

ii. 科里奥利力

1) 转动参考系$K'(t', \vec{r}')$，相对于$K(t, \vec{r})$：

a) 参考系K的$\frac{D}{Dt}$，称为绝对微商;

b) 参考系K'的$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$，称为相对微商.

2) $\vec{v} = \dfrac{D\vec{r}}{Dt} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{r}'}{\mathrm{d}t} + \vec{\omega} \times \vec{r}'$

3) $\vec{a} = \dfrac{D\vec{v}}{Dt} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}'}{\mathrm{d}t} + \vec{\omega} \times \vec{v}' = \overrightarrow{a_0} + \overrightarrow{a_{\text{惯}}} + 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

4) 其中$2\vec{\omega} \times \vec{v}'$所对应的力称作科里奥利力（G.Coliolos）.