2021-2022

Module	CCSBA (EC 2)
Feuille	Fondations superficielles Semelles isolées (sous charge excentrée)
TD N°	4 _ Exemple 5

A introduire par l'utilisateur	
Résultat ordinaire	
Résultat important	

1	Enoncé

Exemple 5

- Semelle isolée en BA supporte un poteau $(\mathrm{a} \times b) = (0{,}3 \times 0{,}3\ m^2)$. Elle repose sur un sol de contrainte admissible : $q_u = 1\ MPa$;
- $e_i + \Delta e_0 = 5\ cm$;
- Semelle reçoit une charge verticale totale centrée provenant du poteau :
  - $\mathrm{N}_G = 80\ t$; $\mathrm{N}_Q = 20\ t$;
  - $\mathrm{M}_G = 2\ tm$; $\mathrm{M}_Q = 1\ tm$;
- $f_{ck} = 25\ MPa$;   Acier B 500 A HA;   XA 1;

Q1 : Dimensionner la semelle isolée en BA (a', b', h);

Q2 : Calculer les armatures et faire un schéma représentatif des résultats;

2 Calculs

Fondations superficielles _ Semelles isolées sous charge excentrée

Caractéristiques des matériaux - Données sur le projet

Caractéristiques du béton

Formules Données | Formules Données | Formules Données | Formules Données | Formules Données

Dénomination	C X/Y	X sur cylindre / Y sur cube		Formules
Classe de résistance du béton	Type	C25/30		
Résistance caract. à 28j (fractile 5%) mesurée sur cylindre	f_{ck}	25	MPa	
Résistance moyenne en compression	f_{cm}	33	MPa	$f_{cm} = f_{ck} + 8MPa$
Valeur moyenne de la résistance en traction directe	f_{ctm}	2.56	MPa	$f_{ctm} = \begin{cases} 0{,}3\, f_{ck}^{\frac{2}{3}} & ; si\ f_{ck} \leq C\,50/60 \\ 2{,}12 \ln\left[1 + \frac{f_{cm}}{10}\right] & ; si\ f_{ck} > C\,50/60 \end{cases}$
Résistance caractéristique en traction (fractile 5%)	$f_{ctk,0,05}$	1.80	MPa	$f_{ctk,0,05} = 0{,}7 f_{ctm}$
	α_{cc}	1		$\alpha_{cc} = 1$: Valeur recommandée
	α_{ct}	1		$\alpha_{ct} = 1$: Valeur recommandée
1.2 ≤	γ_c	1.5	≤ 1.5	
Résistance de calcul en compression	f_{cd}	16.67	MPa	$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$
Résistance de calcul en traction	f_{ctd}	1.20	MPa	$f_{ctd} = \alpha_{ct} \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c}$
Module d'élasticité sécant (de déformation instantanée)	E_{cm}	31475.81	MPa	$E_{cm} = 22000 \left[\frac{f_{cm}}{10}\right]^{0,3}$
Coefficient de fluage	$\varphi(\infty,t_0)$	2.00		
Module de déformation effectif (différé)	$E_{c,eff}$	10491.94	MPa	$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}(t_0)}{1+\varphi(\infty,t_0)}$
Diamètre du plus gros granulat	d_g	25	mm	≤32 mm
Poids volumique du béton armé	γ_{BA}	25	kN/m^3	

Caractéristiques de l'acier

Données		
Type Acier	B 500 A	
Branche Supérieure	1/horizontale 2/inclinée	
	Inclinée	2
Classe	1/A, 2/B, 3/C	
	A	1
Limite caract. d'élasticité — f_{yk}	500	MPa
Coef. partiel de sécurité — γ_s	1.15	MPa
Module d'Young — E_s	200000	MPa

k	1.05	A : 1.05 B : 1.08 C : 1.15

Déformations de calcul			
Déformation élastique	$\varepsilon_{se}=\varepsilon_{yd}$	2.17	‰
Déformation ultime sous charge max	ε_{uk}	2.50	%
Valeur limite de déformation	ε_{ud}	2.25	%

Contraintes de calcul			
Limite d'élasticité de calcul	f_{yd}	434.78	MPa
	$k.f_{yd}$	456.52	MPa
Contrainte ultime dans l'acier	f_{ud}	454.14	MPa
		454.14	
	α	952.38	MPa
	β	432.71	MPa

Formules Données

Classe de ductilité	ε_{uk} (%)	$k = \left(\frac{f_t}{f_y}\right)_k$	ε_{ud} (%)
A	2,5	1,05	2,25
B	5,0	1,08	4,5
C	7,5	1,15	6,75

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} = \frac{f_{yk}/\gamma_s}{E_s}$$

$$\varepsilon_{ud} = 0{,}9\varepsilon_{uk}$$

$$\varepsilon_{uk} = \begin{cases} 2{,}5 & Classe\ A \\ 5{,}0 & Classe\ B \\ 7{,}5 & Classe\ C \end{cases}$$

$$k = \left(\frac{f_t}{f_y}\right)_k = \begin{cases} 1{,}05 & Classe\ A \\ 1{,}08 & Classe\ B \\ 1{,}15 & Classe\ C \end{cases} \qquad f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$kf_{yd} = \begin{cases} f_{yd} & Branche\ sup.\ horizontale \\ kf_{yd} & Branche\ sup.\ inclinée \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{f_{yd}(k-1)}{\varepsilon_{uk} - \frac{f_{yd}}{E_s}} \qquad \beta = \left[1 - \frac{f_{yd}(k-1)}{E_s\varepsilon_{uk} - f_{yd}}\right] f_{yd}$$

Coefficients d'équivalence

1. Coefficient d'équivalence à court terme	α_e	6.35	$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}}$
2. Coefficient d'équivalence à long terme (en qp)	α_e	19.06	$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}}$
4. Coef. d'équivalence_recommandations professionnelles	$n = \alpha_e$	15	$n = \alpha_e = \begin{cases} 15 & Béton\ ordinaire\ en\ carac. \\ 18 & Béton\ ordinaire\ en\ qp. \\ 9 & BHP \end{cases}$
Choix du coefficient d'équivalence	Long terme qp		
Coefficient d'équivalence choisi	α_e	19.06	

sous comb. caractéristique

Coef. de fluage corrigé	φ_e	1.53	
	$E_{c,eff}$	12424.66	MPa
3. Coefficient d'équivalence à long terme sous comb. carac.	α_e	16.10	

Données sur le projet

Classe d'exposition	XA1		cf. Tableau 4.1
Durée indicative d'utilisation du projet	50	ans	cf. Tableau 2.1 ou Tableau 2.1 (NF)
Classe structurale de départ	S4		
Majoration Recom. Prof.	NON		

Gros béton

Contrainte limite du massif de gros béton	σ_{GB}	0.75	MPa
Poids volumique du gros béton	γ_{GB}	22.00	kN/m^3

Sol d'assise

Pression limite du sol issue d'essais géotechniques	q_u	1	MPa	*cf. Tableau ci-contre*
Résistance de calcul du sol à l'ELU	$\sigma_{Rd} = \sigma_{gd}$	0.5	MPa	
Hauteur du prépoteau/remblai au-dessus la semelle	D_r	0	m	
Poids volumique du sol	γ_{sol}	15.00	kN/m^3	

$$\sigma_{Rd} = \sigma_{gd} = q_{u,sol} = \frac{q_u}{2}$$

Nature du sol	Valeurs moyennes des résistances admissibles du sol (MPa)
Remblais et terre végétale	$0,05$
Argiles	$0,1$ à $0,3$
Terrains non cohérents à compacité moyenne	$0,2$ à $0,4$
Terrains non cohérents à bonne compacité	$0,35$ à $0,75$
Gravier	$0,4$ à $0,6$
Roches peu fissurées saines non désagrégées et de stratification favorable	$0,75$ à $4,5$

Calcul de l'enrobage nominal c_{nom}

Ajustement de la classe structurale — cf. Tableau 4.3N ou Tableau 4.3NF

Ajustement de la classe structurale selon le "Tableau 4.3N"

Critères	
Durée d'utilisation de projet	0
Classe de résistance	0
Elément admissible à une dalle	Autres
	0
Maîtrise particulière de la qualité de production du béton	NON
	0
Classe structurale recommandée	**S4**

Ajustement de la classe structurale selon le "Tableau 4.3NF"

Critères	
Durée d'utilisation de projet	0
Classe de résistance	0
Nature du liant : Béton de classe C35/45 à base de CEMI sans cendres volantes pour XC1, XC2, XC3, XC4	NON
	0
Enrobage compact	NON
	0
Classe structurale recommandée	**S4**

Choix du Tableau: Tableau 4.3N (EC 2)

Classe structurale recommandée choisie: **S4**

Enrobage minimal

Formules Données | **Formules Données** | **Formules Données** | **Formules Données** | **Formules Données**

