

# 重力加速度的测量

重力加速度  $g$  是指一个物体受重力作用时具有的加速度，也称自由落体加速度。20 世纪 70 年代初，国际上通过绝对重力的测量，建立了国际重力标准网(International Gravity Standardization Net, 简称 IGSN)。IGSN 在全球共有 1854 个点, 平均精度小于  $10^{-7}$  米/秒<sup>2</sup>。下表给出了一些城市的重力加速度值。

表 1 一些城市的重力加速度

城市	重力加速度 米/秒 <sup>2</sup>	城市	重力加速度 米/秒 <sup>2</sup>
新加坡	9.781	广州	9.788
上海	9.794	北京	9.801
纽约	9.803	巴黎	9.809
莫斯科	9.816	北极	9.832

地球上质量为  $m$  的物体受到万有引力  $F_g$  作用，由于地球自转， $F_g$  的一部分用于提供重力, 另一部分用于提供向心力  $F_{向}$ ：

$$F_{向} = ma_{向} = m\omega^2(R + h) \cdot \cos \theta$$

式中地球半径  $R=6370\text{km}$ ,  $h$  为物体的海拔高度， $\theta$  为纬度。

重力加速度与物体所处的纬度、海拔高度及附近的矿藏分布等因素有关，并相继为实验所证实。纬度越大，重力加速度  $g$  越大，海拔越高， $g$  越小，但最大和最小值相差仅约 1/300。

由上式可知，赤道附近海平面处  $a_{向} = 0.0337$  米/秒<sup>2</sup>，因此物体所受的重力  $F$  约等于万有引力  $F_g$ ，可得重力加速度  $g$ ：

$$g = \frac{GM}{(R + h)^2}$$

式中  $G$  为引力常数， $M$  为地球质量。

由于地球不是完整的球形, 精确测量重力加速度, 特别是研究重力加速度的分布, 在勘查地下资源、提高导弹和卫星精度等应用领域具有十分重要的意义。

# 1、自由落体法测重力加速度

## 一、待研究的问题

仅在重力作用下，物体由静止开始竖直下落的运动称为自由落体运动。本实验利用自由落体测量本地的重力加速度  $g$ 。

## 二、实验原理

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

其中  $h$  是下落距离， $t$  是下落时间。但在实际工作中，利用（1）式很难精确测量重力加速度  $g$ 。

本实验采用双光电门法，其原理见图 1。光电门 1 的位置固定，即认为小球通过光电门 1 时的速度  $v_0$  不变。小球通过光电门 1 与光电门 2 的高度差为  $h$ ，时间差为  $t$ ，改变光电门 2 的位置，则有：

$$h_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2}gt_1^2$$

$$h_2 = v_0 t_2 + \frac{1}{2}gt_2^2$$

.....

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2$$

两端同时除以  $t_i$ ：

$$\bar{v}_1 = \frac{h_1}{t_1} = v_0 + \frac{1}{2}gt_1$$

$$\bar{v}_2 = \frac{h_2}{t_2} = v_0 + \frac{1}{2}gt_2$$

.....

$$\bar{v}_i = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$$

测出系列  $h_i$ 、 $t_i$ ，利用线性拟合可求出当地的重力加速度  $g$ 。

### 三、实验装置

自由落体实验装置见右图，立柱底座的调节螺栓用于调节竖直，立柱上端有一电磁铁，用于吸住小钢球。电磁铁一断电，小球即作自由落体运动。由于电磁铁有剩磁，因此小球下落的初始时间不准确（最大不确定度约 20ms）。立柱上装有两个可上下移动的光电门，其位置可利用卷尺测量。计时器显示 3 个值，分别对应：从电磁铁断电到小球通过光电门 1 的时间差、从电磁铁断电到小球通过光电门 2 的时间差、小球通过两个光电门的时间差，单位为 ms。

