République Tunisienne
Ministère de l'Education
et de la Formation

EXAMEN DU BACCALAUREAT

SESSION DE JUIN 2003

SESSION PRINCIPALE

SECTION : MATHEMATIQUES
EPREUVE : MATHEMATIQUES
DUREE : 4 heures COEFFICIENT : 4

EXERCICE 1 : (5 points)

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation

$$E_d : z^3 + (3 - d^2)z + 2i(1 + d^2) = 0$$

où d est un nombre complexe donné de module 2 .

1) a – Vérifier que 2i est une solution de E_d .
b – Résoudre alors l'équation E_d.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B, M, N d'affixes respectives 2i ; - i ; - i + d ; - i – d.
a – Calculer MN et déterminer le milieu de [MN].
b – En déduire que lorsque d varie, les points M et N appartiennent à un cercle fixe que l'on précisera.
c – Dans le cas où AMN est un triangle, montrer que O est le centre de gravité du triangle AMN.
d – En déduire les valeurs de d pour lesquelles le triangle AMN est isocèle de sommet principal A.

EXERCICE 2 : (5 points)

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que $\widehat{(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})} \equiv \frac{\pi}{2}\ [2\pi]$ et soit r la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Soient $D = r(C)$ et $E = r^{-1}(B)$.
On désigne par I le milieu du segment [C D].

1) a – Montrer qu'il existe un unique déplacement f tel que f(A) = D et f (C) = A.
b – Préciser la nature et les éléments caractéristiques de f.

2) Soit g = f o r
a – Montrer que g est une translation
b – soit F = g(E).
Montrer que f(B) = F et en déduire la nature du triangle BIF.
c – Montrer que les points C, A et F sont alignés.

3) Soit $G = t_{\overrightarrow{AD}}(I)$ où $t_{\overrightarrow{AD}}$ désigne la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.
a – Montrer qu'il existe un unique antidéplacement φ tel que φ (C) = D et φ (I) = G.
b – Montrer que φ est une symétrie glissante dont on précisera le vecteur et l'axe.

PROBLEME : (10 points)

I – 1) Soit h la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par :
$$h(x) = x - \text{Log}\, x$$
a – Etudier les variations de h .
b – En déduire que pour tout x de $]0, +\infty[$ on a : $h(x) \geq 1$.

2) Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{1}{x - \text{Log}\, x} & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
a – Montrer que f est continue sur $[0, +\infty[$.
b – La fonction f est-elle dérivable à droite en 0 ?