Tolérance d'exécution $0 \leq$	Δc_{dev}	10	mm	$\leq$ 10 mm
Marge de sécurité	$\Delta c_{dur,\gamma}$	0	mm	cf. &4.4.1.2
Réduction cas d'acier inoxydable	$\Delta c_{dur,st}$	0	mm	
Réduction cas de protection supplémentaire	$\Delta c_{dur,add}$	0	mm	
Diamètre (équivalent) des barres choisi	$\phi\ (\phi_n)$	12	mm	
Enrobage mini % exigences d'adhérence	$c_{min,b}$	12.00	mm	cf. &4.4.1.2 (3)
Enrobage mini % exigences de durabilité	$c_{min,dur}$	35.00 / 35.00	mm	cf. Tableau 4.4N
Enrobage minimal	c_{min}	35.00	mm	

$$c_{min,b} = \begin{cases} \textbf{Armature individuelle} & : \phi \\ \textbf{Paquet}: & \text{Diamètre équivalent } \phi_n = \phi\sqrt{n_b} \leq 55\ mm \end{cases}$$

Dans le cas où le diamètre du plus gros granulat $d_g > 32\ mm$ → majorer $c_{min,b}$ de $5\ mm$

$$c_{min} = max\{c_{min,b};\quad c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add};\quad 10\ mm\}$$

Enrobage nominal

Béton de propreté	OUI			
→ k1 =	$c_{nom,min}$	40.00	mm	
Enrobage nominal	c_{nom}	**45.00**	mm	OK !

	EC 2	EC 2/NA
k_1 (mm)	40	30
k_2 (mm)	75	65

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

Calcul des actions / combinaisons d'actions & sollicitations

Coefficients pour combinaisons des actions

Coefficient partiel pour actions permanentes défavorables	$\gamma_{G,sup}$	1.35	*cf. Tableau A1.2(B) ou Tableau A1.2(B)(NF) de l'EC 1*
Coefficient partiel pour actions variables	γ_Q	1.5	*cf. Tableau A1.2(B) ou Tableau A1.2(B)(NF) de l'EC 1*
	ψ_0	0.7	*cf. Tableau A1.1 de l'EC 0*
	ψ_1	0.5	*cf. Tableau A1.1 de l'EC 0*
	ψ_2	0.3	*cf. Tableau A1.1 de l'EC 0*

Charges appliquées en pied du poteau

Effort normal centré

Effort normal permanent	N	N_G	800	kN	*On suppose que cette charge comprend, le cas échéant, une fraction du poids des longrines + dallage + autres charges permanentes (murs, etc.)*
Effort normal variable		N_Q	200	kN	*On suppose que cette charge comprend, le cas échéant, une fraction de la charge variable appliquée au dallage*
Effort normal ultime		$N_u = P_u$	1380	kN	
Effort normal de service carac.		N_{ser}	1000	kN	
Effort normal quasi-permanent		N_{qp}	860	kN	

Moment fléchissant //b'

Moment permanent	M	M_G	20	kNm
Moment variable		M_Q	10	kNm
Moment ultime		M_u	42	kNm
Moment de service carac.		M_{ser}	30	kNm
Moment quasi-permanent		M_{qp}	23	kNm

Cas 1 — Semelle isolée rectangulaire reposant directement sur le sol soumise à une charge excentrée

Géométrie des éléments supportés

Calcul des excentricités à l'ELU

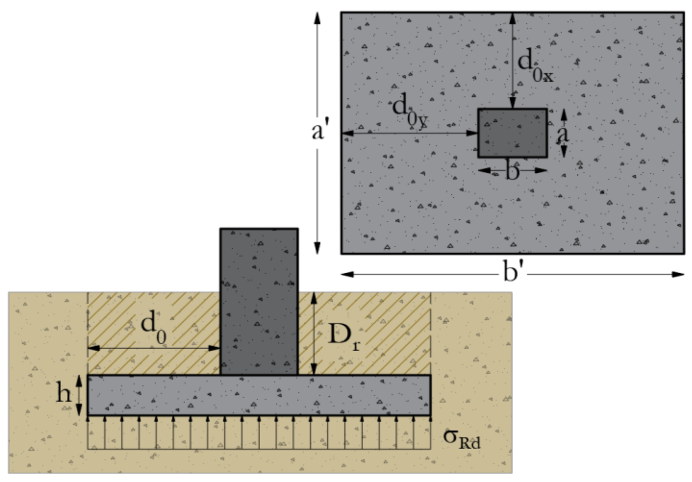
Excentricité du chargement à l'ELU	e_{0u}	3.04	cm
Excentricité additionnelle	e_i	5	cm
Supplément d'excentricité	Δe_0	0	cm
Excentricité de premier ordre	e_1	8.04	cm
Excentricité sous les effets du second ordre	e_2	0	cm
Excentricité totale à l'ELU	e_u (cm)	**8.04**	cm

→ *Dans ce problème, cette excentricité est évaluée exclusivement //b'*

$$e_{0u} = \frac{M_u}{N_u}$$

$$e_1 = e_{0u} + e_i + \Delta e_0$$

$$e_u = e_1 + e_2$$



Détermination du coffrage

En se basant sur le digramme de Mayerhof

1 — Portance

Choix qulconque des dimensions en plan de la semelle

Coffrage poteau		
a	0.30	m
b	0.30	m

Coffrage semelle		Choix du coffrage semelle		
a' (m)	1.70	**Choix a'**	1.70	m
b' (m)	1.86	**Choix b'**	1.90	m

$$\sqrt{\frac{1{,}05N_u}{\sigma_{Rd}}} \le a' \quad \rightarrow b' = a' + 2e$$

Vérifications (a', b' inconnues)				
G_0	40.38	kN		
$\frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)}$	0.485	≤	σ_{Rd} (MPa)	0.5
Condition de portance :			Vérifiée	

$$G_0 = G_{semelle} + G_{pré-poteau} + G_{sol}$$

$$G_0 = \gamma_{BA}[a'b'h + abD_r] + \gamma_{sol}(a'b' - ab)D_r$$

$$\sigma_{Ed} = \frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)} \le \sigma_{Rd} = \sigma_{gd} = q_{u,sol} = \frac{q_u}{2}$$

Choix d'une semelle homothétique au poteau

Portance

Coffrage poteau		
a	0.30	m
b	0.30	m
k = b/a	1.00	

$$k = \frac{b}{a} = \frac{b'}{a'}$$

Détermination du coffrage (a', b' inconnues)				
b' (m)	1.78	**Choix b' (m)**	1.80	
a' (m)	1.78	a'=b'/k (m)	1.80	
		Choix a' (m)	1.80	
G_0	40.50	kN		
$\frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)}$	0.486	≤	σ_{Rd} (MPa)	0.5
Condition de portance :			Vérifiée	

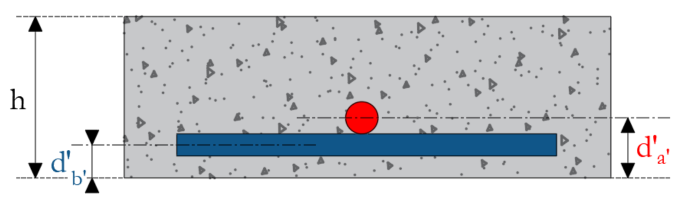
Remarque : À ce stade, on ignore les dimensions de la semelle → On peut supposer comme prédimensionnement que $1{,}35G_0 \cong 5\%N_u$ → Dans cet exemple $1{,}35G_0$ = 69 kN

$$b' = e + \sqrt{e^2 + k\left(\frac{1{,}05N_u}{\sigma_{Rd}}\right)} \rightarrow a' = \frac{b'}{k}$$

$$\sigma_{Ed} = \frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)} \le \sigma_{Rd} = \sigma_{gd} = q_{u,sol} = \frac{q_u}{2}$$