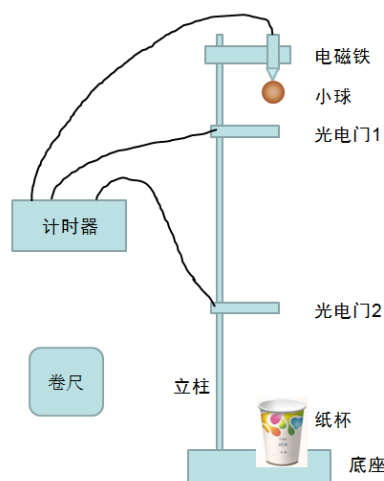


图 1 自由落体测重力加速度示意图

### 四、实验要求

请利用实验室提供的自由落体实验装置，自己设计原始数据表格，测量所在地的重力加速度  $g$ 。要求测 6~8 组数据。

实验完毕，打乱底座平衡。

### 五、思考题

- 1、在实际工作中，为什么利用（1）式很难精确测量重力加速度  $g$ ？根据你的实测数据，若用式（1）测量重力加速度，其最大不确定度有多大？
- 2、利用本实验的装置，如何测量小球下落到某个位置的瞬时速度？
- 3、你还能提出其他测量重力加速度  $g$  的实验方案吗？

### 六、参考资料

- 1、江美福、方建兴，大学物理实验教程，科学出版社

## 2、单摆法测重力加速度

### 一、待研究的问题

单摆实验是一个经典实验，许多著名的物理学家如伽利略、牛顿、惠更斯等都对单摆实验进行过细致的研究。伽利略发现了摆的等时性原理，指出摆的周期与摆长的平方根成正比，而与摆的质量和材料无关，为后来摆钟的设计与制造奠定了基础。1673 年荷兰科学家惠更斯制造的惠更斯摆钟就运用了摆的等时性原理。摆的等时性原理应用于时钟上，作为稳定的“定时器”，使机械钟能够指示出“秒”，从而将计时精度提高了近 100 倍。

本实验利用经典的单摆周期公式和给出的实验器材设计一个合理的实验方案，测量本地的重力加速度  $g$ 。

### 二、实验原理

理想的单摆，是一根没有质量、没有弹性的线，系住一个没有体积的质点。在真空中它纯粹由于重力作用，在与地面垂直的平面内做摆角趋于零的自由振动。而这种理想的单摆，实际上是不存在的。在实际的单摆实验中。悬线是一根有质量（弹性很小）的线，摆球是有质量有体积的刚性小球，摆角不能为零，摆球的运动还受到空气的影响。

单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g} \left[ 1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m} \left( 1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m} \right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16} \right]}$$

式中  $T$  是单摆的周期， $l$ 、 $m$  是单摆的线长和质量， $d$ 、 $m$ 、 $\rho$  是摆球的直径、质量和密度， $\rho_0$  是空气密度， $\theta$  是摆角。一般情况下，摆球几何形状、摆的质量、空气浮力、摆角（ $\theta < 5^\circ$ ）对  $T$  的修正都小于  $10^{-3}$ 。若实验精度要求在  $10^{-3}$  以内，则这些修正项都可以忽略不计。若要求更高的精度，则这些因素就不可忽略。

