

## 中国科技大学工程学院 2015 年春季学期力学试卷

姓名：\_\_\_\_\_ 学号：\_\_\_\_\_ 总分：\_\_\_\_\_

注：此为试卷，答案请写在答题纸上，试卷答题纸兼收。请写好姓名和学号，字迹清晰可辨！

题目编号	一	二	三	四	五	六	七
得 分							
复 核							

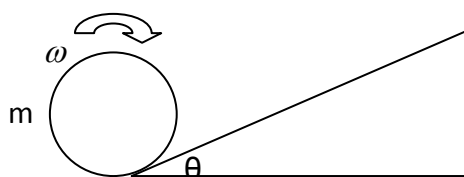
**物理常数：**重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ ，万有引力常数  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

一、 假设地球是均匀球体，质量  $M$ ，半径  $R$ ，地球自转周期  $T$ 。

(1) 试证明：地球绕自转轴的转动惯量  $I = \frac{2}{5}MR^2$ ；(8 分)

(2) 设想全世界所有的人都在赤道上自西向东，以  $v$  的速度跑步，人平均体重  $m$ ，总人数  $n$ 。求此时地球自转周期。(10 分)

二、 质量为  $m$ 、半径为  $r$  的均质圆柱体位于倾角为  $\theta$  的斜面的底端。开始时，圆柱体的圆心速度为零，圆柱体相对质心的转动角速度为  $\omega$ ，如图所示。圆柱体与斜面之间的摩擦因子为  $\mu$ ，圆柱体在摩擦力的作用下沿斜面向上运动，设圆柱体达到最大高度时，圆心速度和绕质心转动的角速度为零。求圆柱体能达到的最大高度。(20 分)



三、 (1) 火车进入隧道，速率为  $v$  (相对论性)，在地面上测得的火车长度为  $s$ ，隧道长度为  $L$ ，求在火车上测量，从车头经过隧道算起，到车尾离开隧道经过的时间。(7 分)

(2) 一个粒子的动能是静止能量的  $1/3$ ，求其运动速度。(5 分)

四、 以相对于水平方向角  $\theta$  的方向，向斜上以速率  $v$  抛出一个小球，求在运动过程中轨迹曲率半径  $\rho$  随高度  $h$  的变化关系 (忽略空气阻力)。(10 分)

五、 (1) 设想存在质量均匀分布的球形行星，自转角速度为  $\omega$ 。沿垂直于自转轴方向上任一直径挖一隧道，将一物体由静止从一端隧道口自由掉下。求证：物体到达隧道的另一端的时间和物体的质量无关，与行星的直径无

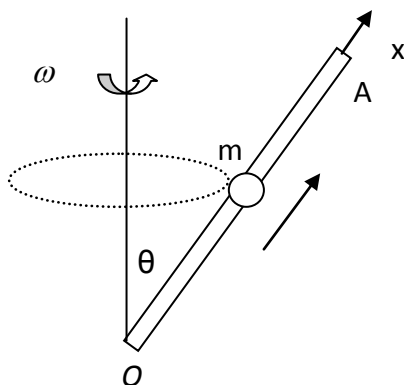
关，只与行星的密度 $\rho$ 有关；请进一步求出该时间的表达式。（10分）

- （2）设有一个沿 $x$ 方向正向传播， $y$ 方向振动的简谐横波，频率是 $100\text{Hz}$ ，波速是 $10\text{cm/s}$ ，振幅是 $10\text{cm}$ 。在 $t=0$ 时刻， $x=0$ 位置处，质点位移为 $5\text{cm}$ 。试求波动方程的具体表达式。（5分）

六、一圆柱形刚性杆 $OA$ 上套有一质量为 $m$ 的小环，杆的一端固定，整个杆绕着通过固定端 $O$ 的竖直转轴转动，转动角速度为 $\omega$ ，自上而下观察杆的转动方向为逆时针方向，杆和转轴的夹角 $\theta$ 保持不变。设小环和杆之间的摩擦因子为 $\mu$ ，已知当小环相对于杆向上运动到如图所示位置 $x$ 时，其相对于杆的速度为 $\dot{x}$ 。

- （1）求出此时的科氏力的大小和方向；（5分）

- （2）列出此时小环的沿杆的运动方程，即加速度 $\ddot{x}$ 关于速度 $\dot{x}$ 和位置 $x$ 的关系式。（15分）



七、两个质量分别为 $m_1$ 和 $m_2$ 的人身高相同，他们同时以相同的速率竖直上跳，在空中二人用力互推。若质量 $m_1$ 的人落地时相对于初始点距离 $s$ ，求两人此时相距多远。（5分）