2 — Rigidité

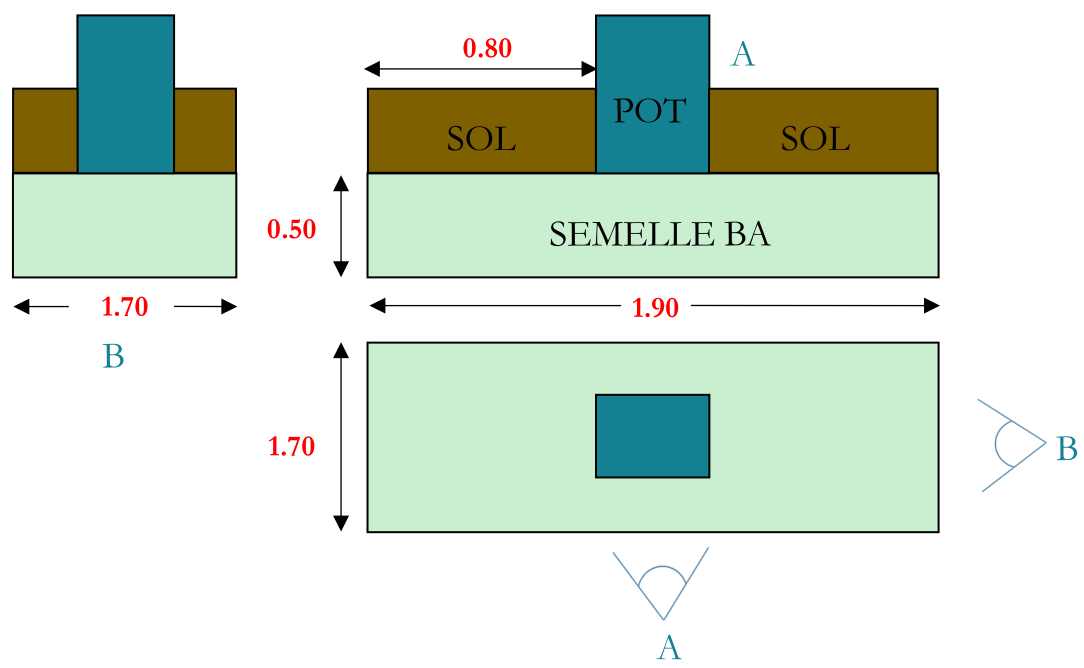
Détermination de h						
$d_{01} = d_{0y}$	0.80	m	d' _ estimée	$d'_{b'}$	5	cm
$d_{02} = d_{0x}$	0.70	m		$d'_{a'}$	5	cm
$d_{01}/2+d'_{b'}$	0.45	≤	h (m)	≤	$2d_{01}+d'_{b'}$	1.65
$d_{02}/2+d'_{a'}$	0.40	≤	h (m)	≤	$2d_{02}+d'_{a'}$	1.45
Choix h (m)	0.50		$d_1 = d_y$ (m)	0.45		
			$d_2 = d_x$ (m)	0.45		



$$\begin{cases} \frac{d_{01}}{2} = \frac{b'-b}{4} \le d_1 = h - d'_{b'} \le 2d_{01} = b' - b \\ \frac{d_{02}}{2} = \frac{a'-a}{4} \le d_2 = h - d'_{a'} \le 2d_{02} = a' - a \end{cases}$$

Choix final du coffrage des éléments

Semelle homothétique au poteau		NON	
Petite dimension en plan du poteau	a	**0.30**	m
Grande dimension en plan du poteau	b	**0.30**	m
Petite dimension en plan de la semelle	a'	**1.70**	m
Grande dimension en plan de la semelle	b'	**1.90**	m
Hauteur de la semelle	h	**0.50**	m
Hauteur utile des barres // b'	$d_1 = d_y$	**0.45**	m
Hauteur utile des barres // a'	$d_2 = d_x$	**0.45**	m
Débord // b'	$d_{01} = d_{0y}$	**0.80**	m
Débord // a'	$d_{02} = d_{0x}$	**0.70**	m



Calcul du ferraillage

N.B. Dans les calculs qui suivent, le poids propre de la semelle, éventuellement celui du pré-poteau et des terres qui la surmontent n'ont pas été pris en compte! Certains concepteurs les incluent dans les calculs.

1 — Méthode des moments (diag. Mayerhof)

Vérification de l'excentricité

$2e_u$ (m)	0.16	≤	b'/2 + 0.35b (m)	1.06

Calcul des aciers (A_1, A_2)

	Armatures // b'		
	N_{Ed}	0.67	MN
Moment dans la section S1	$M_{u1} = M_{uS1}$	0.28	MNm
	η = | λ =	1.00	0.80
Moment réduit ultime	μ_{cu}	0.0494	0.3717
	$\mu_{cu}<\mu_{lu}$?	OUI	
	Besoin d'acier comprimé ?		NON
	α_{u1}	0.063	
Bras de levier	Z_{c1}	0.44	m
	$A_{1,u}$	13.40	cm²
Section d'acier requise //b'	A_1	**13.40**	cm²
	Armatures // a'		
Force dans les barres //a'	$F_{02,u}$	0.54	MN
	$A_{2,u}$	12.34	cm²
Section d'acier requise //a'	A_2	**12.34**	cm²

→ Calculée par l'une des autres méthodes. En l'occurrence, on choisit la méthode des bielles (DTU 13.12)

	$f_{ck} \le 50\,MPa$	$50 < f_{ck} \le 90\,MPa$
λ	0,8	$0,8 - \frac{f_{ck}-50}{400}$
η	1,0	$1,0 - \frac{f_{ck}-50}{200}$

➢ 1er cas : $2e < \frac{b'}{2} + 0,35b$

$$= V_u = N_u \frac{\frac{b'}{2} - 0,35b}{b' - 2e} \qquad M_{u_1} = \boxed{N_{Ed}} \frac{\frac{b'}{2} - 0,35b}{2}$$

➢ 2ème cas : $2e > \frac{b'}{2} + 0,35b$

$$V_u = N_u \qquad M_{u_1} = \boxed{N_{Ed}}(e - 0,35b)$$

$$\mu_{cu} = \frac{M_{u1}}{a'd^2\eta f_{cd}} \qquad \varepsilon_{cu}\ (‰) \begin{cases} 3,5 & pour\ f_{ck} \le 50\,MPa \\ 2,6 + 35\left[\frac{90 - f_{ck}}{100}\right]^4 & pour\ f_{ck} \ge 50\,MPa \end{cases}$$

$$\alpha_{u1} = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}}\right)$$

$$Z_{c1} = d(1 - 0,5\lambda\alpha_u)$$

$$A_1 = \frac{M_{u1}}{Z_{c1}\sigma_{s1}} \longleftarrow \sigma_{s1} = \begin{cases} \alpha\varepsilon_{s1} + \beta & \text{palier incliné} \\ f_{yd} & \text{palier horizontal} \end{cases} \longleftarrow \varepsilon_{s1} = \frac{1 - \alpha_{u1}}{\alpha_{u1}}\varepsilon_{cu}$$

$$A_{2,u} = A_x = \frac{F_{02,u}}{f_{yd}} = \frac{N_u(a' - a)}{8d_2 f_{yd}}$$

$$A_1, A_2 = \begin{cases} 1,1A_u & si\ XA\,1 \\ 1,3A_u & si\ XA\,2 \\ 1,5A_u & si\ XA\,3 \end{cases}$$

	n1	10		n2	11		
	ϕ_{s1}	14		ϕ_{s2}	12		
Acier pourvu	$A_1 = A_y$	**15.39**	cm²	$A_2 = A_x$	**12.44**	cm²
Espacement des barres	$s_{1,b'} = s_y$	17.00	cm	$s_{2,a'} = s_x$	17.27	cm

→ 10 HA 14 //b' @ 17 cm + 8.5 sur chaque bord   → 11 HA 12 //a' @ 17 cm + 10 sur chaque bord

2 — Méthode des moments (EC 2 : &9.8)

Calcul des aciers (A_1, A_2)

	Armatures // b'		
Force dans les barres //b'	$F_{01,u}$	0.64	MN
	$A_{1,u}$	14.73	cm²
Section d'acier requise //b'	A_1	**14.73**	cm²
	Armatures // a'		
Force dans les barres //a'	$F_{02,u}$	0.56	MN
	$A_{2,u}$	12.79	cm²
Section d'acier requise //a'	A_2	**12.79**	cm²

$$\begin{cases} A_1 = A_{1,u} = A_y = \frac{F_{01,u}}{f_{yd}} = \frac{N_u(b' - 0,7b)^2}{7,2d_1 b' f_{yd}} \\ A_2 = A_{2,u} = A_x = \frac{F_{02,u}}{f_{yd}} = \frac{N_u(a' - 0,7a)^2}{7,2d_2 a' f_{yd}} \end{cases}$$

Remarque : *On pourrait suivre la même démarche (celle de la 1ère méthode //b') pour calculer les sections d'acier requises dans les deux directions, en considérant les moments suivants :*

$$M_{Edy} = \frac{N_u(b' - 0,7b)^2}{8b'} \quad ; \quad M_{Edx} = \frac{N_u(a' - 0,7a)^2}{8a'}$$

	n1	10		n2	12		
	ϕ_{s1}	14		ϕ_{s2}	12		
Acier pourvu	$A_1 = A_y$	**15.39**	cm²	$A_2 = A_x$	**13.57**	cm²
Espacement des barres	$s_{1,b'}$	17.00	cm	$s_{2,a'}$	15.83	cm

