Corrigé de l'exercice 1

1) a) $(2i)^3 + (3 - d^2)(2i) + 2i(1 + d^2) = 0$
donc 2i est une solution de E_d.

b) Déterminons deux nombres complexes b et c tels que pour tout nombre complexe z on a :
$z^3 + (3 - d^2)z + 2i(1 + d^2) = (z - 2i)(z^2 + bz + c)$ ce qui donne
$z^3 + (3 - d^2)z + 2i(1 + d^2) = z^3 + (b - 2i)z^2 + (c - 2ib)z - 2ic$ d'où
$\begin{cases} b - 2i = 0 \\ c - 2ib = 3 - d^2 \\ -2ic = 2i(1 + d^2) \end{cases}$ et par suite $b = 2i$ et $c = -1 - d^2$

pour tout nombre complexe z on a alors

$z^3 + (3 - d^2)z + 2i(1 + d^2) = (z - 2i)(z^2 + 2iz - 1 - d^2)$ l'équation E_d est donc équivalente à $z = 2i$ ou

$z^2 + 2iz - 1 - d^2 = 0$ les solutions de E_d sont donc $2i$, $-i + d$ et $-i - d$.

2) Soient $A(2i)$; $B(-i)$; $M(-i + d)$; $N(-i - d)$

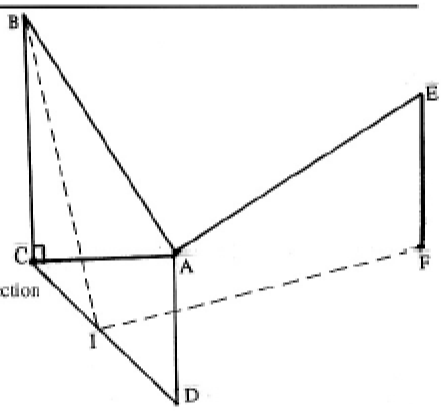
a) $\overrightarrow{MN}$ a pour affixe $-2d$ et comme $|d| = 2$ donc $MN = 4$ le milieu de [MN] a pour affixe $-i$ c'est donc B.
b) M et N appartiennent au cercle de centre B et de rayon 2.
c) La somme des affixes des points A, M et N est nulle donc O est le centre de gravité du triangle AMN.
d) [AO] est une médiane de AMN.
AMN est isocèle de sommet principal A si et seulement si $(AO) \perp (MN)$
$\overrightarrow{AO}$ a pour affixe $-2i$
$\overrightarrow{MN}$ a pour affixe $(-2d)$
$\left(\overrightarrow{AO} \perp \overrightarrow{MN}\right)$ si et seulement si d est réel et comme $|d| = 2$ donc $\left(\overrightarrow{AO}\right) \perp \left(\overrightarrow{MN}\right)$ si et seulement si $d = 2$ ou $d = -2$ et par suite AMN est isocèle de sommet principal A si et seulement si $d = 2$ ou $d = -2$.

Corrigé de l'exercice 2

$r = r\left(A, \frac{\pi}{2}\right)$
$D = r(c)$ et $B = r(E)$

1) a) $A \neq C$ et $AC = DA$
donc il existe un unique déplacement f
tel que $f(A) = D$ et $f(c) = A$

b) $\overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{CA}$, donc f est une rotation
d'angle $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{DA}\right)$ et dont le centre est le point d'intersection
de la médiatrice de [AD] et de celle de [AC].
C'est donc le point I d'où $f = r\left(I, -\frac{\pi}{2}\right)$



1-2-3-4-5-6-7-8-9