在一级近似下，单摆周期公式为：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

通过测量周期  $T$ 、摆长  $l$  可求出重力加速度  $g$ 。

### 三、实验装置（可能有冗余）

卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（摆线长 70cm，带标尺、平面镜）。

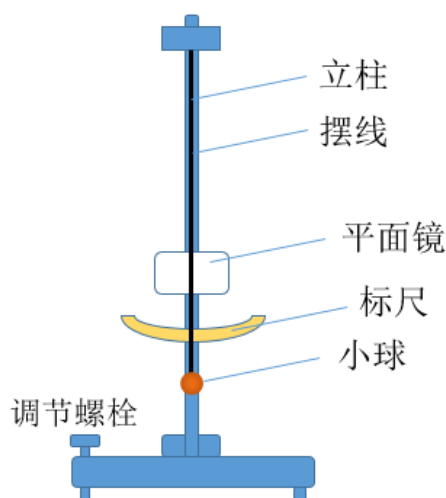


图 2 单摆测重力加速度实验装置

最大允差：钢卷尺 $\Delta_{尺} \approx 0.2 \text{ cm}$ ；游标卡尺 $\Delta_{卡} \approx 0.002 \text{ cm}$ ；千分尺 $\Delta_{千} \approx 0.001 \text{ cm}$ ；秒表 $\Delta_{秒} \approx 0.01 \text{ s}$ ；根据统计分析，实验人员开启或停止秒表的反应时间为 0.1s 左右，所以实验人员测量时间的精度近似为 $\Delta_{人} \approx 0.2 \text{ s}$ 。

开始实验前要做到两点：一是调节螺栓使立柱竖直，二是调节标尺高度，使其上沿中点距悬挂点 50cm。

### 四、实验要求

1. 用不确定度均分原理设计一个单摆装置，测量本地的重力加速度  $g$ ，要求测量精度  $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$ ：

- (1) 根据不确定度均分原理自行设计实验方案，合理选择测量仪器和方法。
- (2) 根据设计方案，用单摆装置测量本地的重力加速度  $g$ 。
- (3) 实验结束，打乱支架平衡、标尺及平面镜位置。

2. 对重力加速度  $g$  的测量结果进行不确定度分析，检验实验结果是否达到设计要求。

## 五、思考题

- 1、分析基本误差的来源，提出进行改进的方法。

## 六、参考资料

- 1、吴泳华，霍剑青，浦其荣，大学物理实验，第一册；

## 附录：

### 基本实验方法之一：比较法

比较法就是将被测物与标准量具进行比较，从而得到待测物理量，是物理实验中最常见、最基本的测量方法。比较法可分为直接比较法和间接比较法两种。

直接比较法就是将被测物与标准量具进行直接比较，直接得到待测的物理量。比较的方式有对齐、平衡等等。比如，用米尺测量单摆的摆长，摆线一端与米尺的“0”刻度对齐，另一端与米尺的某个刻度对齐，就可直接测出摆线的长度。而在用机械天平称摆球质量的实验中，就是根据平衡的原理测量质量。

间接比较法通常利用物理量之间的函数关系制成相应的仪器，从而得到待测的物理量。在实验中，间接比较法更为常见。比如直流电流表测电流，就是利用了通电线圈在磁场中的力矩与游丝的扭力矩平衡时，电流大小与扭转角度之间的函数关系而制成的，利用该关系，通过测量扭转角度而间接测出电流大小。

## 基本实验方法之二：放大法

放大法就是将待测物理量先进行放大，再得到较精确测量结果的方法。当遇到待测量很小，或者所用测量工具精度不够时，通常使用放大法。常见的放大法有机械放大法、光学放大法、电子学放大法和累积放大法等等。

机械放大法利用机械原理放大被测量。比如千分尺，就是利用鼓轮沿丝杆旋进时，将丝杆的螺距放大成鼓轮的周长，从而提高了测量精度。

光学放大法通常利用光学原理将物体的像放大，如放大镜、显微镜，或者利用光的反射将物体的偏转半径放大，如光杠杆法等等，从而完成对微小物理量的测量。

电子学放大法利用放大器将电信号进行放大而提高测量精度，常用于测量微弱的电压、电流等电信号，当某些微小量可以通过物理效应转化成电信号时，也常用电子学放大法。

累积放大法通过累积多次测量，将不确定度分散开，从而提高测量精度，常用于人的主观判断对测量结果干扰较大的场合。如用干涉法测细丝直径时，不是一个一个地测量条纹宽度，而是一次测量多个条纹宽度，再如测单摆周期时，通常需要累积测量几十个周期。