→ 10 HA 14 //b' @ 17 cm + 8.5 sur chaque bord   → 12 HA 12 //a' @ 15 cm + 12.5 sur chaque bord

3 — Méthode basée sur la théorie de Navier (diag. Triangulaire / Trapézoïdal)

Vérification de l'excentricité

e_u (m)	0.080	>	b'/24	0.079	m
		≤	b'/6	0.317	m
		≤	b'/2	0.950	m

→ CAS 2 : Centre de pression dans le noyau central → Diag. Trapézoïdal

Calcul des aciers (A_1, A_2)

	Armatures // b'		
Moment dans la section S1	M_{S1}	0.306	MNm
	μ_{cu}	0.0533	0.3717
	$\mu_{cu}<\mu_{lu}$?	OUI	
Inclinaison des bielles // b'	Besoin d'acier comprimé ?		NON
	α_{u1}	0.068	
Force dans les barres //b'	Z_{c1}	0.44	m
	$A_{1,u}$	14.61	cm²
Section d'acier requise //b'	A_1	**14.61**	cm²
	Armatures // a'		
Force dans les barres //a'	N'_u	1.555	MN
	$A_{2,u}$	13.91	cm²
Section d'acier requise //a'	A_2	**13.91**	cm²

→ voir méthode 1 pour les expressions

❖ 1er cas : $e \le \frac{b'}{24} < \frac{b'}{6}$: $N'_u = N_u\left(1 + \frac{3e}{b'}\right)$

✓ Les aciers requis se calculent par :

$$\begin{cases} A_1 = A_{1,u} = \frac{N'_u(b' - b)}{8d_1 f_{yd}} \\ A_2 = A_{2,u} = \frac{N'_u(a' - a)}{8d_2 f_{yd}} \end{cases}$$

❖ 2ème cas : $\frac{b'}{24} < e \le \frac{b'}{6}$:

✓ Selon la direction a' :

$$N'_u = N_u\left(1 + \frac{3e}{b'}\right) \rightarrow A_2 = A_{//a'} = A_{2,u} = \frac{N'_u(a' - a)}{8d_2 f_{yd}}$$

✓ Selon la direction b' :

$$M_{S_1} = \left(\frac{b'}{2} - 0,35b\right)^2\left(1 + 4\frac{e}{b'} + 1,4\frac{eb}{b'^2}\right)\frac{N_u}{2b'} \rightarrow A_1 = \frac{M_{S_1}}{Z_u\sigma_s}$$

❖ 3ème cas : $\frac{b'}{6} < e \le \frac{b'}{2}$:

✓ Selon la direction a' :

$$N'_u = N_u\left(1 + \frac{3e}{b'}\right) \rightarrow A_2 = A_{//a'} = A_{2,u} = \frac{N'_u(a' - a)}{8d_2 f_{yd}}$$

✓ Selon la direction b' :

$$M_{S_1} = \left(\frac{\frac{b'}{2} - 0,35b}{\frac{b'}{2} - e}\right)^2 (4b' + 0,35b - 9e)\frac{N_u}{27} \rightarrow A_1 = \frac{M_{S_1}}{Z_u\sigma_s}$$

	n1	13		n2	13		
	ϕ_{s1}	12		ϕ_{s2}	12		
Acier pourvu	$A_1 = A_y$	**14.70**	cm²	$A_2 = A_x$	**14.70**	cm²
Espacement des barres	$s_{1,b'}$	13.08	cm	$s_{2,a'}$	14.62	cm

→ 13 HA 12 //b' @ 13 cm + 7 sur chaque bord   → 13 HA 12 //a' @ 14 cm + 11 sur chaque bord

Méthode choisie pour la suite: Moments EC 2 (&9.8.2.2)

Etude du poinçonnement

Pourcentage moyen d'armatures

Hauteur utile moyenne	d	0.45	cm
Pourcentage d'acier selon y	ρ_y	0.0020	
Pourcentage d'acier selon x	ρ_x	0.0016	
Pourcentage moyen d'armatures	ρ	0.0018	≤ 0.02

$$d = \frac{d_y + d_x}{2}$$

$$\begin{cases} \rho_{ly} = \dfrac{A_y}{a' d_y} \\ \rho_{lx} = \dfrac{A_x}{b' d_x} \end{cases} \rightarrow \rho = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lx}} \leq 0{,}02$$

Caractéristiques géométriques du contour de contrôle

→ En réalité, on ne peut pas savoir par simple calcul et avec précision la position exacte du contour de référence : On va présenter dans la suite la démarche à suivre pour un calcul type, puis dresser un tableau contenant un test sur quelques valeurs probables de ce contour.

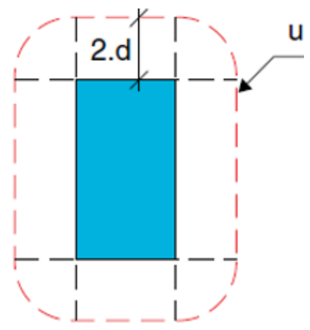
Distance entre le nu du poteau et le périmètre du contour de contrôle: 0 ≤ | $a = a_v$ (m) | 0.45 | ≤ | 2d (m) | 0.90

→ Par soucis de confusion entre la largeur du poteau et cette distance → on considère comme notation a_v au lieu de a

Périmètre du contour de contrôle	u	4.03	m	
Aire du contour de contrôle	A_c	1.27	m²	
Hauteur du contour de contrôle	h	0.50	m	"=F360"

$$u = 2a + 2b + 2\pi a_v$$

$$A_c = (a + 2a_v)b + (b + 2a_v)a - ab + \pi a_v^2$$



Calcul de la contrainte de cisaillement résistant v_{Rd}

	$C_{Rd,c}$	0.12	
	k	= min {	1.67
			2.00
		=	1.67
	v_{min}	0.377	MPa
Contrainte due au cisaillement résistant de calcul #1	$v_{Rd,1}$	0.66	MPa
Contrainte due au cisaillement résistant de calcul #2	$v_{Rd,2}$	0.75	MPa
Contrainte due au cisaillement résistant de calcul	v_{Rd}	0.75	MPa

$$C_{Rd,c} = \frac{0{,}18}{\gamma_c}$$

$$k = min \begin{cases} 1 + \sqrt{\dfrac{200}{d}}; \; d \; en \; mm \\ 2 \end{cases}$$

$$v_{min} = 0{,}035\sqrt{k^3 f_{ck}}$$

$$v_{Rd} = Max \begin{cases} v_{Rd,1} = C_{Rd,c}\, k \sqrt[3]{100\,\rho\, f_{ck}} \times \dfrac{2d}{a_v} \\ v_{Rd,2} = v_{min} \times \dfrac{2d}{a_v} \end{cases}$$

Calcul de la contrainte de cisaillement de calcul v_{Ed}

Effort tranchant de calcul	V_{Ed}	1380.00	kN	"=N_u"
Réaction du sol dans la zone de contrôle	σ_{gd}	0.43	MPa	
Valeur nette de la force de réaction verticale à l'intérieur du contour de contrôle	ΔV_{Ed}	540.97	kN	
Effort tranchant à prendre à l'extérieur de la zone de contrôle	$V_{Ed,red}$	839.03	kN	
Coef. qui dépend du rapport des dimensions du poteau	k	0.60		
Correspond à une répartition des contraintes de cisaillement	W	1.64	m	4.76
	β	1.07		
Contrainte de cisaillement de calcul	v_{Ed}	0.50	MPa	
		≤	v_{Rd}	

$$\sigma_{gd} = \frac{V_{Ed}}{a'b'}$$

$$\Delta V_{Ed} = \sigma_{gd} A_c$$

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed}$$

Tableau 6.1 : Valeur de *k* pour les aires chargées rectangulaires

c_1/c_2	≤ 0,5	1,0	2,0	≥ 3,0
k	0,45	0,60	0,70	0,80

$$W = \frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 2c_2 a_v + 4a_v^2 + \pi c_1 a_v$$

$$\beta = 1 + k\frac{M_{Ed}\, u}{V_{Ed,red}\, W}$$

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed,red}}{ud} \leq v_{Rd}$$

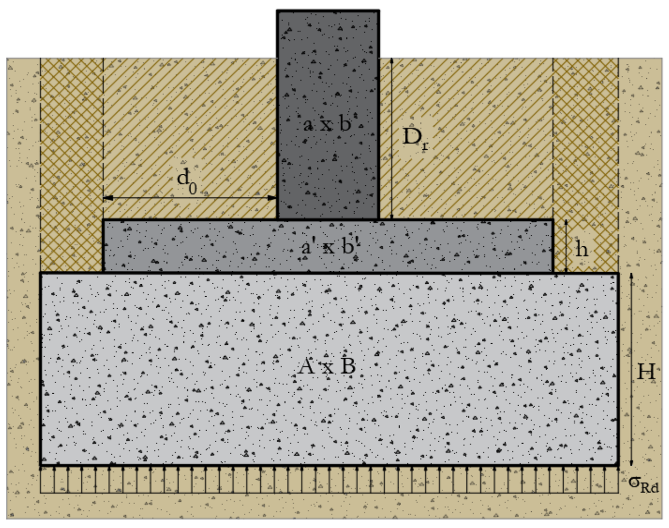
Recherche de la section critique du contout de contrôle

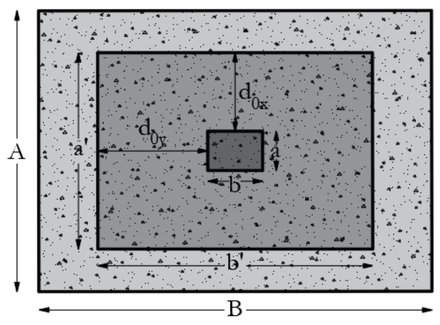
Le contour de contrôle à surveiller selon lequel le risque de poinçonnement est le plus élevé!

a_v		u	A_c	ΔV_{Ed}	$V_{Ed,red}$	W	β	v_{Ed}	$v_{Rd,1}$	$v_{Rd,2}$	v_{Rd}	v_{Ed} / V_{Rd}
ξd	m	m	m²	kN	kN	m	-	MPa	MPa	MPa	MPa	-
0	0.000	1.20	0.090	38.45	1341.55	0.14	1.17	2.899	-	-	-	-
0.2d	0.090	1.77	0.223	95.47	1284.53	0.31	1.11	1.800	3.29	3.77	3.77	0.478
0.4d	0.180	2.33	0.408	174.23	1205.77	0.54	1.09	1.253	1.65	1.88	1.88	0.665
0.6d	0.270	2.90	0.643	274.73	1105.27	0.84	1.08	0.914	1.10	1.26	1.26	0.729
0.8d	0.360	3.46	0.929	396.97	983.03	1.21	1.07	0.677	0.82	0.94	0.94	0.720
d	0.450	4.03	1.266	540.97	839.03	1.64	1.07	0.497	0.66	0.75	0.75	0.660
1.2d	0.540	4.59	1.654	706.70	673.30	2.13	1.08	0.352	0.55	0.63	0.63	0.561
1.4d	0.630	5.16	2.093	894.18	485.82	2.69	1.10	0.230	0.47	0.54	0.54	0.428
1.6d	0.720	5.72	2.583	1103.40	276.60	3.32	1.16	0.124	0.41	0.47	0.47	0.264
1.8d	0.810	6.29	3.123	1334.37	45.63	4.01	1.87	0.030	0.37	0.42	0.42	0.072
2d	0.900	6.85	3.715	1587.08	-207.08	4.76	0.82	-0.055	0.33	0.38	0.38	-0.147

Cas 2 — Semelle isolée rectangulaire reposant sur un massif de gros béton soumise à une charge excentrée

Géométrie des éléments supportés





Choix quelconque des dimensions en plan de la semelle en BA et du massif GB

1 — Semelle / GB — Portance

Coffrage poteau		
a	0.30	m
b	0.30	m

Coffrage semelle		Choix du coffrage semelle		
a' (m)	1.39	Choix a'	1.45	m
b' (m)	1.55	Choix b'	1.55	m

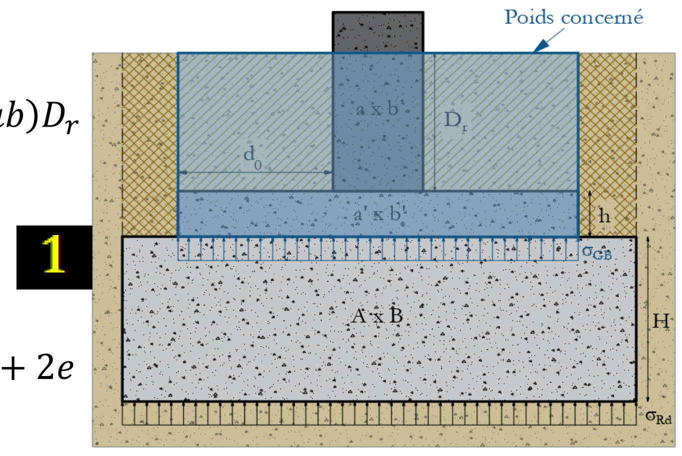
$$\sqrt{\frac{1{,}05N_u}{\sigma_{GB}}} \le a' \quad \rightarrow b' = a' + 2e$$

Vérifications (a', b' inconnues)				
G_0	22.48	kN		
$\frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)}$	0.700	≤	σ_{GB} (MPa)	0.75
Condition de portance :			Vérifiée	

$$G_0 = G_{semelle} + G_{pré-poteau} + G_{sol,1}$$

$$G_0 = \gamma_{BA}[a'b'h + abD_r] + \gamma_{sol}(a'b' - ab)D_r$$

$$\frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)} \le \sigma_{GB}$$



2 — GB / Sol — Portance

Détermination du coffrage (A, B inconnues)				
A (m)	1.72	Choix A (m)	1.85	
B (m)	1.88	B=A+2e (m)	2.01	
		Choix B (m)	2.00	
G_1	75.96	kN		
$\frac{N_u + 1{,}35G_1}{A(B-2e)}$	0.436	≤	σ_{sol} (MPa)	0.5
Condition de portance :			Vérifiée	

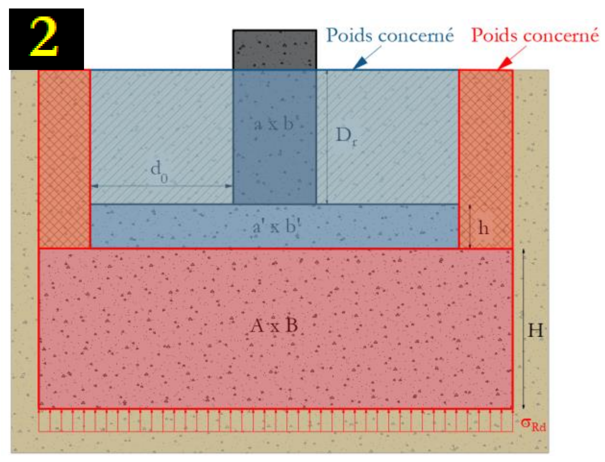
$$\sqrt{\frac{1{,}05(N_u + 1{,}35G_0)}{\sigma_{gd}}} \le A \quad \rightarrow B = A + 2e$$

$$G_1 = G_0 + G_{GB} + G_{sol,2}$$

$$G_1 = G_0 + \gamma_{GB}[ABH] + \gamma_{sol}(AB - a'b')(D_r + h)$$

$$\frac{N_u + 1{,}35G_1}{A(B-2e)} \le \sigma_{sol} = \sigma_q = \frac{q_u}{2}$$

$$H = A - a'$$



Choix d'une semelle homothétique au poteau

1' — Semelle / GB — Portance

Coffrage poteau		
a	0.30	m
b	0.30	m
k=a/b	1.00	

Détermination du coffrage (a', b' inconnues)				
b' (m)	1.47	Choix b' (m)	1.50	
a' (m)	1.47	a'=b'/k (m)	1.50	
		Choix a' (m)	1.50	
G_0	22.50	kN		
$\frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)}$	0.702	≤	σ_{GB} (MPa)	0.75
Condition de portance :			Vérifiée	

$$k = \frac{b}{a} = \frac{b'}{a'}$$

$$b' = e + \sqrt{e^2 + k\left(\frac{1{,}05N_u}{\sigma_{GB}}\right)} \rightarrow a' = \frac{b'}{k}$$

$$\sigma_{Ed} = \frac{N_u + 1{,}35G_0}{a'(b'-2e)} \le \sigma_{GB}$$

2' — GB / Sol — Portance

Détermination du coffrage (A, B inconnues)				
B (m)	1.80	Choix B (m)	1.85	
A (m)	1.80	A=B/k (m)	1.85	
		Choix A (m)	1.85	
G_1	70.95	kN		
$\frac{N_u + 1{,}35G_1}{A(B-2e)}$	0.472	≤	σ_{sol} (MPa)	0.5
Condition de portance :			Vérifiée	

$$B = e + \sqrt{e^2 + k\left(\frac{1{,}05(N_u + 1{,}35G_1)}{\sigma_{gd}}\right)} \rightarrow A = \frac{B}{k}$$

$$G_1 = G_0 + G_{GB} + G_{sol,2}$$

$$G_1 = G_0 + \gamma_{GB}[ABH] + \gamma_{sol}(AB - a'b')(D_r + h)$$

$$\frac{N_u + 1{,}35G_1}{A(B-2e)} \le \sigma_{sol} = \sigma_q = \frac{q_u}{2}$$

$$H = A - a'$$

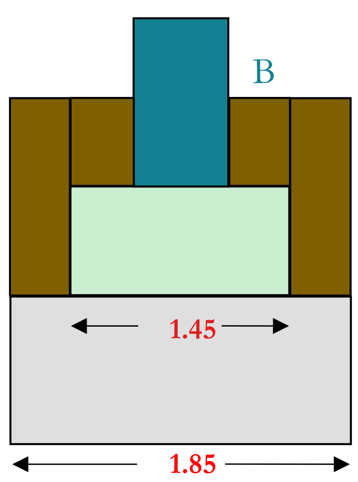
3 — Rigidité

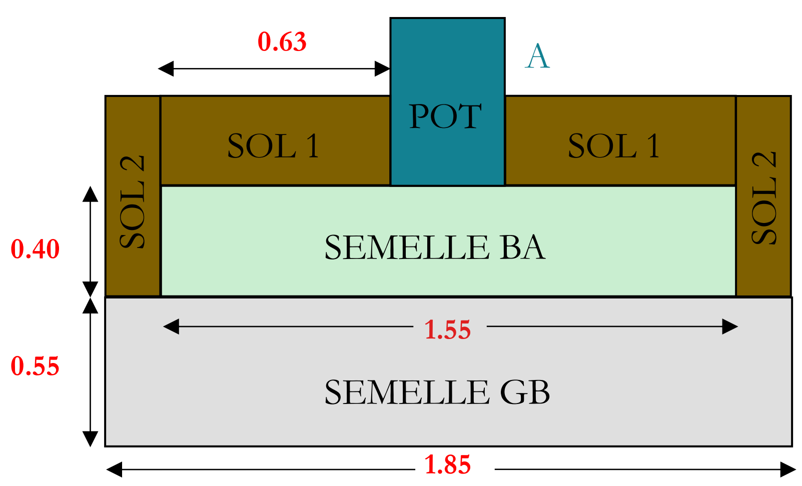
Détermination de h et H						
$d_{01} = d_{0y}$	0.63	m	d' _ estimée	$d'_{b'}$	5	cm
$d_{02} = d_{0x}$	0.58	m		$d'_{a'}$	5	cm
$d_{01}/2+d'_{b'}$	0.3625	≤	h (m)	≤	$2d_{01}+d'_{b'}$	1.3
$d_{02}/2+d'_{a'}$	0.3375	≤	h (m)	≤	$2d_{02}+d'_{a'}$	1.2
Choix h (m)	0.40		$d_1 = d_y$ (m)	0.350		
			$d_2 = d_x$ (m)	0.350		
H_{min} (m)	0.35	→	Choix H (m)	0.55		

$$\begin{cases} \dfrac{d_{01}}{2} = \dfrac{b'-b}{4} \le d_1 = h - d'_{b'} \le 2d_{01} = b' - b \\ \dfrac{d_{02}}{2} = \dfrac{a'-a}{4} \le d_2 = h - d'_{a'} \le 2d_{02} = a' - a \end{cases}$$

Choix final du coffrage des éléments

Semelle homothétique au poteau		NON	
Petite dimension en plan du poteau	a	0.30	m
Grande dimension en plan du poteau	b	0.30	m

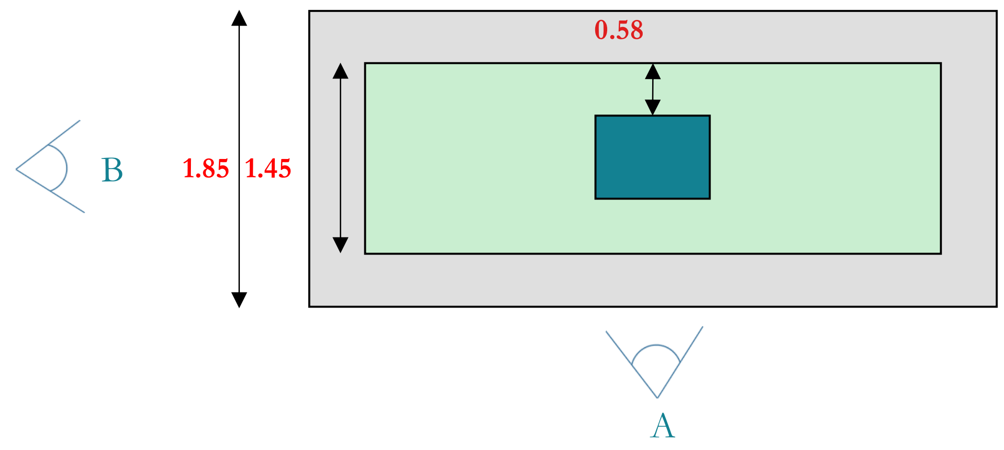




Feuille de calcul _ CCSBA selon la norme NF EN 1992-1-1 : 2005 + NF EN 1992-1-1/NA : 2007

Feuille élaborée par Afif Beji ©

Petite dimension en plan de la semelle en BA	a'	1.45	m
Grande dimension en plan de la semelle en BA	b'	1.55	m
Hauteur de la semelle en BA	h	0.40	m
Petite dimension en plan de la semelle en GB	A	1.85	m
Grande dimension en plan de la semelle en GB	B	1.85	m
Hauteur de la semelle en GB	H	0.55	m
Hauteur utile des barres // b'	$d_1 = d_y$	0.35	m
Hauteur utile des barres // a'	$d_2 = d_x$	0.35	m
Débord // b'	$d_{01} = d_{0y}$	0.63	m
Débord // a'	$d_{02} = d_{0x}$	0.58	m



Calcul du ferraillage

N.B. Dans les calculs qui suivent, le poids propre de la semelle, éventuellement celui du pré-poteau et des terres qui la surmontent n'ont pas été pris en compte! Certains concepteurs les incluent dans les calculs.

1 — Méthode des moments (diag. Mayerhof)

Vérification de l'excentricité

$2e_u$ (m)	0.16	≤	b'/2 + 0.35b (m)	0.88

Méthode 1 — Calcul des aciers (A_1, A_2)

	Armatures // b'		
	N_{Ed}	0.67	MN
Moment dans la section S1	$M_{u1} = M_{uS1}$	0.22	MNm
	$\eta =$ | $\lambda =$	1.00	0.80
Moment réduit ultime	μ_{cu}	0.0753	0.3717
	$\mu_{cu}<\mu_{lu}$?	OUI	
	Besoin d'acier comprimé ?		NON
	α_{u1}	0.098	
Bras de levier	Z_{c1}	0.34	m
	$A_{1,u}$	14.31	cm²
Section d'acier requise //b'	A_1	14.31	cm²
	Armatures // a'		
Force dans les barres //a'	$F_{02,u}$	0.57	MN
	$A_{2,u}$	13.04	cm²
Section d'acier requise //a'	A_2	13.04	cm²

→ *Calculée par l'une des autres méthodes. En l'occurrence, on choisit la méthode des bielles (DTU 13.12)*

➢ 1er cas : $2e < \frac{b'}{2} + 0{,}35b$

$$= V_u = N_u \frac{\frac{b'}{2} - 0{,}35b}{b' - 2e} \qquad M_{u_1} = \boxed{N_{Ed}} \frac{\frac{b'}{2} - 0{,}35b}{2}$$

➢ 2ème cas : $2e > \frac{b'}{2} + 0{,}35b$

$$V_u = N_u \qquad M_{u_1} = \boxed{N_{Ed}}(e - 0{,}35b)$$

	$f_{ck} \le 50\ MPa$	$50 < f_{ck} \le 90\ MPa$
λ	0,8	$0{,}8 - \frac{f_{ck} - 50}{400}$
η	1,0	$1{,}0 - \frac{f_{ck} - 50}{200}$

$$\mu_{cu} = \frac{M_{u1}}{a' d^2 \eta f_{cd}}$$

$$\varepsilon_{cu}\ (‰) \begin{cases} 3{,}5 & pour\ f_{ck} \le 50\ MPa \\ 2{,}6 + 35\left[\frac{90 - f_{ck}}{100}\right]^4 & pour\ f_{ck} \ge 50\ MPa \end{cases}$$

$$\alpha_{u1} = \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}}\right)$$

$$Z_{c1} = d(1 - 0{,}5\lambda\alpha_u)$$

$$A_1 = \frac{M_{u1}}{Z_{c1}\sigma_{s1}} \longleftarrow \sigma_{s1} = \begin{cases} \alpha\varepsilon_{s1} + \beta & \text{palier incliné} \\ f_{yd} & \text{palier horizontal} \end{cases} \longleftarrow \varepsilon_{s1} = \frac{1 - \alpha_{u1}}{\alpha_{u1}}\varepsilon_{cu}$$

$$A_{2,u} = A_x = \frac{F_{02,u}}{f_{yd}} = \frac{N_u(a' - a)}{8 d_2 f_{yd}}$$

$$A_1, A_2 = \begin{cases} 1{,}1A_u & si\ XA\,1 \\ 1{,}3A_u & si\ XA\,2 \\ 1{,}5A_u & si\ XA\,3 \end{cases}$$

	n1	10			n2	12	
	ϕ_{s1}	14			ϕ_{s2}	12	
Acier pourvu	$A_1 = A_y$	15.39	cm²		$A_2 = A_x$	13.57	cm²
Espacement des barres	$s_{1,b'} = s_y$	14.50	cm		$s_{2,a'} = s_x$	12.92	cm

→ 10 HA 14 //b' @ 14 cm + 9.5 sur chaque bord → 12 HA 12 //a' @ 12 cm + 11.5 sur chaque bord

2 — Méthode des moments (EC 2 : &9.8)

Méthode 2 — Calcul des aciers (A_1, A_2)

	Armatures // b'		
Force dans les barres //b'	$F_{01,u}$	0.63	MN
	$A_{1,u}$	14.59	cm²
Section d'acier requise //b'	A_1	14.59	cm²
	Armatures // a'		
Force dans les barres //a'	$F_{02,u}$	0.58	MN
	$A_{2,u}$	13.36	cm²
Section d'acier requise //a'	A_2	13.36	cm²

$$\begin{cases} A_1 = A_{1,u} = A_y = \dfrac{F_{01,u}}{f_{yd}} = \dfrac{N_u(b' - 0{,}7b)^2}{7{,}2 d_1 b' f_{yd}} \\ A_2 = A_{2,u} = A_x = \dfrac{F_{02,u}}{f_{yd}} = \dfrac{N_u(a' - 0{,}7a)^2}{7{,}2 d_2 a' f_{yd}} \end{cases}$$

Remarque : *On pourrait suivre la même démarche (celle de la 1ère méthode //b') pour calculer les sections d'acier requises dans les deux directions, en considérant les moments suivants :*

$$M_{Edy} = \frac{N_u(b' - 0{,}7b)^2}{8b'} \quad ; \quad M_{Edx} = \frac{N_u(a' - 0{,}7a)^2}{8a'}$$

	n1	10			n2	12	
	ϕ_{s1}	14			ϕ_{s2}	12	
Acier pourvu	$A_1 = A_y$	15.39	cm²		$A_2 = A_x$	13.57	cm²
Espacement des barres	$s_{1,b'}$	14.50	cm		$s_{2,a'}$	12.92	cm

→ 10 HA 14 //b' @ 14 cm + 9.5 sur chaque bord → 12 HA 12 //a' @ 12 cm + 11.5 sur chaque bord

3 — Méthode basée sur la théorie de Navier (diag. Triangulaire / Trapézoïdal)

Vérification de l'excentricité

e_u (m)	0.080	>	b'/24	0.065	m
		≤	b'/6	0.258	m
		≤	b'/2	0.775	m

→ CAS 2 : Centre de pression dans le noyau central → Diag. Trapézoïdal

Méthode 3 — Calcul des aciers (A_1, A_2)

	Armatures // b'		
Moment dans la section S1	M_{S1}	0.244	MNm
	μ_{cu}	0.0825	0.0000
	$\mu_{cu}<\mu_{lu}$?	OUI	
Inclinaison des bielles // b'	Besoin d'acier comprimé ?		NON
	α_{u1}	0.108	
Force dans les barres //b'	Z_{c1}	0.43	m

→ *voir méthode 1 pour les expressions*

❖ 1er cas : $e \le \frac{b'}{24} < \frac{b'}{6}$: $\quad N'_u = N_u\left(1 + \frac{3e}{b'}\right)$

✓ Les aciers requis se calculent par :

$$\begin{cases} A_1 = A_{1,u} = \dfrac{N'_u(b' - b)}{8 d_1 f_{yd}} \\ A_2 = A_{2,u} = \dfrac{N'_u(a' - a)}{8 d_2 f_{yd}} \end{cases}$$

❖ 2ème cas : $\frac{b'}{24} < e \le \frac{b'}{6}$:

✓ Selon la direction a' :

$$N'_u = N_u\left(1 + \frac{3e}{b'}\right) \rightarrow A_2 = A_{//a'} = A_{2,u} = \frac{N'_u(a' - a)}{8 d_2 f_{yd}}$$

✓ Selon la direction b' :

$$M_{S_1} = \left(\frac{b'}{2} - 0{,}35b\right)^2 \left(1 + 4\frac{e}{b'} + 1{,}4\frac{eb}{b'^2}\right)\frac{N_u}{2b'} \rightarrow A_1 = \frac{M_{S_1}}{Z_u \sigma_s}$$

	$A_{1,u}$	12.32	cm^2
Section d'acier requise //b'	A_1	**12.32**	cm^2
	Armatures // a'		
Force dans les barres //a'	N'_u	1.595	MN
	$A_{2,u}$	15.07	cm^2
Section d'acier requise //a'	A_2	**15.07**	cm^2

- ❖ 3ème cas : $\frac{b'}{6} < e \le \frac{b'}{2}$:
- ✓ Selon la direction a' :

$$N'_u = N_u\left(1+\frac{3e}{b'}\right) \rightarrow A_2 = A_{//a'} = A_{2,u} = \frac{N'_u(a'-a)}{8d_2 f_{yd}}$$

- ✓ Selon la direction b' :

$$M_{S_1} = \left(\frac{\frac{b'}{2}-0{,}35b}{\frac{b'}{2}-e}\right)^2 (4b'+0{,}35b-9e)\frac{N_u}{27} \rightarrow A_1 = \frac{M_{S_1}}{Z_u \sigma_s}$$

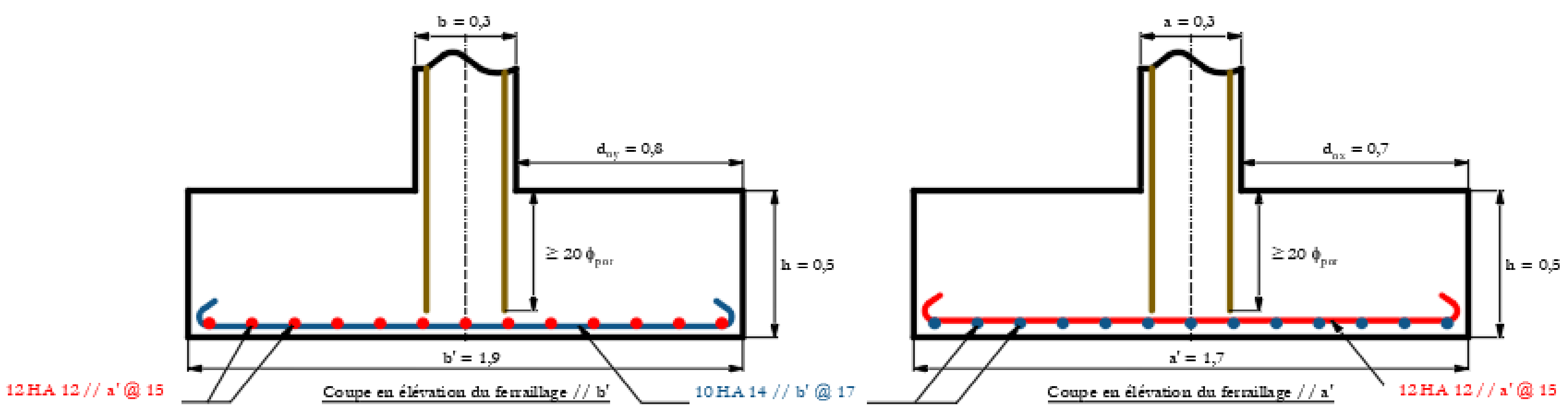
	n1	11		n2	10		
	ϕ_{s1}	12		ϕ_{s2}	14		
Acier pourvu	$A_1 = A_y$	**12.44**	cm^2	$A_2 = A_x$	**15.39**	cm^2
Espacement des barres	$s_{1,b'}$	13.18	cm	$s_{2,a'}$	15.50	cm

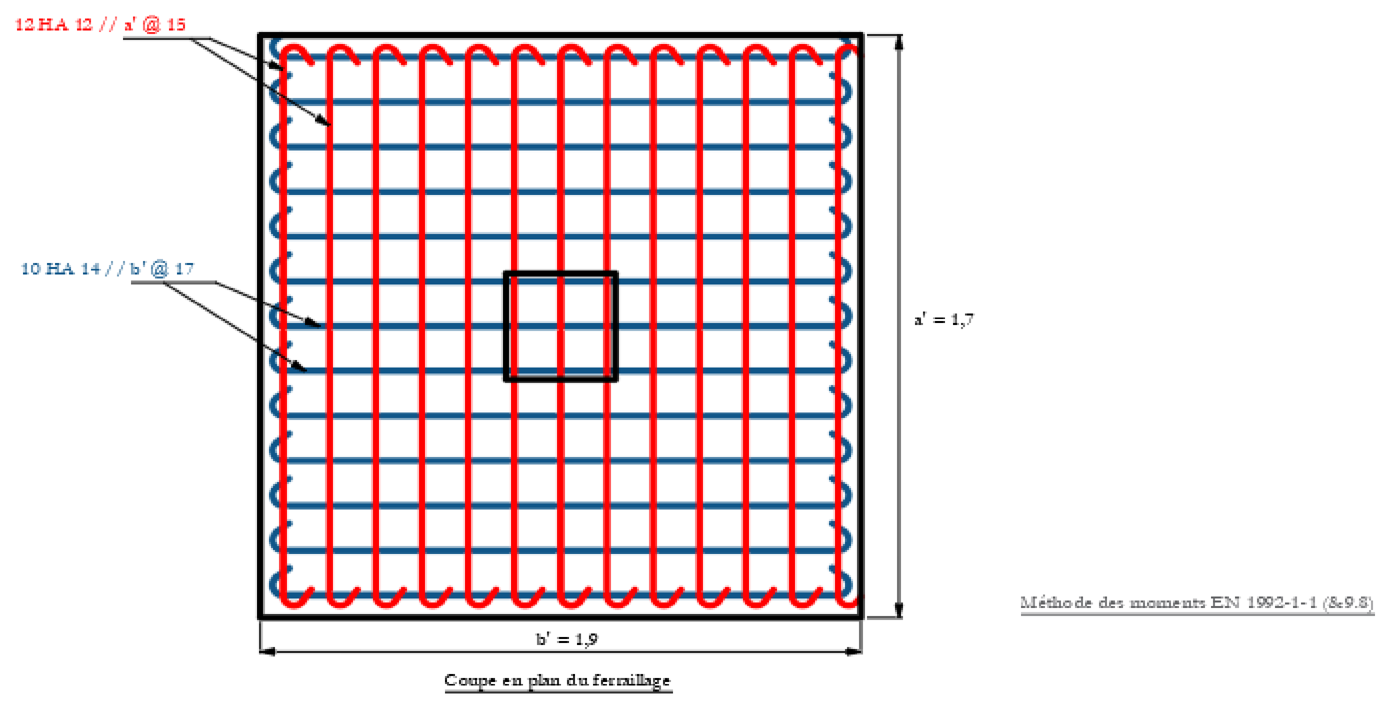
→ 11 HA 12 //b' @ 13 cm + 7.5 sur chaque bord

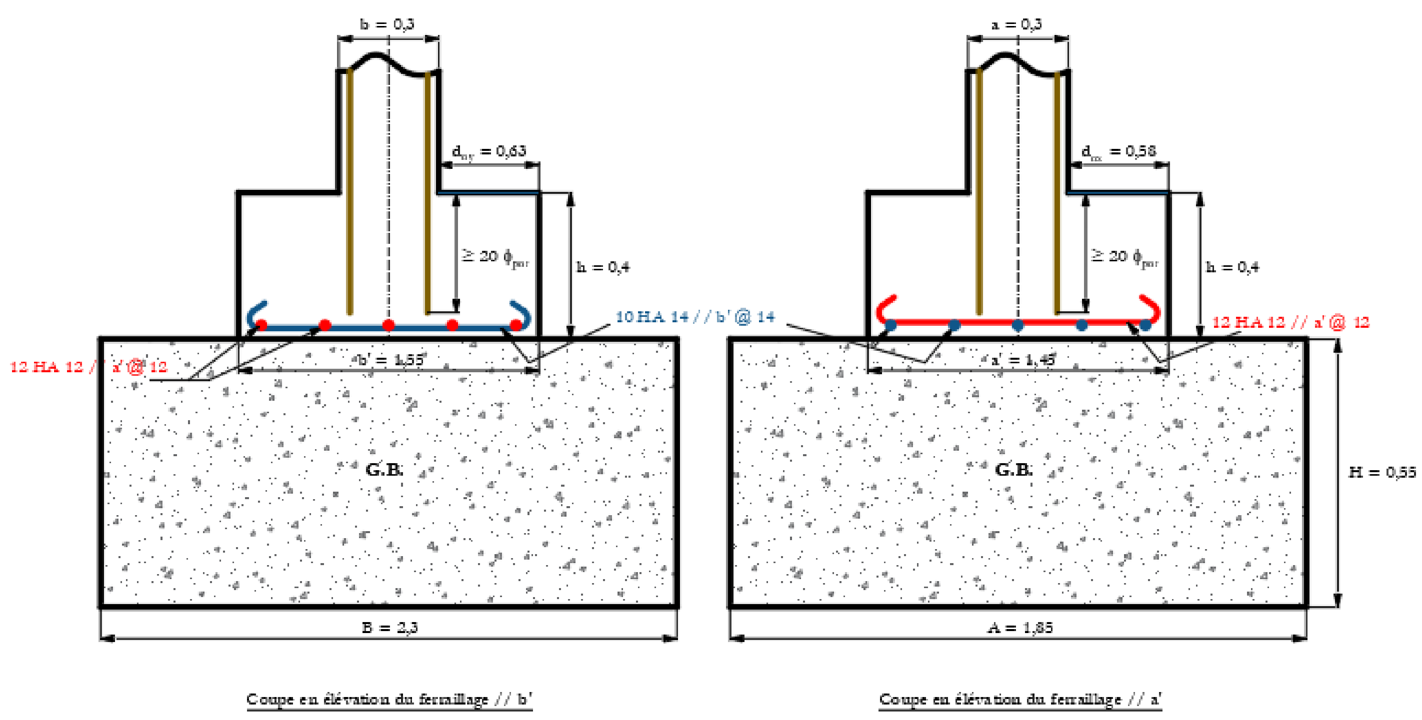
→ 10 HA 14 //a' @ 15 cm + 10 sur chaque bord

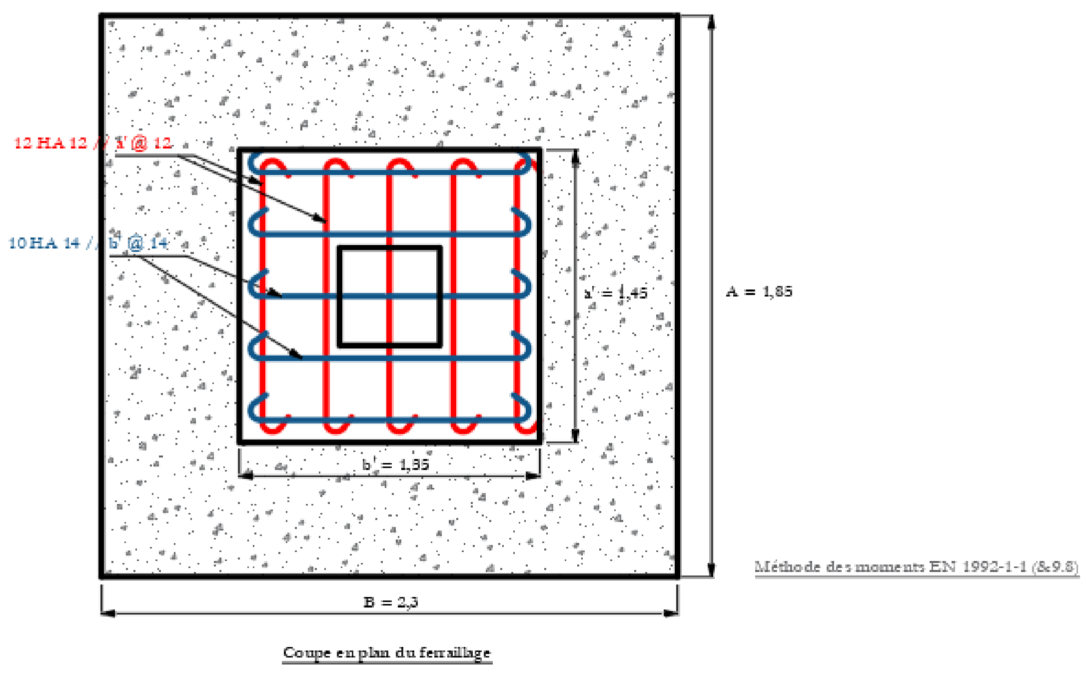
Méthode choisie pour la suite : Moments EC 2 (&9.8.2.2)

Schéma de ferraillage









Pour mémoire :
→ Vérification de l'ancrage des barres.
→ Vérification de l'ouverture des fissures au besoin.